Optica

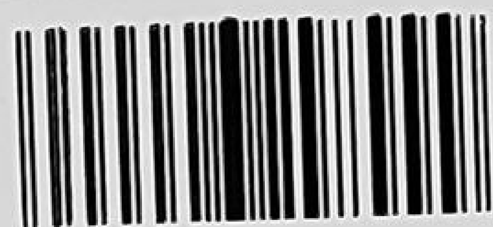
GH. BRĂTESCU



MINISTERUL ÎNVĂŢĂMÎNTULUI
UNIVERSITATEA BUCUREŞTI
FACULTATEA DE FIZICĂ

Prof. Dr. G. BRĂTESCU

Optica


629899
B.C.U. IASI

EDITURA DIDACTICĂ ŞI PEDAGOGICĂ
BUCUREŞTI, 1965

PREFAȚĂ

Cursul de optică superioară a fost predat în Universitatea București de către Em. Bacaloglu din 1864, data înființării catedrei de fizică, actualmente catedra de optică și electronică în gaze a Facultății de fizică. Natural că preocupări în acest domeniu au existat și înainte de actuala organizare a Universității-București. Ca o completare la acest curs au mai fost predate cursurile de optică geometrică și cele de spectroscopie începînd din 1934.

Ca rezultat al reformei învățămîntului superior din 1948, a fost înființată o secție de specializare de optică și spectroscopie la care s-au prevăzut cursuri separate speciale și cu laboratoarele respective, cum sînt: spectroscopie atomică și moleculară, optică fizică, optică electromagnetică, măsuri optice, fotometrie și colorimetrie, fotoluminescență, spectroscopia razelor Röentgen și gama, electronică în gaze; alături de cursul de optică, din anul II și III, aceste discipline au contribuit, în anii IV și V de studii, la formarea unor cadre de fizicieni avînd o temeinică pregătire teoretică și practică.

Această carte de optică este rezultatul cursului predat de autor la Facultatea de fizică a Universității-București, conținutul său fiind în strînsă legătură și cu celelalte cursuri de fizică predate în facultate.

Sînt prezentate cele mai importante fenomene și proprietăți ale luminii, absolute necesare unui fizician în activitatea sa didactico-științifică.

În cele trei mari capitole, optica geometrică, optica ondulatorie și optica electromagnetică și corpusculară, fenomenele optice au fost prezentate da la simplu la complex, avînd în vedere că multe fenomene optice sînt cunoscute de studenți pentru prima oară cu prilejul acestui curs, la experiențele de curs și lucrările practice de laborator.

Avînd în vedere că însușirea opticii geometrice prezintă unele dificultăți m-am străduit să remediez acest fapt prin tratarea ei ca o introducere spre calculul optic al sistemelor optice; astfel acest capitol a fost expus mult mai unitar, încît să prezinte interes în vederea aplicațiilor practice respective.

În partea a doua a cărții am insistat asupra numeroaselor rezultate, unele mai vechi, dar care au fundamentat fizica actuală, altele mai noi, caracterizate prin performanțe deosebite, mai ales aplicative, datorită proprietăților ondulatorii ale luminii.

Dacă în primele două părți ale acestei cărți sînt descrise și tratate fenomenele de propagare ale luminii, în partea a treia se expun în special fenomenele legate de emisia și interacția luminii cu substanța, fenomene mult mai

complicate și care au necesitat o tratare specială, avîndu-se în vedere atît delimitarea spațiului grafic cît și faptul că multe din ele se reiau și se dezvoltă separat la cursul următor de fizică atomică. Multe din aceste fenomene optice stau la baza unor teorii moderne fundamentale ale fizicii și au dat naștere la discipline importante care s-au dezvoltat separat de optică, așa cum se indică și în curs.

Sperăm că cititorul prin parcurgerea întregii cărți își va putea face păreri clare și căpăta cunoștințe precise despre fenomenele optice prezentate în carte, precum și despre legătura lor cu alte fenomene fizice, astfel că va putea apoi să abordeze cu ușurință fie alte domenii ale fizicii, fie să treacă la capitolele de specialitate din optică.

București, 1964

Prof. Dr. G. G. BRĂTESCU

Partea întîi

OPTICA GEOMETRICĂ

Capitolul 1

NOŢIUNILE ŞI LEGILE FUNDAMENTALE ALE OPTICII GEOMETRICE

1.1. Introducere

Optica geometrică sau optica razelor (de lumină) are ca scop studiul mersului razelor (de lumină vizibilă sau invizibilă) prin diferite medii separate prin suprafeţe de anumite forme geometrice.

Lumina — sub formă de raze — care porneşte de la punctele luminoase, sau luminate, ale unui obiect, trece prin diferite piese optice care constituie un sistem optic. Se urmăreşte să se obţină o imagine a acelui obiect. Această imagine apare fie la întretăierea razelor emergente cînd se formează *o imagine reală* (care se poate observa şi pe un ecran), fie la întretăierea prelungirii razelor emergente, cînd se obţine *o imagine virtuală.*

Scopul final al opticii geometrice este de a se obţine imagini cît mai asemănătoare obiectului, cu ajutorul instrumentelor optice şi deci studiul şi teoria instrumentelor optice, ceea ce duce la realizarea practică, la construcţia instrumentelor optice.

Avîndu-se la bază cîteva legi foarte simple obţinute pe cale experimentală, s-au putut obţine pe cale pur matematică, deductivă, legile fundamentale ale opticii geometrice, făcîndu-se abstracţie de natura fizică a luminii. Cu ajutorul acestor legi aproximative s-a ajuns totuşi la construirea de instrumente optice care satisfac cerinţele practice şi de cercetare. O perfecţionare în aceste studii se aduce prin luarea în considerare a fenomenelor opticii ondulatorii, în special difracţia luminii, precum şi a legilor fotometriei.

1.2. Punctul luminos şi raza de lumină

În urma procesului de abstracţiune s-a ajuns în optica geometrică la noţiunile de *punct luminos şi rază de lumină.*

Orice izvor luminos are o dimensiune. Numai cînd dimensiunile lui sînt neglijabile faţă de distanţele izvor-instrumentul optic, atunci se poate considera că avem un izvor *punctiform.* Raza de lumină apare ca rezultatul idealizării neglijării volumului îngust prin care se propagă lumina, a tubului de lumină. Astfel, lumina emisă de corpul *I* poate trece prin deschiderile D_1 şi D_2, prin

tubul de lumină delimitat de dreptele tangente duse la deschiderile D_1 şi D_2 (fig. 1). Cu cît sînt mai mici aceste deschideri cu atît şi volumul tubal se îngustează, ajungînd la urmă sub forma unui fir drept ce ia numirea de *rază de lumină*.

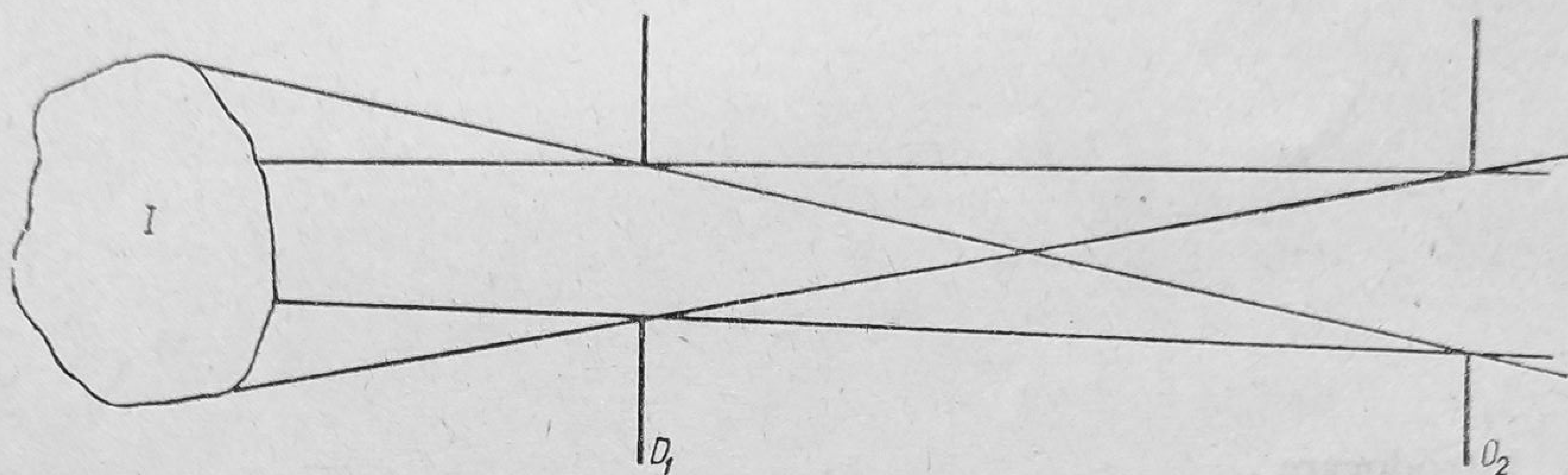


Fig. 1.

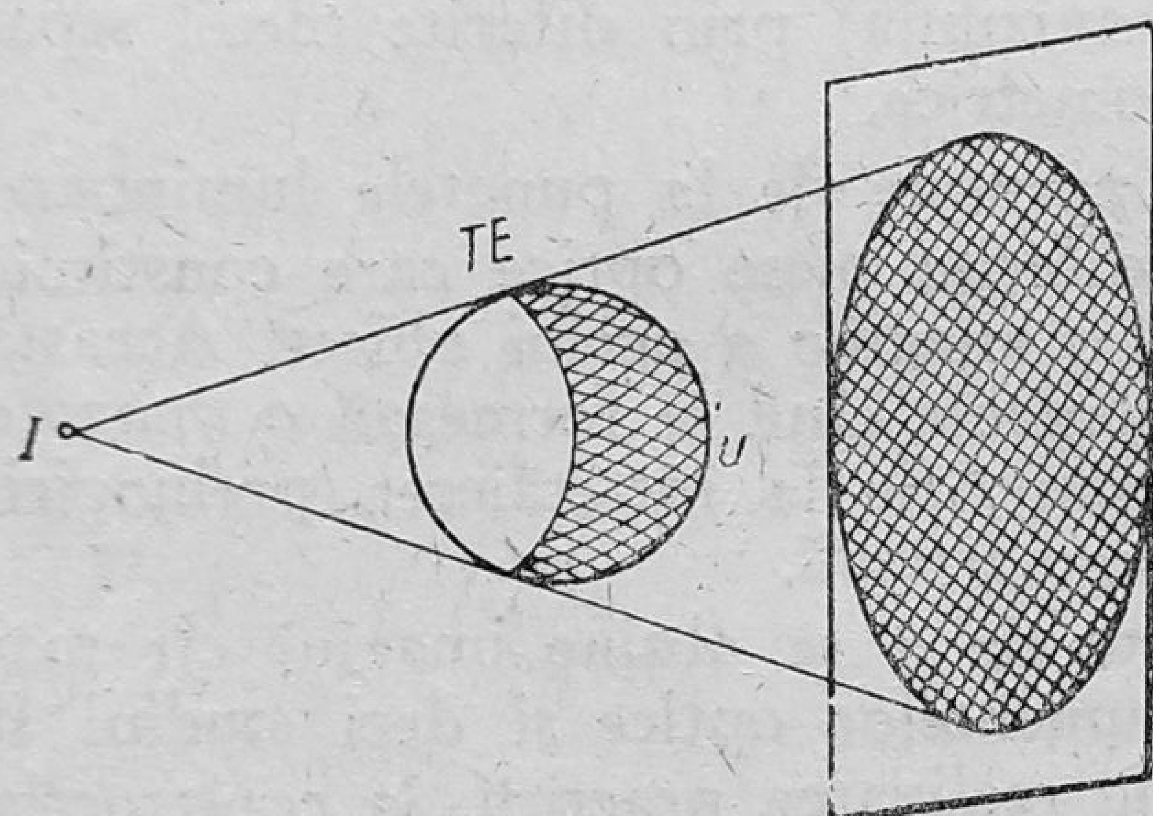


Fig. 2.

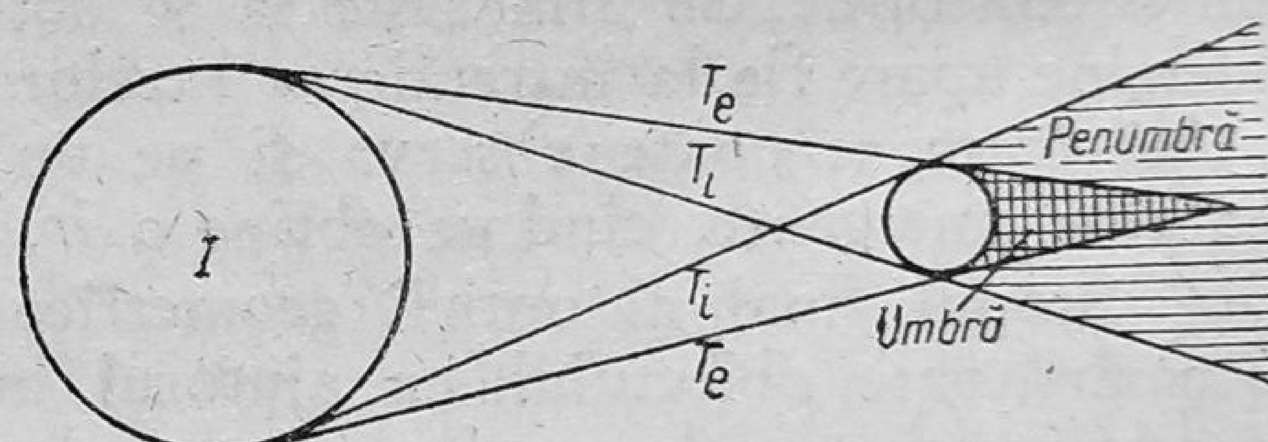


Fig. 3.

Datorită propagării rectilinii a luminii se explică fenomenele de *umbră şi penumbră* prin trasarea tangentelor interioare şi exterioare comune la suprafaţa corpului luminos şi cel opac, ca în figurile *2* şi *3*.

O altă aplicaţie este *camera obscură:* o cutie cu o deschidere mică O prin care pătrund razele de la obiectul *AB* (fig. 4). Totalitatea petelor luminoase produse pe ecran de către fiecare rază interceptată dă naştere la imaginea *A'B'*.

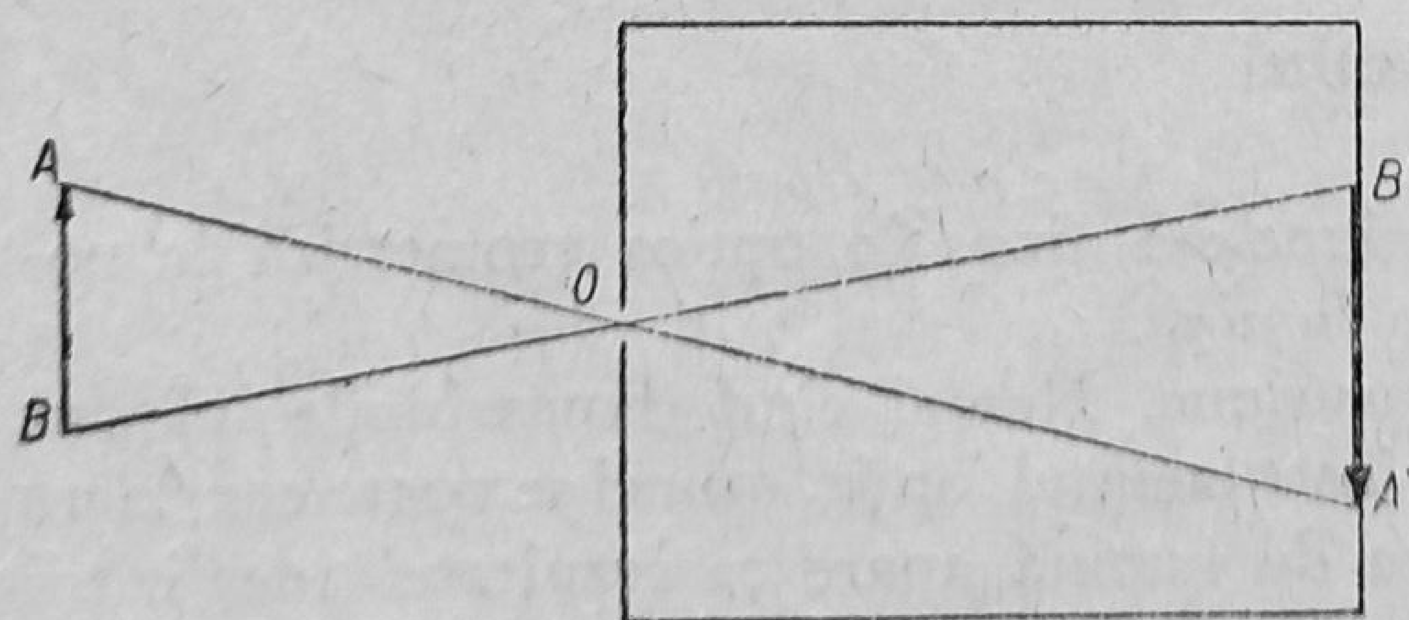


Fig. 4.

În aceste fenomene de umbră nu ţinem seama de fenomenele de difracţie ale luminii care apar totdeauna. Experienţele făcute de *Arkadiev* arată în mod clar că formele umbrelor unui obiect diferă mult, dacă ecranul se găseşte aproape de obiect sau departe (11 km). Această diferenţiere depinde de lungimea de undă a radiaţiei întrebuinţate.

1.3. Legea propagării independente a razelor

Faptele experimentale arată că razele care trec printr-un punct întretăindu-se nu se influențează reciproc, păstrîndu-și individualitatea în propagare ca și cum s-ar propaga singure. În cazul cînd aceste raze provin de la același izvor punctiform și sînt aduse să treacă prin același punct, atunci există anumite legături de structură între ele, ceea ce duce la fenomenele de interferență care se vor studia mai departe, dînd naștere în spațiu la regiuni mai intens sau mai puțin luminoase.

1.4. Legile refracției

În propagarea sa, o rază de lumină poate schimba de direcție la suprafața de separare S_1 a două medii omogene și izotrope, *1* și *1'* (fig. 5).

Lumina se propagă în vid cu viteză maximă ($\approx$300 000 km/s), însă în alte medii are viteze v mai mici. Raportul $\frac{c}{v_1} > 1$ ia numirea de indice de refracție absolut n_{10}, căci comparația vitezei v_1 se face față de c — viteza în vid. Pentru mediul 1' avem indicele de refracție $n'_{10} = \frac{c}{v'_1}$. În cele ce urmează vom înțelege prin n_1 ($=n_{10}$) și n'_1 ($=n'_{10}$), indicii de refracție absoluți în mediile *1* și *1'*.

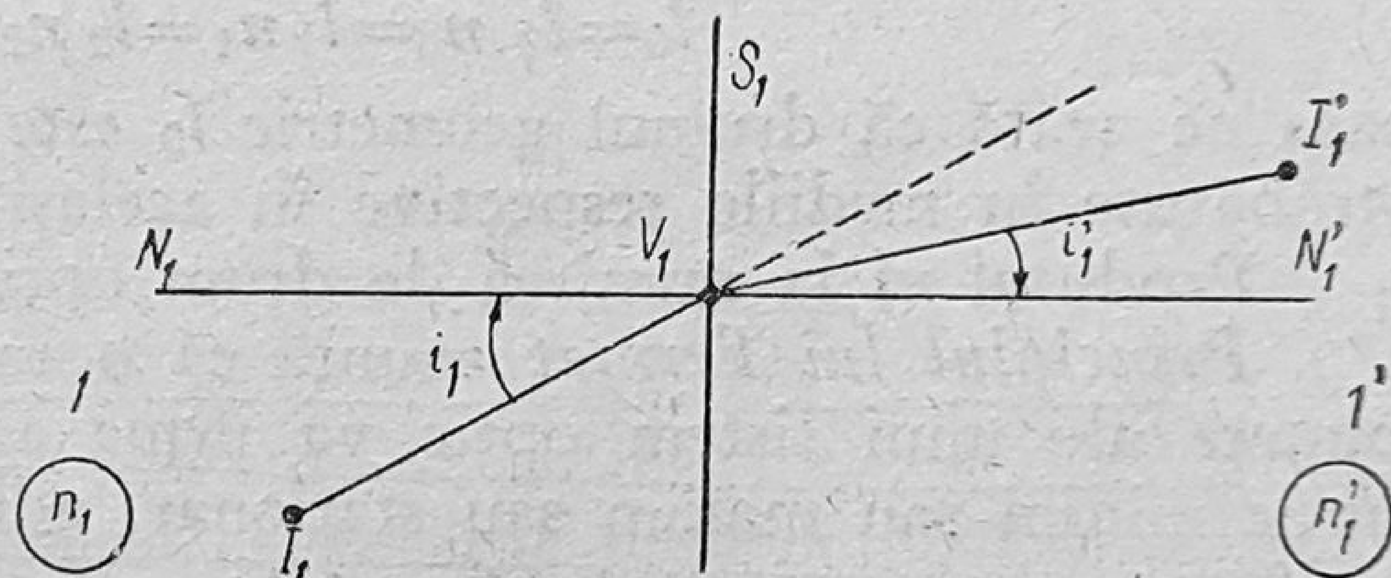


Fig. 5.

Raza de lumină I_1V_1 face cu normala $N_1N'_1$ unghiul de incidență i_1; se refractă după $V_1I'_1$, făcînd *unghiul de refracție* i'_1. Razele I_1V_1 și $V_1I'_1$ se situează împreună cu normala $N_1N'_1$ în același plan. De asemenea se verifică și experimental legea lui Snell (Snellius) și Descartes:

$$n_1 \sin i_1 = n'_1 \sin i'_1, \qquad (1\text{-}1)$$

adică produsul $n \sin i$, care poartă și numirea de *apertură*, este un invariant.

Reflexia și reflexia totală sînt cazuri particulare ale aplicării aceste legi.

Principiul reversibilității drumului razelor sau de *inversare a mersului razelor* precizează că raza de lumină care parcurge într-un sens sistemul optic, urmează același drum, are același mers prin sistemul optic în sens invers.

1.5. Principiul lui Fermat

Într-un timp t o rază de lumină lăsată să treacă prin diferite medii va străbate drumurile geometrice l_0, l_1, l_2, prin mediile de indicii de refracție n_0($=1$ pentru vid), n_2, n_3, . . ., drumuri care sînt diferite

Univ. „Al. I. Cuza" Bibl. de Fizică

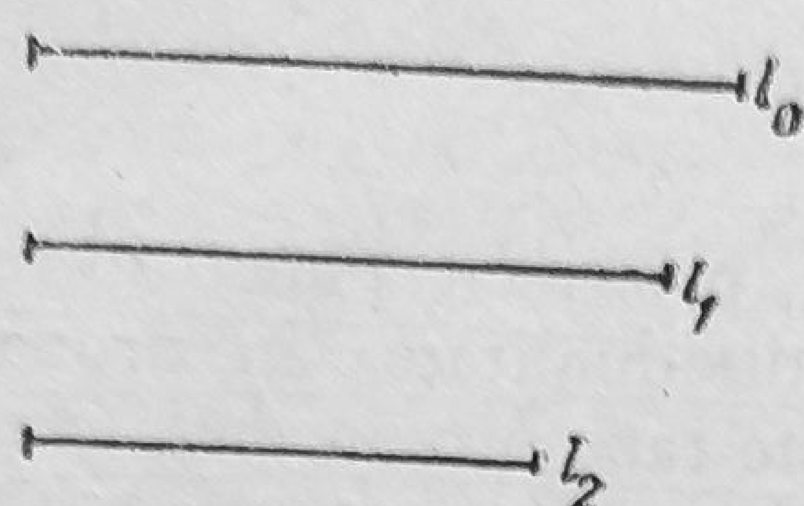


Fig. 6.

l_0	$n_0=1$	$v_0=c$
l_1	n_1	v_1
l_2	n_2	v_2

deoarece viteza de propagare este diferită.

Deoarece

$$l_0=v_0\ t=ct \tag{1-2}$$

$$l_1=v_1 t \tag{1-3}$$

şi

$$n_1=\frac{c}{v_1}\ \text{ş.a.m.d.}$$

avem :

$$l_1\cdot n_1=v_1\cdot t\frac{c}{v_1}=ct=l_0 \tag{1-4}$$

de unde :

$$l_0=l_0\ n_0=l_1\,n_1=l_2\,n_2=\ldots, \tag{1-5}$$

care ne arată că drumul geometric l_0 este echivalent cu drumurile l_1, l_2, ... străbătute în mediile respective în acelaşi timp t.

Produsul nl ia numirea de drum optic şi-l mai înseamnăm cu (l).

Principiul lui Fermat enunţă că o rază de lumină care trece prin două puncte ale unui sistem optic va urma acel drum care corespunde drumului optic minim sau maxim sau staţionar, adică :

$$\Sigma nl=(l)=(L)=\text{minim sau maxim sau staţionar} \tag{1-6}$$

deci :

$$\vartheta\Sigma(l)=\partial\ L)=0 \tag{1-7}$$

Aplicarea acestui principiu la refracţia luminii duce la obţinerea legilor lui Snellius-Descartes.

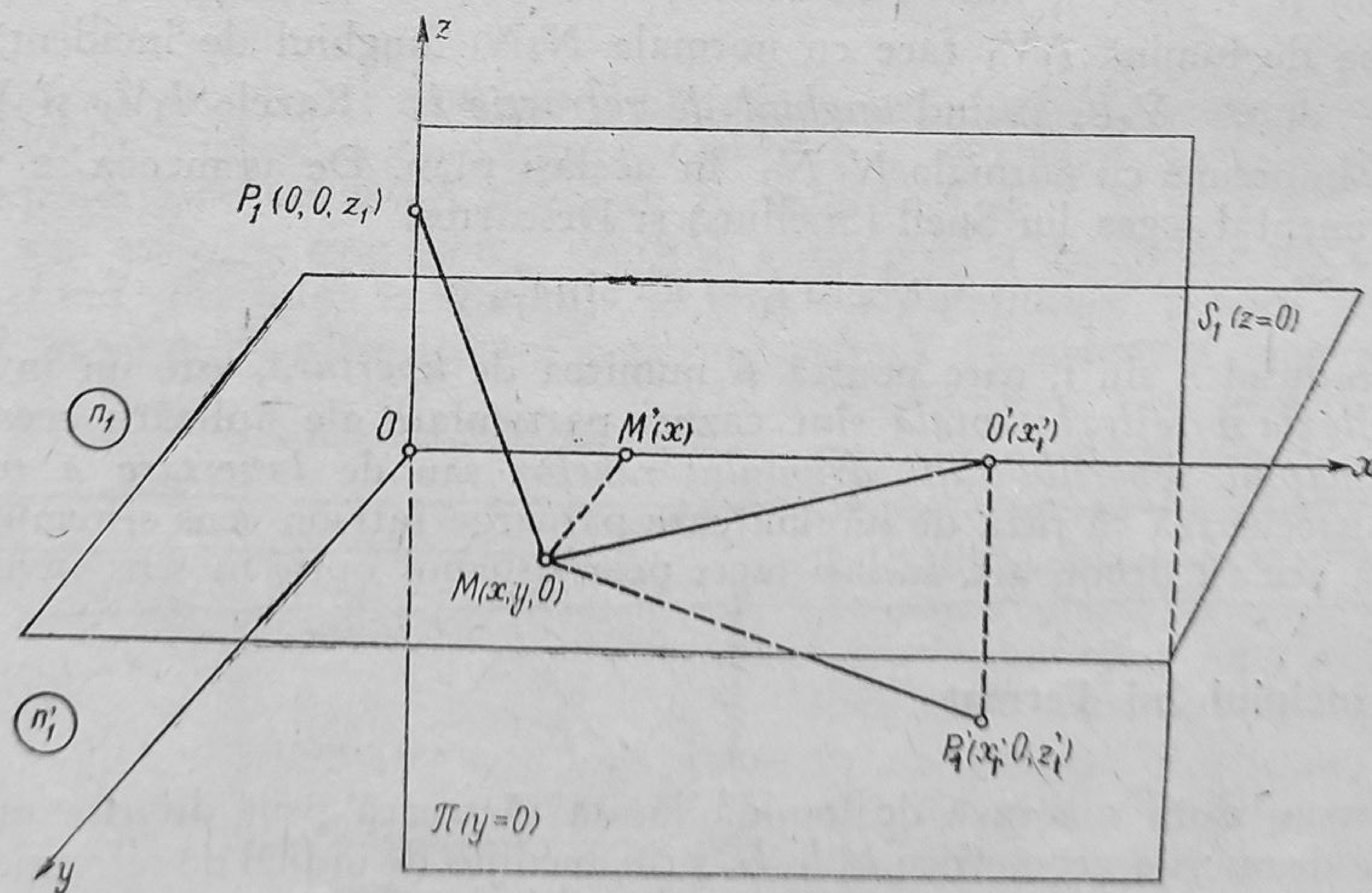


Fig. 7.

Să considerăm în sistemul de axe de coordonate $Oxyz$ (fig. 7) suprafaţa S_1 cu $z=0$ ca suprafaţă de separare a celor două medii cu indici de refracţie n_1 şi n_1'. În aceste medii se găsesc punctele $P_1(0,0, z_1)$ şi $P_1'(x_1', 0, z_1')$, situate în planul π dat de $y=0$. Să presupunem că raza care trece prin P_1 şi P_1' trece prin punctul $M(x,y,0)$ din planul S_1.

Drumul optic total $(P_1M)+(MP_1')=(L)$ (1-8)

$$(L)=n_1\sqrt{OP_1^2+OM^2}+n_1'\sqrt{O'P_1'^2+O'M^2} \quad (1\text{-}9)$$

adică:

$$(L)=n_1\sqrt{z_1^2+x^2+y^2}+n_1\sqrt{z_1'^2+(x_1'-x)^2+y^2} \quad (1\text{-}10)$$

$$(L)=n_1\sqrt{x^2+y^2+z_1^2}+n_1'\sqrt{(x_1'-x)^2+y^2+z_1'^2} \quad (1\text{-}11)$$

Conform principiului lui Fermat

$$\frac{\partial(L)}{\partial y}=0=\frac{n_1 y}{\sqrt{x^2+y^2+z_1^2}}+\frac{n_1' y}{\sqrt{(x_1'-x)^2+y^2+z_1'^2}}, \quad (1\text{-}12)$$

ceea ce duce la $y=0$, adică punctul M se găseşte undeva pe Ox şi deci în planul π $(y=0)$ în care se găsesc şi punctele P_1 şi P_1'. În continuare:

$$(L)=n_1\sqrt{x^2+z_1^2}+n_1'\sqrt{(x_1'-x)^2+z_1'^2} \quad (1\text{-}13)$$

căci $y=0$ şi deci:

$$\frac{\partial L}{\partial x}=0=\frac{n_1 x}{\sqrt{x^2+z_1^2}}-\frac{n_1'(x_1'-x)}{\sqrt{(x_1'-x)^2+z_1'^2}}. \quad (1\text{-}14)$$

Cum însă din figură se vede că:

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+z_1^2}}=\sin i_1 \text{ şi}$$

$$\frac{x_1'-x}{\sqrt{(x_1'-x)^2+z_1'^2}}=\sin i_1' \quad (1\text{-}15)$$

avem:

$$n_1 \sin i_1 = n_1' \sin i_1', \quad (1\text{-}16)$$

adică tocmai legea lui Snellius — Descartes.

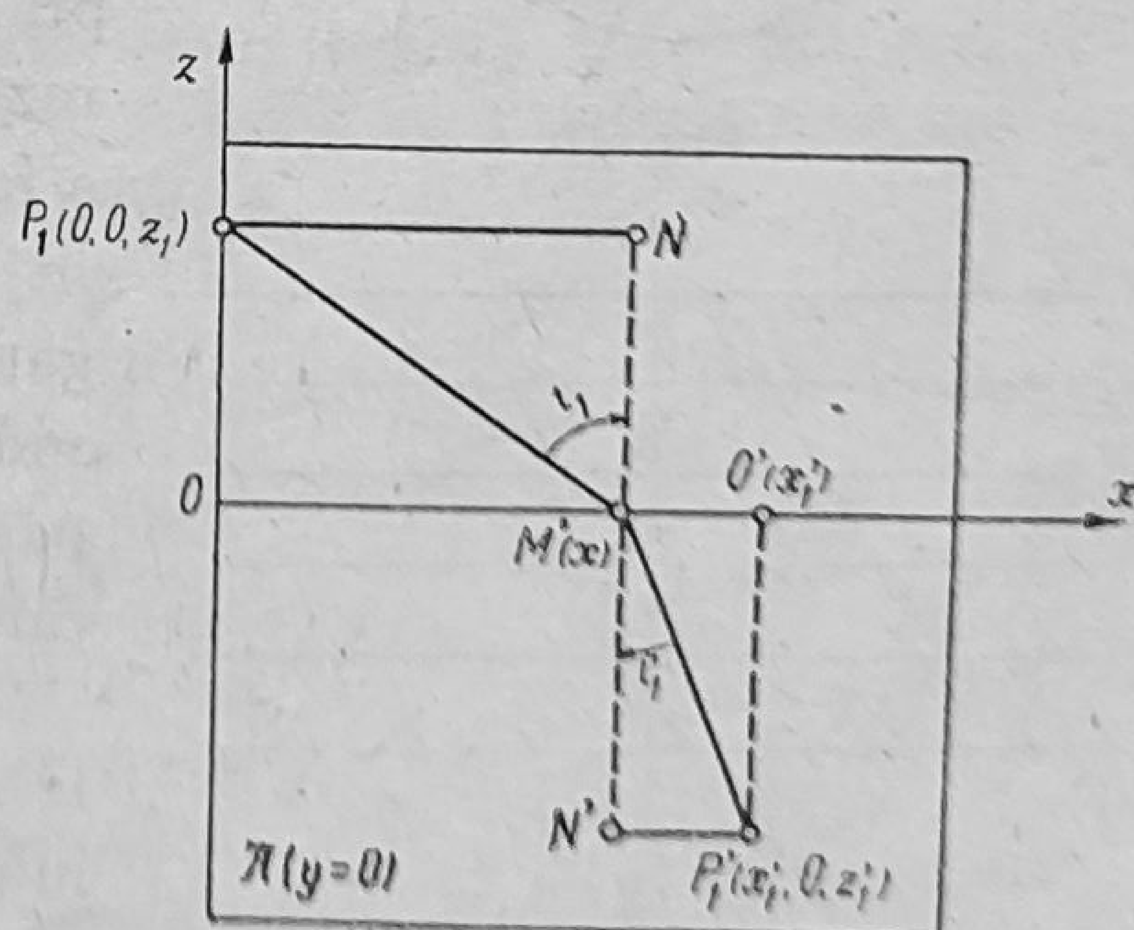


Fig. 8.

1.6. Fasciculul de lumină. Suprafaţa de undă

O rază de lumină nu poate fi izolată fizic. Lumina pătrunde prin deschideri mai largi sub formă de *fascicul de raze de lumină.*

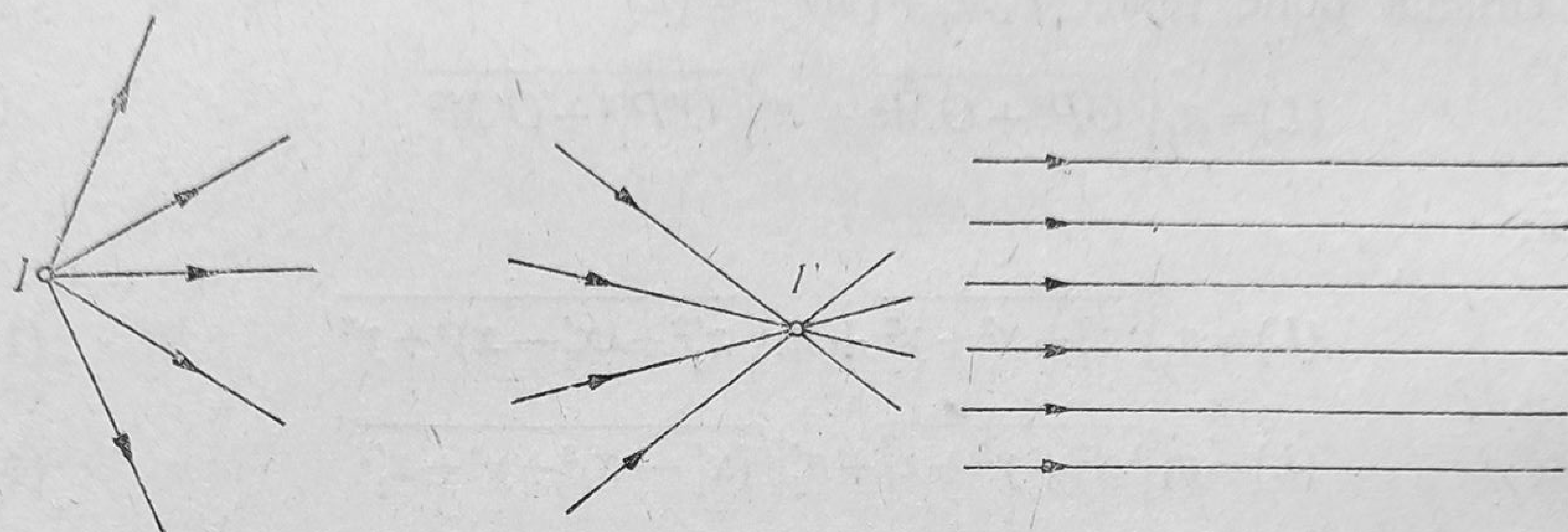


Fig. 9.

Deosebim fascicule de raze *divergente, convergente şi paralele,* care apar la pornirea razelor de la izvorul luminos I, sau la trecerea razelor prin sistemele optice (fig. 9).

În legătură cu fasciculele de raze provenite de la un acelaşi izvor luminos s-a introdus şi noţiunea de *suprafaţă de undă.* Din punct de vedere geometric, suprafaţa de undă este suprafaţa normală la toate razele fasciculului, suprafaţa Σ.

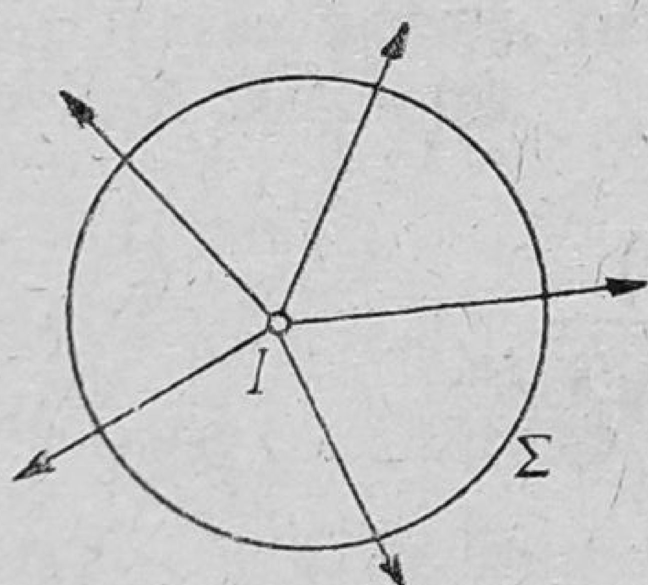


Fig. 10.

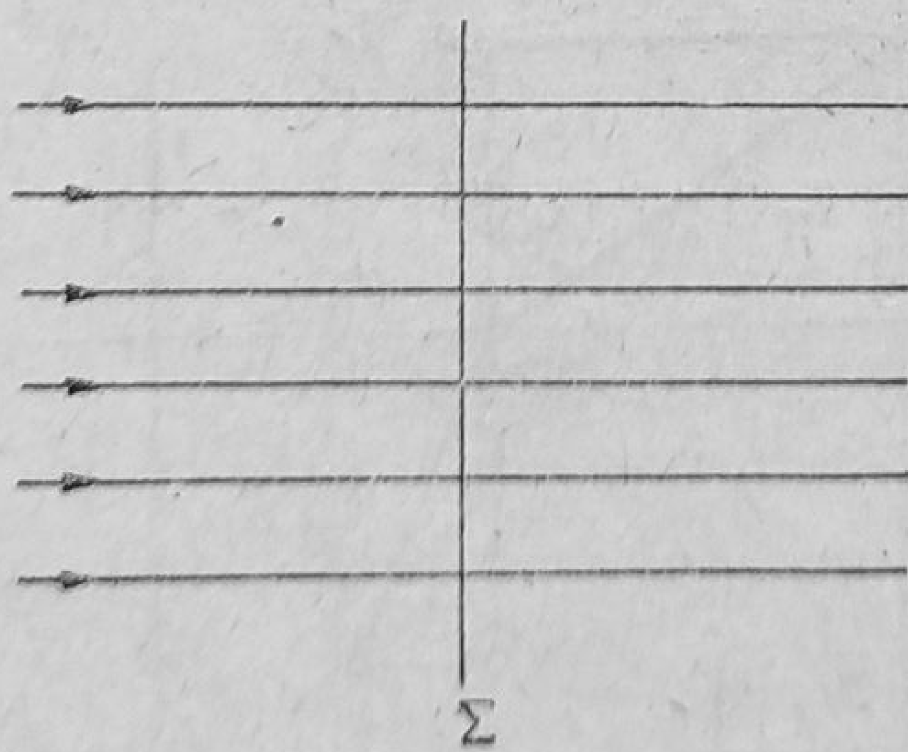


Fig. 11.

Se pot trasa o infinitate de suprafeţe de undă. Ceea ce este caracteristic este faptul că drumul optic nl, care separă două suprafeţe de undă trasate la acelaşi fascicul de raze, este acelaşi de-a lungul oricărei raze a fasciculului.

Noţiunea de suprafaţă de undă este legată îndeosebi de fenomenul de propagare ondulatoriu al luminii (ca, de exemplu, propagarea unei unde pe suprafaţa apei), undă care mai ia numirea şi de *front de undă.*

Prin trecerea fasciculului prin diferitele părţi ale sistemului optic, forma fasciculului deci şi a suprafeţei de undă se poate schimba.

1.7. Teorema lui Malus-Dupin

Să admitem că din mediul cu indice n_1 porneşte un fascicul de raze la care s este suprafaţa de undă respectivă. După trecerea fasciculului prin mai multe suprafeţe de separare S_1, S_2,... ale sistemului optic şi deci după ce

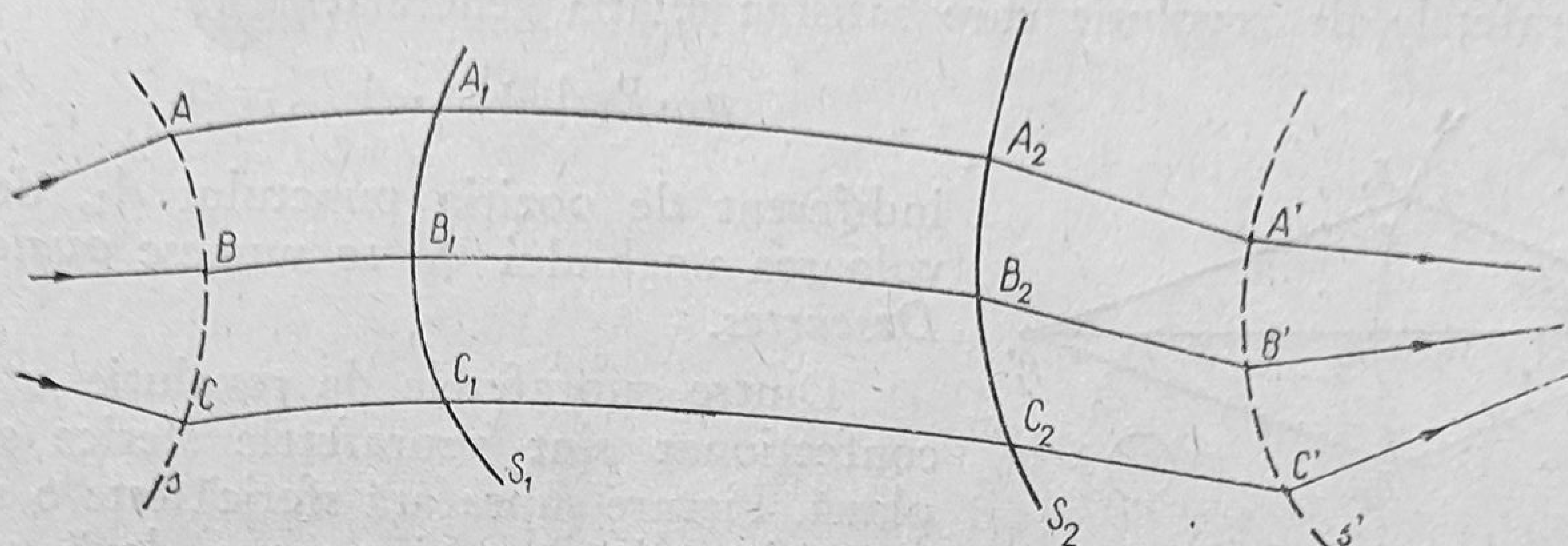


Fig. 12.

fasciculul a suferit mai multe reflexii şi refracţii prin sistemul optic, se obţine fasciculul emergent cu suprafaţa de undă s' (fig. 12). Teorema lui Malus stabileşte că drumurile optice corespunzătoare fiecărei raze, adică $A A_1 A_2 \ldots A'$, $B B_1 B_2 \ldots B'$, ..., între cele două suprafeţe de undă s şi s' au aceeaşi valoare, adică:

$$(L) = \sum nl = (AA_1A_2 \ldots A') = (BB_1B_2 \ldots B') = \ldots \qquad (1\text{-}17)$$

sau:

$$d\sum nl = 0 \qquad (1\text{-}18)$$

(relaţie numită şi eiconal).

1.8. Stigmatismul. Astigmatismul

Dacă fasciculul divergent *homocentric* (sau isogen) care porneşte din punctul luminos obiect P rămîne homocentric şi după ce a suferit una sau mai multe reflecţii sau refracţii, adică toate razele emergente se strîng în punctul imagine P' (fig. 13), atunci imaginea P' ia numirea de *imagine stigmatică* a izvorului obiect punctual P. Punctul P' poate juca rolul de obiect şi P să fie socotit imaginea lui P', conform principiului reversibilităţii propagării luminii. De aceea punctele P şi P' se numesc puncte conjugate. Suprafeţele S care menţin stigmatismul se numesc suprafeţe stigmatice. Pentru a le găsi va trebui să se satisfacă teorema

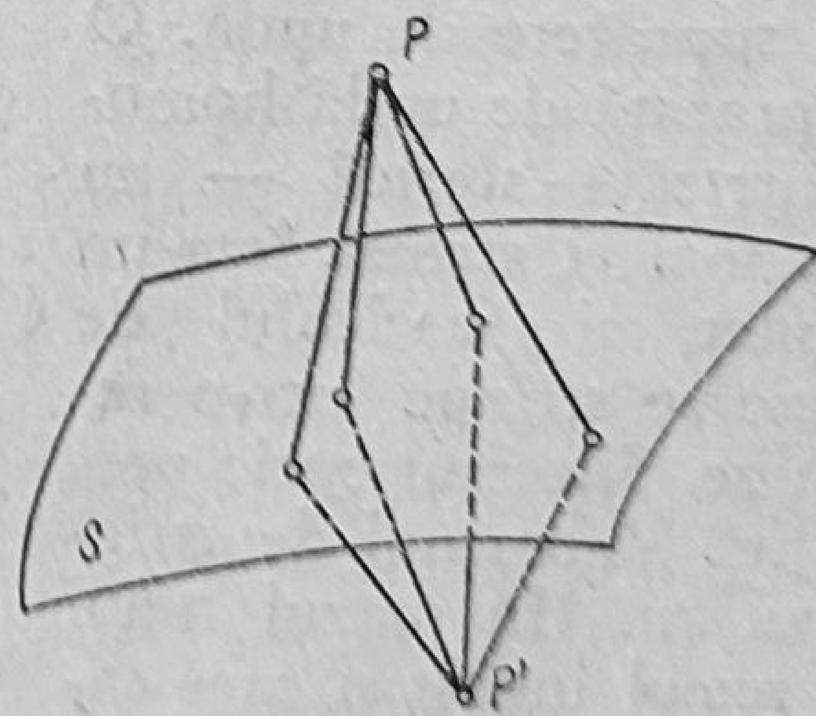


Fig. 13.

lui Malus, adică egalitatea drumurilor optice între P_1 şi P_1' pentru fiecare rază:

$$n_1 \cdot P_1A_1 + n_1' \cdot A_1P_1' = n_1 \cdot P_1A_2 + n_1' \cdot A_2P_1' = n_1 \cdot P_1A_3 + n_1' \cdot A_3P_1' = \cdots \quad (1\text{-}19)$$

Suprafaţa stigmatică este suprafaţa de revoluţie în jurul axului P_1P_1' (fig. 14).

Suprafeţele de revoluţie care satisfac relaţia generală:

$$n_1 \cdot P_1A_i + n_1' \cdot A_iP_1' = \text{ct.} \quad (1\text{-}20)$$

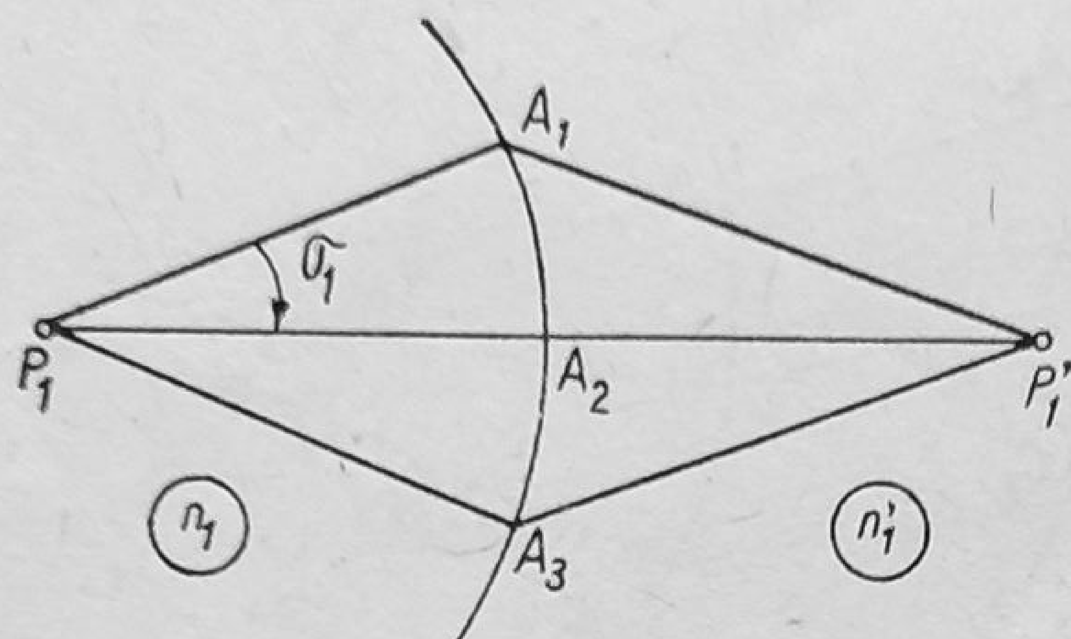


Fig. 14.

indiferent de poziţia punctului A_i, deci de valoarea unghiului σ_1 se numesc *ovalele lui Descartes.*

Dintre suprafeţele de revoluţie uşor de confecţionat sînt suprafeţele sferice şi cea plană. Fiecare suprafaţă sferică este o suprafaţă stigmatică numai pentru două puncte conjugate — punctele ei stigmatice P_1 şi P_1'

Pentru un alt punct obiect O_1, suprafaţa S_1 nu mai este o suprafaţă stigmatică şi deci imaginea O_1' nu mai este punctiformă, ci va ocupa un volum (fig. 15). Dacă acest volum este mic şi poate fi socotit punctiform, atunci spunem că pentru punctul O_1 avem un *stigmatism aproximativ.*

Aceasta se realizează cu ajutorul unor fascicule care să nu facă un unghi σ_1 prea mare. În cazul cînd σ_1 este mare, suprafaţa stigmatică corespunzătoare punctelor conjugate O_1 şi O_1' este suprafaţa S_0 tangentă în V_1 cu suprafaţa S_1. Se vede că deosebirea între S_0 şi S_1 creşte cu cît ne depărtăm de vîrful V_1, deci cu depărtarea h. În cazul fasciculelor cu σ_1 mic, cele două suprafeţe S_1 şi S_0 aproape se confundă, deci şi O_1' va deveni punctiform. Avem în acest caz formarea imaginilor cu *raze paraxiale,* caz cînd $\sin \sigma_1 \approx \operatorname{tg} \sigma_1 \approx \sigma_1$. Această aproximaţie ia numirea de *aproximaţia lui Gauss* şi stă la baza unor relaţii fundamentale din optica geometrică.

În general, trecerea unei suprafeţe de undă printr-un sistem optic duce la deformarea acelei suprafeţe de undă. O suprafaţă de undă homocentrică — sferică — nu va mai fi strînsă într-un punct, ci fasciculul de raze se strînge într-o regiune. Sistemul optic prezintă fenomenul de *astigmatism.* În cazul unui fascicul îngust şi care cade înclinat pe suprafaţa

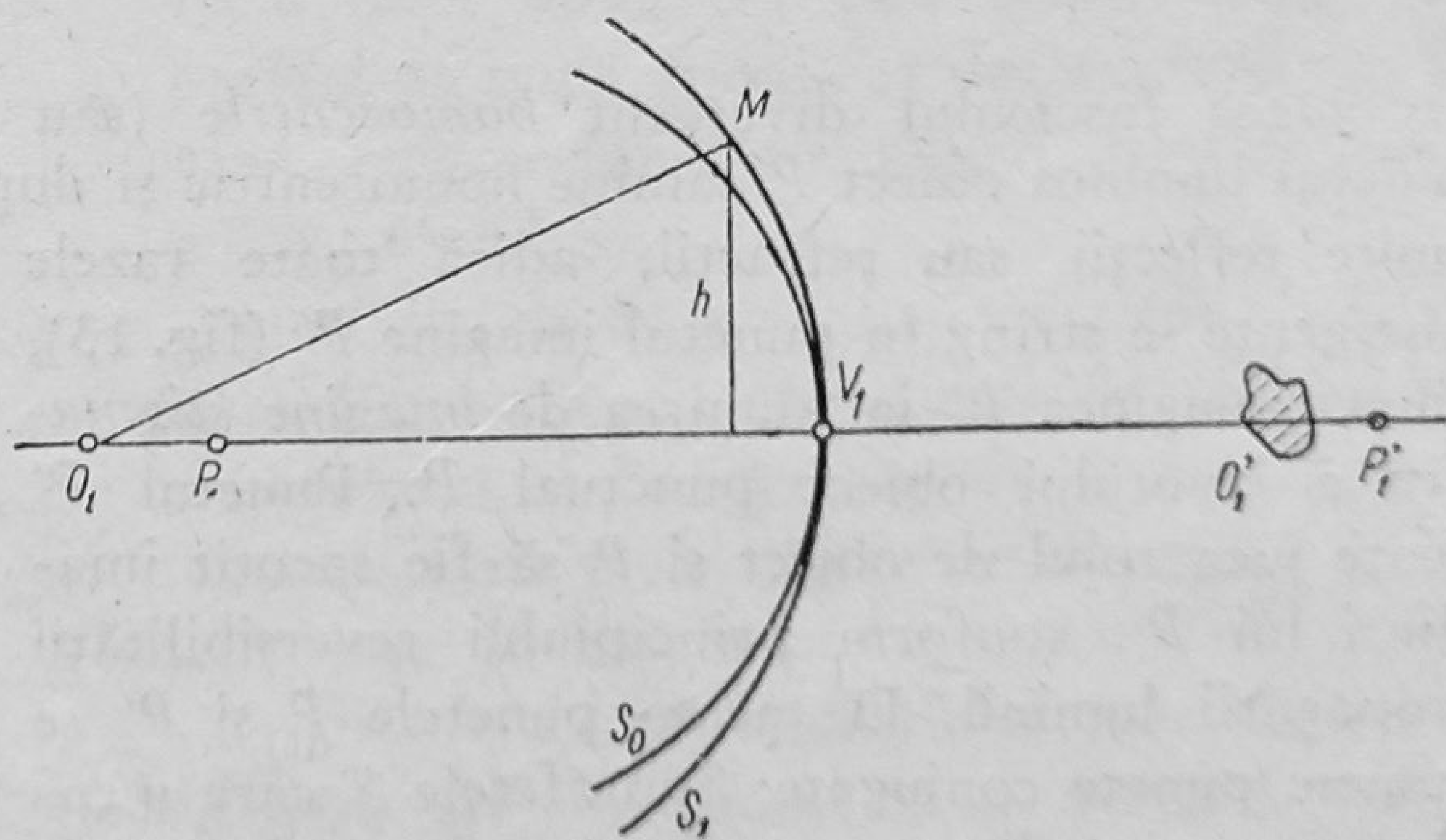


Fig 15.

optică a sistemului optic, acesta se va strînge după două elemente de dreaptă, normale între ele și îndepărtate, numite focalele lui Sturm (fig. 16), fapt

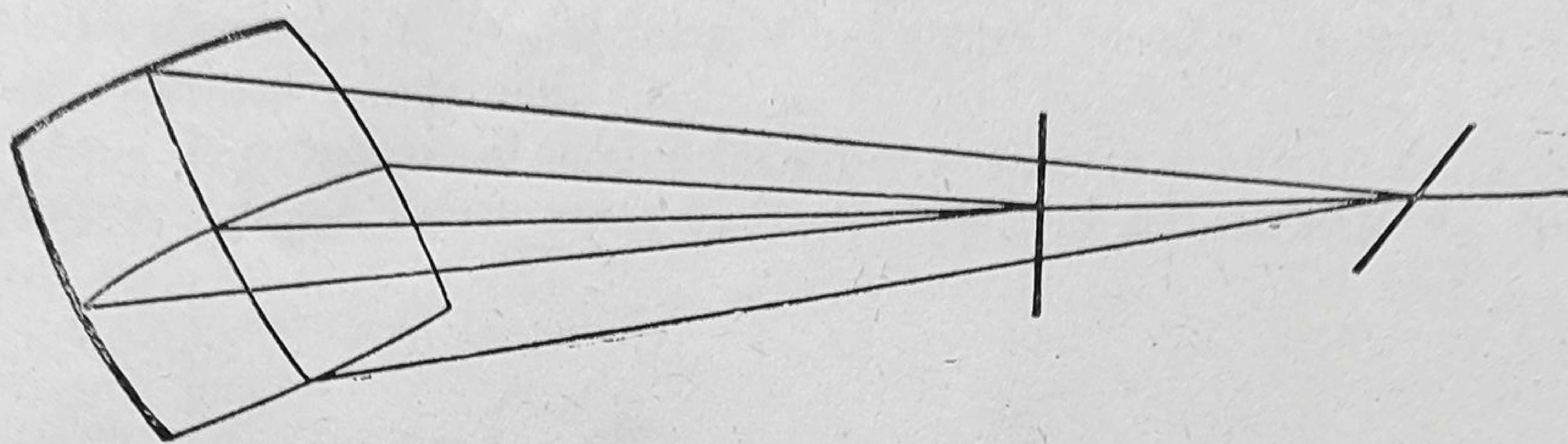


Fig 16.

ușor explicabil în geometrie ca o proprietate a normalelor duse la un element de suprafață curbă. În felul acesta, ca imagine a unui obiect punctiform este luată regiunea îngustă cuprinsă între aceste focale ale lui Sturm.

Capitolul 2

FORMAREA IMAGINILOR ÎN APROXIMAȚIA GAUSSIANĂ

2-A. IMAGINEA DATĂ DE DIOPTRUL SFERIC

2.1. Dioptrul sferic

După cum am arătat, suprafața sferică este suprafața de revoluție cea mai ușor de confecționat cu suficientă precizie pentru a se realiza piesele optice, numite lentile, din care se confecționează sistemele optice.

Două medii cu indicii de refracție diferiți, separate printr-o suprafață sferică, este sistemul optic cel mai simplu. Acest ansamblu legat de această suprafață sferică ia numirea de *dioptru sferic*.

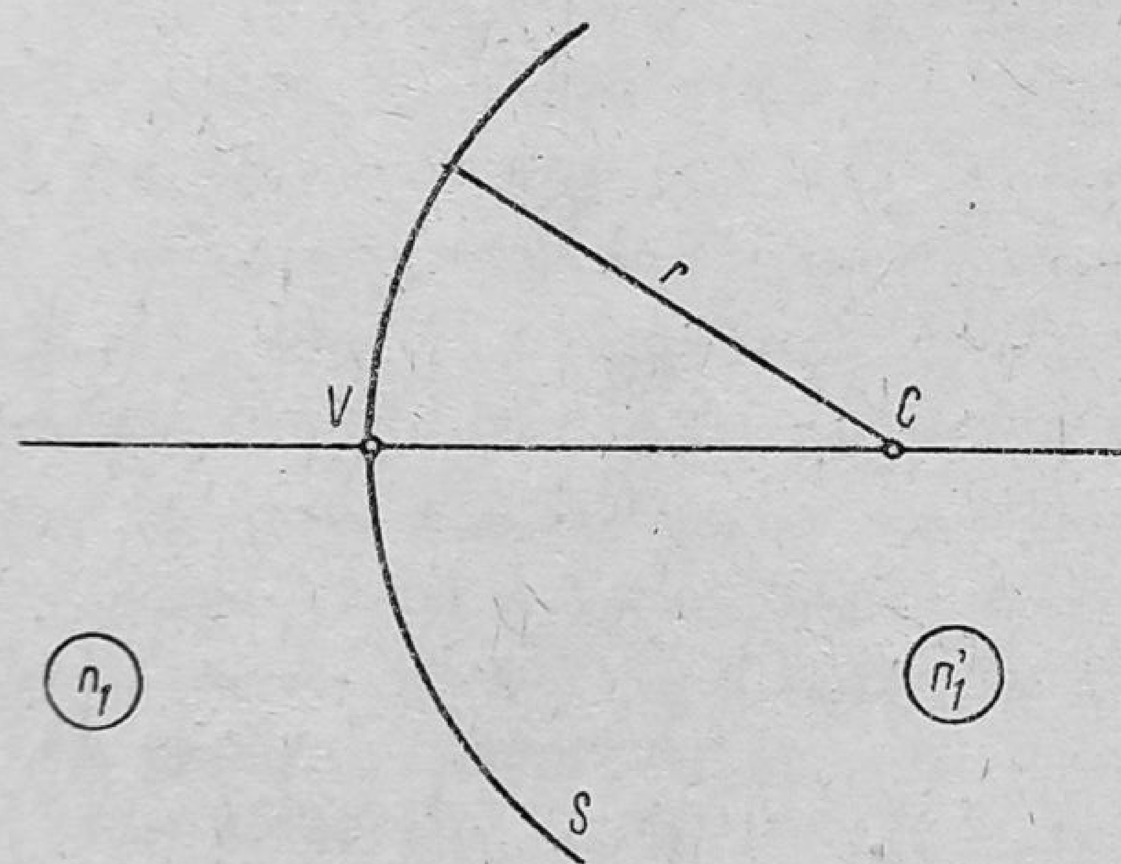


Fig. 17.

El se caracterizează prin:

— raza dioptrului r — raza suprafeței sferice (fig. 17).

— centrul dioptrului C — centrul suprafeței sferice,

— vîrful dioptrului V — este mijlocul calotei sferice a dioptrului,

— axa dioptrului — VC—dreapta care unește vîrful dioptrului V cu centrul dioptrului C.

— indicii de refracție n_1 și n'_1 ai celor două medii omogene și izotrope care sînt despărțite prin suprafața sferică S a dioptrului.

Sistemele optice mai complicate sînt formate din mai mulți dioptri sferici.

Cînd $r = \infty$, dioptrul sferic devine un dioptru plan.

Avînd în vedere că un sistem optic poate furniza în anumite condiții o imagine reală a unui obiect și tot acel sistem optic, pentru alte poziții ale obiectului poate forma o imagine virtuală a aceluiași obiect și că locurile unde se formează aceste imagini pot fi cînd de partea opusă a suprafețelor refractare (sau reflectătoare), cînd de aceeași parte unde se găsește obiectul, a fost necesară introducerea de anumite notații, pentru a se stabili în mod sigur locul și caracteristicile imaginii obținute.

La un dioptru sferic (fig. 18) vom distinge *spațiul obiect*, spațiul unde se găsește obiectul, considerat în mod convențional ca fiind situat la stînga suprafeței dioptrului și *spațiul imagine* — în cazul formării imaginii reale în dreapta suprafeței dioptrului.

Sensul de propagare al luminii incidente se ia prin convenție de la stînga la dreapta. Spațiul obiect notat cu 1 are indicele de refracție n_1, spațiul

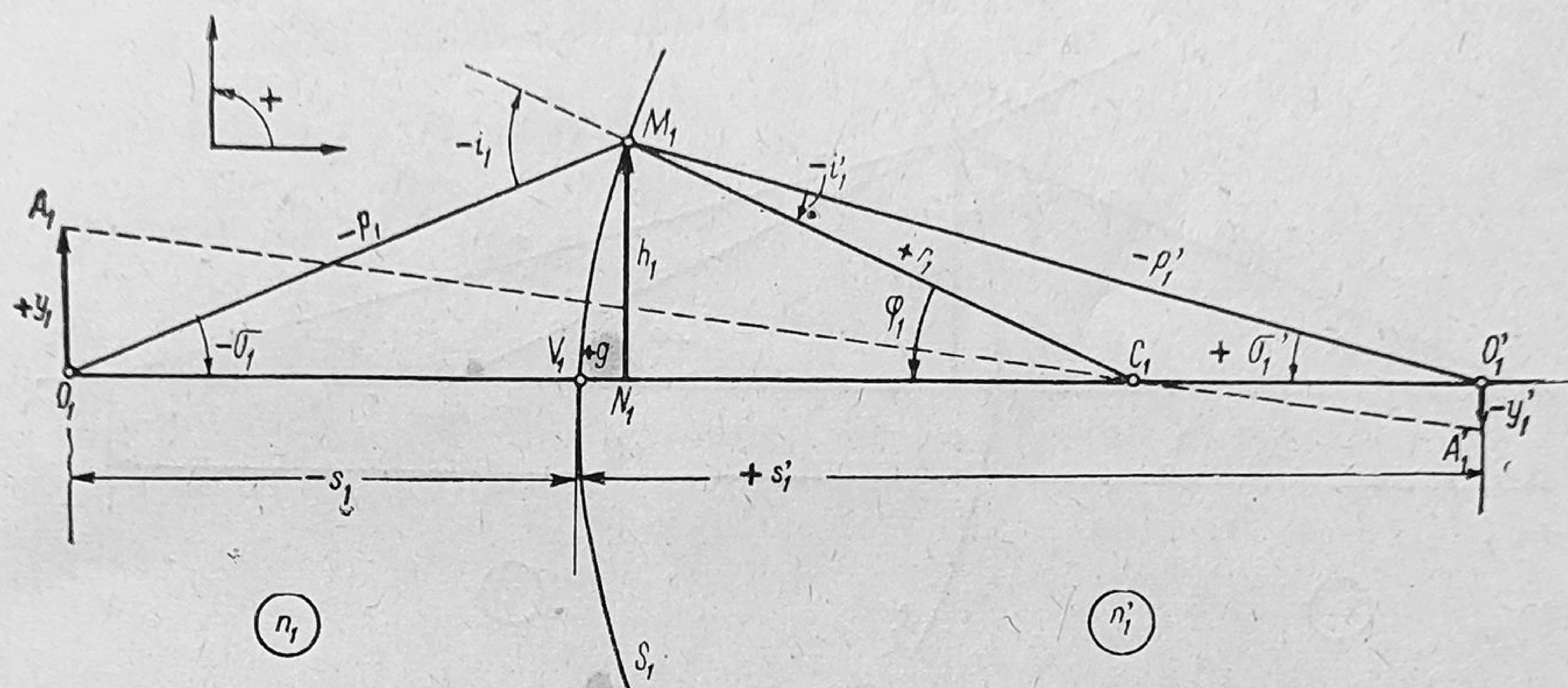


Fig. 18.

imagine respectiv este 1′ și are indicele de refracție n'_1. Suprafața sferică a dioptrului 1 se notează cu S_1, vîrful dioptrului 1 cu V_1, centrul dioptrului 1 cu C_1.

Lungimile se socotesc față de vîrful dioptrului V_1 sau de la punctele de pe suprafața dioptrului. Ele au sensul pozitiv dacă sensul lor coincide cu sensul de propagare a luminii prin dioptrul sferic.

Lungimile ale căror direcție este perpendiculară pe axa optică au sensul plus cînd sînt îndreptate în sensul desenului și minus în sensul invers.

Astfel raza dioptrului este $V_1C_1 = + r_1 = M_1C_1$.

Punctul obiect O_1 are imaginea sa în punctul imagine O'_1. Distanța obiectului față de dioptru este $V_1O_1 = -s_1$; distanța imaginii față de dioptru este $V_1O'_1 = +s'_1$.

Raza incidentă M_1O_1 are lungimea $-p_1$. Raza refractată este $M_1O'_1 = +p'_1$.

Punctul M_1 se găsește la distanța $N_1M_1 = +h_1$ de axa optică. Punctul N_1 se găsește la distanța $V_1N_1 = +g$ de vîrful V_1 al dioptrului.

Lungimea obiectului, socotit ca un segment de dreaptă O_1A_1, așezat normal pe axa optică este $O_1A_1 = +y_1$. Lungimea imaginii $O'_1A'_1 = -y'_1$.

Unghiul pe care-l face o rază cu axa optică are sensul plus dacă sensul de rotire al razei către axa optică — axa dioptrului — este invers sensului de rotire a acelor ceasornicului. Astfel unghiul $M_1O_1V_1 = -\sigma_1$: $M_1C_1V_1 = +\varphi_1$; $M_1O'_1V_1 = +\sigma'_1$; unghiul de incidență este $-i_1$, cel de refracție $-i'_1$.

2.2. Formule fundamentale ale dioptrului sferic

Aceste relaţii generale se vor obţine în aproximaţia lui Gauss.

Fie O_1 un punct obiect pe axa optică a dioptrului S_1 (fig. 19). Raza O_1V_1 coincide cu axa optică, este normală la suprafaţa dioptrului şi se propagă mai departe în prelungire după V_1O_1'.

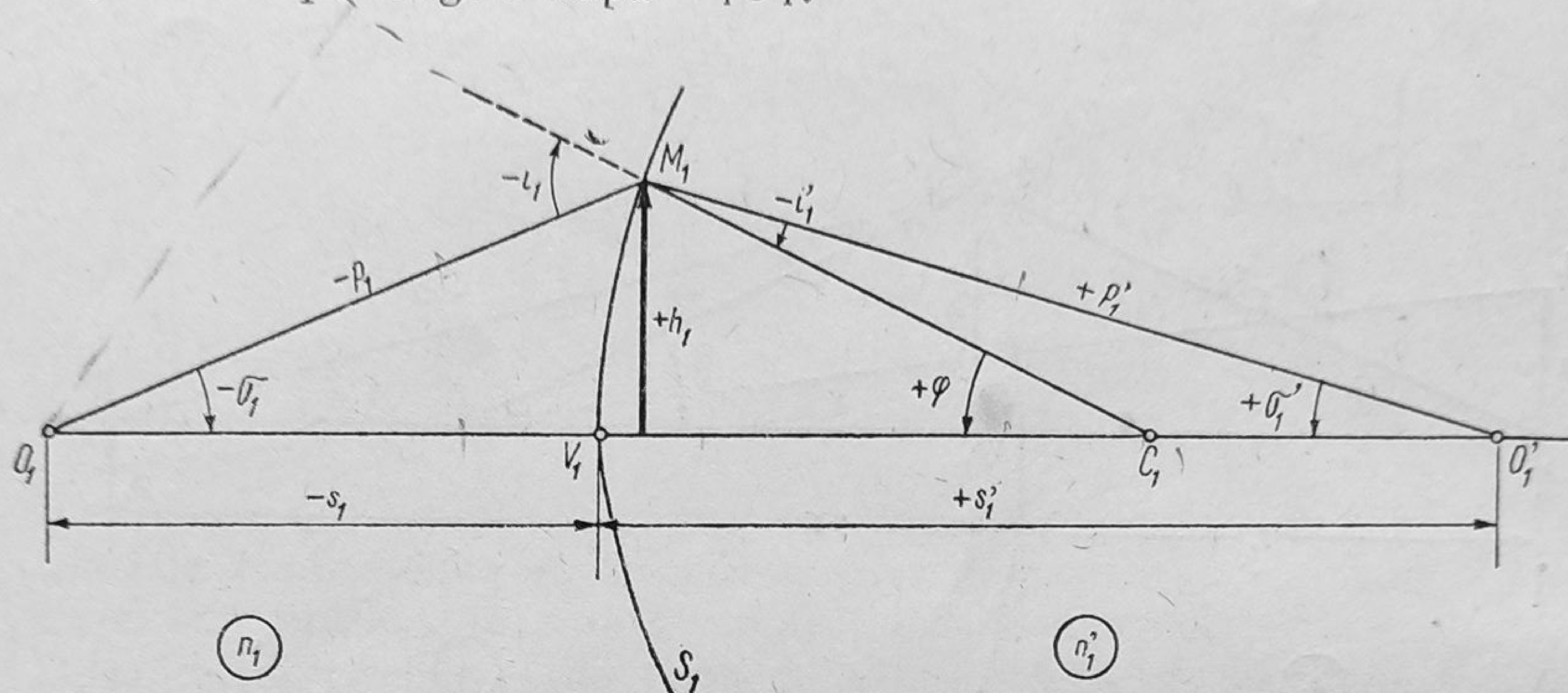


Fig. 19.

O altă rază O_1M_1 care face unghiul $-\sigma_1$ cu axa optică, se va refracta în punctul M_1 după raza M_1O_1' şi în O_1' va forma imaginea lui O_1, locul de întretăiere a celor două raze refractate.

În triunghiurile $O_1C_1M_1$ şi $O_1'C_1M_1$ vom avea relaţiile:

$$\frac{O_1C_1}{O_1M_1}=\frac{\sin i_1}{\sin \varphi} \quad \text{şi} \quad \frac{O_1'C_1}{O_1'M_1}=\frac{\sin i_1'}{\sin \varphi} \tag{2-1}$$

sau ţinînd seama de semne:

$$\frac{[-s_1+(+r_1)]}{-p_1}=\frac{\sin(-i_1)}{\sin(+\varphi)}=\frac{-\sin i_1}{+\sin \varphi} \tag{2-2}$$

şi

$$\frac{[+s_1'-(+r_1)]}{+p_1'}=\frac{\sin(-i_1')}{\sin(+\varphi)}=\frac{-\sin i_1'}{+\sin \varphi}. \tag{2-3}$$

Ţinînd seama de aproximaţia lui Gauss, atunci pentru $+h_1$ mic avem: $-p_1 \approx -s_1$ şi $+p_1' \approx +s_1'$. Făcînd raportul relaţiilor de mai sus se obţine:

$$\frac{(-s_1+r_1)}{-s_1}\cdot\frac{s_1'}{s_1'-r_1}=\frac{\sin i_1}{\sin i_1'}=\frac{n_1'}{n_1}, \tag{2-4}$$

deoarece avem invariantul $n_1 \sin i_1 = n_1' \sin i_1'$.

Vom avea apoi:

$$n_1\left(\frac{-s_1+r_1}{-s_1}\right)=n_1'\left(\frac{s_1'-r_1}{+s_1'}\right) \tag{2-5}$$

sau

$$n_1\left(1-\frac{r_1}{s_1}\right)=n_1'\left(1-\frac{r_1}{s_1'}\right) \tag{2-6}$$

şi prin împărţire cu r_1 avem:

$$n_1\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{s_1}\right)=n_1'\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{s_1'}\right)=Q \tag{2-7}$$

Q ia numirea de *invariantul lui Abbe.*

Din invariantul lui Abbe se obţine relaţia care ne dă poziţiile punctelor conjugate O_1 şi O_1' astfel:

$$\frac{n_1}{r_1}-\frac{n_1}{s_1}=\frac{n_1'}{r_1}-\frac{n_1'}{s_1'} \tag{2-8}$$

sau

$$-\frac{n_1}{s_1}+\frac{n_1'}{s_1'}=\frac{n_1'-n_1}{r_1}. \tag{2-9}$$

Expresia $\frac{n_1'-n_1}{r_1}=\Phi_1$ se notează cu Φ_1 şi este o mărime caracteristică dioptrului — fiind o constantă a dioptrului, numită şi *puterea de refracţie* a dioptrului.]

În cazul particular cînd punctul obiect O_1 se găseşte la infinit, deci $-s_1=-\infty$, adică fasciculul de raze care cade pe dioptru este un fascicul de raze paralele cu axa optică (fig. 20), atunci relaţia punctelor conjugate devine*:

$$-\frac{n_1}{\infty}+\frac{n_1'}{\bar{\bar{s}}_1'}=\frac{n_1'-n_1}{r_1}=\Phi_1, \tag{2-10}$$

adică

$\frac{n_1'}{\bar{\bar{s}}_1'}=\Phi_1=\frac{1}{f_1}$ şi razele se strîng într-un punct F_1' numit *focarul*

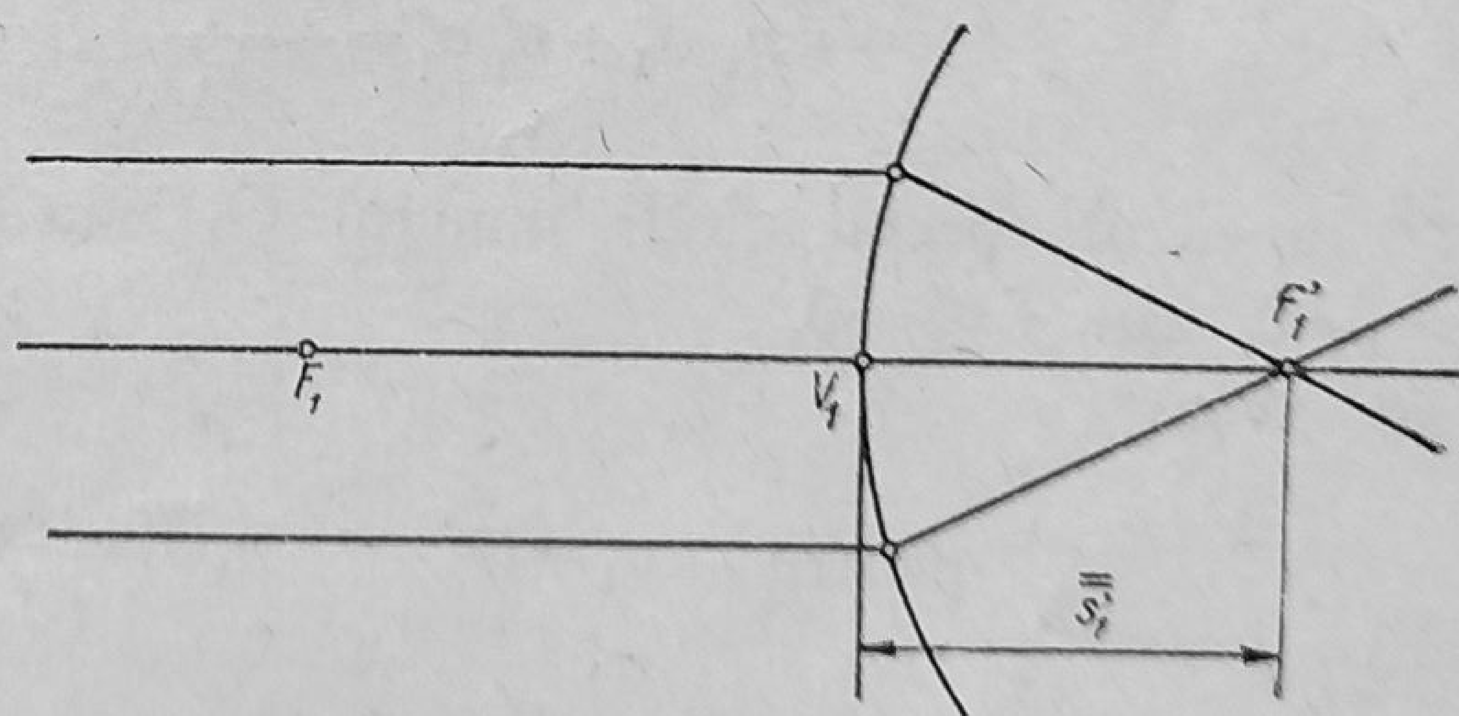


Fig. 20.

*) Toate mărimile notate cu două bare deasupra $(\bar{\bar{s}}_1')$ se referă la cazul fasciculelor paraxiale.

imagine al dioptrului, a cărui poziţie este dată de $\overline{\overline{s}}'_1$ din relaţia:

$$\frac{\overline{\overline{s}}'_1}{n'_1}=\frac{1}{\Phi_1}=f_1 \qquad \overline{\overline{s}}'_1=n'_1 f_1 \tag{2-11}$$

unde f_1 ia numirea de *distanţa focală* a dioptrului, iar $\overline{\overline{s}}'_1$ ia numirea, în acest caz, de *frontifocala imagine.*

Invers, fasciculul de raze paralele paraxiale, care vin din spaţiul imagine, este strîns în focarul obiect F_1, a cărui poziţie este dată de frontifocala obiect $-\overline{\overline{s}}_1$, obţinută din relaţia punctelor conjugate:

$$-\frac{\overline{\overline{s}}_1}{n_1}=\frac{1}{\Phi_1}=f_1 \qquad -\overline{\overline{s}}_1=n_1 f_1. \tag{2-12}$$

După cum se vede din relaţiile de mai sus, distanţa focală $f_1=\frac{r_1}{n'_1-n_1}$ este o mărime constantă care caracterizează dioptrul sferic S_1.

Putem obţine o relaţie care stabileşte poziţia punctelor conjugate şi în funcţie de unghiurile $-\sigma_1$ şi $+\sigma'_1$ astfel:

Deoarece $|g| <\!< |s_1|$ şi $|g'| <\!< |s'_1|$, atunci în aproximaţia lui Gauss vom avea:

$$\frac{+h_1}{-s_1}=-\sigma_1 \quad \text{şi} \quad \frac{+h_1}{+s'_1}=+\sigma'_1 \tag{2-13}$$

şi deci din relaţia punctelor conjugate

$$-\frac{n_1}{s_1}+\frac{n'_1}{s'_1}=\frac{n'_1-n_1}{r_1}, \tag{2-14}$$

prin înmulţirea cu $+h_1$ vom obţine relaţia:

$$-n_1\sigma_1+n'_1\sigma'_1=\frac{n'_1-n_1}{r_1}h_1=\Phi_1 h_1=\frac{1}{f_1}h_1 \tag{2-15}$$

În cazul special cînd punctul O_1, sau O'_1, se găseşte la infinit, adică $-\sigma_1=0$, sau $+\sigma'_1=0$,
vom avea:

$$\text{pentru } -\sigma_1=0 \qquad n_1\overline{\overline{\sigma}}'_1=\frac{h_1}{f_1} \quad \text{deci } f_1=\frac{h_1}{n_1\overline{\overline{\sigma}}'_1} \tag{2-16}$$

şi pentru

$$+\sigma'_1=0 \qquad -n_1\overline{\overline{\sigma}}_1=\frac{h_1}{f_1} \quad \text{deci } f_1=-\frac{h_1}{n_1\overline{\overline{\sigma}}_1}. \tag{2-17}$$

2.3. Mărirea. Invariantul lui Langrange-Helmholtz. Fluxul optic

În cazul unui obiect liniar mic $O_1A_1 = +y_1$ (fig. 21) se formează imaginea, în aproximaţia lui Gauss, $O_1'A_1' = -y_1'$ tot liniară.

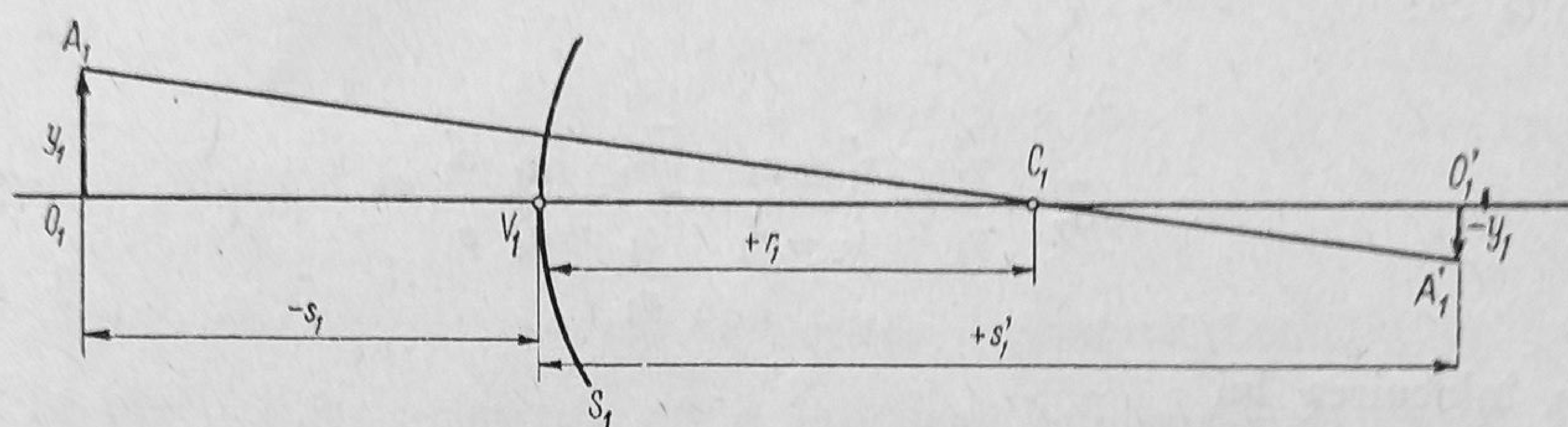


Fig. 21.

Prin definiţie mărirea m_1' produsă de dioptru este dată de:

$$m_1' = \frac{y_1'}{y_1} \tag{2-18}$$

Ea se mai numeşte şi *mărirea transversală* şi o vom putea nota cu m_y'. Din asemănarea triunghiurilor care se formează prin trasarea razei A_1C_1, care trece prin centrul C_1, deci este normală la suprafaţa dioptrului, rezultă:

$$\frac{-y_1'}{+s_1' - r_1} = \frac{+y_1}{-s_1 + r_1}, \tag{2-19}$$

adică:

$$\frac{-y_1'}{+y_1} = \frac{+s_1' - r_1}{-s_1 + r_1} \tag{2-20}$$

deci:

$$\frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1' - r_1}{s_1 - r_1}, \tag{2-21}$$

Însă din invariantul lui Abbe Q:

$$Q = n_1\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{s_1}\right) = n_1'\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{s_1'}\right) \tag{2-22}$$

rezultă:

$$\frac{Q}{n_1} = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{s_1 - r_1}{r_1 s_1}, \tag{2-23}$$

deci:

$$s_1 - r_1 = Q\frac{r_1 s_1}{n_1} \tag{2-24}$$

şi:

$$\frac{Q}{n_1'}=\frac{1}{r_1}-\frac{1}{s_1'}=\frac{s_1'-r_1}{r_1 s_1'}, \quad \text{deci} \quad s_1'-r_1=\frac{Q r_1 s_1'}{n_1'} \quad . \tag{2-25}$$

Rezultă că:

$$m_{1y}'=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'-r_1}{s_1-r_1}=\frac{\dfrac{s_1'}{n_1'}}{\dfrac{s_1}{n_1}}=\frac{n_1}{n_1'}\,\frac{s_1'}{s_1} \tag{2-26}$$

Prin înlocuirea lui

$$s_1'=\frac{h_1}{\operatorname{tg}\sigma_1'}\approx\frac{h_1}{\sigma_1'} \tag{2-27}$$

şi

$$s_1=\frac{h_1}{\operatorname{tg}\sigma_1}\approx\frac{h_1}{\sigma_1} \tag{2-28}$$

avem:

$$m_{1y}'=\frac{\dfrac{1}{n_1'}\cdot\dfrac{h_1}{\operatorname{tg}\sigma_1'}}{\dfrac{1}{n_1}\cdot\dfrac{h_1}{\operatorname{tg}\sigma_1}}=\frac{n_1\operatorname{tg}\sigma_1}{n_1'\operatorname{tg}\sigma_1'}\approx\frac{n_1\sigma_1}{n_1'\sigma_1'} \tag{2-29}$$

Cum însă:

$$m_{1y}'=\frac{y_1'}{y_1}, \tag{2-30}$$

atunci din relaţia precedentă vom avea:

$$y_1 n_1 \operatorname{tg}\sigma_1=y_1' n_1' \operatorname{tg}\sigma_1' \tag{2-31}$$

sau

$$y_1 n_1 \sigma_1=y_1' n_1' \sigma_1' \tag{2-32}$$

care ia numirea de invariantul lui Lagrange-Helmholtz.
Tot din relaţia:

$$m_{1y}'=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{n_1\sigma_1}{n_1'\sigma_1'} \tag{2-33}$$

se obţine relaţia:

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_1}m_{1y}'=\frac{n_1}{n_1'} \tag{2-34}$$

de unde

$$m'_{1\sigma}=\frac{\sigma'_1}{\sigma_1}=\frac{n_1}{n'_1}\cdot\frac{1}{m'_{1y}}=\frac{n_1}{n'_1}\cdot\frac{\frac{s_1}{n_1}}{\frac{s'_1}{n'_1}}=\frac{n_1}{n'_1}\cdot\frac{n'_1}{n_1}\cdot\frac{s_1}{s'_1}=\frac{s_1}{s'_1} \qquad (2\text{-}35)$$

care leagă raportul unghiurilor $\frac{\sigma'_1}{\sigma_1}$ de mărimea m'_{1y}.

Mărirea $m'_{1\sigma}=\frac{\sigma'_1}{\sigma}$ ia numirea de *mărirea unghiulară* (notată şi γ).

În practică însă obiectele au o întindere bidimensională, adică au o suprafaţă: $S=y^2$, iar formarea imaginilor de către dioptrul sferic se face nu numai cu ajutorul unui fascicul de raze conţinut numai în planul figurii, ci cu toate fasciculele care se răspîndesc în spaţiu. De aceea invariantul:

$$y_1 n_1 \sigma_1 = y'_1 n'_1 \sigma'_1 \qquad (2\text{-}36)$$

este un invariant în planul figurii. Prin ridicarea la pătrat a acestui invariant, obţinem:

$$y_1^2 n_1^2 \sigma_1^2 = S_1 n_1^2 \Omega_1, \qquad (2\text{-}37)$$

unde S_1 este suprafaţa obiectului, suprafaţa aşezată normal pe axa optică, iar Ω_1 este unghiul solid sub care se împrăştie razele în spaţiu şi pot pătrunde în dioptru.

Se obţine astfel invariantul (în spaţiu):

$$S_1 n_1^2 \Omega_1 = S'_1 n'^2_1 \Omega'_1. \qquad (2\text{-}38)$$

Expresia $Sn^2\,\Omega$ ia numirea de *fluxul optic*.

2-B. FORMAREA IMAGINILOR ÎN SISTEME DE k DIOPTRI SFERICI COAXIALI

Formulele generale fundamentale care ne redau poziţia şi caracteristicile imaginii unui obiect, formată de un ansamblu — sisteme de dioptri sferici coaxiali — se obţin prin aplicarea pentru fiecare dioptru a relaţiilor fundamentale ale dioptrului sferic, avîndu-se în vedere că imaginea, deci spaţiul imagine a primului dioptru, devine obiectul, adică spaţiul obiect pentru cel de-al doilea dioptru ş.a.m.d.

Relaţiile obţinute pentru sistemul de $k=2$ dioptri se pot apoi generaliza pentru $k=k$ dioptri coaxiali.

2.4. Poziţia imaginii formată de k dioptri coaxiali

Se porneşte de la relaţia fundamentală a dioptrului sferic ($k=1$), adică de la relaţia:

$$-\frac{n_1}{s_1}+\frac{n_1'}{s_1'}=\frac{n_1'-n_1}{r_1} \text{ (pentru dioptrul } S_1). \quad (2\text{-}39)$$

Însă al doilea dioptru S_2 (fig. 22) se găseşte la distanţa $V_1V_2=d_{12}$ de primul dioptru S_1, ceea ce face ca în relaţia fundamentală scrisă pentru al doilea dioptru S_2, adică în:

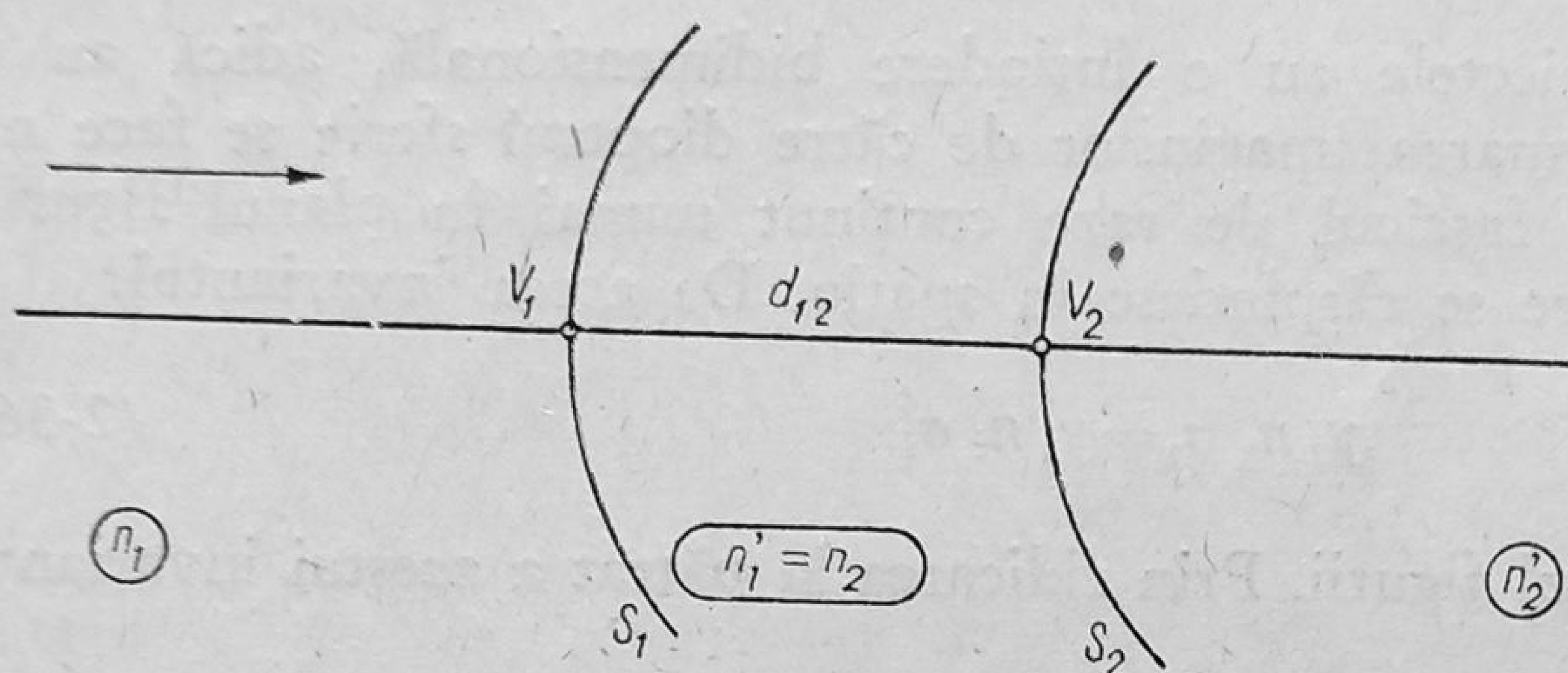


Fig. 22.

$$-\frac{n_2}{s_2}+\frac{n_2'}{s_2'}=\frac{n_2'-n_2}{r_2}$$

(pentru dioptrul S_2). (2-40)

valoarea lui s_2, adică distanţa obiect-vîrful dioptrului V_2, să fie dată de:

$$s_2=-d_{12}-(-s_1')=-d_{12}+s_1'=s_1'-d_{12}. \quad (2\text{-}41)$$

Cu valoarea lui s_2, astfel calculată, se poate obţine valoarea lui s_2'.

Se poate trece în felul acesta şi la k dioptri coaxiali şi se vor obţine şirul de relaţii:

$$s_1'=\frac{n_1'}{\frac{n_1}{s_1}+\frac{n_1'-n_1}{r_1}} \qquad s_2=s_1'-d_{12} \quad (2\text{-}42)$$

$$s_2'=\frac{n_2'}{\frac{n_2}{s_2}+\frac{n_2'-n_2}{r_2}} \qquad s_3=s_2'-d_{23} \quad (2\text{-}43)$$

$$s_k'=\frac{n_k'}{\frac{n_k}{s_k}+\frac{n_k'-n_k}{r_k}} \qquad s_k=s_{k-1}'-d_{(k-1)(k)} \quad (2\text{-}44)$$

$$n_{k-1}'=n_k \quad (2\text{-}45)$$

2.5. Focarele şi distanţa focală a sistemului format din k dioptri coaxiali

S-a arătat la dioptrul sferic că se obţine relaţia:

$$-n_1\sigma_1+n_1'\sigma_1'=\frac{n_1'-n_1}{r_1}\,h_1, \qquad (2\text{-}15)\ (2\text{-}46)$$

care pentru $-\sigma_1=0$ devine:

$$n_1'\overline{\overline{\sigma}}_1'=\frac{n_1'-n_1}{r_1}\,h_1. \qquad (2\text{-}47)$$

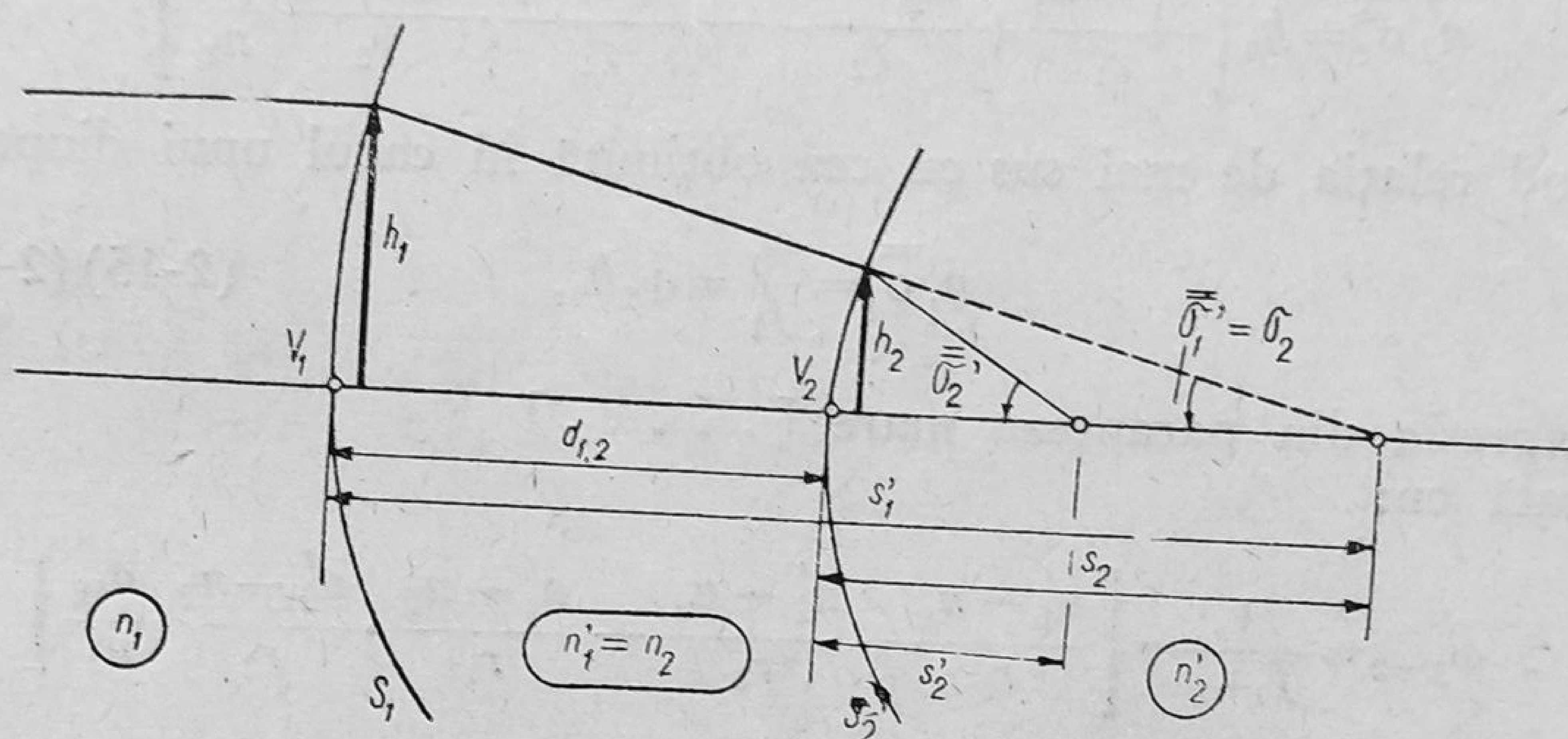


Fig. 23

Din figura 23 se vede că în cazul unui al doilea dioptru avem:

$$\sigma_2=\overline{\overline{\sigma}}_1' \qquad (2\text{-}48)$$

deci

$$n_1\overline{\overline{\sigma}}_1'=\frac{n_1'-n_1}{r_1}\,h_1=n_2\sigma_2 \qquad (2\text{-}49)$$

(deoarece $n_1'=n_2$)
şi că:

$$h_2=h_1-\overline{\overline{\sigma}}_1'\,d_{12}. \qquad (2\text{-}50)$$

Cu datele de mai sus se obţine valoarea lui $n_2'\sigma_2'$ astfel:

$$-n_2\sigma_2+n_2'\sigma_2'=\frac{n_2'-n_2}{r_2}\,h_2=\frac{n_2'-n_2'}{r_2}\,(h_1-\overline{\overline{\sigma}}_1'd_{12}). \qquad (2\text{-}51)$$

Cum $\overline{\overline{\sigma}}_1'=\sigma_2$
urmează că:

$$\overline{\overline{\sigma}}_1'=\sigma_2=\frac{n_1'-n_1}{r_1\,n_2}\,h_1 \qquad (2\text{-}52)$$

şi vom avea în relaţia precedentă:

$$-n_2 \frac{n_1'-n_1}{r_1 n_2} h_1 + n_2' \bar{\bar{\sigma}}_2' = \frac{n_2'-n_2}{r_2} h_1 - \frac{n_2'-n_2}{r_2} \bar{\bar{\sigma}}_1' d_{12} \tag{2-53}$$

sau:

$$n_2' \bar{\bar{\sigma}}_2' = \frac{n_1'-n_1}{r_1} \cdot h_1 + \frac{n_2'-n_2}{r_2} h_1 - \frac{n_1'-n_1}{r_1} \cdot \frac{n_2'-n_2}{r_2} \cdot h_1 \frac{d_{12}}{n_2}, \tag{2-54}$$

adică

$$n_2' \bar{\bar{\sigma}}_2' = h_1 \left[\frac{n_1'-n_1}{r_1} + \frac{n_2'-n_2}{r_2} - \frac{n_1'-n_1}{r_1} \cdot \frac{n_2'-n_2}{r_2} \frac{d_{12}}{n_2} \right]. \tag{2-55}$$

Comparînd relaţia de mai sus cu cea obţinută în cazul unui dioptru sferic:

$$n_1 \bar{\bar{\sigma}}_1' = \frac{h_1}{f_1} = \Phi_1 h_1, \qquad \text{(2-15) (2-16) (2-56)}$$

atunci expresia din paranteza mare [. . . . .]
va fi egală cu:

$$\Phi_{1-2} = \frac{1}{f_{1-2}} = \left[\frac{n_1'-n_1}{r_1} + \frac{n_2'-n_2}{r_2} - \frac{n_1'-n_1}{r_1} \cdot \frac{n_2'-n_2}{r_2} \frac{d_{12}}{n_2} \right] \tag{2-57}$$

şi deci:

$$n_2' \bar{\bar{\sigma}}_2' = h_1 \Phi_{1-2} = h_1 \frac{1}{f_{1-2}}, \tag{2-58}$$

de unde distanţa focală a sistemului format din doi dioptri sferici coaxiali va fi egală cu:

$$f_{1-2} = \frac{h_1}{n_2' \bar{\bar{\sigma}}_2'} \tag{2-59}$$

(pentru cazul cînd $-\sigma_1 = 0$).

În cazul a k dioptri sferici coaxiali avem relaţia generală

$$f_{1-k} = \frac{h_1}{n_k' \bar{\bar{\sigma}}_k'} \tag{2-60}$$

(pentru cazul cînd $-\sigma_1 = 0$).

O altă expresie pentru distanţa focală se poate obţine în funcţie de distanţele s_k şi s_k' a punctelor conjugate, pentru cazul cînd $-s_1 = -\infty$. În relaţiile de mai sus, pentru f_{1-2}, se poate pune, aşa cum rezultă din figura 23:

$$\frac{h_2}{s_2'} \approx \bar{\bar{\sigma}}_2', \quad \text{deci} \quad \bar{\bar{\sigma}}_2' = \frac{h_2}{s_2'} \tag{2-61}$$

şi

$$\frac{h_1}{h_2}=\frac{s_1'}{s_2}. \tag{2-62}$$

Se obţin pentru f_{1-2} expresiile:

$$f_{1-2}=\frac{h_1}{n_2'\sigma_2'}=\frac{h_1}{n_2'\dfrac{h_2}{s_2'}}=\frac{s_2'}{n_2'}\cdot\frac{h_1}{h_2}=\frac{s_1' s_2'}{n_2' s_2}, \tag{2-63}$$

adică

$$f_{1-2}=\frac{1}{n_2'}\cdot\frac{s_1'\cdot s_2'}{s_2} \tag{2-64}$$

(pentru $-s_1=-\infty$)
sau ţinînd seama că:

$$n_2'=n_2 \tag{2-65}$$

se obţine relaţia:

$$f_{1-2}=\frac{\dfrac{s_1'}{n_1'}\cdot\dfrac{s_2'}{n_2'}}{\dfrac{s_2}{n_2}} \tag{2-66}$$

(pentru $-s_1=-\infty$).

Generalizînd pentru sistemul de k dioptri sferici coaxiali, se obţine, pentru distanţa focală f_{1-k}, expresia:

$$f_{1-k}=\frac{\dfrac{s_1'}{n_1'}\cdot\dfrac{s_2'}{n_2'}\,\dfrac{s_3'}{n_3'}\cdots\dfrac{s_k'}{n_k'}}{\dfrac{s_2}{n_2}\cdot\dfrac{s_3}{n_3}\cdots\dfrac{s_k}{n_k}} \tag{2-67}$$

(pentru $-s_1=-\infty$)
şi pentru că:

$$n_{(k-1)}'=n_{(k)} \tag{2-68}$$

se obţine expresia:

$$f_{1-k}=\frac{1}{n_k'}\cdot\frac{s_1'\cdot s_2'\cdot s_3'\cdots s_k'}{s_2\cdot s_3\cdots s} \tag{2-69}$$

(pentru $-s_1=-\infty$).

Introducînd mărimea întrebuințată în calculul optic:

$$\eta_2 = \frac{h_2}{h_1} = \frac{s_2}{s'_1} \tag{2-70}$$

precum și pe

$$\bar{\bar{\sigma}}'_2 = \frac{h_2}{s'_2} \qquad (2\text{-}61)\ (2\text{-}71)$$

în relația:

$$f_{1-2} = \frac{h_1}{n'_2 \bar{\bar{\sigma}}'_2} \qquad (2\text{-}63)\ (2\text{-}72)$$

avem:

$$f_{1-2} = \frac{h_1}{n'_2 \bar{\bar{\sigma}}'_2} = \frac{h_1}{n'_2 \dfrac{h_2}{s'_2}} = \frac{\dfrac{s'_2}{n'_2}}{\dfrac{h_2}{h_1}} \tag{2-73}$$

adică:

$$f_{1-2} = \frac{\dfrac{s'_2}{n'_2}}{\eta_2} = \frac{1}{\eta_2} \cdot \frac{s'_2}{n'_2} \tag{2-74}$$

(pentru $-s_1 = -\infty$).

Generalizînd, avem:

$$h_k = h_{k-1} \frac{s_k}{s'_{k-1}} \quad \text{și} \quad \eta_k = \eta_{k-1} \frac{s_k}{s'_{k-1}} \ \eta_1 = 1 \tag{2-75}$$

obținem pentru sistemul de k dioptri sferici coaxiali expresia:

$$f_{1-k} = \frac{1}{\eta_k} \frac{s'_k}{n'_k} \tag{2-76}$$

(pentru $-s_1 = -\infty$).

2.6. Mărirea dată de un sistem de k dioptri sferici coaxiali

Imaginea formată de primul dioptru sferic, cu mărirea m'_1, devine obiect pentru cel de-al doilea dioptru sferic coaxial care are mărirea m'_2. În acest caz, mărirea totală m' va fi egală cu produsul măririlor parțiale m'_1 și m'_2,

adică:

$$m' = m'_1 \cdot m'_2 \tag{2-77}$$

Pentru primul dioptru sferic avem:

$$m'_1 = \frac{\dfrac{s'_1}{n'_1}}{\dfrac{s_1}{n_1}} = \frac{n_1 \sigma_1}{n'_1 \sigma'_1} \qquad (2\text{-}26)\ (2\text{-}29)\ (2\text{-}78)$$

şi la fel pentru cel de-al doilea dioptru:

$$m'_2 = \frac{\dfrac{s'_2}{n'_2}}{\dfrac{s_2}{n_2}} = \frac{n_2 \sigma_2}{n'_2 \sigma'_2} \tag{2-79}$$

de unde urmează că m' va fi dat de expresiile:

$$m' = \frac{\dfrac{s'_1}{n'_1} \cdot \dfrac{s'_2}{n'_2}}{\dfrac{s_1}{n_1} \cdot \dfrac{s_2}{n_2}} = \frac{n_1}{n'_2} \, \frac{s'_1 \cdot s'_2}{s_1 \, s_2} \tag{2-80}$$

şi

$$m' = \frac{n_1 \sigma_1}{n'_1 \sigma'_1} \cdot \frac{n_2 \sigma_2}{n'_2 \sigma'_2} = \frac{n_1 \sigma_1}{n'_2 \sigma'_2} \tag{2-81}$$

deoarece după cum s-a arătat

$$n'_1 = n_2 \quad \text{şi} \quad n'_1 \sigma'_1 = n_2 \sigma_2. \tag{2-82}$$

Pentru un sistem de k dioptri coaxiali vom avea relaţiile generale:

$$m' = m'_1 \cdot m'_2 \cdot m'_3 \cdots m'_k \tag{2-83}$$

$$m' = \frac{\dfrac{s'_1}{n'_1} \cdot \dfrac{s'_2}{n'_2} \cdot \dfrac{s'_3}{n'_3} \cdots \dfrac{s'_k}{n'_k}}{\dfrac{s_1}{n_1} \cdot \dfrac{s_2}{n_2} \cdot \dfrac{s_3}{n_3} \cdots \dfrac{s_k}{n_k}} = \frac{n_1}{n'_k} \cdot \frac{s'_1 \, s'_2 \, s'_3 \cdots s'_k}{s_1 \, s_2 \, s_3 \cdots s_k} \tag{2-84}$$

$$m' = \frac{n_1 \sigma_1}{n'_k \sigma'_k} \tag{2-85}$$

2.7. Formulele lui Newton

În loc de a lucra cu distanţele $-s_1$ şi s_1', $-s_2$ şi s_2', etc. este de multe ori mai comod de a determina poziţiile punctelor conjugate faţă de focarele sistemului optic, focarul din spaţiul obiect, F, şi cel din spaţiul imagine, F'.

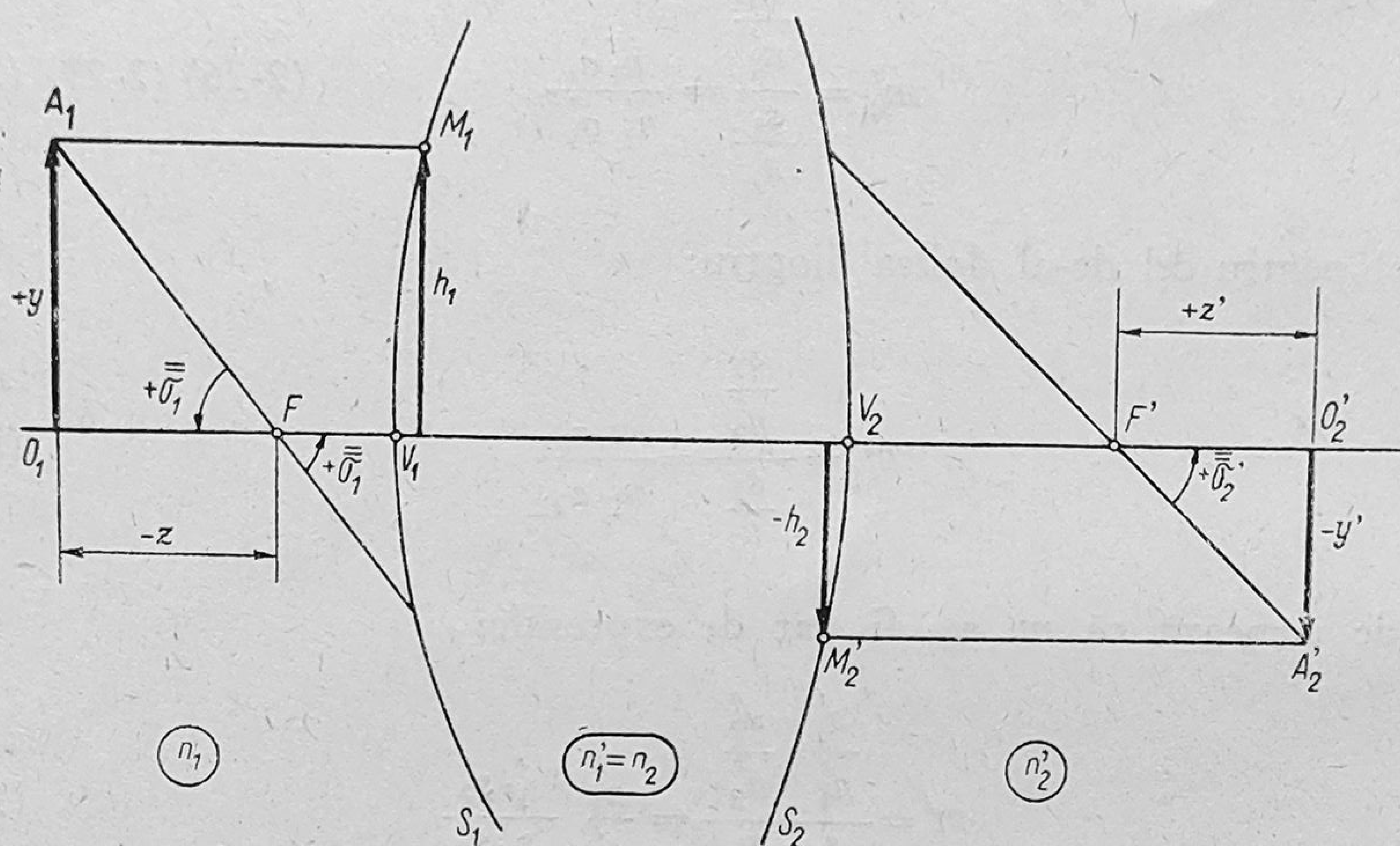


Fig. 24.

Astfel în cazul a doi dioptri sferici coaxiali S_1 şi S_2 (fig. 24), raza A_1M_1, paralelă cu axa optică V_1V_2, va trece prin focarul imagine F', formînd cu axa optică unghiul $+\bar{\bar{\sigma}}_2'$. Vom avea în acest caz:

$$\bar{\bar{\sigma}}_2' = -\frac{1}{n_2'} \cdot \frac{h_1}{f_{1-2}}, \text{ deoarece } -\sigma_1 = 0. \qquad (2\text{-}58)\ (2\text{-}86)$$

Pentru raza $A_2'M_2'$, care vine din spaţiul imagine şi pătrunde în spaţiul obiect şi care trece prin focarul F, deoarece este paralelă cu axa optică V_1V_2, vom avea unghiul $+\bar{\bar{\sigma}}_1$ dat de relaţia:

$$\bar{\bar{\sigma}}_1 = -\frac{1}{n_1} \cdot \frac{h_2}{f_{1-2}}, \text{ deoarece } \sigma_2' = 0. \qquad (2\text{-}87)$$

Din figură se vede că

$$+h_1 = +y \quad \text{şi} \quad -h_2 = -y' \qquad (2\text{-}88)\ (2\text{-}89)$$

şi de asemenea, ţinînd seama de aproximaţia lui Gauss, avem:

$$\frac{+y}{-z} = \operatorname{tg} \bar{\bar{\sigma}}_1 \approx \bar{\bar{\sigma}}_1 \qquad (2\text{-}90)$$

şi

$$\frac{-y'}{+z'}=\operatorname{tg}\bar{\bar{\sigma}}_2'\approx\bar{\bar{\sigma}}_2', \tag{2-91}$$

unde cu z şi z′ am notat distanţele obiect-focarul obiect, respectiv imagine — focarul imagine. Vom avea deci:

$$\bar{\bar{\sigma}}_1=\frac{+y}{-z}=-\frac{1}{n_1}\cdot\frac{h_2}{f_{1-2}}=-\frac{1}{n_1}\cdot\frac{y'}{f_{1-2}}, \tag{2-92}$$

de unde:

$$m'=\frac{y'}{y}=n_1\frac{f_{1-2}}{z}=\frac{f_{1-2}}{\left(\frac{z}{n_1}\right)}. \tag{2-93}$$

De asemenea:

$$\bar{\bar{\sigma}}_2'=\frac{-y'}{+z'}=\frac{1}{n_2'}\cdot\frac{h_1}{f_{1-2}}=\frac{1}{n_2'}\cdot\frac{y}{f_{1-2}} \tag{2-94}$$

de unde:

$$m'=\frac{y'}{y}=-\frac{1}{n_2'}\frac{z'}{f_{1-2}}=-\frac{\left(\frac{z'}{n_2'}\right)}{f_{1-2}}. \tag{2-95}$$

Egalînd cele două expresii găsite pentru mărirea m', obţinem *formula lui Newton:*

$$m'=\frac{f_{1-2}}{\left(\frac{z}{n_1}\right)}=-\frac{\left(\frac{z'}{n_2'}\right)}{f_{1-2}} \tag{2-96}$$

adică:

$$\left(\frac{z}{n_1}\right)\left(\frac{z'}{n_2'}\right)=-f_{1-2}^2 \tag{2-97}$$

În cazul a k dioptri coaxiali avem relaţia generalizată:

$$\frac{z}{n_1}\cdot\frac{z'}{n_k'}=-f_{1-k}^2 \tag{2-98}$$

2.8. Planele principale şi poziţiile lor

Să admitem că asupra unui sistem format din doi dioptri sferici S_1 şi S_2 (nu prea îndepărtaţi între ei, deci d_{12} potrivit de mare) cade un fascicul de raze paralele cu axa optică, venind din spaţiul obiect (fig. 25). În acest caz,

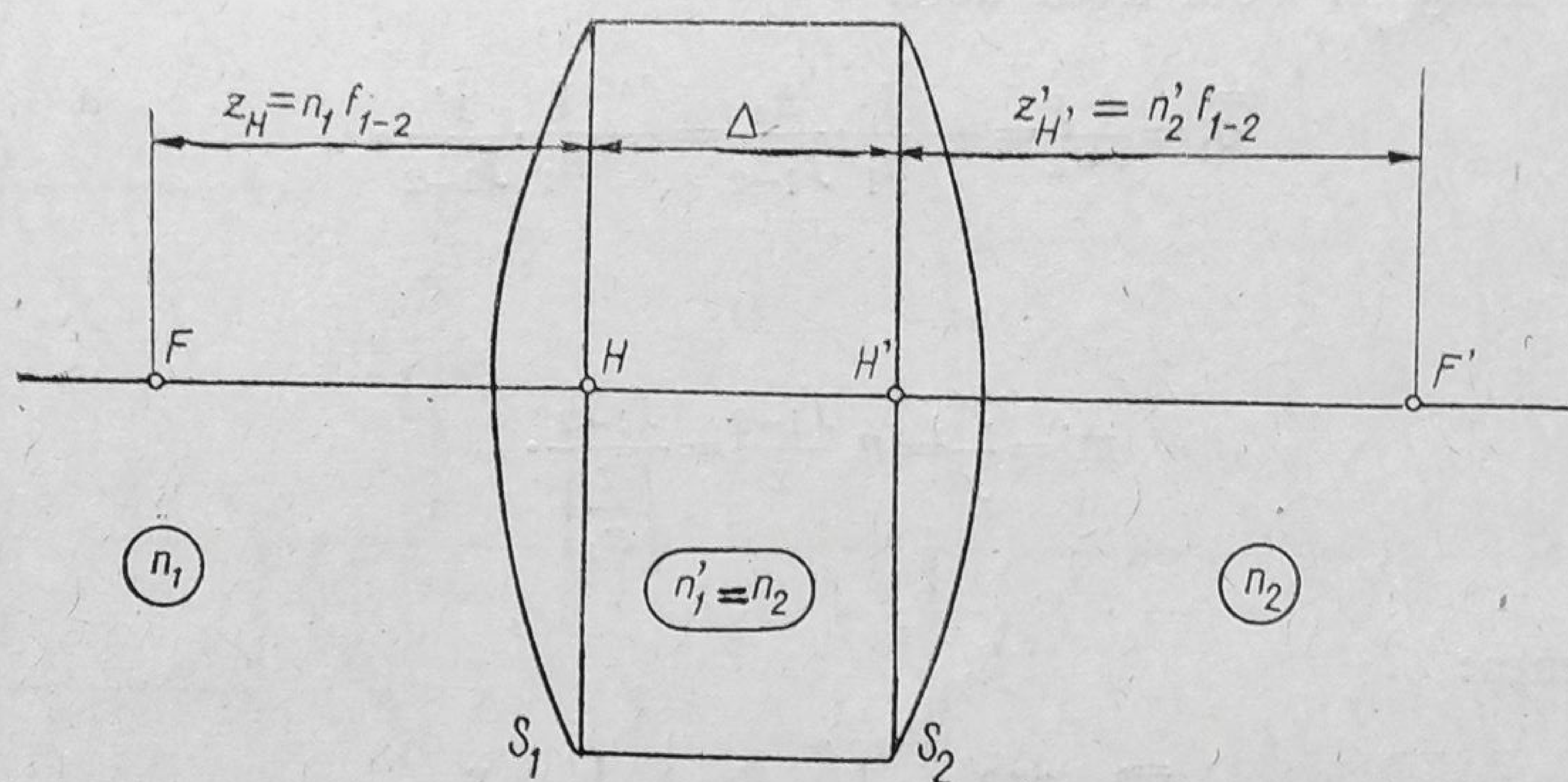


Fig. 25.

fasciculul de raze va fi strîns în focarul imagine (al sistemului) F'. Mărirea m' a imaginii este zero, deoarece

$$y' = 0 \tag{2-99}$$

deci:

$$m' = \frac{y'}{y} = 0 \tag{2-100}$$

şi întrebuinţînd relaţiile care duc la formulele lui Newton se obţine:

$$m' = 0 = -\frac{\left(\frac{z'}{n'_2}\right)}{f_{1-2}}, \tag{2-101}$$

de unde $\frac{z'}{n'_2} = 0$, deci $z' = 0$ şi

$$m' = 0 = \frac{f_{1-2}}{\left(\frac{z}{n_1}\right)}, \tag{2-102}$$

de unde $\frac{z}{n_1} = \infty$, deci $z = \infty$, adică rezultatele obţinute în conformitate cu situaţia specială propusă.

Invers, în cazul unui fascicul de raze paralele cu axa optică, care vine dinspre spaţiul imagine, vom avea strîngerea fasciculului în focarul obiect F şi deci vom avea $y=0$, de unde:

$$m'=\frac{y'}{y}=\infty, \tag{2-103}$$

şi ca urmare:

$$m'=\infty=-\frac{\left(\frac{z'}{n'_2}\right)}{f_{1-2}}, \tag{2-104}$$

de unde $\left(\frac{z'}{n'_2}\right)=\infty$, deci $z'=\infty$, şi

$$m'=\infty=\frac{f_{1-2}}{\left(\frac{z}{n_1}\right)}, \tag{2-105}$$

de unde $\left(\frac{z}{n_1}\right)=0$, deci $z=0$.

Din cele de mai sus rezultă că pentru valorile lui m' egale cu 0, respectiv ∞, se stabilesc poziţiile focarelor F şi F'.

În cazul cînd $m'=+1$ se pot găsi poziţiile unor puncte importante numite *punctele principale* H şi H' care precizează poziţiile *planelor principale, care prin definiţie corespund la punctele conjugate pentru care mărirea este egală cu* $+1$ *(Gauss).*

Din $m'=+1$ se găsesc distanţele z_H şi $z'_{H'}$ a acestor puncte şi plane principale faţă de focare:

$$m'=+1=-\frac{\left(\frac{z'_{H'}}{n'_2}\right)}{f_{1-2}} \tag{2-106}$$

deci

$$\left(\frac{z'_{H'}}{n'_2}\right)=-f_{1-2}, \tag{2-107}$$

adică:

$$z'_{H'}=-n'_2 f_{1-2}=H'F' \tag{2-108}$$

şi

$$m'=+1=\frac{f_{1-2}}{\left(\frac{z_H}{n_1}\right)} \tag{2-109}$$

deci:

$$\frac{z_H}{h_1} = f_{1-2} \tag{2-110}$$

adică:

$$z_H = n_1 f_{1-2} = FH \tag{2-111}$$

Generalizînd pentru k dioptri sferici coaxiali vom avea:

$$z_H = FH = n_1 f_{1-k} \tag{2-112}$$

$$z'_{H'} = H'F' = -n'_k f_{1-k} \tag{2-113}$$

Distanţa geometrică, HH', între cele două plane principale ia denumirea de *interstiţiu sau interval optic* şi se notează cu Δ.

Dacă se ia mărirea m' egală cu $m' = -1$, atunci în acelaşi mod se pot defini planele *antiprincipale*.

Planele principale au un mare rol simplificator la trasarea razelor în vederea construirii imaginilor printr-un sistem optic format din dioptri sferici coaxiali. Astfel o rază A_1M_1 paralelă cu axa optică este desenată că se propagă nedeviată pînă la planul principal imagine H' (fig. 26), unde are loc devierea ei trecînd prin focarul F'. Toate refracţiile prin cei k dioptri sînt astfel înlocuite în această construcţie grafică printr-o singură deviere suferită de raza respectivă numai la planul principal H'.

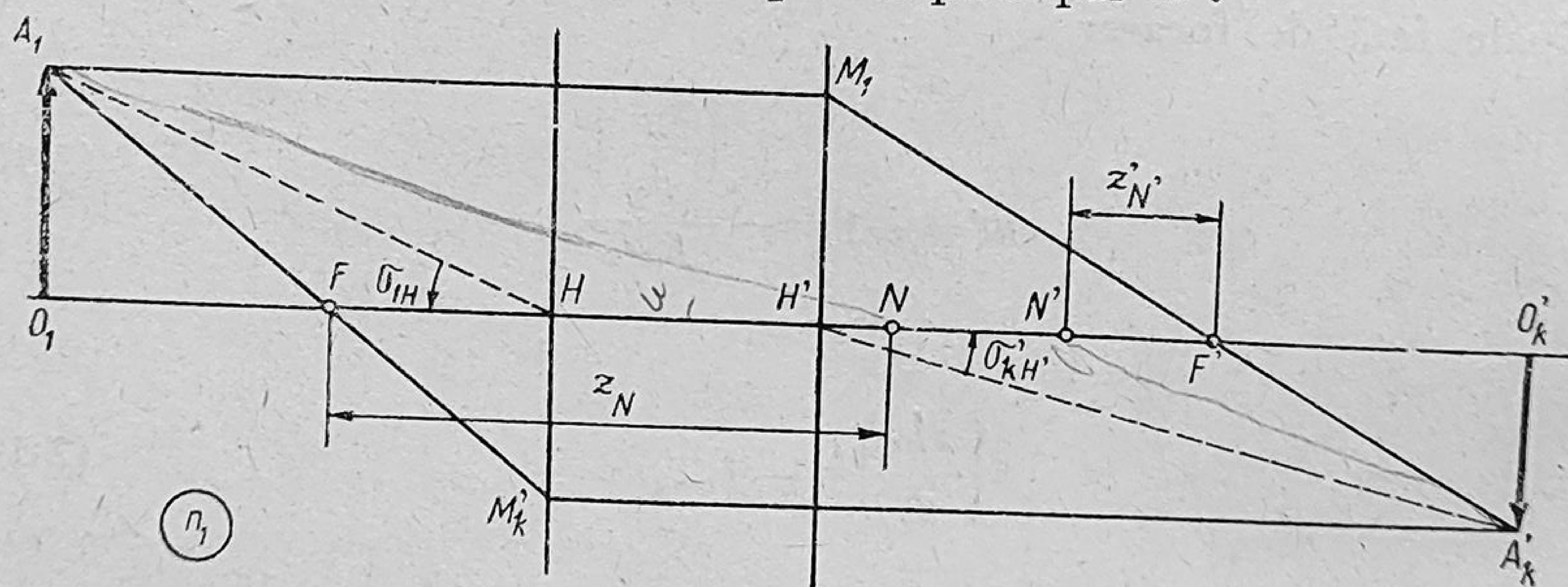


Fig. 26.

O altă rază $A_1M'_k$ care trece prin focarul obiect F va fi trasată apoi paralelă cu axa optică după ce a ajuns la planul principal obiect H. Ea va ieşi deci din sistemul de k dioptri paralelă cu axa optică.

Întretăierea razelor $M_1A'_k$ şi $M'_kA'_k$ formează imaginea A'_k a punctului obiect A_1.

2.9. Punctele nodale. Elementele cardinale

Din figura precedentă se observă că unghiurile σ_{1H} şi $\sigma'_{kH'}$ cu vîrfurile în punctele principale H şi H' nu sînt egale între ele, $\sigma_{1H} \neq \sigma'_{kH'}$, deoarece în cazul teoretic general, indicii de refracție ai mediilor extreme sînt luați diferiți, $n'_1 \neq n'_k$.

În optica geometrică se definesc *punctele nodale* N şi N', acele puncte conjugate, obiect şi imagine, pentru care avem:

$$\sigma_{1N} = \sigma'_{kN'}. \qquad (2\text{-}114)$$

Din relația generală pentru mărirea m':

$$m' = \frac{n_1 \sigma_1}{n'_k \sigma'_k} \qquad (2\text{-}85)\ (2\text{-}115)$$

se obține în acest caz pentru m'_N:

$$m'_N = \frac{n_1 \sigma_{1N}}{n'_k \sigma'_{kN'}} = \frac{n_1}{n'_k}. \qquad (2\text{-}116)$$

Relațiile lui Newton pentru mărirea m':

$$m' = \frac{y'}{y} = -\frac{\left(\frac{z'}{n'_k}\right)}{f_{1-k}} \qquad (2\text{-}117)$$

şi

$$m' = \frac{y'}{y} = \frac{f_{1-k}}{\left(\frac{z}{n_1}\right)} \qquad (2\text{-}118)$$

ne dau pentru m'_N, deci pentru valorile lui $z'_{N'}$ şi z_N

$$m'_N = \frac{n_1}{n'_k} = -\frac{\left(\frac{z'_{N'}}{n'_k}\right)}{f_{1-k}} = +\frac{f_{1-k}}{\left(\frac{z_N}{n_1}\right)}; \qquad (2\text{-}119)$$

$$z_N = n'_k f_{1-k} = H'F' \qquad (2\text{-}120)$$

şi

$$z'_{N'} = -n_1 f_{1-k} = HF \qquad (2\text{-}121)$$

Punctele principale şi nodale şi planurile principale, împreună cu focarele sistemului optic, constituie *elementele cardinale* ale sistemului optic, cu ajutorul cărora putem construi în aproximaţia lui Gauss, imaginea unui obiect plan.

2.10. Invariantul lui Lagrange-Helmholtz. Fluxul optic

Acest invariant se păstrează şi în cazul a *k* dioptri sferici coaxiali, adică:

$$y_1 n_1 \operatorname{tg} \sigma_1 = y_2 n_2 \operatorname{tg} \sigma_2 = \cdots = y_k n_k \operatorname{tg} \sigma_k = y'_k n'_k \operatorname{tg} \sigma'_k \qquad (2\text{-}122)$$

sau:

$$y_1 n_1 \sigma_1 = y_2 n_2 \sigma_2 = \cdots = k_k n_k \sigma_k = y'_k n'_k \sigma'_k. \qquad (2\text{-}123)$$

Fluxul optic este de asemenea un invariant:

$$S_1 n_1^2 \Omega_1 = S_2 n_2^2 \Omega_2 = \cdots = S_k n_k^2 \Omega_k = S'_k n'^2_k \Omega'_k. \qquad (2\text{-}124)$$

Capitolul 3

FORMAREA IMAGINILOR ÎN DOMENIUL PARAXIAL PRINTR-UN INSTRUMENT OPTIC

3.1. Formula lentilei

Instrumentele optice sînt formate din sisteme optice, care la rîndul lor, în general, sînt constituite din dioptri sferici coaxiali.

Un instrument optic mai complicat este format dintr-un obiectiv şi un ocular. Acestea sînt cufundate într-un acelaşi mediu optic — aerul —, astfel că vom avea de aplicat în aceste cazuri nişte relaţii simplificate, datorită tocmai acestui fapt.

Deoarece $n_1 = n'_k \approx 1$ (aerul), atunci focarele F şi F' ale sistemului optic se vor găsi la aceeaşi distanţă de planele principale H şi H' ale sistemului optic, format din mai mulţi dioptri sferici coaxiali, adică:

$$z_H = FH = n_1 f_{1-k} = f_{1-k} \tag{3-1}$$

şi

$$z'_{H'} = H'F' = -n'_k f_{1-k} = -f_{1-k} \tag{3-2}$$

adică:

$$|z_H| = |z'_{H'}| = |f_{1-k}| \tag{3-3}$$

După cum uşor se poate dovedi, în acest caz punctele nodale N şi N' se confundă cu punctele principale H şi H'. Utilizînd schema care ne redă modul cum putem obţine poziţia şi mărimea imaginii $O'_k A'_k$ a obiectului $O_1 A_1$ utilizînd planele principale H şi H' (fig. 27), din asemănarea triunghiurilor

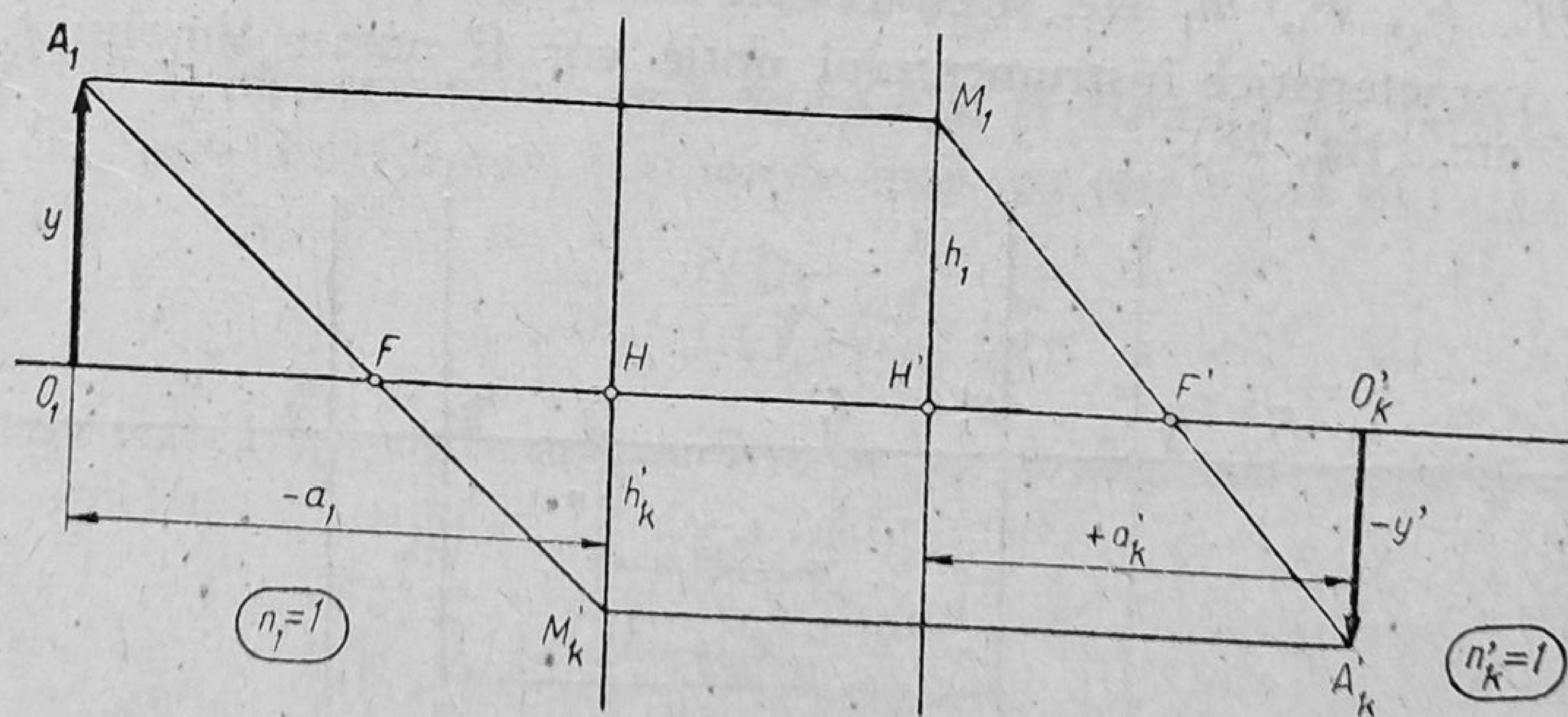


Fig. 27

O_1A_1F şi FM'_kH, precum şi a triunghiurilor $M_1H'F'$ şi $F'A'_k\,O'_k$, ţinînd seama că $H'M_1=h_1=y$ şi $HM'_k=h'_k=y'$ şi notînd distanţa de la obiect la planul principal H, adică HO_1 cu $-a_1$ şi distanţa $H'O'_k$ cu $+a'_k$, vom avea relaţiile:

$$-m'=\frac{-y'}{y}=\frac{-y'}{h_1}=\frac{+a'_k-f_{1-k}}{f_{1-k}} \tag{3-4}$$

şi

$$-m'=\frac{-y'}{y}=\frac{-h'_k}{y}=\frac{f_{1-k}}{-a_1-f_{1-k}}, \tag{3-5}$$

de unde:

$$\frac{a'_k-f_{1-k}}{f_{1-k}}=\frac{f_{1-k}}{-a_1-f_{1-k}} \tag{3-6}$$

$$(a'_k-f_{1-k})(-a_1-f_{1-k})=f^2_{1-k} \tag{3-7}$$

$$-a_1a'_k+a_1f_{1-k}-a'_kf_{1-k}+f^2_{1-k}=f^2_{1-k} \tag{3-8}$$

sau

$$-a'_kf_{1-k}+a_1f_{1-k}=+a_1a'_k \tag{3-9}$$

sau împărţind cu $a_1a'_kf_{1-k}$

$$-\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a'_k}=\frac{1}{f_{1-k}} \tag{3-10}$$

care se mai numeşte şi *formula lentilei.*

3.2. Instrument optic format din două sisteme optice

Deoarece cele două sisteme optice acţionează în acelaşi mediu optic, aerul, vom putea întrebuinţa formula lentilei şi, prin faptul că imaginea furnizată de primul sistem optic devine obiect pentru cel de-al doilea sistem optic, se va putea obţine formula generală pentru distanţa focală a ansamblului celor două sisteme optice, adică a instrumentului optic.

Vom nota cu I toate mărimile şi poziţiile caracteristice primului sistem: f_I, H_I, H'_I, F_I, F'_I, m'_I etc. şi cu II cele corespunzătoare sistemului al doilea. Mărimile caracteristice instrumentului optic vor fi notate simplu: f, H, H', F, F', m' etc. (fig. 28).

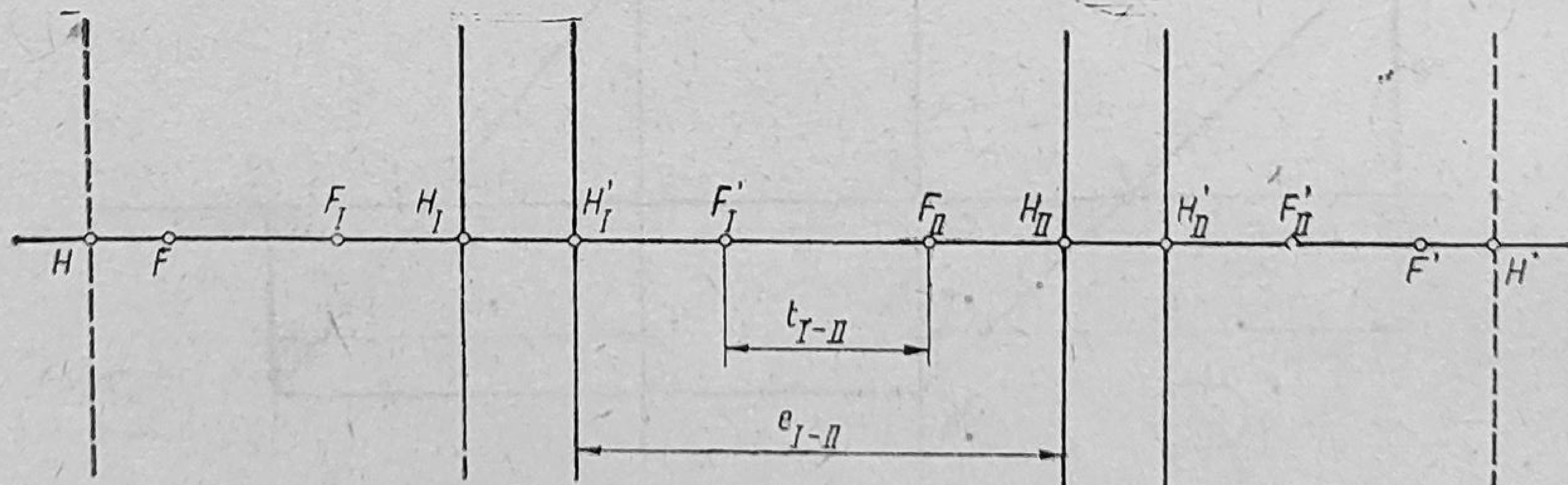


Fig. 28.

Distanţa între focarul posterior F'_I al primului sistem şi focarul anterior F_{II} al sistemului al doilea se notează cu $t_{I\text{-}II}$.

Distanţa între planele principale H'_I şi H_{II} se notează cu $e_{I\text{-}II}$.

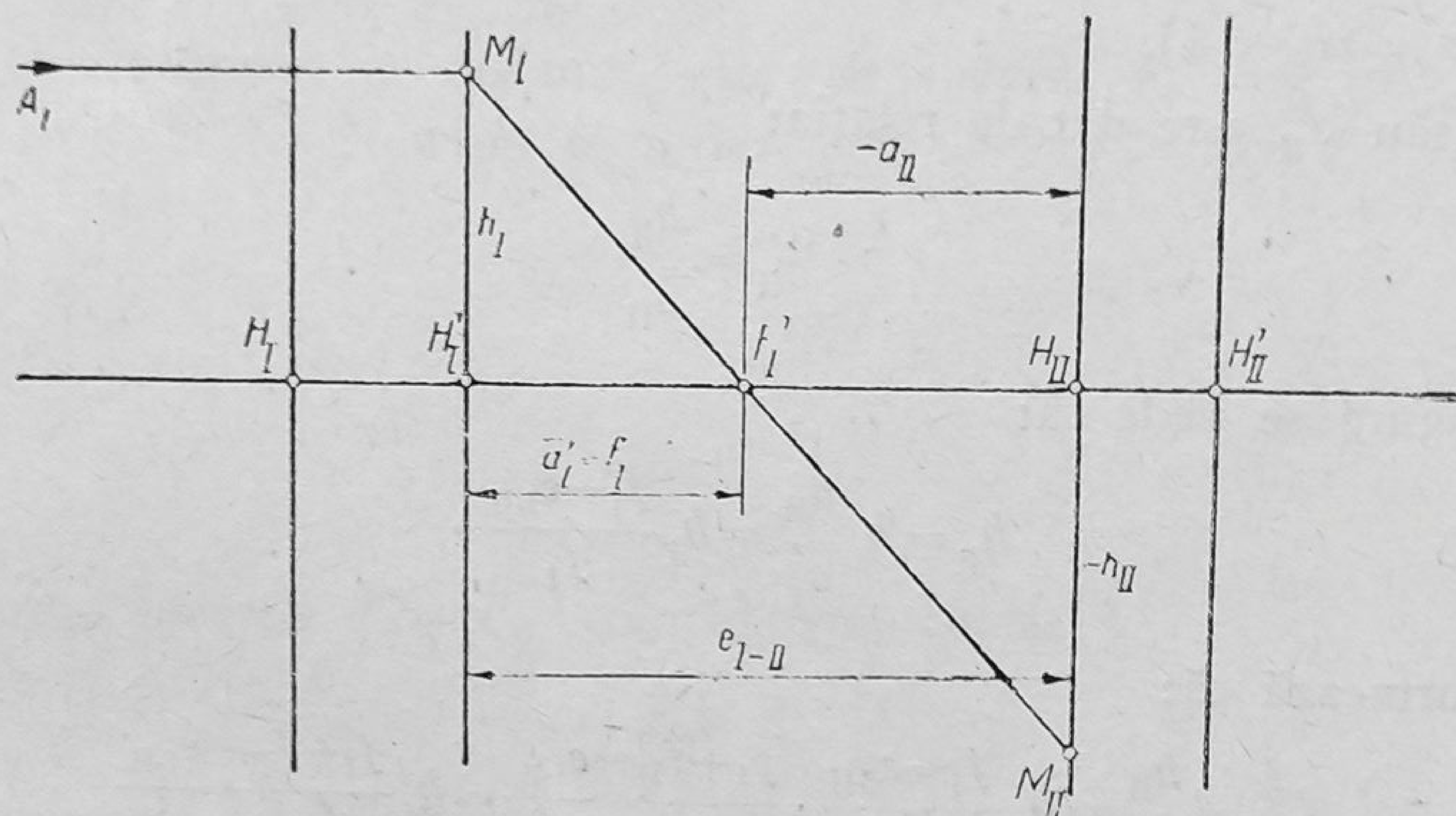


Fig. 29.

Un fascicul de raze paralele cu axa optică care cade pe primul sistem optic va fi strîns în focarul F'_I, vezi figura 29. Utilizînd formula lentilei

$$-\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a'_k}=\frac{1}{f_{1-k}} \tag{3-10}$$

pentru a afla locul unde se formează imaginea pentru F'_I dată de sistemul optic II, vom avea :

— $a_I=-\infty$ deci $\overline{\overline{a'_I}}=f_I$ pentru sistemul I;

— $a_{II}=e_{I\text{-}II}-f_I$ şi deci $\overline{\overline{a'_{II}}}$ va fi dat de:

$$\frac{1}{\overline{\overline{a'_{II}}}}=\frac{1}{a_{II}}+\frac{1}{f_{II}}=\frac{1}{f_I-e_{I\text{-}II}}+\frac{1}{f_{II}}. \tag{3-11}$$

Focarul F' al instrumentului optic se va găsi la distanţa $\overline{\overline{a'_{II}}}$ faţă de planul principal H'_{II}, care din formula lentilei de mai sus este egală cu:

$$\overline{\overline{a'_{II}}}=\frac{f_{II}\,(f_I-e_{I\text{-}II})}{f_I+f_{II}-e_{I\text{-}II}} \tag{3-12}$$

Distanţa focală f a instrumentului optic va fi dată de relaţia generală a sistemelor optice:

$$f_{1-k}=\frac{h_1}{n'_k\,\overline{\overline{\sigma'_k}}} \qquad (2\text{-}60)\ (3\text{-}13)$$

(pentru $\sigma_1=0$),

adică de:

$$f=\frac{h_I}{\overline{\overline{\sigma}}'_{II}} \tag{3-14}$$

(deoarece $n'_k=n'_{II}\approx 1$).
La rîndul său $\overline{\overline{\sigma}}'_{II}$ este dat de relaţia:

$$\overline{\overline{\sigma}}'_{II}=\frac{h_{II}}{\overline{\overline{a}}'_{II}} \tag{3-15}$$

Or, din figură se vede că:

$$h_{II}=h_I\frac{a_{II}}{\overline{\overline{a}}'_I}=h_I\frac{f_I-e_{I\text{-}II}}{f_I}, \tag{3-16}$$

de unde urmează că:

$$\overline{\overline{\sigma}}'_{II}=\frac{h_{II}}{\overline{\overline{a}}'_{II}}=h_I\frac{f_I-e_{I\text{-}II}}{f_I}\cdot\frac{f_I+f_{II}-e_{I\text{-}II}}{f_{II}(f_I-e_{I\text{-}II})}=h_I\frac{f_I+f_{II}-e_{I\text{-}II}}{f_I f_{II}} \tag{3-17}$$

şi deci distanţa focală f va fi egală cu:

$$f=\frac{h_I}{\overline{\overline{\sigma}}'_{II}}=\frac{f_I f_{II}}{f_I+f_{II}-e_{I\text{-}II}} \tag{3-18}$$

sau exprimată sub forma puterii de refracţie $\Phi=\frac{1}{f}$:

$$\Phi=\frac{1}{f}=\frac{f_I+f_{II}-e_{I\text{-}II}}{f_I f_{II}}=\frac{1}{f_I}+\frac{1}{f_{II}}-\frac{e_{I\text{-}II}}{f_I f_{II}} \tag{3-19}$$

şi cum $\frac{1}{f_I}=\Phi_I$ şi $\frac{1}{f_{II}}=\Phi_{II}$ vom avea:

$$\Phi=\Phi_I+\Phi_{II}-e_{I\text{-}II}\,\Phi_I\,\Phi_{II} \tag{3-20}$$

— O altă relaţie practică se obţine dacă se exprimă distanţa focală f în funcţie de distanţa $t_{I\text{-}II}$, distanţa dintre focarele F'_I şi F_{II}, care se mai numeşte şi *lungimea tubului* instrumentului optic.

Se vede din figură că:

$$e_{I\text{-}II}=f_I+f_{II}+t_{I\text{-}II} \tag{3-21}$$

şi în relaţia:

$$f=\frac{f_I f_{II}}{f_I+f_{II}-e_{I\text{-}II}} \tag{3-22}$$

vom avea:

$$f=-\frac{f_I f_{II}}{t_{I\text{-}II}} \tag{3-23}$$

— În cazul cînd $t_{I\text{-}II}=0$, adică cînd focarele F'_I și F_{II} coincid, atunci $f=\infty$. Un astfel de instrument optic ia numirea de *sistem telescopic*. La aceste sisteme, mărimea m' este o constantă care nu depinde de poziția obiectului față de sistem.

Acest fapt se demonstrează astfel:

Un obiect așezat la distanța $-z_I$ de focarul F_I are imaginea în z'_I, astfel că formula lui Newton se scrie:

$$z_I z'_I = -f_I^2 \tag{3-24}$$

deci:

$$m'_I = +\frac{f_I}{z_I}. \tag{3-25}$$

Deoarece focarele F'_I și F_{II} coincid, vom avea:

$$z_{II} = z'_I, \tag{3-26}$$

astfel că formula lui Newton pentru cel de-al doilea sistem devine:

$$z_{II} z'_{II} = -f_{II}^2 \quad \text{cu} \quad m'_{II} = +\frac{f_{II}}{z_{II}}. \tag{3-27}$$

Dar cum:

$$z_{II} = z'_{II} = -\frac{f_I^2}{z_I} \tag{3-28}$$

vom avea:

$$m'_{II} = -\frac{f_{II}\, z_I}{f_I^2}. \tag{3-29}$$

Mărirea dată de instrumentul optic va fi:

$$m' = m'_I\, m'_{II} = \left(+\frac{f_I}{z_I}\right)\left(-\frac{f_{II}\, z_I}{f_I^2}\right) = -\frac{f_{II}}{f_I} \tag{3-30}$$

adică mărirea m' este dată de raportul distanțelor focale și nu depinde de poziția obiectului față de instrument.

— O formulă importantă se poate obține pentru puterea de refracție Φ, dacă se întrebuințează mărimea :

$$\eta_{II} = \frac{h_{II}}{h_I} = \frac{a_{II}}{a'_I} \tag{3-31}$$

care duce, din cauză că $-a_I = -\infty$, deci $a'_I = f_I$, la

$$-a_{II} = e_{I\text{-}II} - a'_I = e_{I\text{-}II} - f_I \tag{3-32}$$

la :

$$\eta_{II} = \frac{a_{II}}{a'_I} = \frac{f_I - e_{I-II}}{f_I} = 1 - \frac{e_{I-II}}{f_I} = 1 - e_{I-II}\,\Phi_I. \qquad (3\text{-}33)$$

În relaţia deja stabilită :

$$\Phi = \Phi_I + \Phi_{II} - e_{I-II}\Phi_I\Phi_{II}, \qquad (3\text{-}20) \quad (3\text{-}34)$$

înlocuind valoarea lui e_{I-II} cu

$$e_{I-II}\ \frac{1-\eta_{II}}{\Phi_I} \qquad (3\text{-}35)$$

vom obţine :

$$\Phi = \Phi_I + \Phi_{II} - \left(\frac{1-\eta_{II}}{\Phi_I}\right)\Phi_I\Phi_{II} = \Phi_I + \Phi_{II} - \Phi_{II} + \eta_{II}\Phi_{II}, \qquad (3\text{-}36)$$

deci :

$$\Phi = \Phi_I + \eta_{II}\Phi_{II} \qquad (3\text{-}37)$$

3.3. Instrument format din K sisteme optice.

Am arătat că dacă instrumentul este format din două sisteme optice, atunci puterea de refracţie Φ_{I-II} este dată de :

$$\Phi_{I-II} = \Phi_I + \eta_{II}\Phi_{II} \qquad (3\text{-}38)$$

Dacă la acest sistem adăugăm un al treilea sistem, atunci :

$$\Phi_{I-III} = \Phi_{I-II} + \eta_{III}\Phi_{III} = \Phi_I + \eta_{II}\Phi_{II} + \eta_{III}\Phi_{III}\,. \qquad (3\text{-}39)$$

ceea ce duce prin generalizare pentru K sisteme la relaţia :

$$\Phi = \Phi_I + \eta_{II}\Phi_{II} + \eta_{III}\Phi_{III} + \cdots + \eta_K\Phi_K, \qquad (3\text{-}40)$$

iar distanţa focală a instrumentului optic va fi dată de relaţia :

$$f = \frac{1}{\Phi} \qquad (3\text{-}41)$$

Mărirea dată de instrumentul optic compus din K sisteme optice va fi dată de :

$$m' = m'_I \cdot m'_{II} \cdot m'_{III} \cdots m'_K \qquad (3\text{-}42)$$

Capitolul 4

ABERAȚIILE SISTEMELOR OPTICE

4.1. Introducere

În optica razelor paraxiale, în optica aproximației lui Gauss, imaginea unui obiect satisface la anumite condiții, și anume :

a) pentru un obiect punctiform se obține o imagine tot punctiformă, deci o *imagine stigmatică ;*

b) pentru un obiect mic plan așezat normal pe axa optică, *imaginea* este tot *plană ;*

c) imaginea este asemănătoare obiectului, adică nedeformată, adică se obține o *imagine ortoscopică.*

Domeniul paraxial este foarte important pentru prima fază a precizării modului de formare a imaginii în sistemul și instrumentul optic.

Întrebuințarea de fascicule largi sau mult înclinate față de axa optică duce la obținerea de imagini deformate și nepunctiforme, adică la imagini cu aberații. Studiul aberațiilor optice este absolut necesar pentru cunoașterea mărimii lor și a mijloacelor de a micșora efectele lor în scopul obținerii de imagini cît mai bune cu ajutorul instrumentului optic.

4-A. ASTIGMATISMUL

4.2. Fascicul astigmatic. Focalele lui Sturm

Să trecem acum de la raza de lumină la un fascicul îngust care suferă refracțiile — sau reflexiile — la suprafețele dioptrilor sistemelor optice și să urmărim atît mersul razelor acestui fascicul, cît și forma pe care o ia suprafața de undă corespunzătoare. Acest caz apare la formarea imaginilor obiectelor care sînt mult depărtate fața de axa optică. Pentru obținerea imaginii unui punct axial în aproximația lui Gauss este nevoie să întrebuințăm o diafragmă care să limiteze deschiderea fasciculului, pentru a avea astfel la dispoziție razele paraxiale. Dacă obiectul este întins, atunci prin deschiderea diafragmei respective va trece un fascicul de raze care pornește de la un punct obiect, care este depărtat față de axa optică. Acest fascicul îngust va cădea oblic pe suprafața primului dioptru și imaginea formată va fi afectată de aberația de astigmatism.

Se constată și se arată și prin calcul că razele din fasciculul îngust mai depărtate de axa optică sînt mai puternic abătute către axa optică

decît celelalte, în cazul refracţiei la suprafaţa sferică a unui dioptru convergent. Aceasta arată imediat că dacă fasciculul homocentric incident a admis o suprafaţă sferică ca suprafaţă de undă, această suprafaţă de undă a ieşit deformată din sistemul optic.

Din geometria analitică se cunosc unele proprietăţi ale suprafeţelor, proprietăţi care sînt utile în optica geometrică.

Să considerăm un element de suprafaţă curbă. Să construim normala la această suprafaţă, dintr-un punct al suprafeţei. Prin această normală să ducem un plan — planul normal — care să intersecteze elementul de suprafaţă. Linia de intersecţie a planului cu suprafaţa curbă se numeşte secţiunea plană normală a suprafeţei în punctul respectiv sau *secţiunea normală*. Această secţiune normală are o curbură, căci elementul de linie curbă (de pe suprafaţă) poate fi asimilat cu un element de arc de cerc. Prin rotirea planului normal în jurul normalei, secţiunea normală se schimbă. La o rotire de 180° se obţin două valori extreme pentru raza de curbură : una minimă şi una maximă.

Poziţiile secţiunilor corespunzătoare acestor două valori extreme ale razelor de curbură sînt perpendiculare între ele. De aceea ele iau numirea de *secţiuni principale*. Lor le corespund deci două valori extreme ale razelor de curbură, care iau numirea de *raze de curbură principale*.

În cazul cînd în punctul considerat de pe elementul de suprafaţă, curbura tuturor secţiunilor normale este aceeaşi, atunci acele puncte se numesc *puncte de rotunjire*. Astfel, la un elipsoid de revoluţie, cele două capete ale axei de rotaţie sînt puncte de rotunjire. În cazul unei suprafeţe sferice, razele de curbură sînt egale între ele pentru orice secţiune normală.

Fie un element de suprafaţă ΔS şi din punctul O ridicăm normala ON (fig. 30). Secţiunile principale sînt s_1 şi s_2. Dacă dintr-un punct M apropiat de O, dar care nu se găseşte pe una din secţiunile principale, ridicăm normala MN', aceasta nu va intersecta — în genere — normala ON. Dacă însă vom lua puncte situate pe una din secţiunile principale, ca, de exemplu, punctul A (fig. 31), atunci normalele

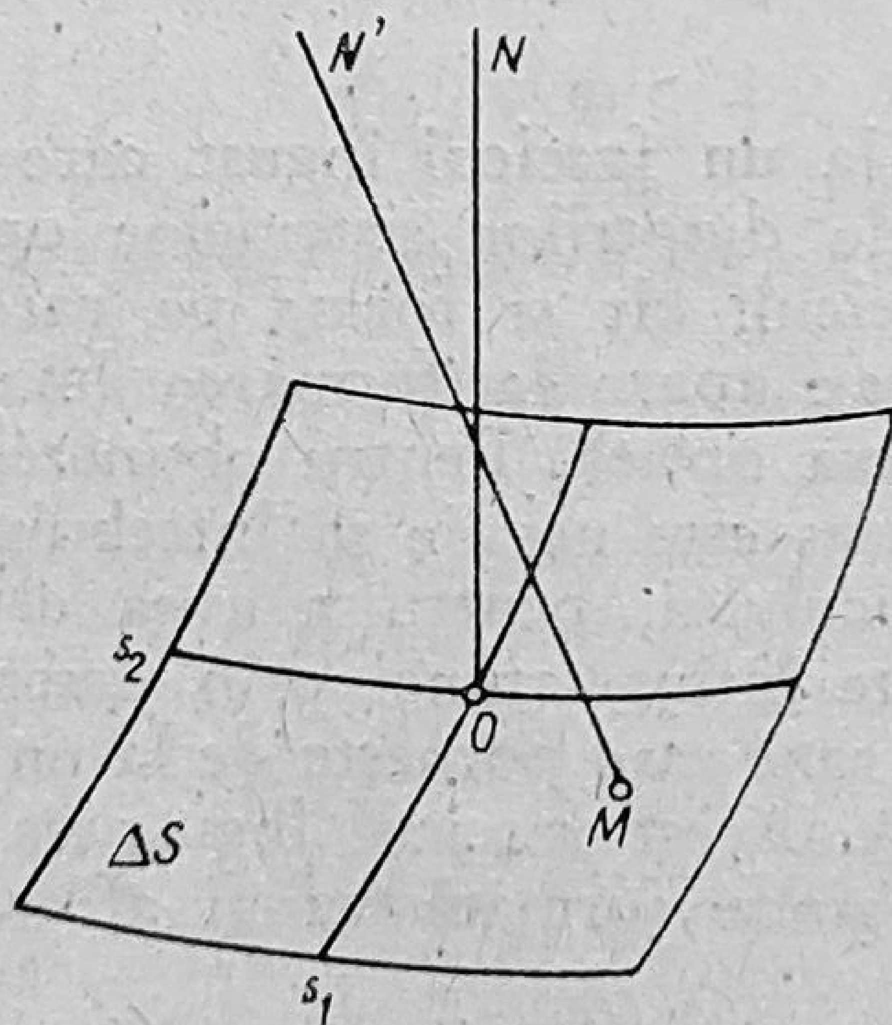


Fig. 30.

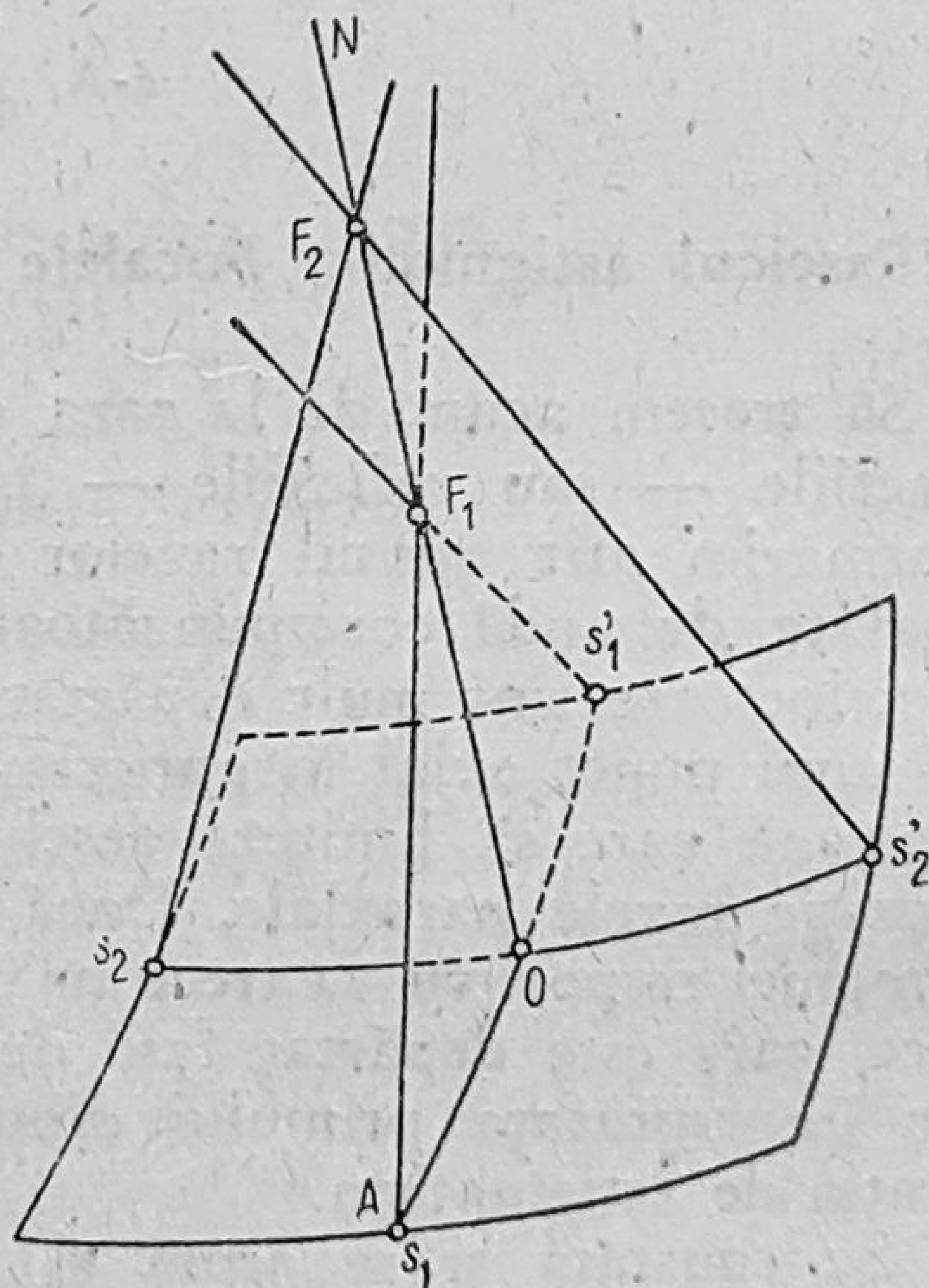


Fig. 31.

duse din aceste puncte se vor intersecta într-un centru F_1. Pentru punctele situate pe cealaltă secţiune principală se obţine de asemenea centrul de convergenţă F_2.

Dacă se vor trasa toate secţiunile principale asemănătoare secţiunilor $s_1 s_1'$ şi $s_2 s_2'$, situate pe elementul de suprafaţă, atunci toate centrele de curbură ale unei grupe de secţiuni principale, de exemplu a acelora asemănătoare secţiunii principale $s_1 s_1'$, sau $s_2 s_2'$, se vor aşeza după elementul liniar $F_1' F_1''$, respectiv $F_2' F_2''$ (fig. 32). În felul acesta, orice normală dusă la elementul de

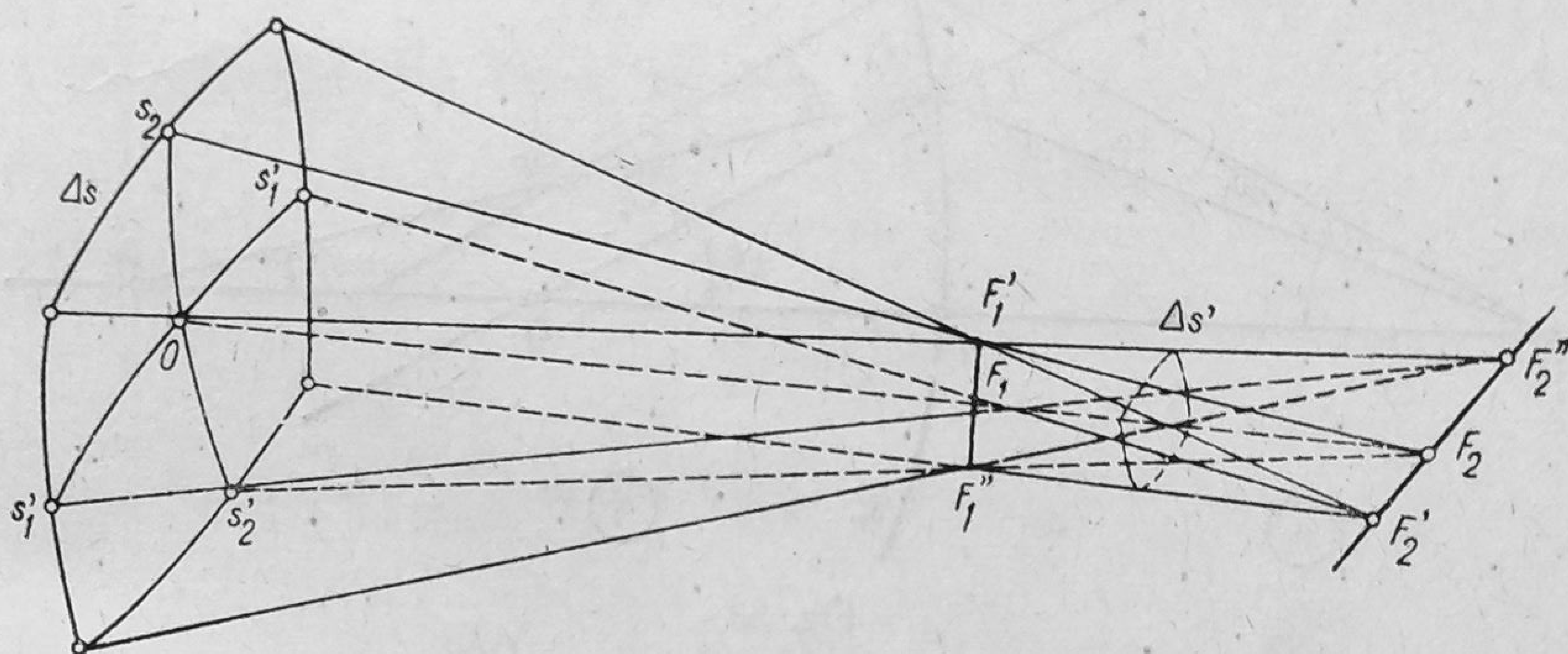


Fig. 32.

suprafaţă ΔS va trece prin cele două elemente liniare $F_1' F_1''$ şi $F_2' F_2''$ înţepînd suprafaţa $\Delta S'$. Aceste normale se găsesc în interiorul unei suprafeţe riglate, numită *conoidul lui Sturm* (1848). Cele două elemente liniare, care în cazul cînd ΔS tinde către zero devin elemente de dreaptă, $F_1' F_1''$ şi $F_2' F_2''$ se numesc *linii focale* sau *focalele lui Sturm*.

Fasciculul de raze care posedă proprietăţile arătate mai sus, este un *fascicul astigmatic*. Distanţa dintre liniile focale, distanţa F_1F_2, se numeşte *distanţa astigmatică*. Suprafaţa dintre aceste focale, $\Delta S'$, este *suprafaţa de minimă împrăştiere* (sau *difuzie*).

Un dioptru sferic pe care cade un fascicul homocentric mult înclinat faţă de axa optică prezintă *aberaţia de astigmatism*. Dacă lăsăm să cadă asupra unui dioptru mai multe fascicule înguste la fel de înclinate faţă de axa optică, şi care pornesc din acelaşi punct de pe axa optică, atunci focalele lui Sturm care sînt mai apropiate de suprafaţa dioptrului se vor aşeza după arcul unui cerc, de unde şi denumirea de *focale tangenţiale* (sau *meridionale*). Cele mai îndepărtate se vor aşeza în jurul axului optic ca spiţele unei roţi, de unde li se trage şi denumirea de *focale radiale* sau *sagitale*.

4.3. Ecuaţiile lui Young

Poziţia focarelor lui Sturm în cazul dioptrului sferic se află astfel: din punctul axial O_1 porneşte fasciculul îngust $O—M_1—N_1$ de deschidere, $-d\sigma_1$, care face unghiul $-\sigma_1$ cu axa optică. Aplicînd legile refracţiei la razele O_1M_1

şi O_1N_1 se obţin razele refractate $N_1O'_{1t}$ şi $M_1O'_{1s}$, punctele O_{1s} şi O'_{1t} indicînd poziţiile focarelor lui Sturm, sagitală şi tangenţială, (fig. 33).

Notăm pe: $O_1M_1 = -p_1$; $M_1O'_{1t} = p'_{1t}$; $M_1O'_{1s} = p'_{1s}$

$$V_1M_1 = +l; \quad M_1N_1 = dl.$$

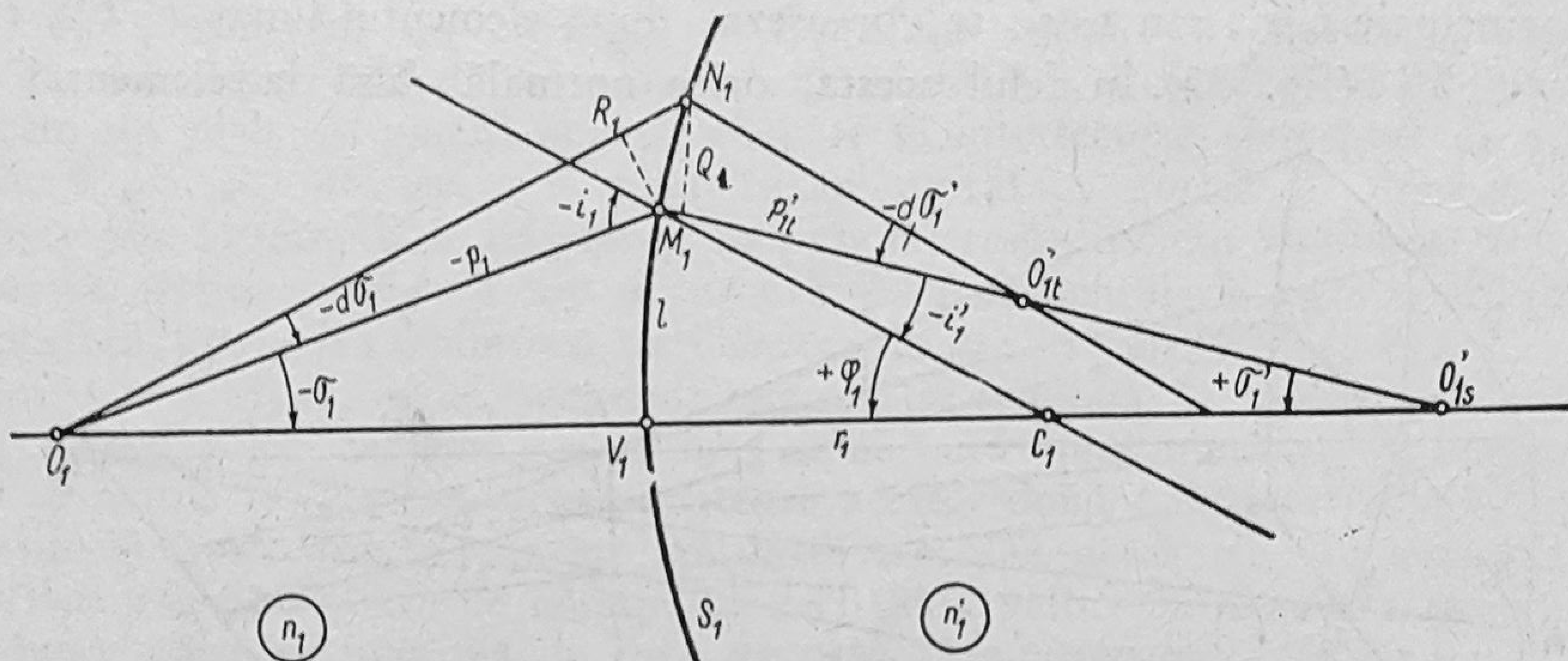


Fig. 33.

Din legea refracţiei:

$$n_1 \sin i_1 = n'_1 \sin i'_1 \tag{4-1}$$

obţinem prin derivare în funcţie de l:

$$n_1 \cos i_1 \frac{di_1}{dl} = n'_1 \cos i'_1 \frac{di'_1}{dl}. \tag{4-2}$$

Din figură se vede că :

$$-i_1 = +\varphi_1 - \sigma_1 ; \quad +\varphi_1 = +\sigma'_1 - i'_1$$

deci

$$i'_1 = \sigma'_1 - \varphi_1 \tag{4-3}$$

şi prin derivare în funcţie de l se obţin relaţiile :

$$-\frac{di_1}{dl} = +\frac{d\varphi_1}{dl} - \frac{d\sigma_1}{dl} \tag{4-4}$$

sau

$$\frac{di_1}{dl} = \frac{d\sigma_1}{dl} - \frac{d\varphi_1}{dl} \tag{4-5}$$

şi

$$\frac{di_1'}{dl}=\frac{d\sigma_1'}{dl}-\frac{d\varphi_1}{dl}. \tag{4-6}$$

Prin introducerea lor în relaţia precedentă se obţine:

$$n_1 \cos i_1\left(\frac{d\sigma_1}{dl}-\frac{d\varphi_1}{dl}\right)=n_1' \cos i_1\left(\frac{d\sigma_1'}{dl}-\frac{d\varphi_1}{dl}\right). \tag{4-7}$$

De asemenea din figură se vede că :

$$l=r_1\varphi_1 \qquad dl=r_1\, d\varphi_1, \tag{4-8}$$

de unde

$$\frac{d\varphi_1}{dl}=\frac{1}{r_1} \tag{4-9}$$

$$\cos i_1=\frac{R_1 M_1}{M_1 N_1}=\cos(-i_1)=\frac{(-p_1)(-d\sigma_1)}{dl}=+p_1\frac{d\sigma_1}{dl} \tag{4-10}$$

$$\cos i_1'=\frac{Q_1N_1}{M_1N_1}=\cos(-i_1')=\frac{p_{1t}'\,d\sigma_1'}{dl}=+p_{1t}'\frac{d\sigma_1}{dl}, \tag{4-11}$$

deci

$$\frac{d\sigma_1}{dl}=\frac{\cos i_1}{p_1} \tag{4-12}$$

şi

$$\frac{d\sigma_1'}{dl}=\frac{\cos i_1'}{p_{1t}'} \tag{4-13}$$

În continuare vom avea invariantul:

$$n_1 \cos i_1\left(+\frac{\cos i_1}{p_1}-\frac{1}{r_1}\right)=n_1' \cos i_1'\left(+\frac{\cos i_1'}{p_{1t}'}-\frac{1}{r_1}\right) \tag{4-14}$$

sau

$$+\frac{n_1 \cos^2 i_1}{p_1}-\frac{n_1 \cos i_1}{r_1}=\frac{n_1' \cos^2 i_1'}{p_{1t}'}-\frac{n_1' \cos i_1'}{r_1} \tag{4-15}$$

şi deci:

$$\frac{n_1' \cos^2 i_1'}{p_{1t}'}-\frac{n_1 \cos^2 i_1}{p_1}=\frac{n_1' \cos i_1'-n_1 \cos i_1}{r_1} \tag{4-16}$$

care este *prima ecuaţie a lui Young*, care stabileşte poziţia focalei tangenţiale.

Calculul poziţiei imaginii sagitale O'_{1s} se face astfel: din triunghiurile asemenea $O_1P_1C_1$ şi $O'_{1s}\ P'_1\ C_1$ (fig. 34) se obţin relaţiile:

$$\frac{P'_1O'_{1s}}{P_1\,O_1}=\frac{C_1\,P'_1}{C_1\,P_1}, \tag{4-17}$$

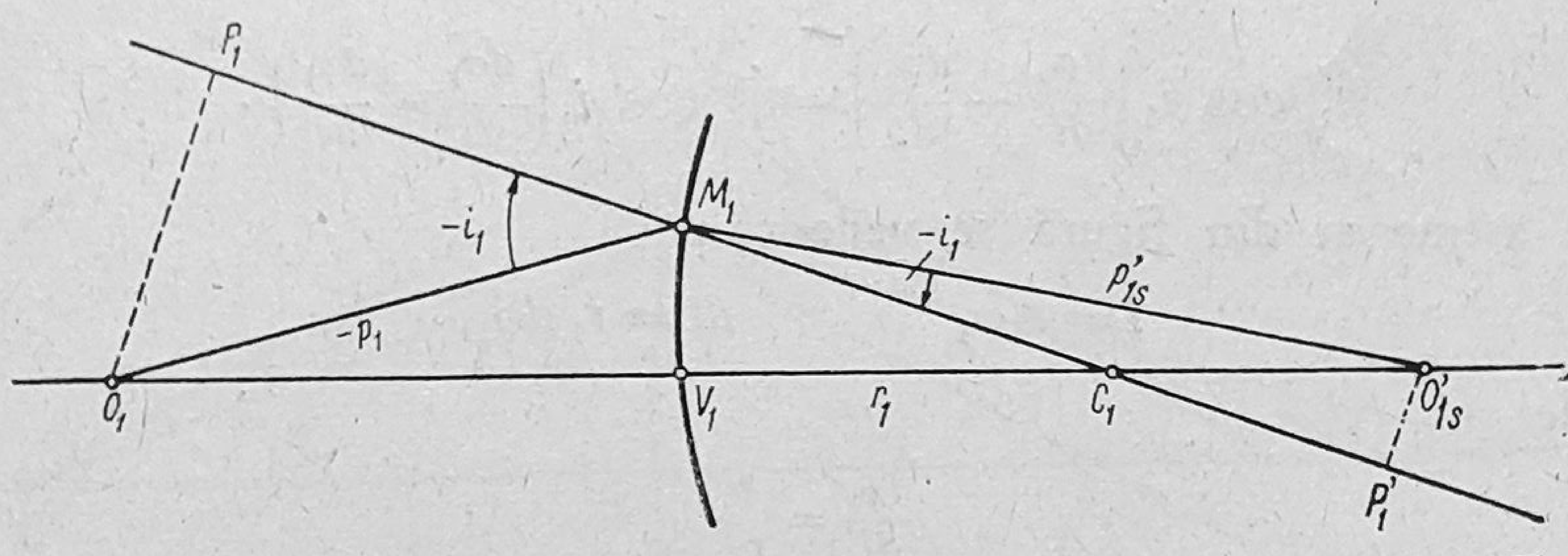


Fig. 34.

adică

$$\frac{p'_{1s}\sin(-i'_1)}{-p_1\sin(-i_1)}=\frac{p'_{1s}\cos(-i'_1)-r_1}{-p_1\cos(-i_1)+r_1}, \tag{4-18}$$

şi cum: $n_1\ \sin i_1=n'_1\ \sin i'_1$, (4-19)

rezultă:

$$\frac{p'_{1s}\,n_1}{-p_1\,n'_1}=\frac{p'_{1s}\cos i'_1-r_1}{-p_1\cos i_1+r_1} \tag{4-20}$$

sau

$$-n_1 p'_{1s} p_1\cos i_1+n_1 p'_{1s} r_1=-n'_1 p_1 p'_{1s}\cos i'_1+n'_1 p_1 r_1. \tag{4-21}$$

Divizînd cu $p_1 p'_{1s}\ r_1$ se obţine invariantul:

$$\frac{-n_1\cos i_1}{r_1}+\frac{n_1}{p_1}=\frac{-n'_1\cos i'_1}{r_1}+\frac{n'_1}{p'_{1s}} \tag{4-22}$$

sau

$$\frac{n'_1}{p'_{1s}}-\frac{n_1}{p_1}=\frac{n'_1\cos i'_1-n_1\cos i_1}{r_1} \tag{4-23}$$

care este *a doua ecuaţie a lui Young*, care precizează poziţia focarelor sagitale.

4.4. Reprezentarea grafică a astigmatismului

Din ecuaţiile lui Young

$$\frac{n_1' \cos^2 i_1'}{p_{1t}'} - \frac{n_1 \cos^2 i_1}{p_1} = \frac{n_1' \cos i_1' - n_1 \cos i_1}{r_1} \tag{4-24}$$

şi

$$\frac{n_1'}{p_{1s}'} - \frac{n_1}{p_1} = \frac{n_1' \cos i_1' - n_1 \cos i_1}{r_1} \tag{4-25}$$

se vede imediat că pentru unghiuri $-\sigma_1$ mici, deci pentru i_1 şi i_1' mici vom avea

$$\cos i_1 \approx 1 \quad \cos i_1' \approx 1$$

şi deci ecuaţiile lui Young devin:

$$\frac{n_1'}{p_{1t}'} - \frac{n_1}{p_1} = \frac{n_1'}{p_{1s}'} - \frac{n_1}{p_1}, \tag{4-26}$$

adică $p_{1t}' = p_{1s}'$. Cele două focale O_{1t}' şi O_{1s}' coincid pe axa optică.

Dacă trasăm poziţiile acestor focale faţă de imaginea stigmatică (cînd $p_{1t}' = p_{1s}$) în funcţie de unghiul σ_1 într-un grafic, se obţine reprezentarea grafică a aberaţiei de astigmatism ca în figura 35, unde notaţiile O_{kt}' şi O_{ks}' corespund focarelor tangenţiale şi sagitale furnizate de k dioptri sferici coaxiali convergenţi.

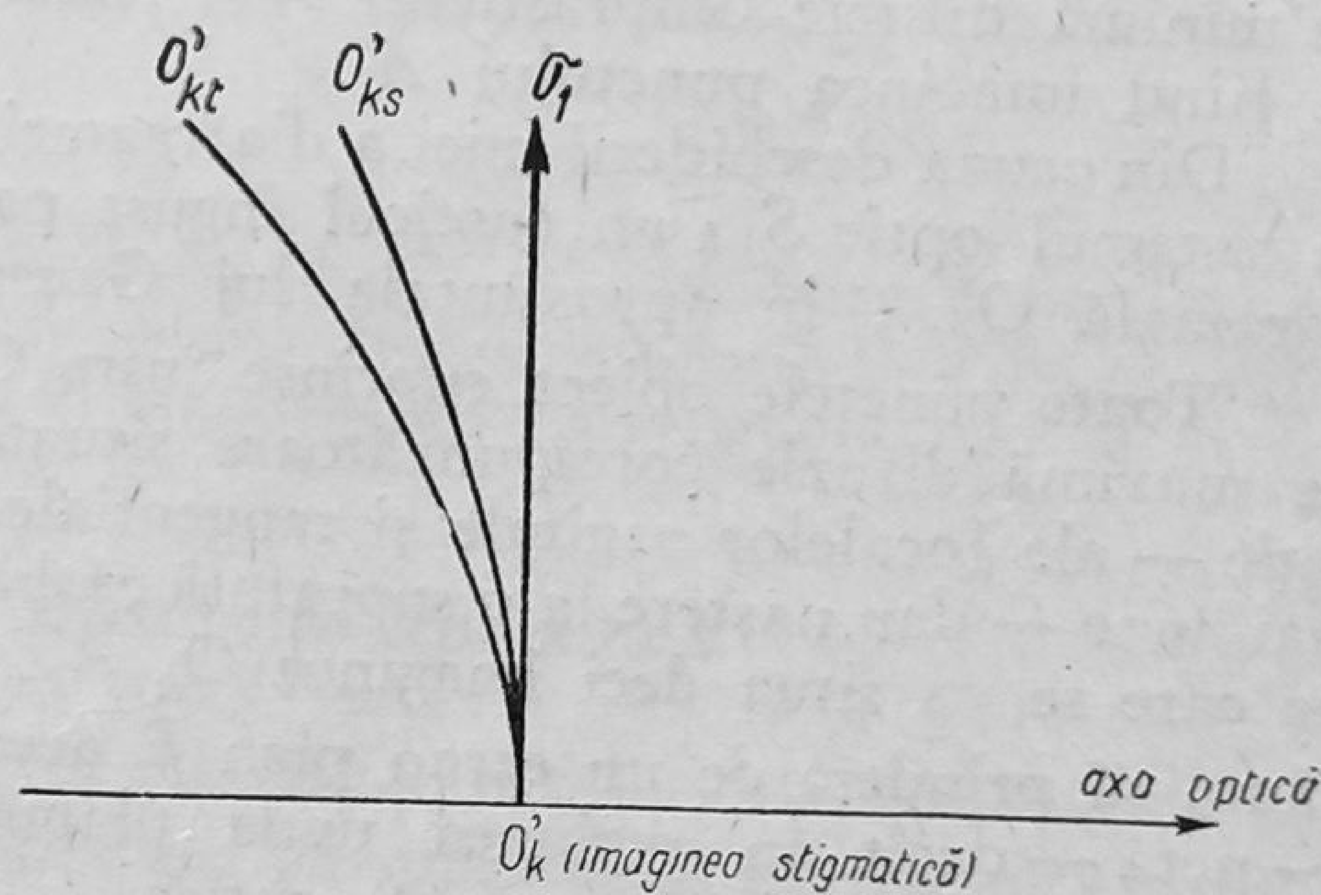


Fig. 35.

4.5. Curbura cîmpului

Astigmatismul care apare la sistemul optic, datorită suprafeţelor curbe de revoluţie pe care se situează focarele sagitale şi tangenţiale ale lui Sturm, dă naştere la aberaţia numită *curbura cîmpului*. Cum pentru un obiect punctiform se obţine de fapt două imagini deformate, cele două focale,

atunci ca cea mai bună imagine se ia imaginea dintre ele, şi anume suprafaţa (cercului) de minimă difuzie (împrăştiere) a luminii situată între cele două focale. Pentru a lucra cu fascicule înguste vom întrebuinţa o deschidere mică — o diafragmă (fig. 36) — prin care razele care pornesc de la fiecare punct

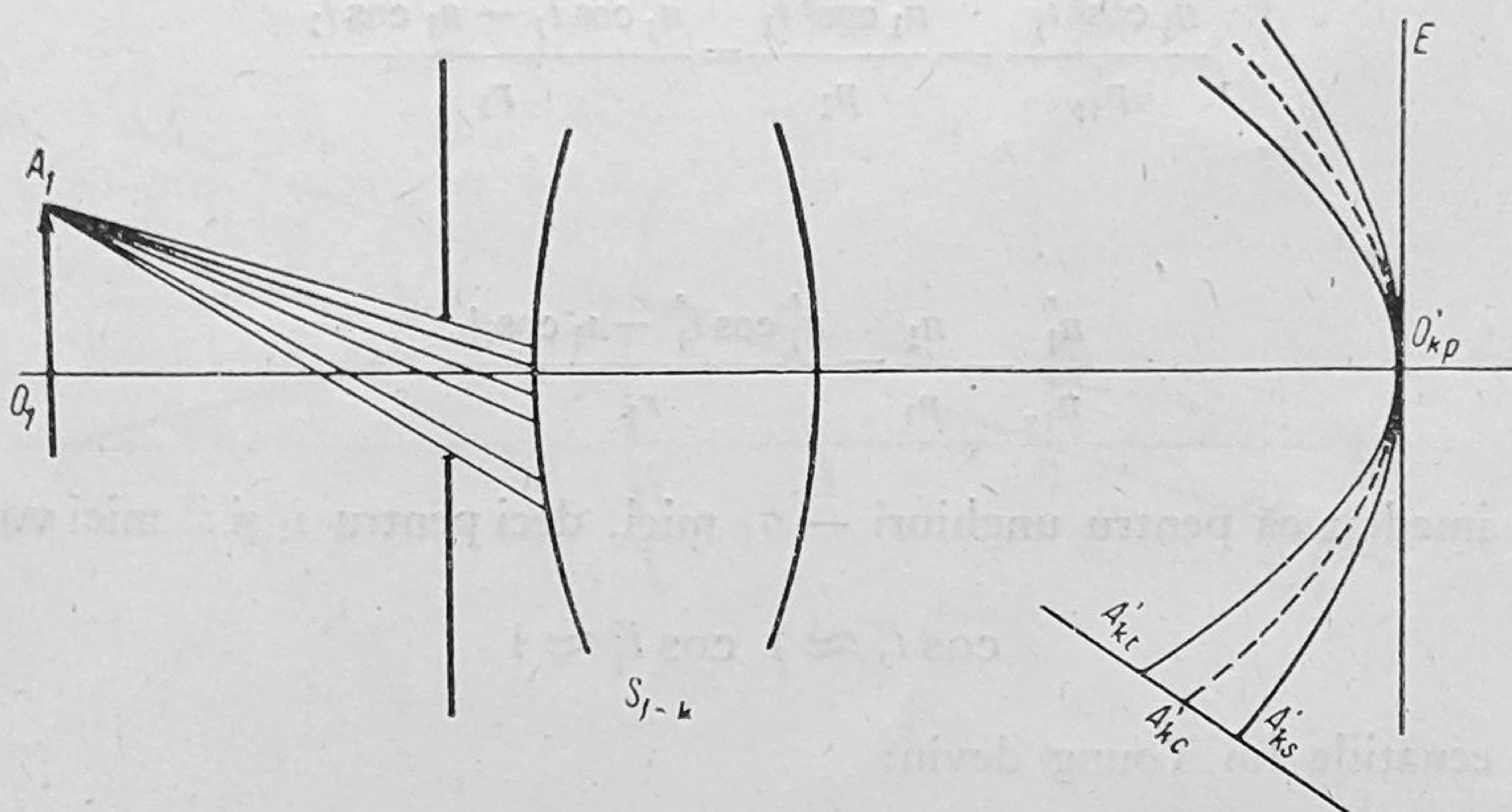


Fig. 36.

de pe obiectul plan O_1A_1 vor pătrunde în sistemul optic S_{1-k} sub forma unui fascicul îngust de raze. Se obţin focalele A'_{kt} şi A'_{ks} cu poziţia cercului de minimă difuzie (împrăştiere) A'_{kc}. Acest cerc luminos A'_{kc} poate fi socotit ca fiind imaginea punctului A_1.

Din cauza deschiderii mici a diafragmei, din punctul obiect O_1 va pătrunde în sistemul optic S_{1-k} un fascicul îngust paraxial, se va forma deci imaginea paraxială O'_{kp}, în aproximţaia lui Gauss.

Toate punctele obiect cuprinse între O_1A_1 vor avea ca imagine cercurile de maximă difuzie corespunzătoare situate între suprafeţe curbe — de revoluţie — ale focalelor sagitale şi tangenţiale. Totalitatea acestor imagini — cele mai bune — dau naştere la o suprafaţă curbă de revoluţie — desenată punctat — pe care se va situa deci imaginea $O'_{kc}A'_{kc}$ a obiectului plan O_1A_1. Dacă vom căuta să prindem pe un ecran plan E această imagine, ea nu va apărea clară — netă — decît în regiunea unde planul E intersectează suprafaţa curbă $O'_{kc}A'_{kc}$, deoarece imaginea este curbă.

Sistemele optice care prezintă această aberaţie sînt afectate de *curbura cîmpului.*

4.6. Micşorarea şi corijarea astigmatismului

S-a constatat că prin schimbarea curburii suprafeţelor lentilelor sau deplasarea diafragmelor se schimbă şi aspectul suprafeţelor focarelor astigmatice. Cea corespunzătoare aberaţiei tangenţiale (meridionale) se modifică de trei ori mai repede decît suprafaţa focarelor sagitale (radiale).

Se recomandă ca la sistemul optic simplu — cum e o lentilă — faţa mai curbată să fie îndreptată spre obiect, astfel încît razele să cadă cît mai puţin înclinat pe această faţă.

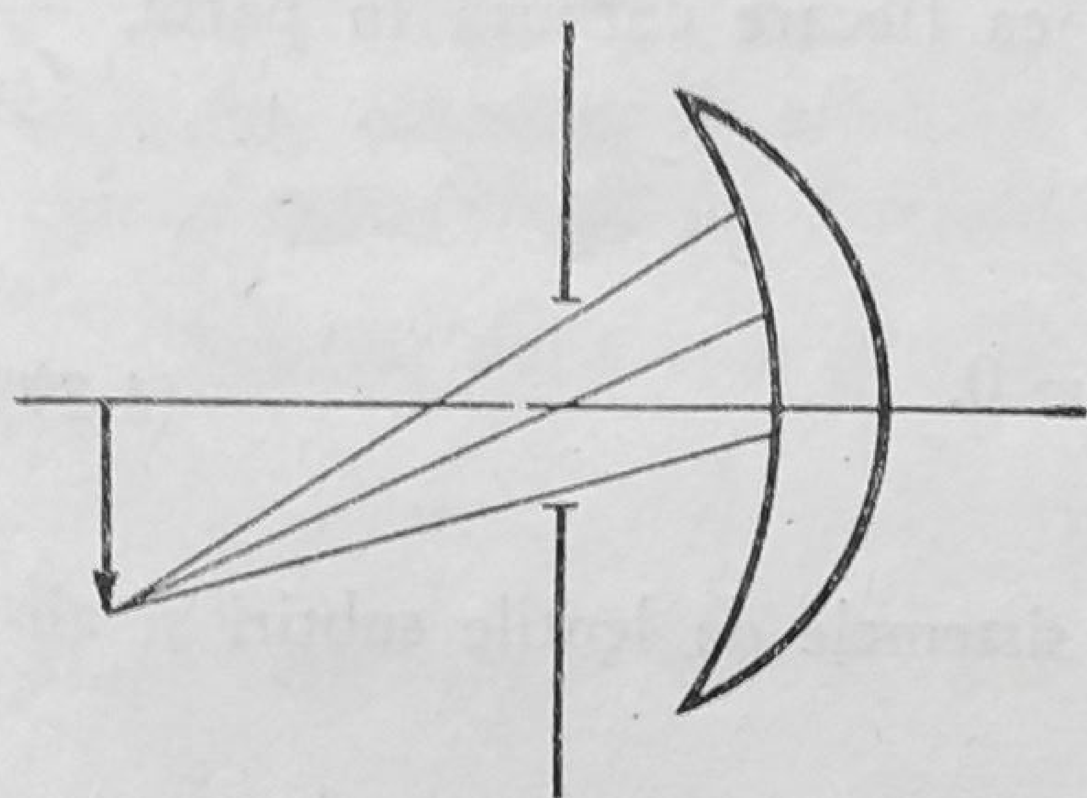


Fig. 37.

Diafragma de asemenea este aşezată în faţa lentilei (fig. 37).

Alt procedeu constă în a potrivi astfel sistemul optic, încît suprafaţa (sau cercul) de minimă împrăştiere (difuzie) să se situeze în planul de focalizare pe care se află imaginea paraxială calculată în aproximaţia lui Gauss, aşa cum arată figura 38.

Un sistem optic se poate corija de astigmatism pentru o anumită valoare a unghiului σ_1 cînd curbele aberaţiei de astigmatism pentru cele două focale se întretaie, punctul de întretăiere situîndu-se în planul de focalizare după aproximaţia lui Gauss, ca în figura 39. Un astfel de sistem corijat — de exemplu un obiectiv de aparat fotografic — ia numirea de anastigmat.

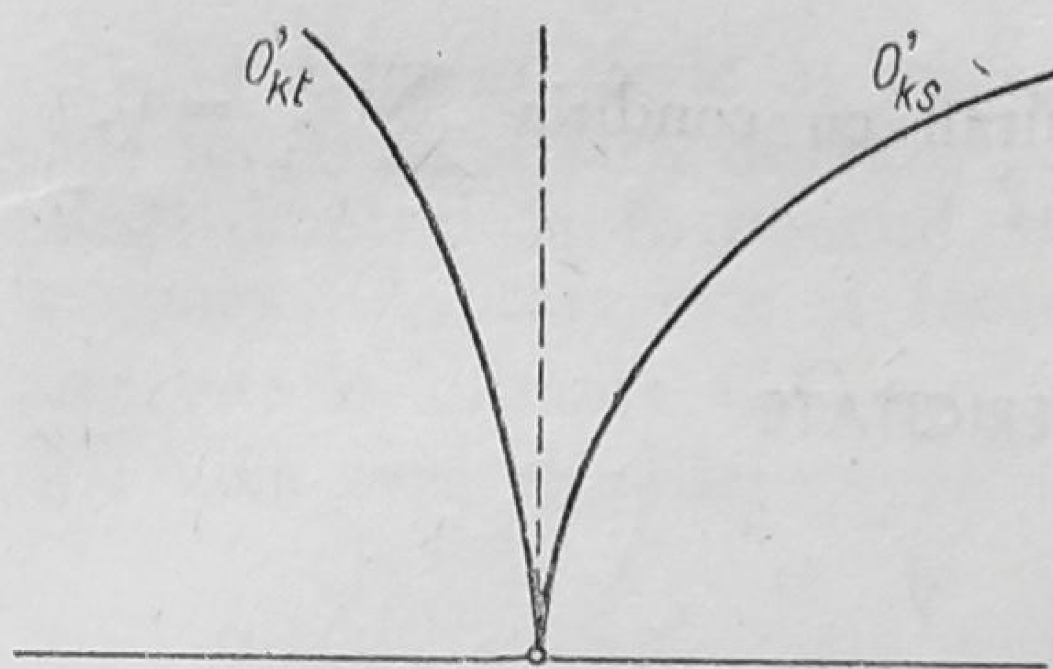


Fig. 38.

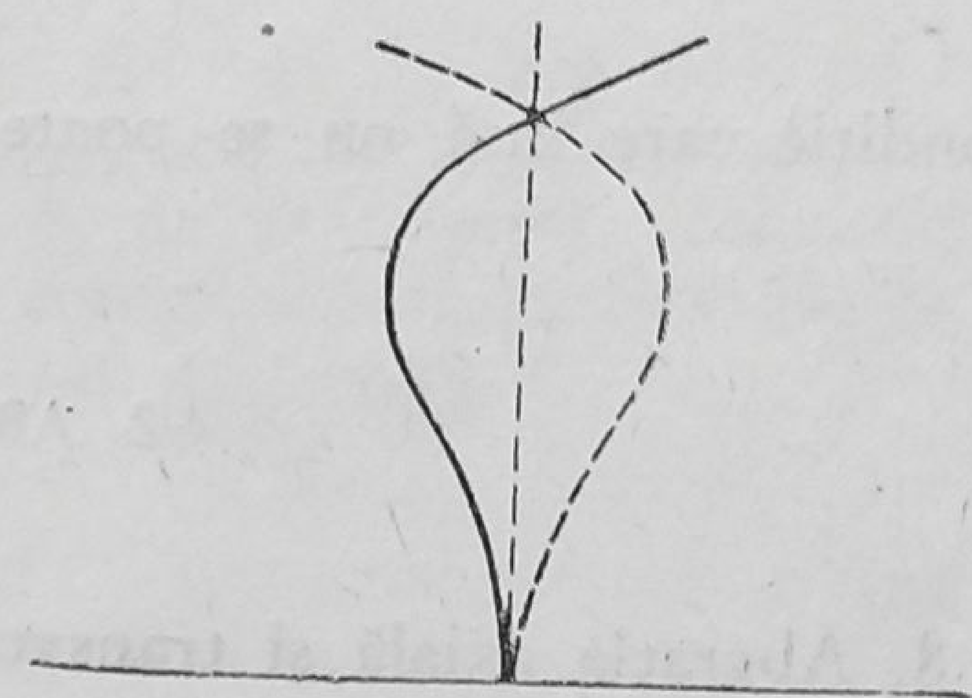


Fig. 39.

4.7. Suprimarea astigmatismului şi a curburii cîmpului. Condiţia lui Petzval

Asimilînd suprafeţele curbe astigmatice cu suprafeţele sferice de rază r'_{ks} şi r'_{kt} se obţine suprimarea astigmatismului cînd curburile : $\frac{1}{r'_{ks}}$ şi $\frac{1}{r'_{kt}}$ (care se pot calcula în funcţie de n_k şi f_k) sînt egale, adică:

$$\frac{1}{r'_{ks}} - \frac{1}{r'_{kt}} = 0, \quad (4\text{-}27)$$

adică cele două suprafeţe astigmatice coincid.

La un sistem de lentile subţiri alipite, această condiţie se realizează cînd:

$$\sum \frac{1}{f_k} = 0. \quad (4\text{-}28)$$

În acest caz, sistemul optic respectiv este un sistem afocal.

Totuşi la un astfel de sistem corijat în acest fel de astigmatism mai persistă aberaţia de curbură a cîmpului. Pentru a suprima şi curbura cîmpului trebuie ca în plus să se satisfacă şi condiţia ca fiecare curbură în parte, $\frac{1}{r'_{ks}}$ şi $\frac{1}{r'_{kt}}$, să fie anulată, adică:

$$\frac{1}{r'_{ks}} = 0 \quad \text{şi} \quad \frac{1}{r'_{kt}} = 0. \tag{4-29}$$

Din combinarea celor două condiţii, la sistemele de lentile subţiri şi alipite, Petzval găseşte condiţia că:

$$\sum \frac{1}{n_k f_k} = 0, \tag{4-30}$$

condiţie care însă nu se poate realiza simultan cu condiţia $\sum \frac{1}{f_k} = 0$.

4-B. ABERAŢIA DE SFERICITATE

4.8. Aberaţia axială şi transversală

Această aberaţie apare în cazul fasciculelor largi, care pornesc din punctele obiect situate pe axa optică. Dacă O_1 este obiectul punctiform situat

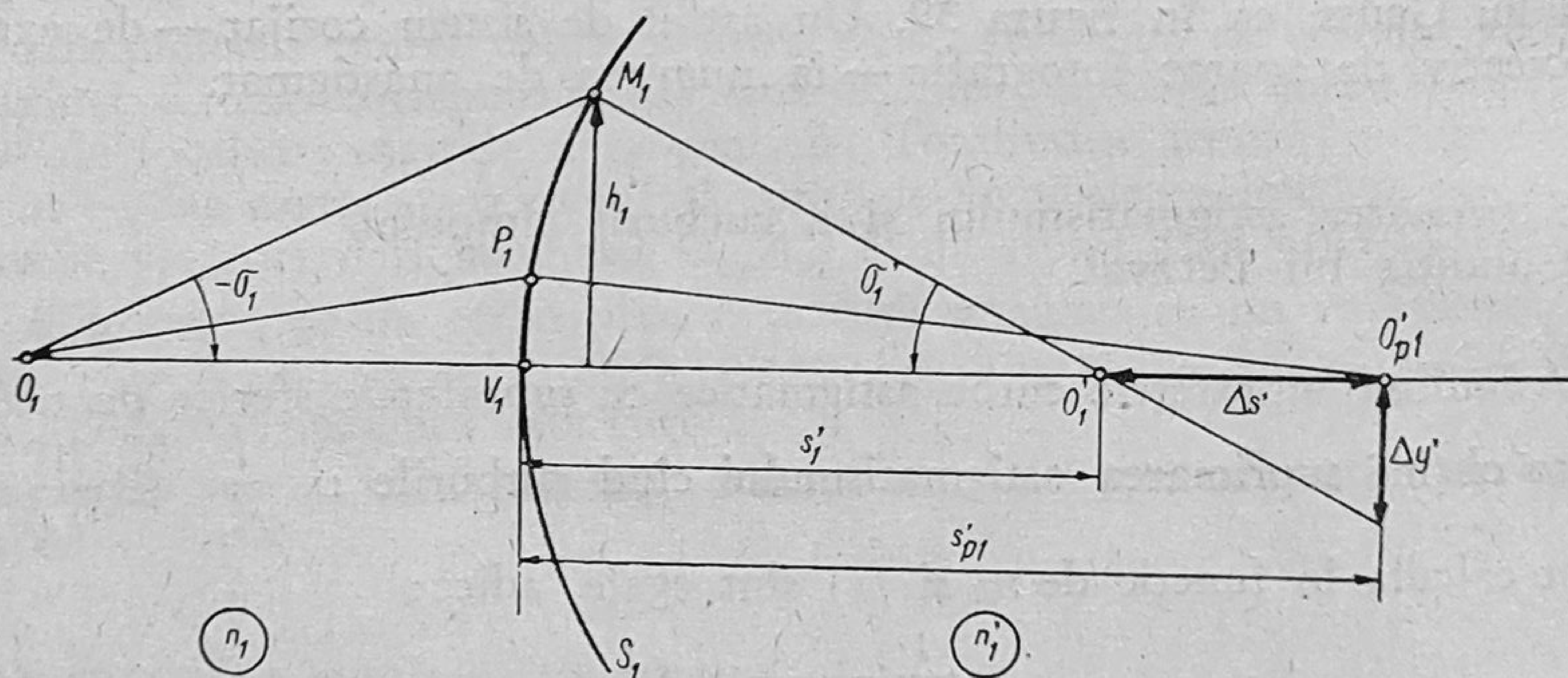


Fig. 40.

pe axa optică (fig. 40), în aproximaţia lui Gauss pentru fasciculele de raze paraxiale O_1P_1 se obţine imaginea O'_{p1} la distanţa s'_{p1} de vîrful V_1 al dioptrului S_1. Dacă se întrebuinţează raza care face un unghi mare faţă de axa

optică, de exemplu raza O_1M_1, atunci aplicînd şi aici legea refracţiei vom obţine imaginea O'_1, diferită de O'_{p1}, situată în cazul de faţă la distanţa s'_1.

Abaterile $\Delta s' = s'_1 - s'_{p1}$ şi $\Delta y'$

se numesc *aberaţia de sfericitate axială sau longitudinală* şi *aberaţia de sfericitate transversală sau laterală*.

Acestea, după cum se vede din figură, sînt legate între ele prin relaţia:

$$\frac{\Delta y'}{\Delta s'} = \operatorname{tg} \sigma'_1. \tag{4-31}$$

După cum uşor se vede Δ'_s şi $\Delta y'$ depind de valorile lui h_1.

4.9. Aberaţiile de sfericitate principale *

Fie dioptrul sferic S_1 cu centrul în C_1 şi de rază r_1, (fig. 41), pe care cade un fascicul larg de raze paralele cu axa optică. Raza marginală R_1M_1 atinge dioptrul S_1 în punctul M_1 la distanţa h_1 de axa optică. Vom obţine imaginea O'_1, care este şi focarul marginal, corespunzător razelor R_1M_1, şi care este la distanţa $C_1O'_1 = x'_1$ faţă de centrul dioptrului C_1.

Vom avea relaţiile:

$$n_1 \sin i_1 = n'_1 \sin i'_1 \tag{4-32}$$

şi din triunghiul $M_1C_1O'_1$ legea sinusurilor ne dă:

$$\frac{x'_1}{\sin(-i'_1)} = \frac{r_1}{\sin \sigma'_1} = \frac{r_1}{\sin[-i_1 - (-i'_1)]} = \frac{r_1}{\sin[-(i_1 - i'_1)]}, \tag{4-33}$$

deoarece: $|\sigma'_1| = |i_1 - i'_1|$ (v. fig. 41);

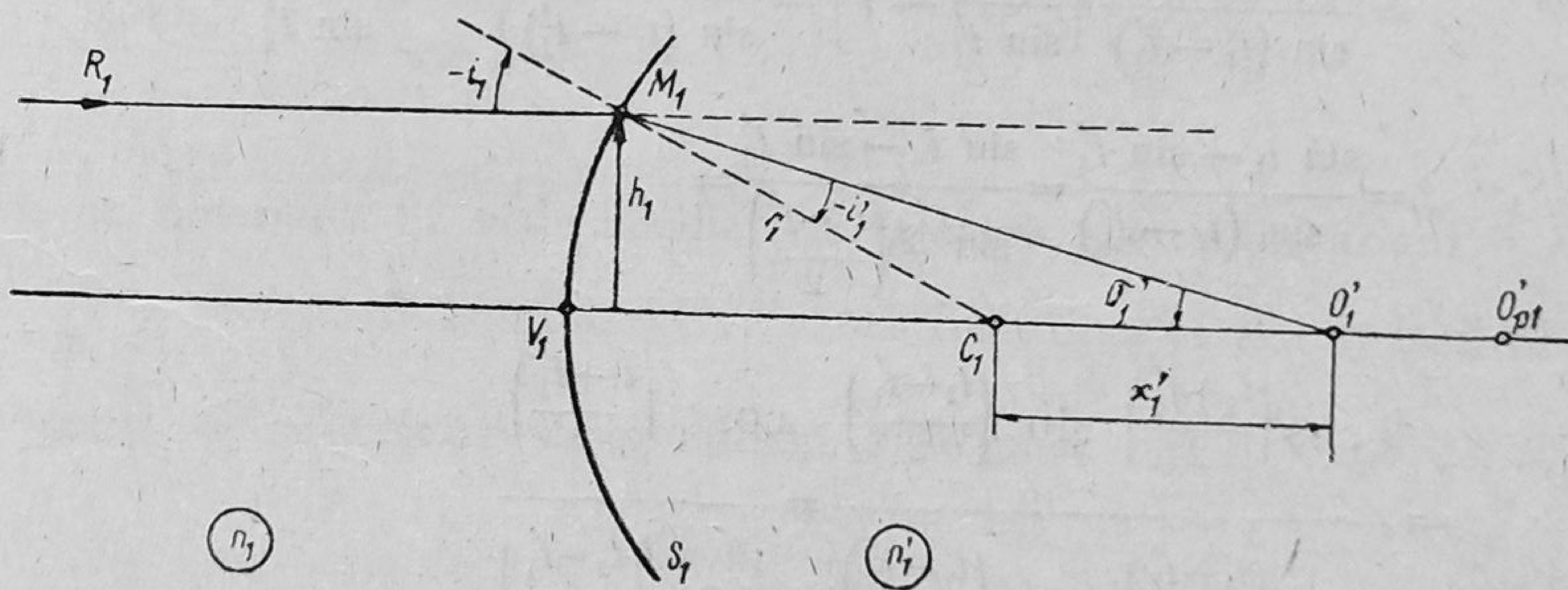


Fig. 41.

* G. G. Brătescu: *Contribuţie la studiul aberaţiei de sfericitate a dioptrului sferic*. Analele Universităţii Bucureşti, seria Şt. naturii, nr. 34/1962, pp. 291 — 297.

adică

$$\frac{x_1'}{\sin i_1'}=\frac{r_1}{\sin(i-i_1')} \tag{4-34}$$

sau

$$x_1'=r_1\frac{\sin i_1'}{\sin(i_1-i_1')} \tag{4-35}$$

În cazul razelor paraxiale obţinem focarul paraxial O_{1P}', care se găseşte la distanţa $C_1O_{1P}'=x_{1P}'$ de centrul C_1. Vom avea în acest caz:

$$\sin i_1\approx i_1 \qquad \sin i_1'\approx i_1' \tag{4-36}$$

deci:

$$n_1 i_1\approx n_1' i_1' \tag{4-37}$$

şi x_{1P}' este dat de:

$$x_{1P}'=r_1\frac{i_1'}{i_1-i_1'}=r_1\frac{i_1'}{\dfrac{n_1' i_1'}{n_1}-i_1'}=r_1\frac{n_1}{n_1'-n_1}. \tag{4-38}$$

Facem raportul $\frac{x_1'}{x_{1P}'}$ care ia forma:

$$\frac{x_1'}{x_{1P}'}=\frac{\sin i_1'}{\sin(i_1-i_1')}\cdot\frac{n_1'-n_1}{n_1}=\frac{\sin i_1'}{\sin(i_1-i_1')}\left(\frac{n_1'}{n_1}-1\right)=$$

$$=\frac{\sin i_1'}{\sin(i_1-i_1')}\left(\frac{\sin i_1}{\sin i_1'}-1\right)=\frac{\sin i_1'}{\sin(i_1-i_1')}\cdot\frac{\sin i_1-\sin i_1'}{\sin i_1'}=$$

$$=\frac{\sin i_1-\sin i_1'}{\sin(i_1-i_1')}=\frac{\sin i_1-\sin i_1'}{\sin 2\left(\frac{i-i_1'}{2}\right)}= \tag{4-39}$$

$$=\frac{2\cos\left(\frac{i_1+i_1'}{2}\right)\sin\left(\frac{i_1-i_1'}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{i_1-i_1'}{2}\right)\cos\left(\frac{i_1-i_1'}{2}\right)}=\frac{\cos\left(\frac{i_1+i_1'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{i_1-i_1'}{2}\right)}$$

Cum pentru valorile lui h_1 cuprinse între 0 şi $h_1=r_1$, i_1 este $i_1\leqslant\frac{\pi}{2}$ şi cum $n_1<n_1'$, vom avea $i_1>i_1'$,

deci rezultă:

$$\frac{i_1+i_1'}{2}<\frac{\pi}{2}, \tag{4-40}$$

de unde

$$A=\frac{x_1'}{x_{1P}'}=\frac{\cos\left(\frac{i_1+i_1'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{i_1-i_1'}{2}\right)}<1, \tag{4-41}$$

adică focarul paraxial O_{1P}' este mai departe de centrul C_1 decît focarele marginale O_1'.

Pentru diferitele valori ale lui h_1, adică h_{1a}, h_{1b}, h_{1c},... vom avea rapoartele:

$$\frac{x_{1a}'}{x_{1P}'}=\frac{\cos\left(\frac{i_{1a}+i_{1a}'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{i_{1a}-i_{1a}'}{2}\right)};\ \frac{x_{1b}'}{x_{1P}'}=\ldots \tag{4-42}$$

din care obţinem valoarea lui x_{1P}' şi deci egalităţile:

$$x_{1a}'\frac{\cos\left(\frac{i_{1a}-i_{1a}'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{i_{1a}+i_{1a}'}{2}\right)}=x_{1b}'\frac{\cos\left(\frac{i_{1b}-i_{1b}'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{i_{1b}+i_{1b}'}{2}\right)}=\cdots=x_{1P}'=r_1\frac{n_1}{n_1'-n_1}=B \tag{4-43}$$

care este un invariant. Se vede imediat că valoarea acestui invariant $x_{1P}'=n_1\frac{r_1}{n_1'-n_1}=n_1 f=B$ este tocmai valoarea frontifocalei din spaţiul obiect.

Aberaţia de sfericitate longitudinală principală va fi dată de:

$$\Delta s'=x_1'-x_{1P}' \tag{4-44}$$

iar cea transversală de:

$$\Delta y'=\Delta s'\operatorname{tg}(i_1-i_1') \tag{4-45}$$

4.10. Reprezentarea grafică

Pentru diferitele valori ale lui h se obţin valorile corespunzătoare pentru $\Delta s'$ (fig. 42). Într-un sistem de axe de coordonate $\xi-\eta$, (fig. 43), vom trece

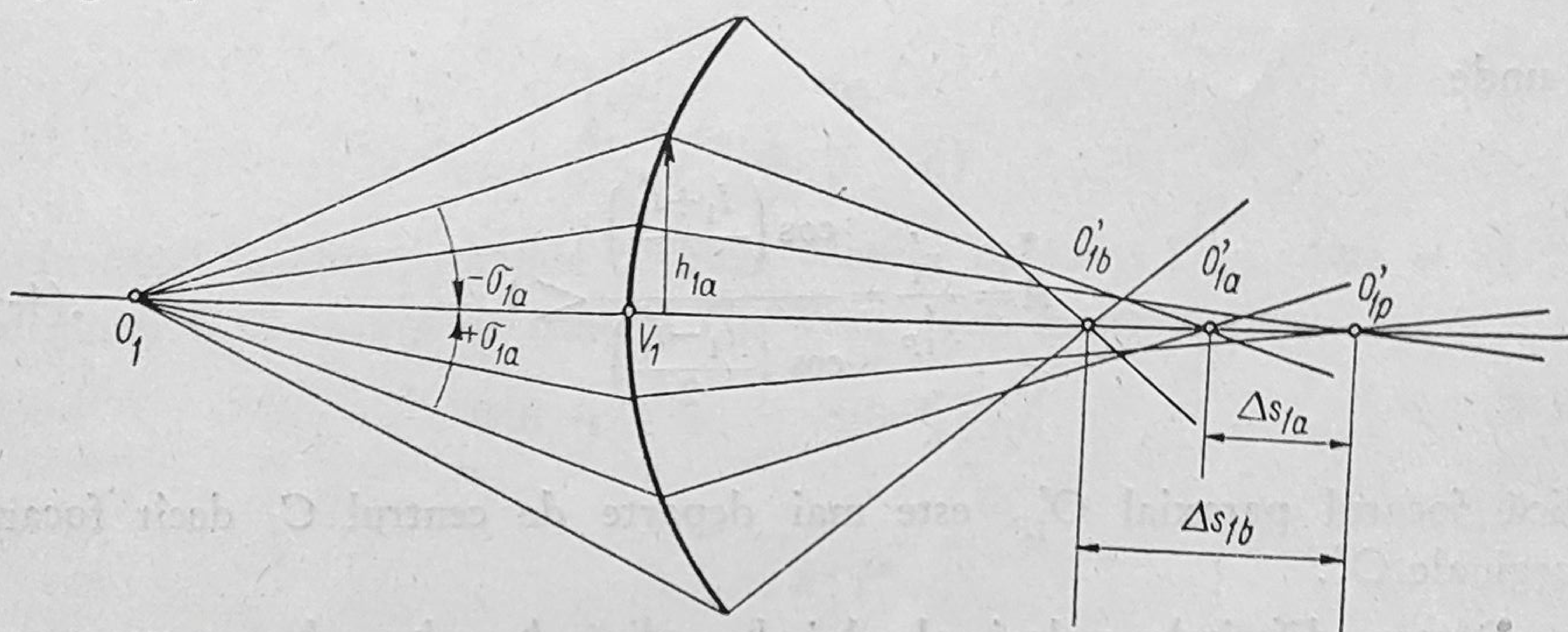


Fig. 42.

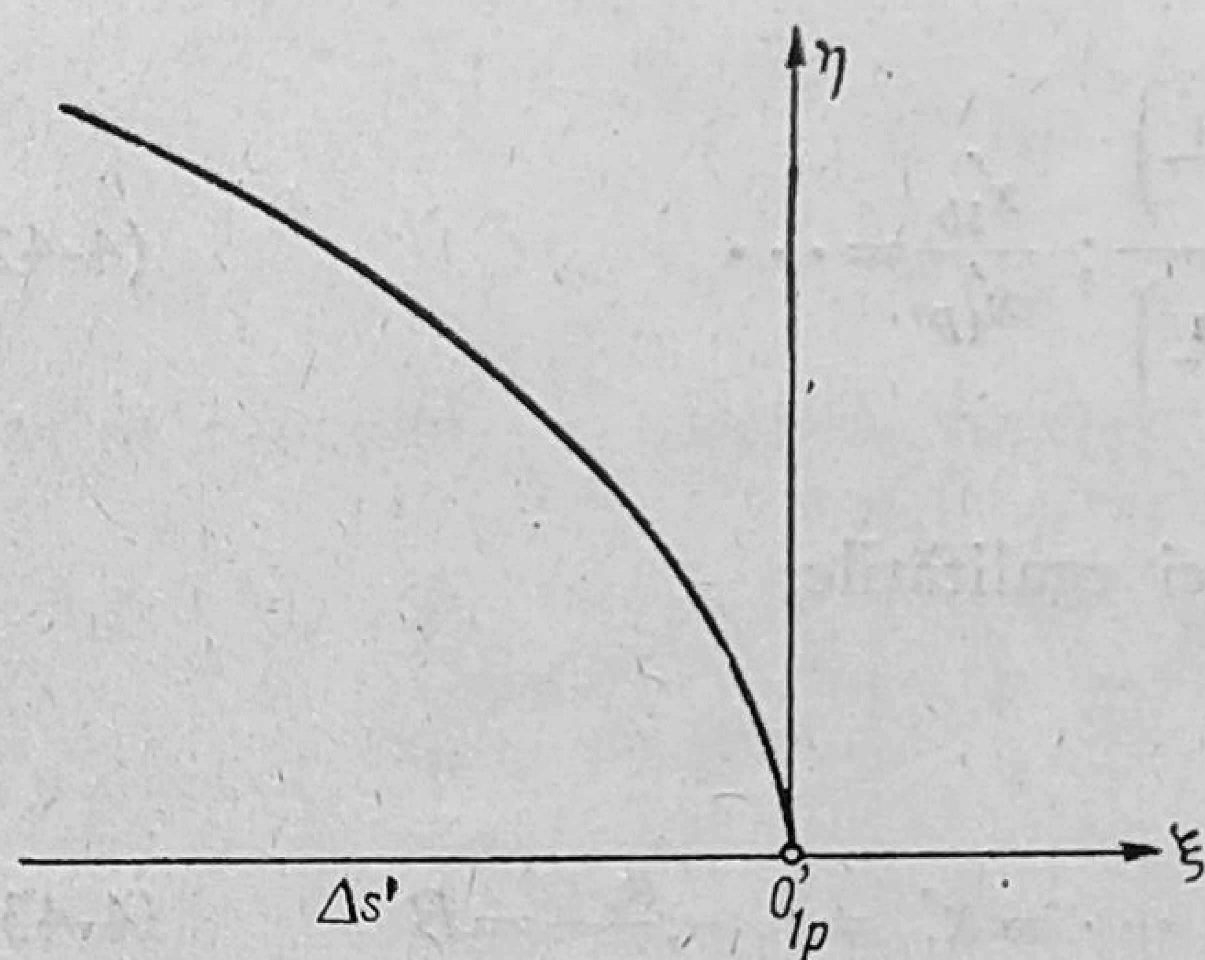


Fig. 43.

în abscisă valorile corespunzătoare pentru $\Delta s'$, originea corespunzînd imaginii paraxiale.

4.11. Aberaţiile de ordinul trei şi superior

În domeniul paraxial, razele care pornesc din punctul obiect O_1 fac un unghi σ_1 mic faţă de axa optică, astfel că în aproximaţia lui Gauss se poate lua:

$$\sin\sigma_1 \approx \sigma_1. \tag{4-46}$$

În cazul fasciculelor largi nu se mai poate face această aproximaţie. Însă $\sin\sigma_1$ poate fi exprimat printr-o serie:

$$\sin\sigma_1 = \sigma_1 - \frac{\sigma_1^3}{3!} + \frac{\sigma_1^5}{5!} - \frac{\sigma_1^7}{7!} + \cdots \tag{4-47}$$

În calculele pe care le facem putem să utilizăm în loc de $\sin\sigma_1$ unul, doi sau mai mulţi termeni din seria de mai sus, ceea ce duce la o aproximaţie mai mare sau mai mică în calcularea aberaţiilor.

După cum $\sin\sigma_1$ poate fi exprimat printr-o sumă de termeni, tot aşa şi $\Delta s'$ poate fi exprimat printr-o serie, în funcţie de înălţimea h_1, şi anume de termenii care conţin pe h_1 la puteri pare, datorită simetriei figurii, căci se obţine aceeaşi imagine O'_{1a} a lui O_1 atît pentru raza înclinată cu unghiul $-\sigma_{1a}$ cît şi pentru unghiul $+\sigma_{1a}$ (v. fig. 42).

Deci:

$$\Delta s' = ah_1^2 + bh_1^4 + ch_1^6 + \cdots, \tag{4-48}$$

unde a, b, c sînt constante.

De asemenea şi pe $\Delta y'$ îl putem exprima prin seria de termeni:

$$\Delta y' = ph_1^3 + qh_1^5 + \cdots, \tag{4-49}$$

deoarece $\Delta y' = \Delta s' \operatorname{tg} \sigma_1'$, unde $\Delta s'$ depinde de puterile pare ale lui h_1, iar $\operatorname{tg} \sigma_1'$ depinde de valoarea lui h_1.

Curbele experimentale ale aberaţiilor prezentate de un sistem optic pot fi reproduse teoretic dacă se utilizează primul termen al seriilor respective, numai dacă h_1 nu este prea mare (domeniul lui Seidel), adică pentru deschideri ale fasciculelor de 10—15°. În acest caz se vorbeşte de aberaţiile de ordinul trei prezentate de sistemul optic.

Pentru valori mai mari ale lui h_1, pentru obţinerea coincidenţei curbei experimentale a aberaţiilor cu curba teoretică va trebui să se întrebuinţeze mai mulţi termeni ai seriilor respective. Avem de-a face în acest caz cu aberaţii de ordin superior (s-au făcut calcule pînă la ordinul unsprezece).

4.12. Suprafaţa caustică

Am arătat la astigmatism că în general prin trecerea unui fascicul îngust prin sistemul optic (necorijat) se obţine cîte o focală sagitală şi una tangenţială — focalele lui Sturm.

În cazul aberaţiei de sfericitate, fasciculul larg poate fi divizat într-un număr foarte mare de fascicule înguste. Totalitatea focalelor sagitale şi a celor tangenţiale vor delimita o regiune luminoasă, regiune numită *caustică*. Focalele tangenţiale vor da naştere la o suprafaţă de revoluţie care este caustică focalelor tangenţiale; focalele sagitale se vor situa în lungul axului optic (fig. 44).

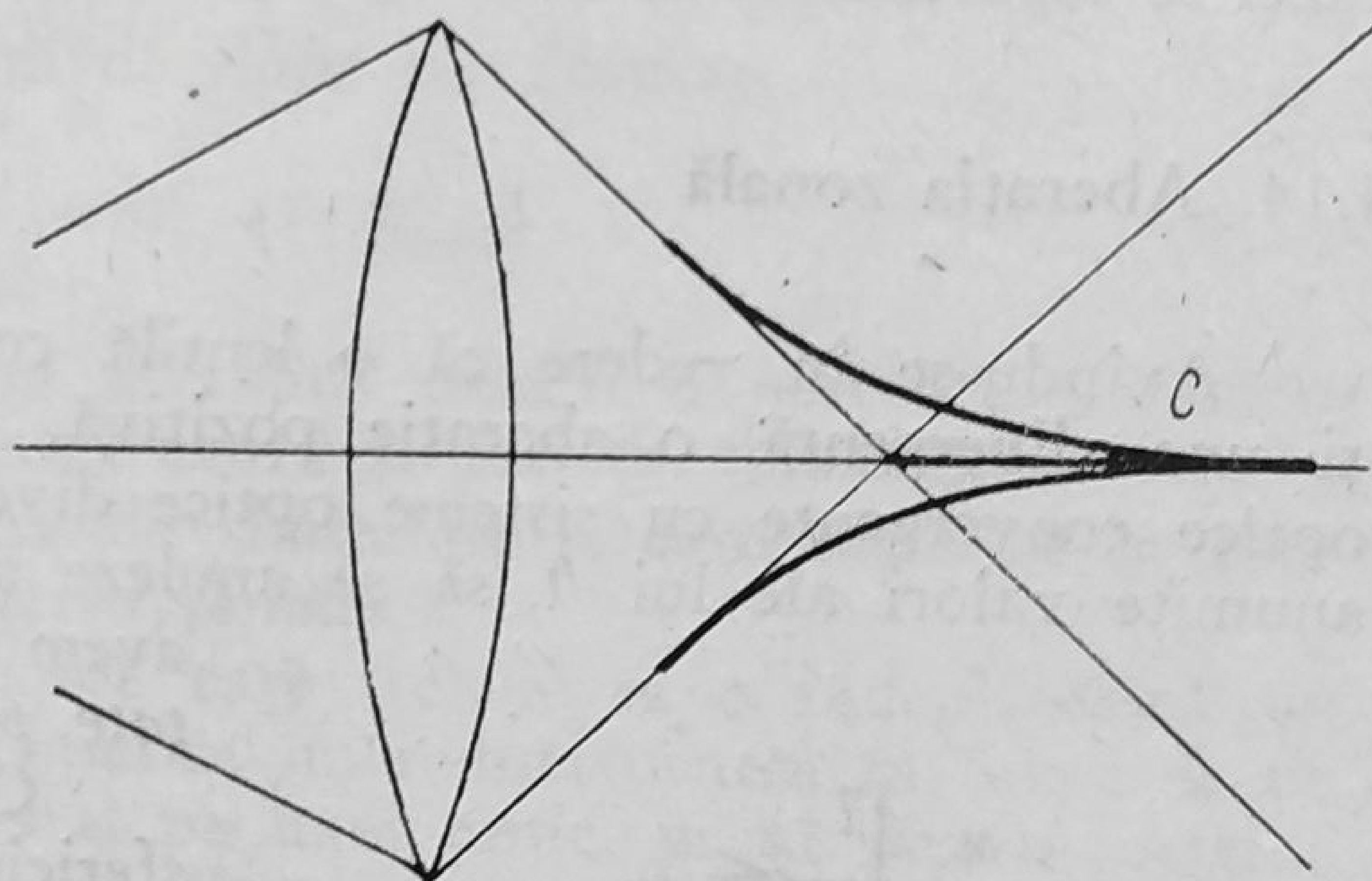


Fig. 44.

4.13. Corijarea şi micşorarea aberaţiilor de sfericitate

Mărimea aberaţiilor de sfericitate prezentate de dioptri sferici şi sistemele optice sînt evaluate după valorile pe care le iau $\Delta s'$ şi $\Delta y'$. Pentru dioptrii şi lentilele convergente, valorile lui $\Delta s'$ sînt negative. Invers, pentru dioptrii

sferici şi lentilele divergente, $\Delta s'$ ia valori pozitive. Valorile lui $\Delta y'$ sînt în ambele cazuri negative.

Datorită faptului că sistemele convergente au valori negative pentru $\Delta s'$, iar cele divergente valori pozitive pentru $\Delta s'$, se pune întrebarea dacă prin asamblare de dioptrii convergenţi şi divergenţi sau lentile convergente şi divergente, nu se poate anula aberaţia de sfericitate ? Calculul arată că în general acest fapt nu este posibil, adică $\Delta s'$ să fie nul pentru orice valoare a lui h.

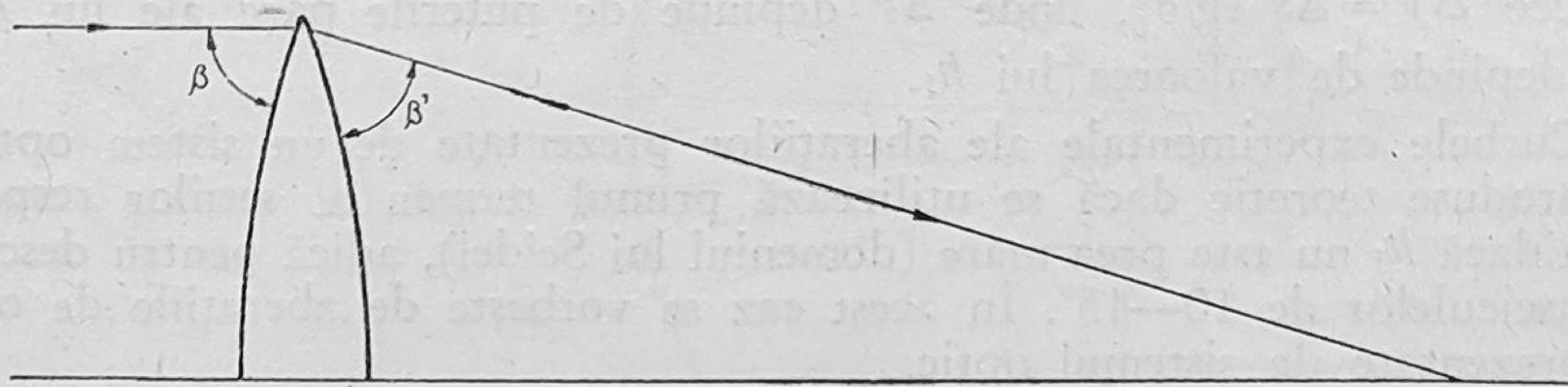


Fig. 45.

Dacă $\Delta s'$ nu poate fi în general anulat, se poate însă micşora şi ajunge la valori minime în anumite cazuri. La o lentilă subţire în aer, raza de lumină suferă două refracţii la cele două feţe ale lentilei (fig. 45). Se obţine aberaţia minimă $\Delta s'$ pentru o lentilă biconvexă ca în figură, cînd refracţia razei se repartizează în mod egal pe cele două feţe ale lentilei ($\beta = \beta'$).

4.14. Aberaţia zonală

Avîndu-se în vedere că o lentilă convergentă are o aberaţie negativă şi una divergentă o aberaţie pozitivă, atunci din asamblarea de sisteme optice convergente cu sisteme optice divergente se poate ajunge, ca pentru anumite valori ale lui h, să se anuleze aberaţia de sfericitate. În acest caz avem de-a face cu sisteme *optice corectate pentru aberaţii de sfericitate*.

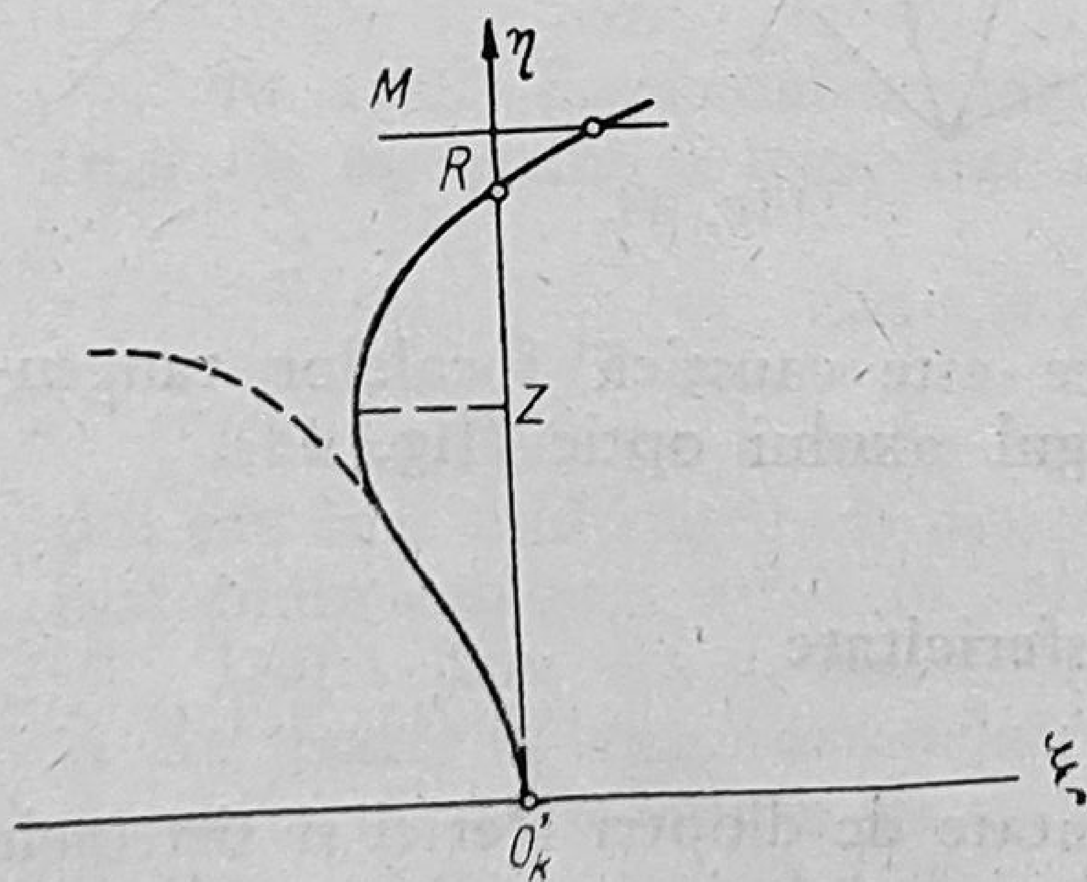


Fig. 46.

Curba care reprezintă aberaţia de sfericitate are forma indicată în figura 46.

Din analiza curbei de aberaţie se constată că sistemul optic este corijat pentru razele care pătrund în sistem, în condiţiile impuse iniţial, la distanţa h_R de axa optică. Natural că se poate impune ca sistemul să fie corectat şi pentru razele marginale, pentru h_M.

Pentru alte valori ale lui h, sistemul optic prezintă încă aberaţii reziduale, care cresc de la $h=0$ la $h=h_z$, unde sistemul prezintă *aberaţia zonală* şi care

este o regiune de *subcorecţie*, căci $\Delta s'$ este negativ. În regiunea de la $h=h_R$ la $h=h_M$, sistemul este *supracorijat*, căci $\Delta s'$ ia valori pozitive.

Aceste aberaţii zonale sînt caracteristice sistemelor optice corijate de aberaţia de sfericitate. O corectare peste întreaga deschidere h nu este posibilă.

4.15. Incompatibilitatea relaţiilor lui Lagrange-Helmholtz, Abbe şi Herschel

Să presupunem că un sistem optic este corijat perfect pentru aberaţia de sfericitate, adică pentru un punct obiect situat pe axa optică se obţine o aceeaşi imagine punctuală tot pe axa optică, utilizînd fie raza paraxială, fie raza marginală (sau fascicule largi).

Pentru un obiect mic plan aşezat normal pe axa optică se constată că în sistemul de mai sus, corijat perfect pentru punctele axiale, se obţine o imagine care este totuşi neclară, adică sistemul de mai sus prezintă aberaţii chiar pentru puncte foarte apropiate de axa optică. După *Abbe*, aceasta se datoreşte faptului că pentru aceste puncte extraaxiale, zonele sistemului optic de mai sus prezintă măriri m' diferite, care pot atinge o diferenţă faţă de mărirea m_p obţinută cu razele paraxiale, chiar de 50% pentru obiectivele de microscop.

După Abbe, un sistem optic este *aplanatic*, adică un element de suprafaţă plan obiect are ca imagine tot un element de suprafaţă plan, dacă acest sistem este corijat de aberaţia de sfericitate pentru punctele axiale şi prezintă aceeaşi mărire pentru toate zonele.

Condiţia de aplanatism este dată de *Abbe* sub forma:

$$\frac{n_1 \sin \sigma_1}{n'_k \sin \sigma'_k} = \frac{y'_k}{y_1} = m'_{ky} \; (= m'_{kyP}) \qquad (4\text{-}50)$$

adică *condiţia de sinus*, condiţia care se aplică pentru o pereche de puncte — obiect — imagine, numite din această cauză şi *puncte aplanatice.*

Sistemul optic corijat de aberaţia de sfericitate şi care satisface la condiţia de sinus se numeşte *sistem corijat aplanatic.*

Condiţia lui Herschel este aceea pe care trebuie să o îndeplinească un sistem optic pentru a da imagini stigmatice nu numai pentru un element de suprafaţă plan situat în planul normal pe axul optic, ci să dea o imagine stigmatică pentru un element de volum. Condiţia lui Herschel este dată de relaţia :

$$\frac{n_1 \sin \frac{\sigma_1}{2}}{n'_k \sin \frac{\sigma'_k}{2}} = m'_{ky}. \qquad (4\text{-}51)$$

— Din studiul sistemelor optice cercetate pînă acum au rezultat relaţiile: *relaţia Lagrange-Helmholtz*

$$\frac{n_1 \operatorname{tg} \sigma_1}{n'_k \operatorname{tg} \sigma'_k} = m'_{ky}, \qquad (4\text{-}52)$$

relaţia lui Abbe

$$\frac{n_1 \sin \sigma_1}{n'_k \sin \sigma'_k} = m'_{ky}, \tag{4-53}$$

relaţia lui Herschel

$$\frac{n_1 \sin \frac{\sigma_1}{2}}{n'_k \sin \frac{\sigma'_k}{2}} = m'_{ky}, \tag{4-54}$$

care corespund la un sistem optic ideal, cu aberaţii nule pentru toate punctele spaţiului, ceea ce este imposibil, după cum rezultă şi din incompatibilitatea relaţiilor de mai sus de a fi satisfăcute simultan.

Dacă însă avem unghiuri σ mici, atunci în mod practic putem obţine pentru toate cele trei relaţii expresia aproximativă:

$$\frac{n_1 \sigma_1}{n'_k \sigma'_k} = m'_{ky}, \tag{4-55}$$

care corespunde *opticii lui Gauss.*

4-C. COMA ŞI ABERAŢIA DE DISTORSIUNE

4.16. Coma

În cazul cînd punctul obiect A_1 (fig. 47) se găseşte mai departe de axa optică şi se lasă să cadă pe sistemul optic un fascicul larg de lumină, atunci apare o aberaţie numită *coma.* Ea este datorită faptului că puterea de refracţie a sistemului optic este diferită pentru diferitele regiuni de incidenţă şi unghiuri de incidenţă, ceea ce face ca razele convergente să nu convergă în acelaşi punct imagine. Asemănător aberaţiei de sfericitate se formează o caustică care însă prezintă un plan de simetrie planul π. În planul σ care secţionează caustica după o secţiune normală pe planul π se obţin figuri caracteristice de forma unei comete (cu sîmbure şi coadă) sau altele mai complicate ca în figura 48.

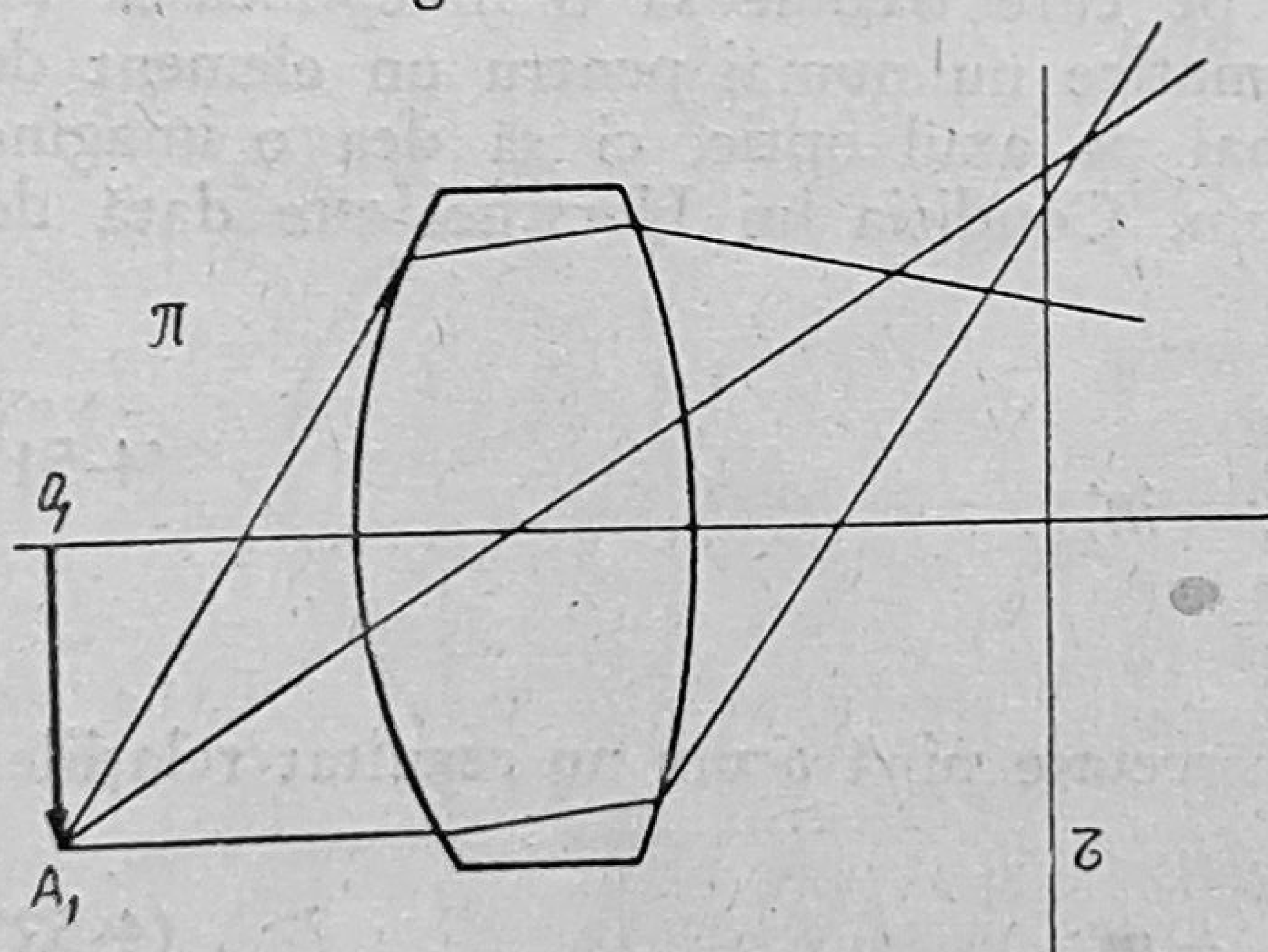


Fig. 47.

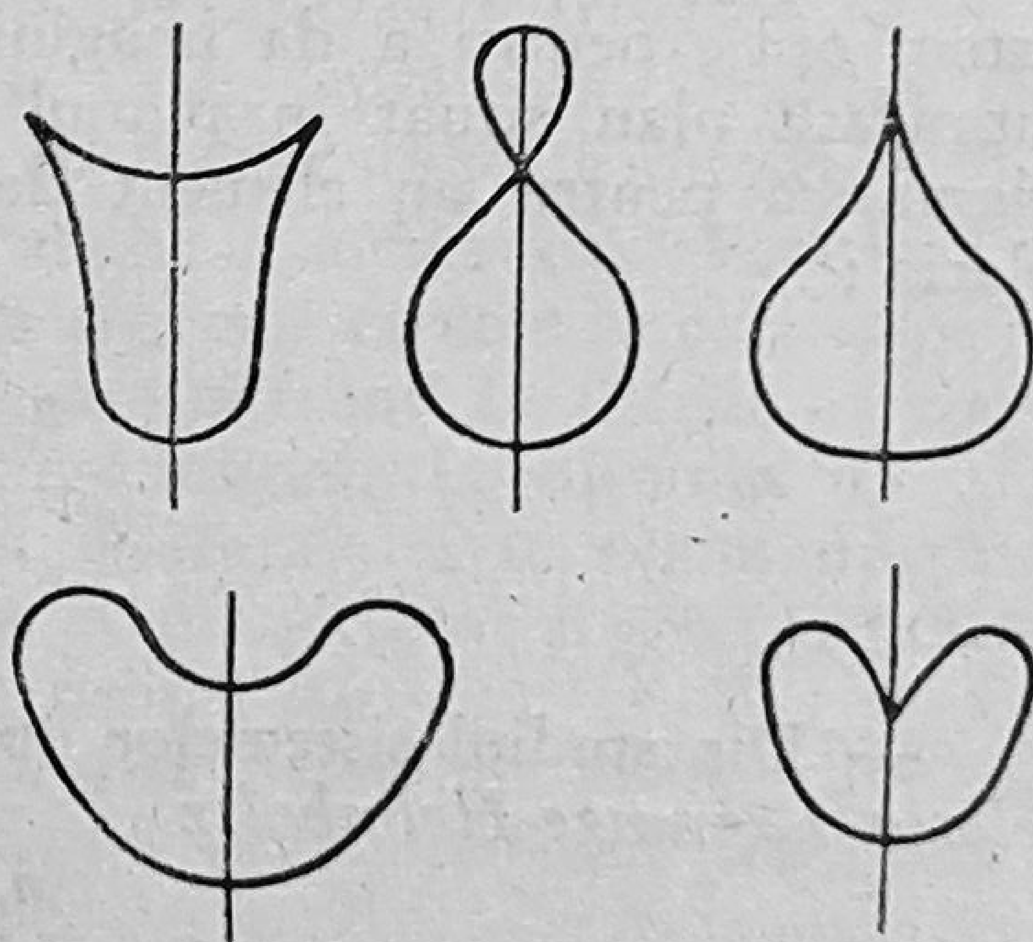


Fig. 48.

Regiunea unde razele emergente se îndesesc ar putea fi socotită ca imaginea cea mai bună a punctului A_1. Prin întrebuințarea unei diafragme se constată că pentru o anumită poziție a acesteia față de sistemul optic, fasciculul de raze emergente prezintă o simetrie în mersul razelor una față de alta ca în figura 49, (diafragma naturală) ceea ce a făcut ca pentru micșorarea aberației de comă să se monteze în intervalul sistemului optic o astfel de diafragmă și să se obțină și o simetrie a sistemului optic (principiul *obiectivului dublu anastigmat).*

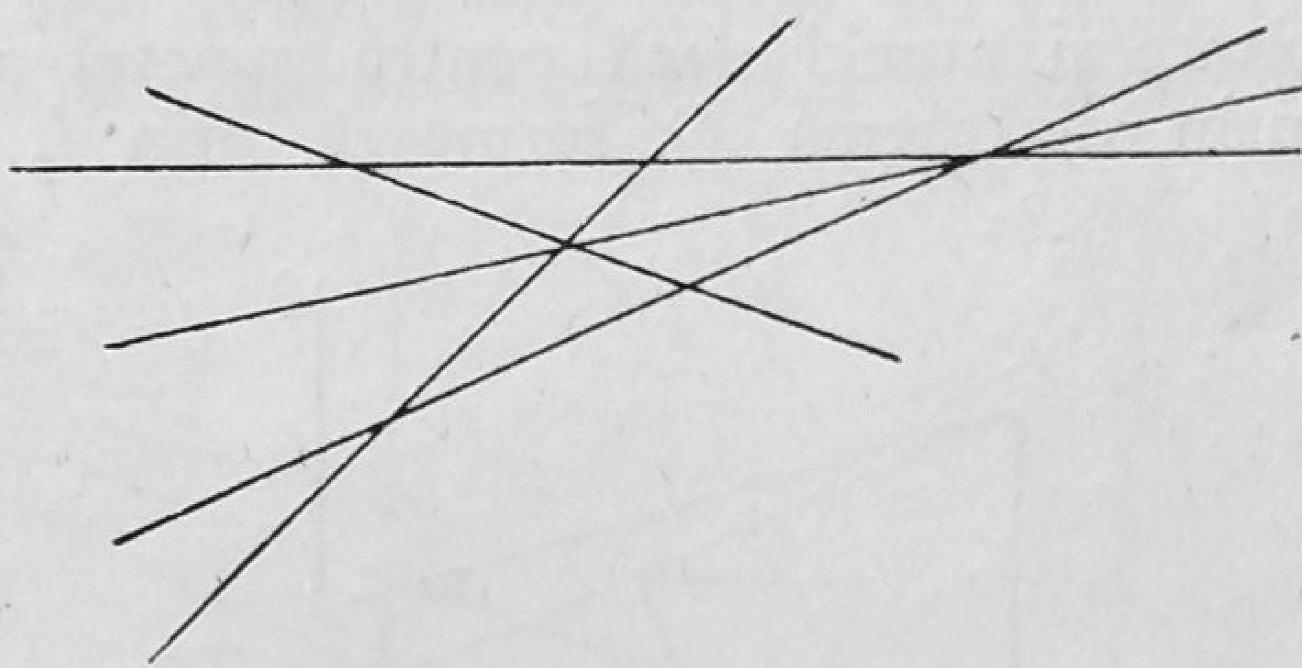


Fig. 49.

4.17. Aberația de distorsiune

La aberațiile de sfericitate, astigmatism, coma se obține o imagine nepunctuală pentru un obiect punctual. Pentru micșorarea acestor aberații se pot utiliza diafragmele. Se constată însă că în cazul montării unei diafragme la o anumită depărtare de sistemul optic, în scopul reducerii astigmatismului, imaginea obținută pentru un obiect plan, de exemplu un desen al unei rețele pătratice, nu seamănă cu obiectul ca formă, deși imaginea apare suficient de bine pusă la punct, adică suficient de netă. În imaginea obținută cu cît ne depărtăm de pătratele din mijlocul desenului, deci de axul optic, liniile drepte apar curbate. Aberația care apare, numită *distorsiune*, se referă la forma imaginii obținute în comparație cu cea a obiectului.

Dacă diafragma se așază înaintea sistemului optic, apare *distorsiunea în butoi* (fig. 50, *b*).

Distorsiunea în pernă apare prin montarea diafragmei după sistemul optic (fig. 50, *c*).

Aceste aberații apar ca o consecință a faptului că sistemul optic nu are aceeași valoare a măririi *m'* după toate direcțiile față de axa optică. Micșorarea

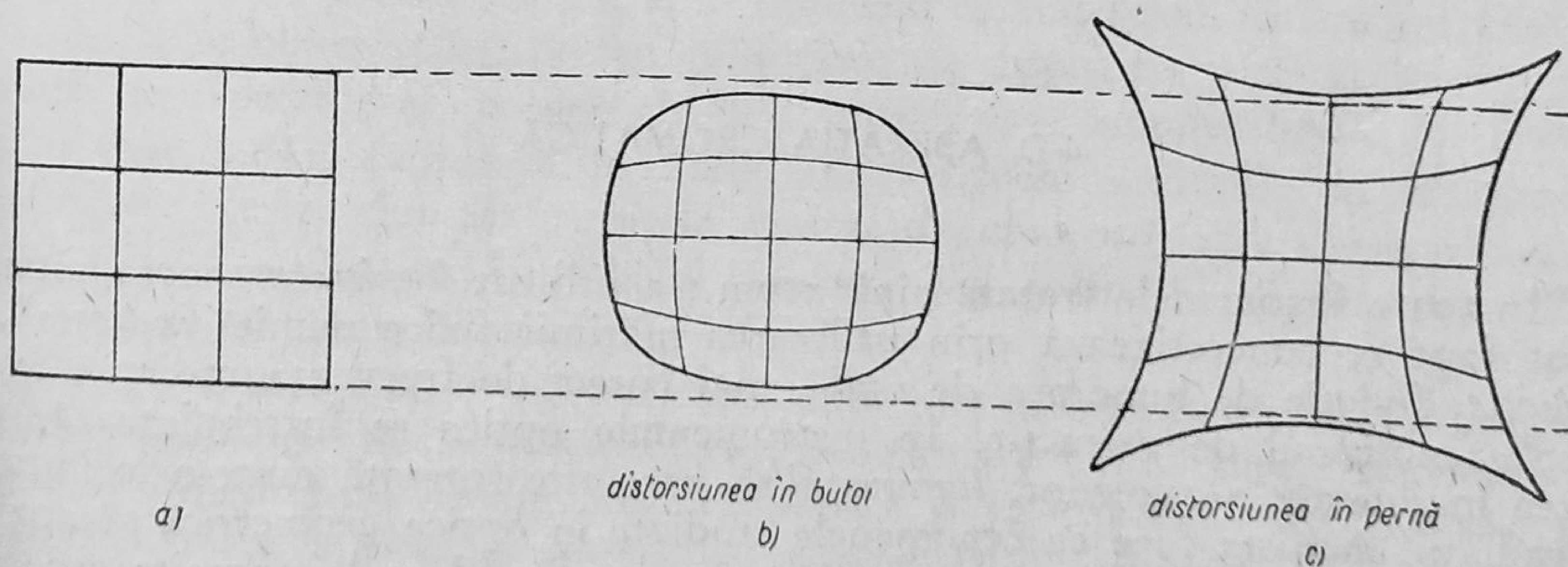


Fig. 50.

valorii cu depărtare de axa optică duce la apariţia aberaţiei de distorsiune în butoi. În caz contrar apare distorsiunea în pernă.

Dacă lentila L din figura 51 ar fi un sistem optic perfect, imaginea obiectului O_1A_1 s-ar forma în $O'_k A'_k$. Însă lentila prezintă aberaţia de sfericitate şi atunci dacă pentru punctul axial O_1 fasciculul paraxial care trece prin diafragma D formează prin L imaginea în O'_k, pentru punctul A_1

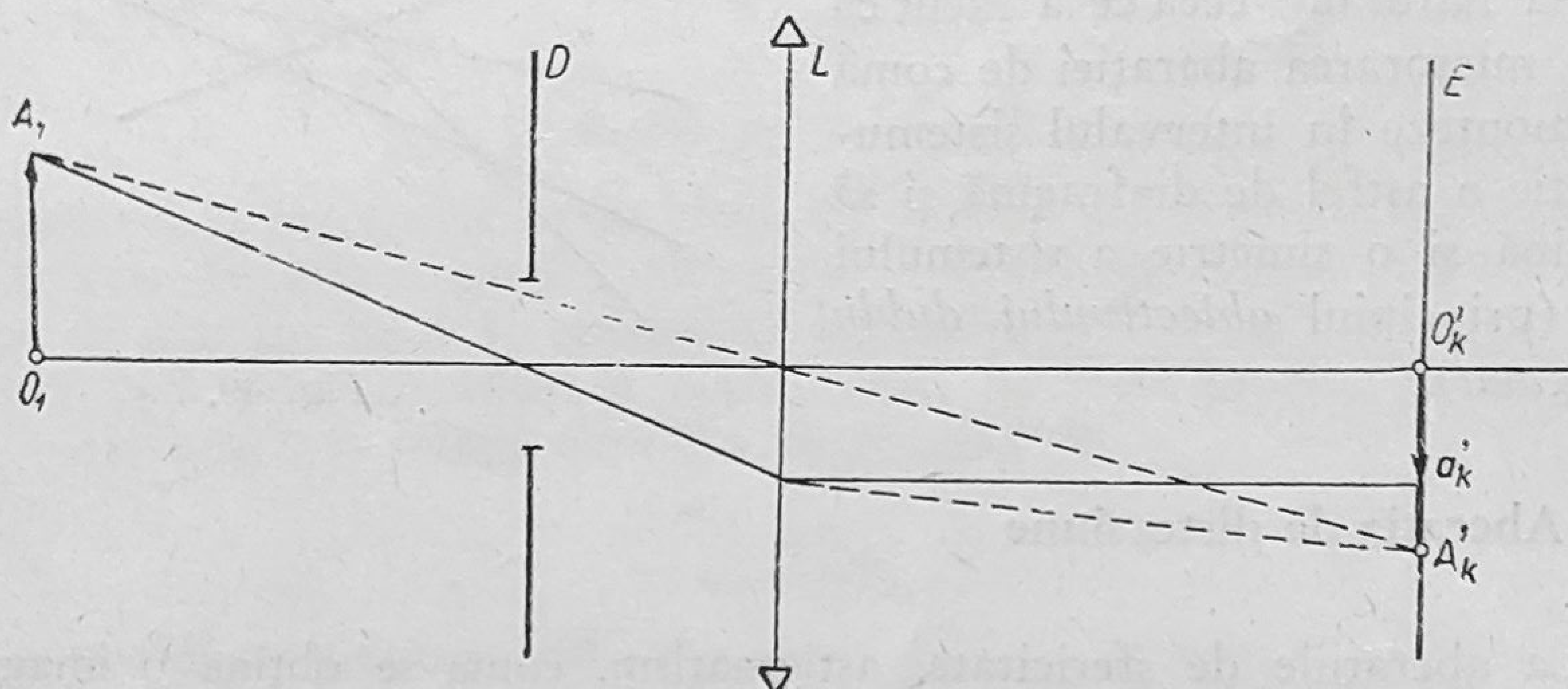


Fig. 51.

fasciculul respectiv care trece prin diafragma D va forma prin L imaginea în a'_k, adică imaginea $O'_k a'_k$ este mai scurtă decît O_1A_1: apare distorsiunea în butoi.

În mod asemănător, aşezarea diafragmei D după lentila L dă naştere la distorsiunea în pernă.

Pentru a obţine o imagine fără distorsiune, *o imagine ortoscopică*, va trebui ca diafragma să ocupe în sistemul optic o anumită poziţie de ortoscopie. Aceasta se realizează simplu prin plasarea diafragmei în interiorul sistemului optic, astfel ca distorsiunea produsă într-un sens de către o parte a sistemului optic să fie compensată de cealaltă parte a sistemului optic. Sistemele optice care prezintă o simetrie a lor faţă de diagramă se numesc *dublete simetrice*. Astfel de sisteme lipsite de distorsiune sînt absolut necesare în cazul fotogrametriei, la fotografierea planurilor şi ridicării de hărţi.

4-D. ABERAŢIA CROMATICĂ

În toate fenomenele tratate pînă acum s-a utilizat *lumina monocromatică*. Acest fapt se concretizează prin utilizarea mărimii fizice numită *indicele de refracţie*, funcţie de lungimea de undă, mai corect de frecvenţa radiaţiei care suferă fenomenul de refracţie. În instrumentele optice se întrebuinţează, în marea majoritate a cazurilor, *lumina albă*, care este formată dintr-o infinitate de radiaţii. Aceasta face ca fenomenele studiate în optica geometrică să apară simultan pentru toate radiaţiile componente, ceea ce duce la anumite aspecte şi deformări ale imaginilor, adică la *aberaţia cromatică*.

4.18. Descompunerea şi compunerea luminii albe

Cercetările metodice întreprinse de Newton, Helmholtz şi Fraunhofer prin trecerea unui fascicul de lumină albă printr-o prismă P_1, au arătat că la ieşirea lui din prismă, fasciculul s-a descompus în radiaţiile componente,

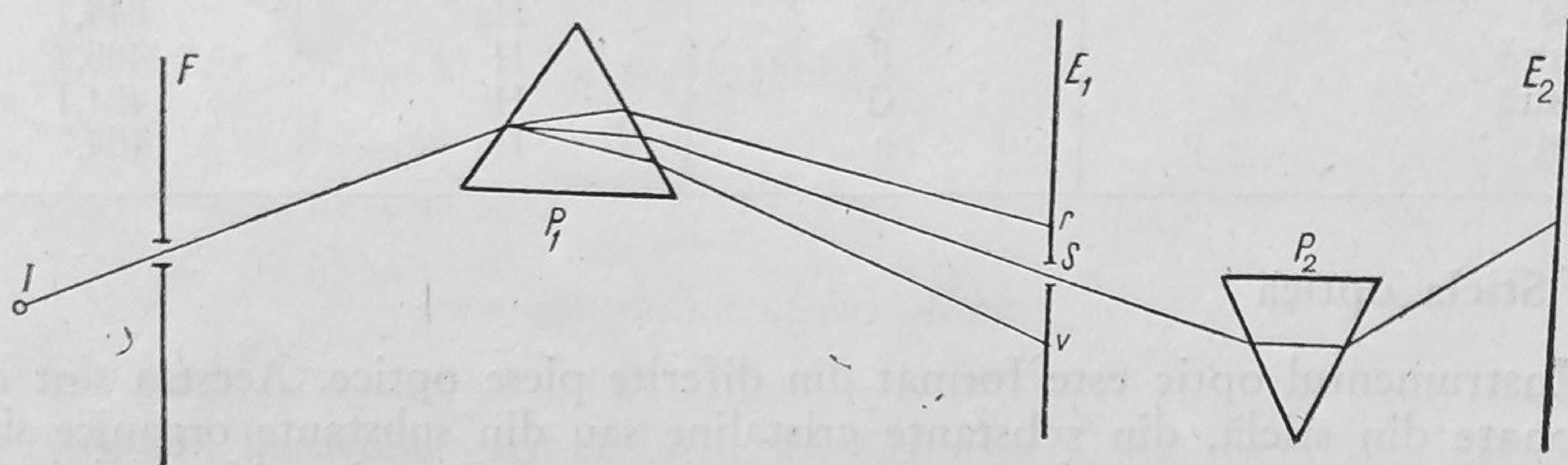


Fig. 52.

fenomen numit *dispersia luminii*. Pe ecranul E_1, apare o pată colorată S, numită *spectru luminos*, continuu, colorat, în care distingem şapte grupe de culori de la roşu la violet. Dacă în ecranul E_1 se face o deschidere fină şi radiaţia corespunzătoare din spectrul S poate trece printr-o a doua prismă P_2, atunci pe ecranul E_2 se obţine o pată luminoasă de o singură culoare, ceea ce dovedeşte că radiaţiile obţinute în spectrul S sînt radiaţii *monocromatice*. Fiecărei radiaţii i s-a atribuit o anumită frecvenţă ν, o anumită viteză de propagare v şi deci şi o anumită *lungime de undă* λ într-un mediu optic dat.

Prin amestecarea şi contopirea culorilor din spectrul S se reface lumina albă.

Amestecul culorilor spectrale duce la apariţia senzorială a altor culori. Senzaţia de culoare albă se poate obţine, de exemplu, şi din contopirea a trei culori spectrale : roşu, verde şi violet. Aceste probleme fac obiectul disciplinei din optică numită *colorimetria*.

Utilizînd nu lumina albă a unui filament incandescent, ci lumina albă de la soare, s-au observat în spectrul S obţinut cu dispozitivul optic numit spectroscop sau spectrograf, o serie de linii întunecoase, numite *liniile lui Fraunhofer*, care indică faptul că în acele locuri lipsesc radiaţiile cu frecvenţele respective. Acestea sînt aşa-numitele *spectre de absorbţie* care corespund anumitor elemente chimice. În tabelul de mai jos se indică şi notaţia acelor radiaţii dată de Fraunhofer.

Cu ajutorul lămpilor spectrale şi a unor monocromatoare sau filtre optice se pot produce şi izola radiaţiile corespunzătoare cu lungimea de undă cu radiaţiile din dreptul liniilor lui Fraunhofer şi cu ajutorul lor să se facă determinările de constante optice ale materialelor utilizate în construcţia instrumentelor optice.

Culoarea	Notația Fraunhofer	Elementul	Lungimea de undă, în mμ
roșie	A′	K	768,2
roșie	C	H	656,3
galbenă	D	Na	589,3
galbenă	d	He	587,6
verde	e	Hg	546,1
albastră	F	H	486,1
albastră	G′	H	434,1
violet	h	Hg	404,7

4.19. Sticla optică

Instrumentul optic este format din diferite piese optice. Acestea sînt confecționate din sticlă, din substanțe cristaline sau din substanțe organice sintetice, care vor trebui să îndeplinească anumite condiții optice. Materialul optic cel mai întrebuințat este sticla, și anume *sticla de silicați*. Ea se fabrică în mai multe *sorturi*. Se disting două sorturi principale: *sticla crown* și *sticla flint*. Mărimea caracteristică care precizează sortul de sticlă este *indicele de refracție n*. Acestea se determină față de aer, pentru radiația galbenă a heliului, *d*, sau pentru radiația verde a mercurului, *e*. În prezent diferitele sorturi de sticlă optică au indicele de refracție cuprins între 1,365 (sortul sticla fluorid) și 2,075 (sticla cu plumb și titaniu). În general, sticlele care conțin metale grele, cum e plumbul, toriul, bariul, au indicele de refracție mai ridicat.

Cercetările făcute asupra diferitelor sorturi de sticlă cu privire la dispersia luminii albe, și anume cu privire la indicii de refracție pentru radiațiile liniilor Fraunhofer, au arătat că spectrul produs de o prismă din flint este mult mai lung decît cel produs de o prismă din crown (sau din apă) de același unghi. În figura 53 se dă un astfel de exemplu. Dacă se aleg prisme din flint, din crown și din apă și cu unghiurile lor alese în așa fel încît să producă spectre de aceeași lungime, atunci se constată că pozițiile acelorași linii Fraunhofer nu coincid (fig. 54).

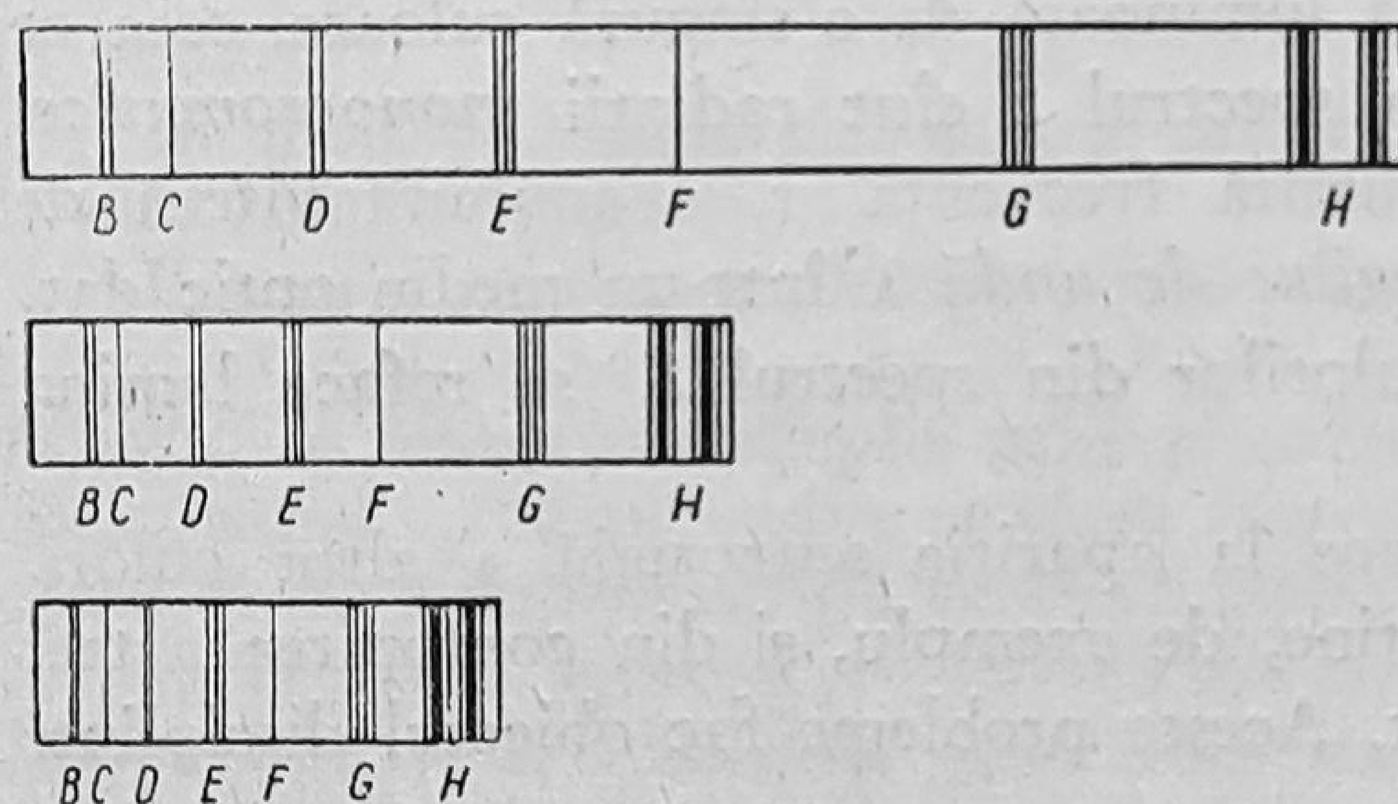


Fig. 53.

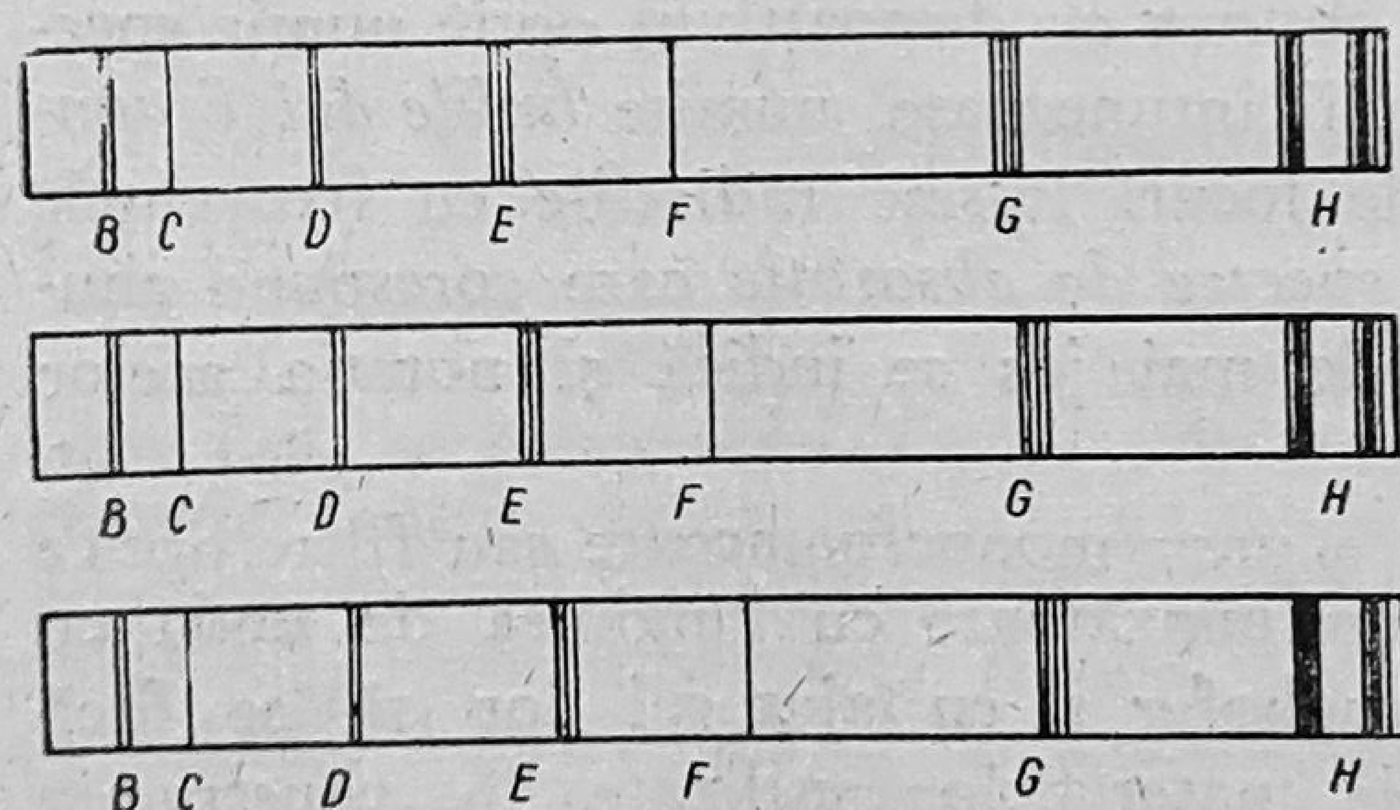


Fig. 54.

Din această cauză a trebuit să se introducă anumite mărimi care să caracterizeze optic dispersia prezentată de fiecare sort de sticlă şi care vor fi indicate în cataloagele de sticlă optică. Acestea sînt:

n_d = *indicele de refracţie mijlociu*

$n_F - n_c$ = *dispersia mijlocie*

$(n_d - 1)$ = *refringenţa*

$\frac{n_F - n_c}{n_d - 1}$ = *dispersia*

$\frac{n_d - 1}{n_F - n_c} = \nu =$ *numărul lui Abbe*

Numărul lui Abbe variază între $\nu = 20{,}5$ (sortul de sticlă specială Schott Jena — SFS 1) şi $\nu = 105$ (fluoridglas).

Planul sticlelor optice conţine graficul în care în abscisă s-au trecut valorile lui ν, numărul lui Abbe, iar în ordonată n_d indicele de refracţie pentru radiaţia *d* (Heliu), figura 55.

În acest plan, sticlele şi substanţele optice se situează în partea mijlocie a diagonalei. Sticlele optice cu $\nu > 55$ se numesc sticle crown; cele cu $\nu < 50$, sticle flint.

Între ele se găsesc sticle de trecere crown-flint.

Alte materiale optice sînt *cristalele optice* ca spatul de Islanda, cuarţul natural, florura de calciu, florura de litiu, cristalele de NaCl, KBr, AgCl, KI, NaI, safirul etc., *materialele sintetice*, ca plexiglas, trolit, polimetilmetacrilat etc.

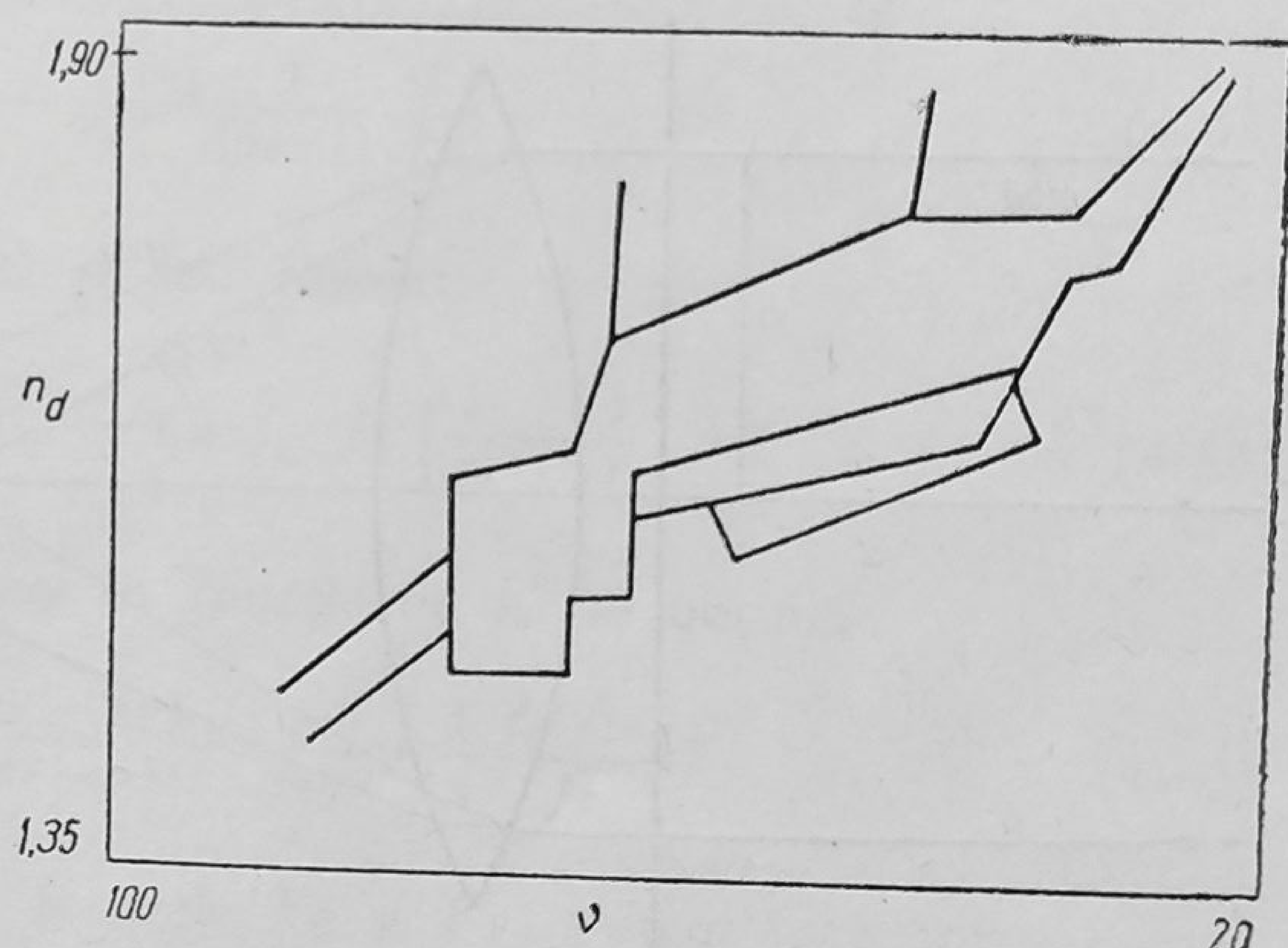


Fig. 55.

4.20. Aberaţia cromatică longitudinală şi transversală

Să calculăm distanţa focală a unei lentile convergente pentru radiaţiile roşu *C* şi albastru-verde *F*, în aproximaţia lui Gauss.

Formula generală pentru o lentilă subţire în aer este:

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \tag{4-56}$$

pe care o obţinem din formula generală

$$\Phi_{1-2}=\frac{1}{f_{1-2}}=\left[\frac{n_1'-n_1}{r_1}+\frac{n_2'-n_2}{r_2}-\frac{n_1'-n_1}{r_1}\cdot\frac{n_2'-n_2}{r_2}\frac{d_{12}}{n_2}\right], \quad (2\text{-}57)\ (4\text{-}57)$$

unde în cazul lentilei subţiri în aer vom avea:

$$n_1'=n_2=n,\ n_1=n_2'\approx 1\ \text{(aerul) şi}\ d_{12}'\approx 0. \quad (4\text{-}58)$$

Pentru radiaţia roşie C avem:

$$\Phi_C=\frac{1}{f_C}=(n_C-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right). \quad (4\text{-}59)$$

Pentru radiaţia albastru-verde F se obţine:

$$\Phi_F=\frac{1}{f_F}=(n_F-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right). \quad (4\text{-}60)$$

Se vede imediat că focarele F_C' şi F_F' nu se suprapun, deoarece $f_C\neq f_F$. Deoarece $n_F>n_C$, urmează că şi $f_C>f_F$ (fig. 56). Aceasta constituie aberaţia cromatică. În urma acestui fapt, imaginea unui punct luminos, care emite

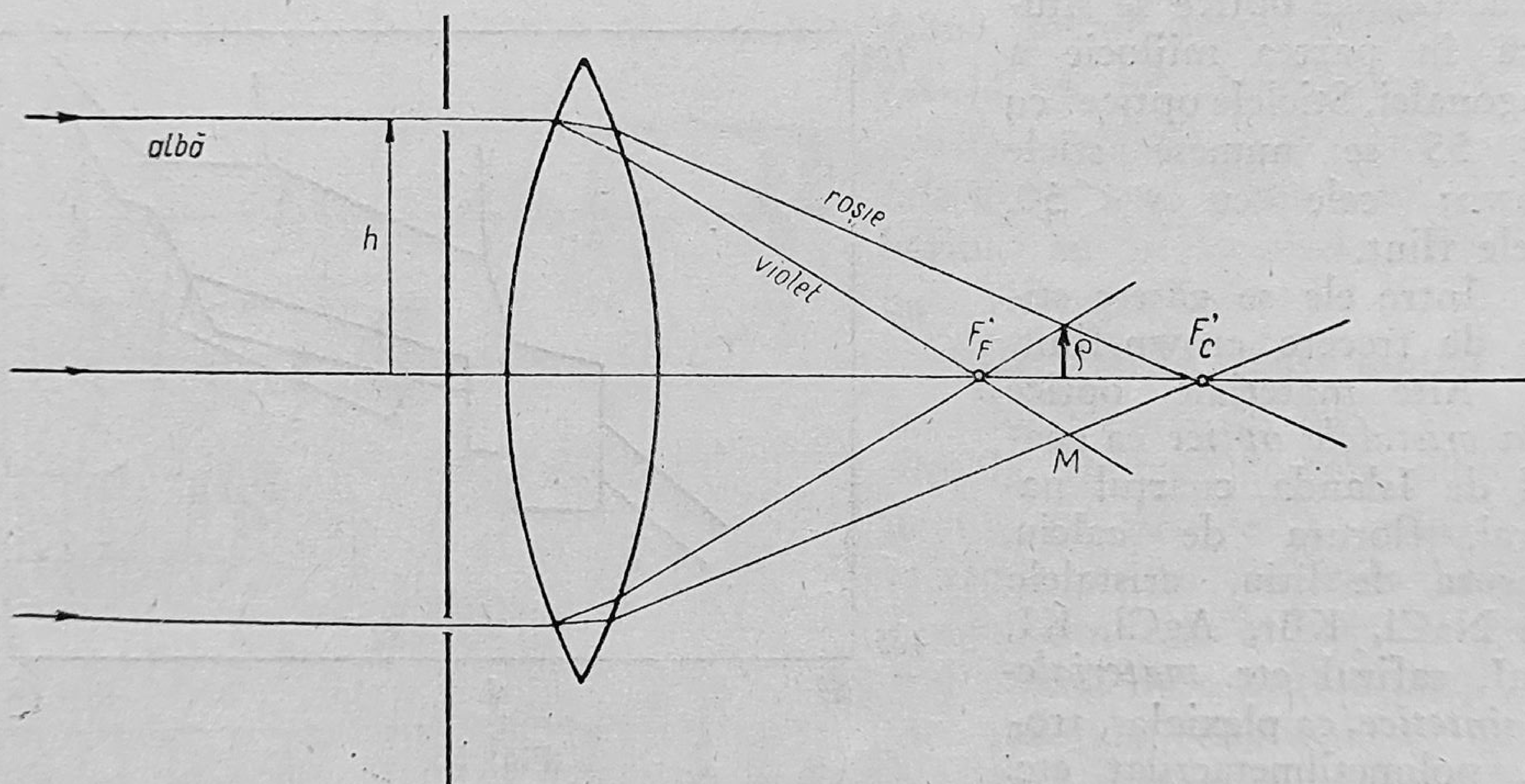


Fig. 56.

lumina albă, nu se va forma într-un singur punct conjugat, ci într-o regiune unde vor apare coloraţii. Imaginea unui obiect, în lumina albă, va apare, mai ales la margine, cu coloraţii.

Distanţa $\Delta f=f_C-f_F=F_CF_F$ se *numeşte aberaţie cromatică longitudinală principală.*

În cazul întrebuinţării celor două radiaţii C şi *F*, un ecran, aşezat între cele două focare F_C şi F_F, va intercepta cele două conuri de lumină. În pozi-

ţia M, pata de lumină va avea marginea albă, rezultată din contopirea celor două radiaţii. Raza ρ a acestei pete circulare ia numirea de *aberaţie cromatică transversală principală*. Ea depinde de valoarea lui h, fiind direct proporţională cu deschiderea fasciculului incident.

Dacă focarul pentru radiaţia roşie, F_C, se găseşte mai îndepărtat de sistemul optic convergent decît focarul în albastru-verde, F_F, atunci sistemul este din punct de vedere cromatic *subcorijat;* în caz contrar, sistemul este *supracorijat*. La sistemele optice divergente este tocmai invers.

Diferenţa puterilor Φ_F şi Φ_C ne dă expresia:

$$\Delta\Phi_{F-C}=\Phi_F-\Phi_C=\frac{1}{f_F}-\frac{1}{f_C}=\frac{f_C-f_F}{f_C\ f_F}=(n_F-n_C)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right). \tag{4-61}$$

Avem totodată pentru radiaţia verde e, aleasă ca radiaţie mijlocie în spectrul vizibil, relaţia:

$$\Phi_e=\frac{1}{f_e}=(n_e-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right), \tag{4-62}$$

de unde putem scoate valoarea parantezei:

$$\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=\frac{1}{(n_e-1)}\cdot\frac{1}{f_e}. \tag{4-63}$$

Relaţia anterioară poate fi scrisă şi sub forma:

$$f_C-f_F=(n_F-n_C)\ f_C\ f_F\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \tag{4-64}$$

şi introducînd valoarea parantezei în funcţie de f_e se obţine:

$$f_C-f_F=\frac{(n_F-n_C)}{(n_e-1)}\cdot\frac{f_C\ f_F}{f_e}=\frac{1}{\nu}\ \frac{f_C\ f_F}{f_e}. \tag{4-65}$$

Cum focarul F_e se găseşte între focarele F_C şi F_F, putem face aproximaţia:

$$\frac{f_C\ f_F}{f_e^2}\approx 1. \tag{4-66}$$

de unde

$$\frac{f_C\ f_F}{f_e}\approx f_e, \tag{4-67}$$

deci se va obţine relaţia:

$$f_C-f_F\approx\frac{f_e}{\nu} \tag{4-68}$$

sau

$$f_F - f_C \approx -\frac{f_e}{\nu}, \qquad (4\text{-}69)$$

adică diferenţa cromatică a distanţelor focale pentru radiaţiile roşu C şi verde-albastru F este a ν-a parte din distanţa focală pentru radiaţia verde e. Se vede imediat importanţa numărului lui Abbe, ν: sticlele optice cu un ν mic, cum sînt sticlele flint, dau o valoare mare pentru diferenţa cromatică $(f_C - f_F)$.

Pentru lentilele convergente, f_e are o valoare pozitivă (+) şi duce la $f_C > f_F$. Pentru lentilele divergente avem o dispunere inversă; f_e are o valoare negativă (—) şi deci $f_C < f_F$.

Din cele arătate mai sus rezultă că distanţa focală paraxială (în aproximaţia lui Gauss) a unei lentile depinde de lungimea de undă a radiaţiei întrebuinţate. Din această cauză şi distanţa la care se formează imaginea dată de o astfel de lentilă, care prezintă aberaţia cromatică, va depinde de lungimea de undă a radiaţiei întrebuinţate.

4.21. Condiţia de acromatizare longitudinală. Spectrul secundar

Deoarece la o lentilă convergentă avem $f_C > f_F$ iar la o lentilă divergentă avem tocmai invers, $f_C < f_F$, prin asamblarea a două lentile, una convergentă şi alta divergentă (fig. 57), se poate obţine un sistem optic convergent sau divergent la care distanţa, în valoare absolută, $f_C - f_F$ să fie minimă şi chiar nulă. Un astfel de sistem la care avem:

$$f_C - f_F | = 0$$

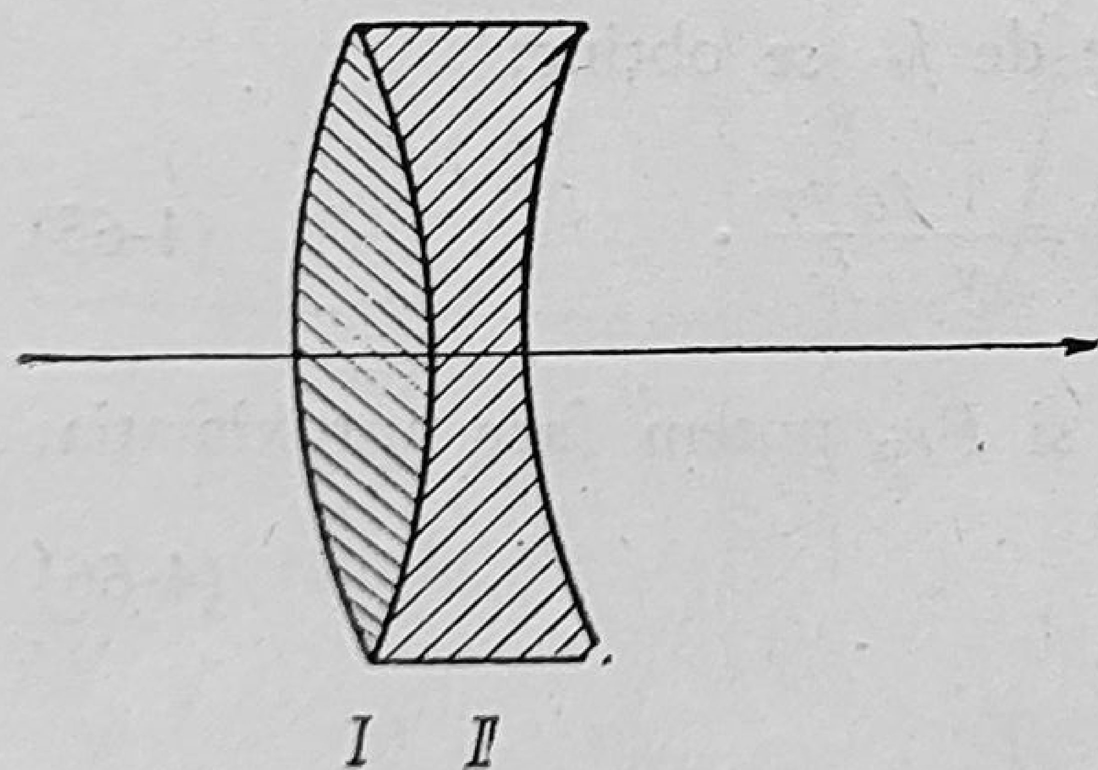


Fig. 57.

se numeşte un sistem corijat *acromatic*. În cazul acesta, acromatizarea se obţine numai pentru două radiaţii, şi anume pentru radiaţiile alese de noi C şi F.

Pentru a obţine acromatizarea longitudinală a unui obiectiv pentru două radiaţii, de exemplu pentru radiaţiile C şi F, va trebui ca cele două diferenţe a puterilor lentilelor I şi II:

$$\Phi_{FI} - \Phi_{CI} = \frac{1}{f_{FI}} - \frac{1}{f_{CI}} = (n_{FI} - n_{CI})\left(\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{21}}\right) \qquad (4\text{-}70)$$

şi

$$\Phi_{FII} - \Phi_{CII} = \frac{1}{f_{FII}} - \frac{1}{f_{CII}} = (n_{FII} - n_{CII})\left(\frac{1}{r_{1II}} - \frac{1}{r_{2II}}\right) \quad (4\text{-}71)$$

să dea o sumă totală nulă, adică:

$$(\Phi_{FI} - \Phi_{CI}) + (\Phi_{FII} - \Phi_{CII}) = 0\,, \quad (4\text{-}72)$$

ceea ce duce la condiţia de acromatizare:

$$(n_{FI} - n_{CI})\left(\frac{1}{r_{1I}} - \frac{1}{r_{2I}}\right) = -(n_{FII} - n_{CII})\left[\frac{1}{r_{1II}} - \frac{1}{r_{2II}}\right] \quad (4\text{-}73)$$

sau la

$$\frac{(n_{FI} - n_{CI})}{(n_{FII} - n_{CII})} = -\frac{\left[\frac{1}{r_{1II}} - \frac{1}{r_{2II}}\right]}{\left[\frac{1}{r_{1I}} - \frac{1}{r_{2I}}\right]}\,. \quad (4\text{-}74)$$

Se poate astfel obţine acromatizarea pentru două radiaţii C şi F, însă mai rămîn abateri de acromatizare pentru celelalte radiaţii. Aberaţia cromatică care apare astfel pentru o a treia radiaţie ia numirea de *spectru secundar*.

Această abatere longitudinală, spectrul secundar, se poate reprezenta grafic în funcţie de lungimea de undă ca în figura 58.

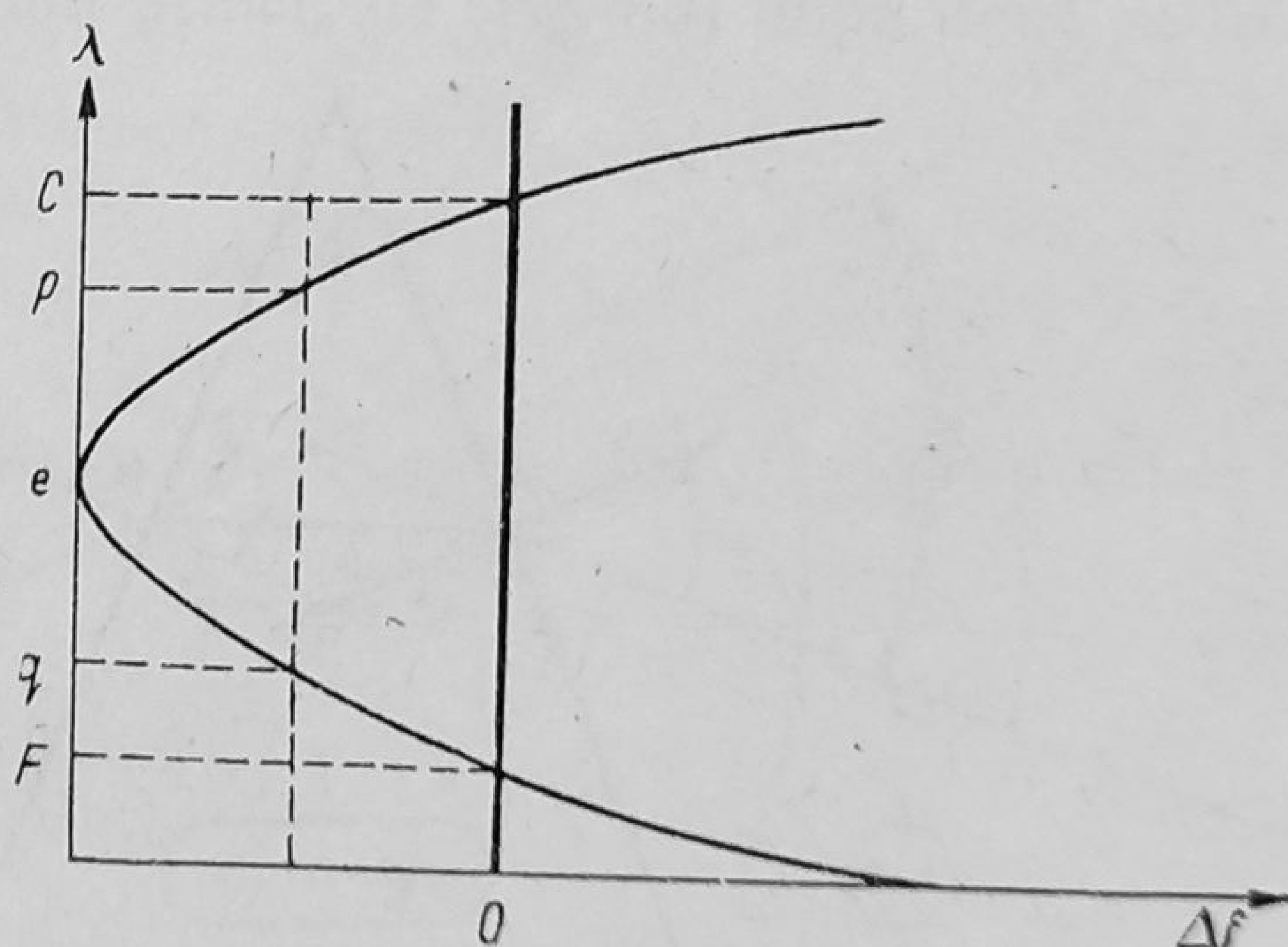


Fig. 58.

Din figură rezultă că sistemul, acromatizat pentru radiaţiile C şi F, este acromatizat şi pentru alte perechi de radiaţii cum sînt cele însemnate de noi cu p şi q.

Alegerea radiaţiilor (culorilor) pentru acromatizare este dictată de întrebuinţarea instrumentului optic.

Pentru domeniul de radiaţii în care ochiul este mai sensibil, adică în jurul regiunii galben-verde, acromatizarea obiectivelor întrebuinţate pentru observaţia vizuală se face pentru radiaţiile C şi F; se realizează *acromatismul vizual*.

Placa fotografică obişnuită este mai sensibilă în regiunea radiaţiilor violet, în jurul radiaţiei $H\gamma$. În acest caz, obiectivul respectiv, pentru astrofotografie,

va fi corectat pentru radiaţiile F şi radiaţia mercurului Hg — 0,4047 μ sau pentru F şi $H\delta$.

Această corecţie se mai numeşte şi *corecţie actinică.*

4.22. Apocromatismul (Abbe)

S-a căutat să se micşoreze spectrul secundar prin acromatizarea sistemului optic pentru trei radiaţii, fapt care se poate realiza prin asamblarea a trei lentile. Acest procedeu simplu duce însă la obţinerea de convergenţe şi curburi mari care atrag după sine mărirea aberaţiilor geometrice.

La obiectivul apocromatic (cum este cel de microscop) s-a reuşit să se micşoreze spectrul secundar prin acromatizarea pentru trei radiaţii şi deci reducerea lui la un spectru terţiar şi totodată să se realizeze aplanetismul pentru două radiaţii (adică lipsit de aberaţia de sfericitate şi coma). Aceasta s-a realizat cu ajutorul lentilelor din florură de calciu, CaF_2, fluorină, care are caracteristici optice care diferă mult faţă de cele ale sticlelor optice obişnuite.

Capitolul 5

PRISMA OPTICĂ

5.1. Formulele prismei

Prisma optică este compusă în forma ei cea mai simplă din doi dioptri plani care fac un unghi între ei, astfel că raza de lumină prin trecerea ei prin prismă suferă cel puţin două refracţii, ceea ce duce la o deviere a razei de la direcţia de incidenţă. În prisma cu secţiunea dreaptă, **secţiunea principală**, **prisma triunghiulară**, unghiul diedru A făcut din planele celor doi dioptri ia numirea de ***unghiul prismei*** (fig. 59), iar dreapta de întretăiere a planelor se numeşte ***muchia prismei***. Suprafaţa plană opusă muchiei şi paralelă cu ea şi care determină o secţiune triunghiulară sub formă de triunghi isoscel, BC, ia numirea de *baza prismei*.

Mersul razei printr-o prismă optică (în planul secţiunii principale). Raza incidentă IM situată în planul secţiunii principale (fig. 60) după două refracţii

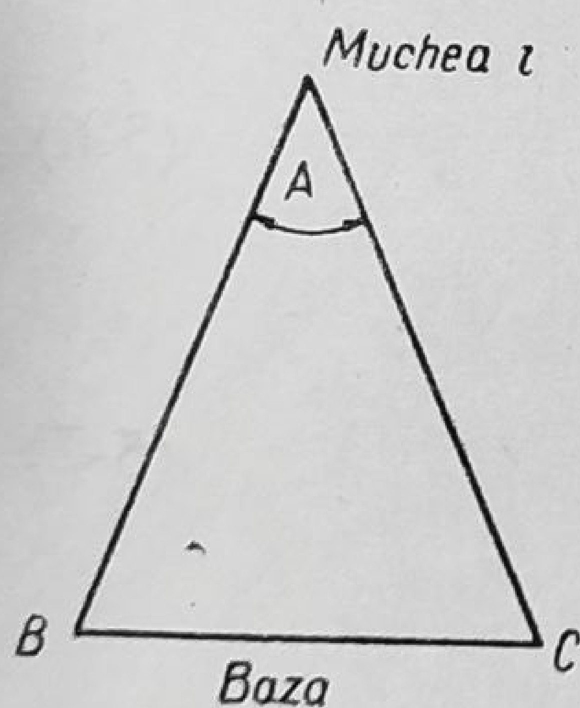


Fig. 59.

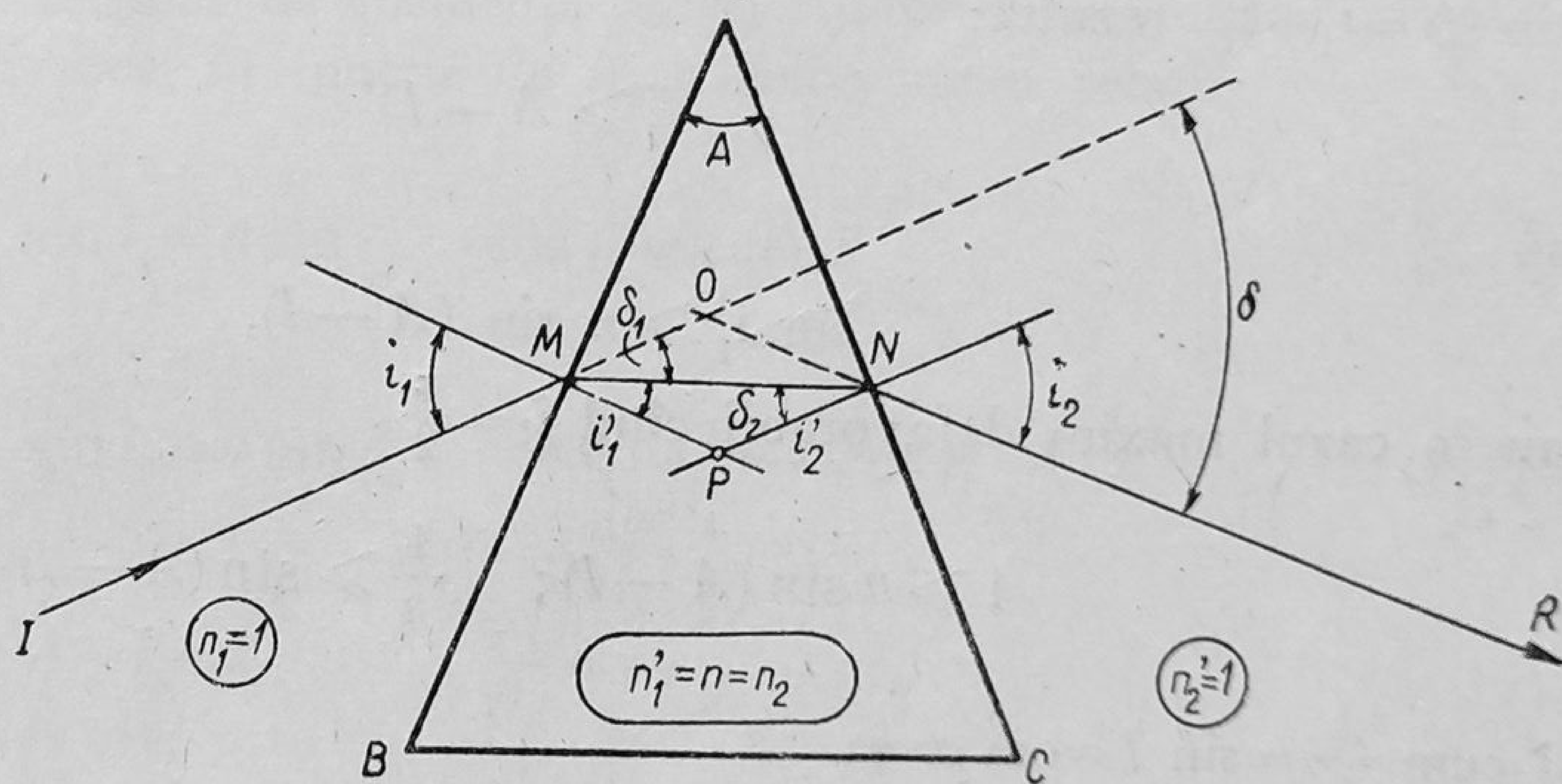


Fig. 60.

la cele două feţe ale prismei iese după direcţia NR, toate razele fiind conţinute în planul secţiunii principale. Prin aplicarea legilor refracţiei la cele două feţe şi din relaţiile geometrice care există între unghiurile de incidenţă i_1 şi emergenţă i_2, unghiurile de refracţie i_1' şi i_2', precum şi între ***unghiul de deviaţie*** δ şi unghiul prismei A, se obţin formulele prismei cufundate în aer, prisma fiind confecţionată dintr-un material omogen şi izotrop optic de indice

relativ

$$n=\frac{n_2'}{n_1}=\frac{n_2}{n_2'},\ \text{cu}\ n_1=n_2'\approx 1\ \text{(aer)}:$$

$$\sin i_1=n\sin i_1' \qquad (5\text{-}1)$$

$$\sin i_2=n\sin i_2' \qquad (5\text{-}2)$$

$$A=i_1'+i_2' \qquad (5\text{-}3)$$

$$\delta=\delta_1+\delta_2=(i_1-i_1')+(i_2-i_2')=i_1+i_2-(i_1'+i_2')=i_1+i_2-A. \qquad (5\text{-}4)$$

5.2. Condiţia de emergenţă

Pentru ca o rază să poată ieşi din prismă, trebuie ca după refracţia suferită la prima faţă a prismei, unghiul i_2' să nu depăşească valoarea unghiului limită l corespunzător materialului prismei. Condiţia de emergenţă este deci ca:

$$\sin i_2'\leqslant \sin l=\frac{1}{n}, \qquad (5\text{-}5)$$

adică

$$i_2'\leqslant l.$$

Din $A=i_1'+i_2'$ rezultă:

$$i_1'\geqslant A-l$$

sau

$$\sin i_1\geqslant n\ \sin\ (A-l), \qquad (5\text{-}6)$$

sau în cazul maxim defavorabil cînd $i_1=\frac{\pi}{2}$

$$1\geqslant n\sin(A-l);\quad \frac{1}{n}\geqslant \sin(A-l) \qquad (5\text{-}7)$$

şi cum $\frac{1}{n}=\sin l$ vom avea

$$\sin l\geqslant \sin\ (A-l), \qquad (5\text{-}8)$$

ceea ce duce la:

$$l\geqslant A-l$$

sau la condiţia de emergenţă:

$$A\leqslant 2l \qquad (5\text{-}9)$$

5.3. Deviația minimă δ_m

Se poate face experiența cu un fascicul larg de lumină (poate fi și albă) sau cu două raze paralele *a* și *b*, dintre care raza *a* trece prin prismă și raza *b* se reflectă pe baza prismei (fig. 61).

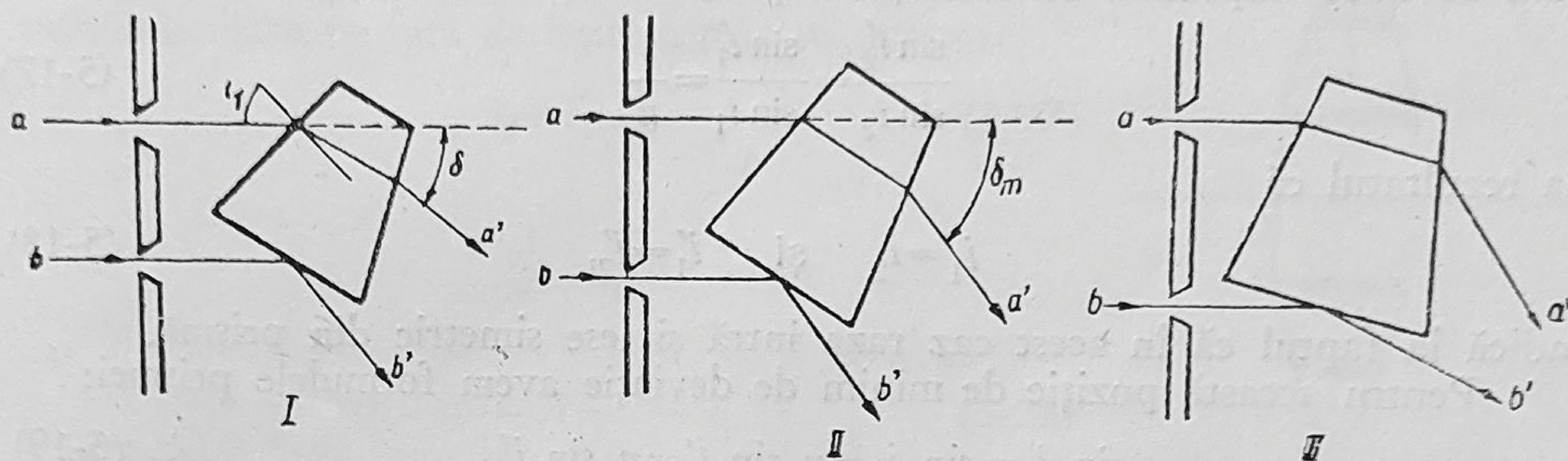


Fig. 61.

La diferitele unghiuri de incidență se obțin valori diferite pentru unghiul de deviație δ, însă se constată că valoarea lui δ nu poate scade sub o valoare minimă δ_m. Aceasta corespunde pentru un anumit unghi de incidență, cînd raza emergentă *a'* devine paralelă cu raza reflectată *b'*, cazul al II-lea din figura 61.

Pentru a afla valoarea minimă a lui δ, adică pe δ_m, să studiem variația lui δ în funcție de unghiul de incidență i_1, cu ajutorul formulelor prismei. Vom avea prin derivarea, în funcție de i_1, a celor patru relații:

$$\sin i_1 = n \sin i_1' \qquad \cos i_1 = n \cos i_1' \frac{di_1'}{di_1} \tag{5-10}$$

$$\sin i_2 = n \sin i_2' \qquad \cos i_2 \frac{di_2}{di_1} = n \cos i_2' \frac{di_2'}{di_1} \tag{5-11}$$

$$A = i_1' + i_2' \qquad \frac{di_1'}{di_1} = -\frac{di_2'}{di_1} \tag{5-12}$$

$$\delta = i_1 + i_2 - A \qquad \frac{d\delta}{di_1} = 1 + \frac{di_2}{di_1} \tag{5-13}$$

$$\frac{d\delta}{di_1} = 1 + n \frac{\cos i_2'}{\cos i_2} \cdot \frac{di_2'}{di_1} = 1 - n \frac{\cos i_2'}{\cos i_2} \frac{di_1'}{di_1} = \tag{5-14}$$

$$= 1 - n \frac{\cos i_2'}{\cos i_2} \cdot \frac{1}{n} \frac{\cos i_1}{\cos i_1'} = 1 - \frac{\cos i_2'}{\cos i_2} \frac{\cos i_1}{\cos i_1'} . \tag{5-15}$$

Valoarea maximă sau minimă pentru δ se obţine pentru $\frac{d\delta}{di_1}=0$, deci pentru cazul cînd:

$$\frac{\cos i_2'}{\cos i_2}\,\frac{\cos i_1}{\cos i_1'}=1,\ \text{adică pentru}\ \frac{\cos i_2'}{\cos i_2}=\frac{\cos i_1'}{\cos i_1}, \tag{5-16}$$

ceea ce duce împreună cu condiţia impusă de legile refracţiei:

$$\frac{\sin i_2'}{\sin i_2}=\frac{\sin i_1'}{\sin i_1}=\frac{1}{n} \tag{5-17}$$

la rezultatul că

$$i_1=i_2 \quad \text{şi} \quad i_1'=i_2', \tag{5-18}$$

adică la faptul că în acest caz raza intră şi iese simetric din prismă.

Pentru această poziţie de minim de deviaţie avem formulele prismei:

$$\sin i_1=\sin i_2=n\sin i_1'=n\sin i_2' \tag{5-19}$$

$$A=2\,i_1'=2\,i_2' \tag{5-20}$$

şi

$$\delta_m=2\,i_1-A. \tag{5-21}$$

Din relaţia $\sin i_1=n\sin i_1'$ avem:

$$n=\frac{\sin i_1}{\sin i_1'}=\frac{\sin\left[\frac{\delta_m+A}{2}\right]}{\sin\left[\frac{A}{2}\right]} \tag{5-22}$$

relaţie care se întrebuinţează la determinarea indicelui de refracţie prin metoda prismei.

5.4. Cazul prismelor de unghi mic şi incidenţă normală

În cazul unei prisme de unghi A mic şi a unei raze care cade normal, $i_1=0$, sau aproape normal pe faţa prismei, formulele prismei se pot scrie:

$$\sin i_1=n\sin i_1' \quad \text{devine} \quad i_1\approx n\,i_1' \tag{5-23}$$

$$\sin i_2=n\sin i_2' \quad \text{devine} \quad i_2\approx n\,i_2' \tag{5-24}$$

şi

$$A=i_2'+i_2' \tag{5-25}$$

iar

$$\delta=i_1+i_2-A\approx n\,i_1'+n\,i_2'-i_2'-i_1'=(n-1)\,(i_1'+i_2')=(n-1)A, \tag{5-26}$$

adică deviaţia razei este proporţională cu unghiul prismei A.

Relaţia simplificată de mai sus a găsit o serie întreagă de aplicaţii în calculele optice, cît şi la realizarea de dispozitive optice.

Exemplu: *Deducerea unor formule fundamentale ale opticii geometrice în aproximația lui Gauss**.

O lentilă poate fi considerată ca fiind formată din asamblarea unor prisme cu unghiul A variabil, unghiul fiind cu atît mai mare cu cît ne îndepărtăm de axa optică. În aceste condiţii la lentilele subţiri putem să întrebuinţăm formulele prismei.

În cazul particular cînd raza emergentă este perpendiculară pe faţa de ieşire a prismei, avem:

$$i_2 = i_2' = 0 \tag{5-27}$$

şi

$$A = i_1',$$

iar

$$\delta = i_1 - A = i_1 - i_1' \tag{5-28}$$

Totodată

$$\delta = (n-1)\,A = \left(\frac{n_1'}{n_1} - 1\right)A, \tag{5-29}$$

Fig. 62.

ţinînd seama că $n = \frac{n_1'}{n_1}$ este indicele relativ care se poate exprima în funcţie de indicii absoluţi.

Să considerăm dioptrul sferic S de rază r, punctul obiect O şi imaginea sa O' obţinută prin intersecţia razei refractate MO' cu axa optică $O - V - O'$ (fig. 63).

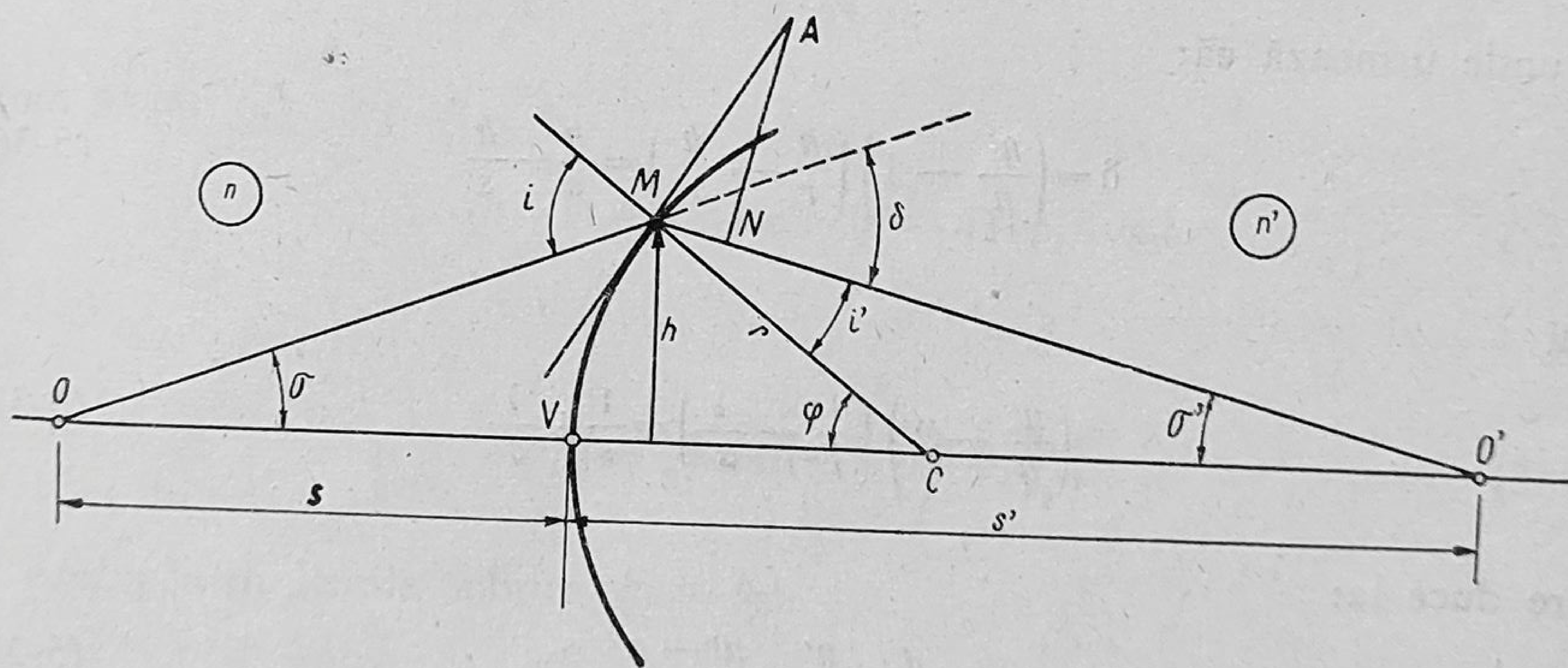


Fig. 63.

Dacă alegem un punct A situat pe planul tangent la dioptru în punctul M (de incidenţă) şi ducem şi planul AN normal la raza emergentă MO',

* G. G. Brătescu: *Asupra unor formule elementare ale sistemelor optice*, Analele Univ. „C. I. Parhon", Bucureşti, seria Şt. naturii, nr. 14, 1957, pp. 47—54.

putem presupune că se formează o prismă de unghi A egal cu i'. Unghiul de deviaţie δ este egal cu :

$$\delta=\sigma+\sigma' \tag{5-30}$$

şi unghiul A cu:

$$A=i'=\varphi-\sigma'. \tag{5-31}$$

În aproximaţia lui Gauss vom avea:

$$\sigma \approx \mathrm{tg} \approx \frac{h}{s} \quad \sigma' \approx \mathrm{tg}\, \sigma' \approx \frac{h}{s'} \tag{5-32}$$

$$\varphi \approx \sin\varphi \approx \mathrm{tg}\,\varphi \approx \frac{h}{r}. \tag{5-33}$$

Obţinem valoarea lui δ:

$$\delta=(n-1)A=\left(\frac{n'}{n}-1\right)\left(\varphi-\sigma'\right)=\left(\frac{n'}{n}-1\right)\left(\frac{h}{r}-\frac{h}{s'}\right). \tag{5-34}$$

Totodată

$$\delta=\sigma+\sigma'=\frac{h}{s}+\frac{h}{s'}, \tag{5-35}$$

de unde urmează că:

$$\delta=\left(\frac{n'}{n}-1\right)\left(\frac{h}{r}-\frac{h}{s'}\right)=\frac{h}{s}+\frac{h}{s'} \tag{5-36}$$

sau

$$\left(\frac{n'}{n}-1\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s'}\right)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s'} \tag{5-37}$$

care duce la:

$$\frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\frac{n'-n}{r} \tag{5-38}$$

sau ţinînd seama de semne se obţine în fine relaţia:

$$-\frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\frac{n'-n}{r} \tag{5-39}$$

care este formula dioptrului sferic în aproximaţia lui Gauss.

— În cazul lentilei vom avea aşa după cum se vede din figura 64:

$$\delta=\sigma+\sigma' \tag{5-40}$$

$$A=\varphi_2+\varphi_2 \tag{5-41}$$

$$\sigma\approx \operatorname{tg}\sigma\approx\frac{h_1}{s} \qquad \sigma'\approx \operatorname{tg}\sigma'\approx\frac{h_2}{s'} \tag{5-42}$$

$$\varphi_1\approx\sin\varphi_1\approx\frac{h_1}{r_1} \qquad \varphi_2\approx\sin\varphi_2\approx\frac{h_2}{s'}. \tag{5-43}$$

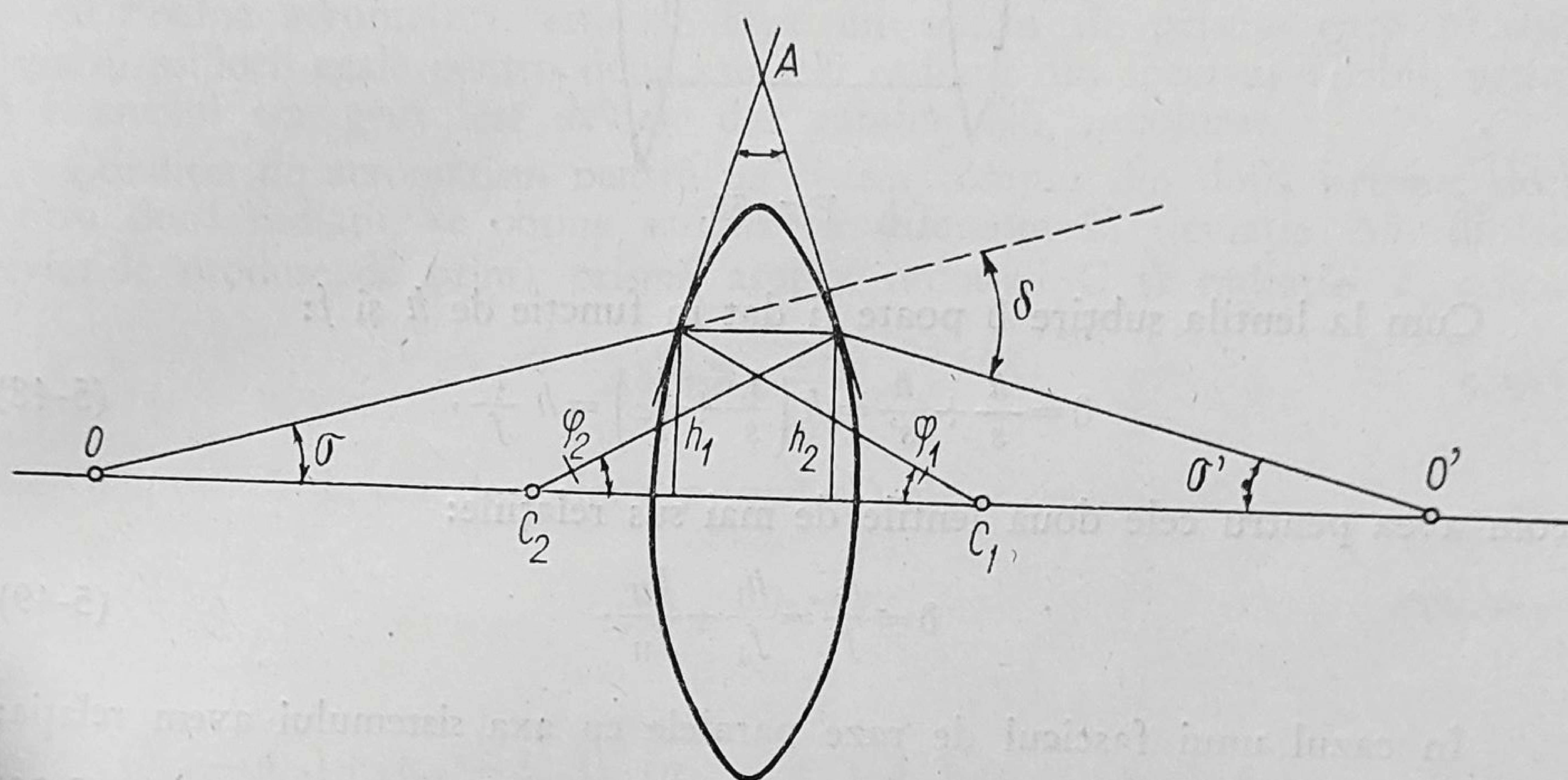


Fig. 64.

Vom avea:

$$\delta=(n-1)A=\sigma+\sigma'=(n-1)(\varphi_1+\varphi_2) \tag{5-44}$$

şi deci

$$\delta=\frac{h_1}{s}+\frac{h_2}{s'}=(n-1)\left(\frac{h_1}{r_1}+\frac{h_2}{r_2}\right) \tag{5-45}$$

şi cum pentru lentila subţire $h_1\approx h_2$:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)=\frac{1}{f}, \tag{5-46}$$

adică formula lentilei subţiri în aproximaţia lui Gauss.

— În cazul unui sistem compus din lentile subţiri, şi anume a două lentile cu distanţele focale f_I şi f_{II} între care există intervalul d vom avea, aşa cum

rezultă din figura 65:

$$\delta = \delta_I + \delta_{II} . \tag{5-47}$$

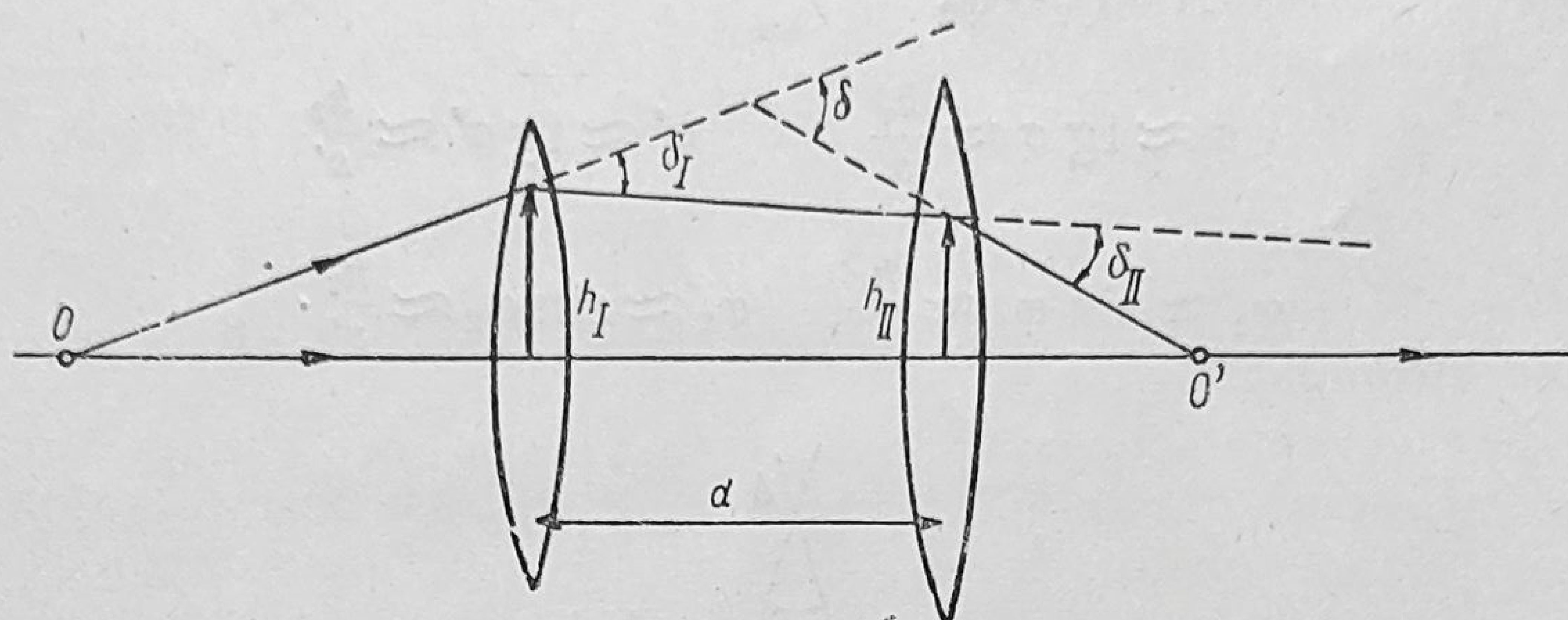


Fig. 65.

Cum la lentila subţire δ poate fi dat în funcţie de h şi f:

$$\delta = \frac{h}{s} + \frac{h}{s'} = h\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s'}\right) = h\,\frac{1}{f}, \tag{5-48}$$

vom avea pentru cele două lentile de mai sus relaţiile:

$$\delta = \frac{h}{f} = \frac{h_I}{f_I} + \frac{h_{II}}{f_{II}} . \tag{5-49}$$

În cazul unui fascicul de raze paralele cu axa sistemului avem relaţia:

$$h_{II} \approx h_I - d\,\mathrm{tg}\,\delta_1 \approx h_I - d\cdot\delta_I \tag{5-50}$$

şi

$$h_1 \approx h.$$

Urmează deci că:

$$\frac{h}{f} = \frac{h_I}{f_I} + \frac{h_I\, d\cdot\delta_I}{f_{II}} = \frac{h_I}{f_I} + \frac{h_I}{f_{II}} - \frac{d\cdot\delta_I}{f_{II}} \tag{5-51}$$

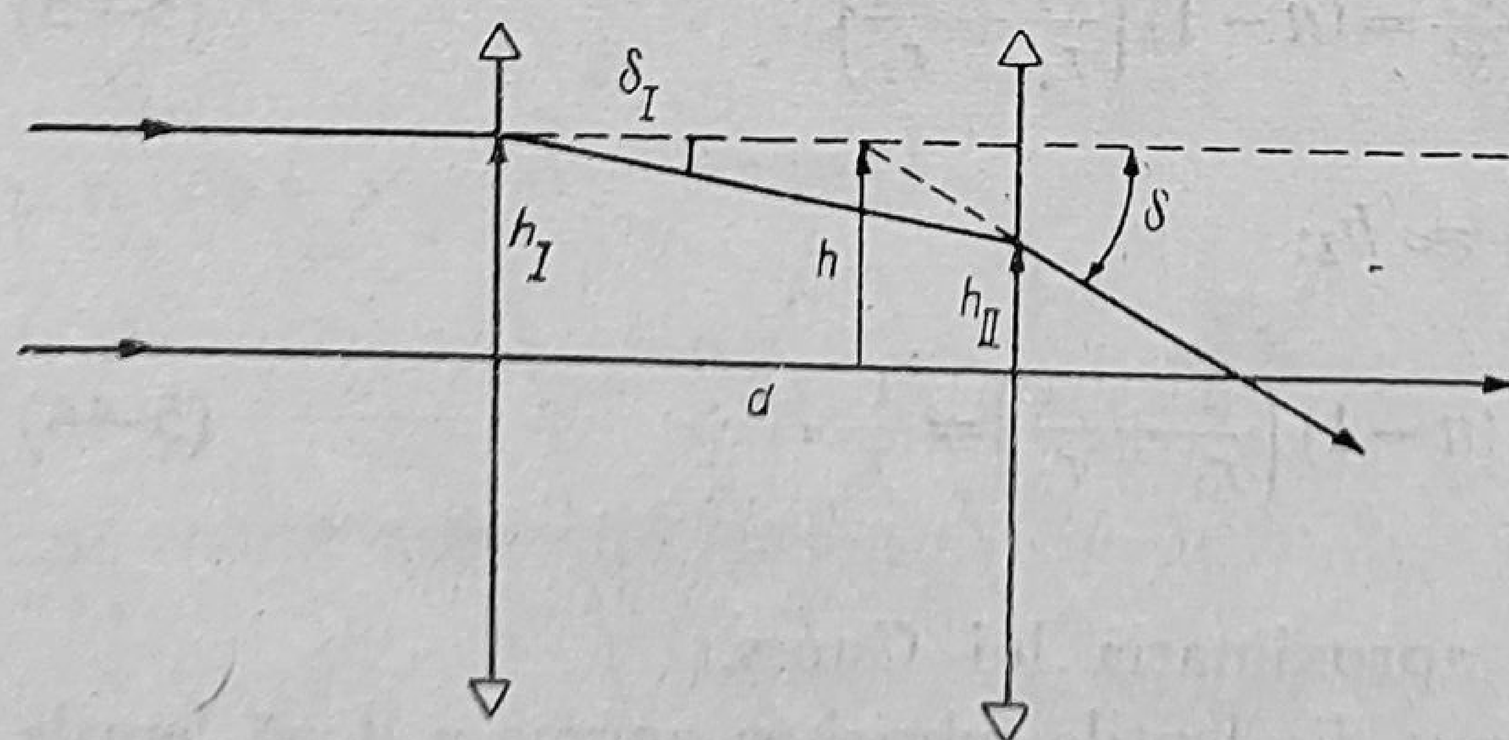


Fig. 66.

şi cum:

$$\delta_I = \frac{h_I}{f_I},$$

avem relaţia finală:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_I} + \frac{1}{f_{II}} - \frac{d}{f_I f_{II}} . \tag{5-52}$$

5.5. Tipuri de prisme

O rază de lumină monocromatică este deviată de către o prismă, devierea δ depinzînd atît de unghiul prismei cît şi de indicele de refracţie al sticlei. Pentru o prismă subţire şi incidenţă normală sau aproape normală se aplică relaţia:

$$\delta=(n-1)\,A, \tag{5-26}$$

prisma fiind cufundată în aer.

a) **Prisma acromatică** este de fapt un sistem de prisme care produc dispersii mijlocii egale pentru două sau trei radiaţii din spectrul vizibil, astfel că fasciculul emergent iese deviat, dar rămîne alb, necolorat.

Condiţia de acromatism pentru un sistem compus din două prisme, deci pentru două radiaţii, se obţine scriind că diferenţa în deviaţie $\Delta\delta$ dintre deviaţiile produse de prima prismă asupra radiaţiei C şi radiaţiei F, adică

$$\Delta\delta_1=\delta_{1F}-\delta_{1C} \tag{5-53}$$

este compensată de cea de-a doua prismă. Deci:

$$\Delta\delta_1+\Delta\delta_2=0, \tag{5-54}$$

adică:

$$(\delta_{1F}-\delta_{1C})+(\delta_{2F}-\delta_{2C})=(n_{1F}-n_{1C})\,A_1+(n_{2F}-n_{2C})\,A_2=0. \tag{5-55}$$

Condiţia de acromatizare se exprimă prin relaţia:

$$\frac{A_1}{A_2}=-\frac{(n_{2F}-n_{2C})}{(n_{1F}-n_{1C})}, \tag{5-56}$$

ceea ce arată că cele două prisme vor avea muchiile aşezate în sens invers şi raportul unghiurilor lor va fi egal cu raportul invers al dispersiilor mijlocii $(n_{1,2F}-n_{1,2C})$, (fig. 67).

Devierea ε a razei mijlocii, de exemplu a radiaţiei e a mercurului este dată de relaţia:

$$\delta_e=\delta_{1e}-\delta_{2e}=(n_{1e}-1)\,A_1+(n_{2e}-1)\,A_2 \tag{5-57}$$

şi în care introducînd valorile lui A_1 şi A_2 din condiţia de acromatizare, adică:

$$A_2=-\frac{(n_{1F}-n_{1C})}{(n_{2F}-n_{C})}\,A_1 \tag{5-58}$$

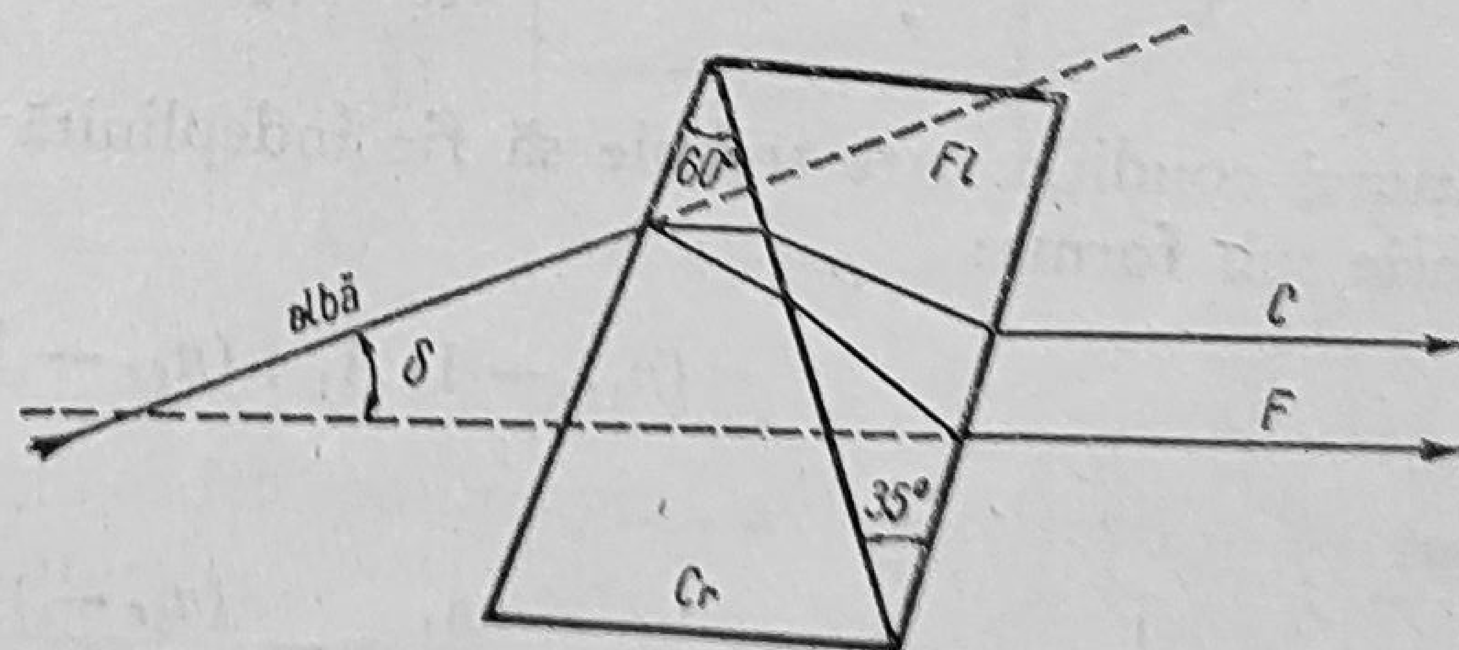


Fig. 67.

obţinem:

$$\delta_e=(n_{1e}-1)\,A_1-(n_{2e}-1)\,\frac{(n_{1F}-n_{1C})}{(n_{2F}-n_{2C})}\,A_1= \tag{5-59}$$

$$=A_1\,(n_{1F}-n_{1C})\left\{\frac{n_{1e}-1}{n_{1F}-n_{1C}}-\frac{n_{2e}-1}{n_{2F}-n_{2C}}\right\}=A_1\,(n_{1F}-n_{1C})\,(\nu_1-\nu_2).$$

Din această relaţie se vede că pentru a se obţine $\delta_e \neq 0$, trebuie să se realizeze şi condiţia $\nu_1-\nu_2 \neq 0$.

La acromatizarea pentru trei radiaţii sînt necesare trei prisme.

b) **Prisma cu viziune directă** este un sistem de prisme de crown şi flint dispuse în sens invers, din punctul de vedere al devierii razei, astfel ca raza mijlocie a spectrului vizibil, raza verde a mercurului (sau o altă radiaţie, de exemplu cea galbenă a sodiului), să nu fie deviată faţă de direcţia fasciculului incident, care intră în sistemul de prisme. Acest sistem produce totuşi dispersia luminii şi deci se obţine un fascicul emergent colorat, dacă întrebuinţăm lumina albă sau compusă (fig. 68).

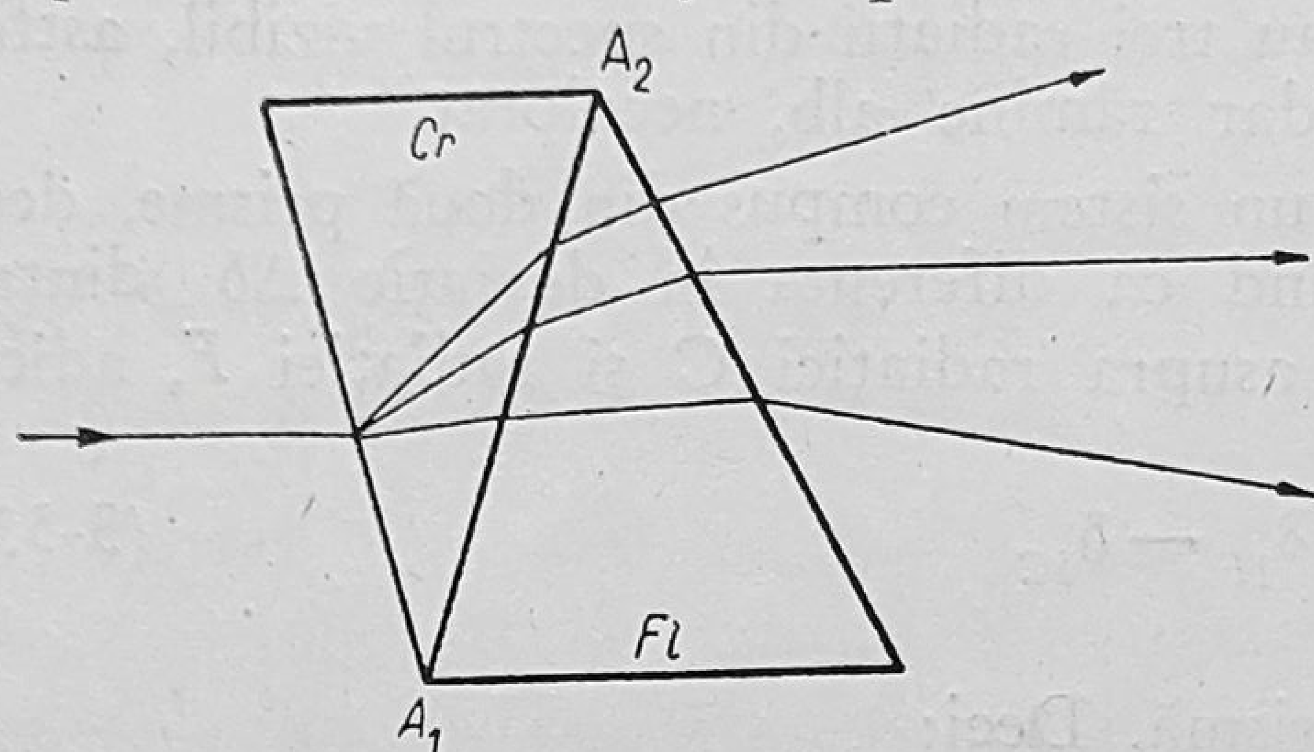


Fig. 68.

Dacă δ_{1e} şi δ_{2e} sînt deviaţiile produse asupra radiaţiei verde a mercurului, e, de către prismele A_1 şi A_2, atunci condiţia de nedeviere, sau de viziune directă, este:

$$\delta_e=\delta_{1e}+\delta_{2e}=0 \tag{5-60}$$

şi cum:

$$\delta_{1e}=(n_{1e}-1)\,A_1 \tag{5-61}$$

şi

$$\delta_{2e}=(n_{2e}-1)\,A_2, \tag{5-62}$$

atunci condiţia care trebuie să fie îndeplinită de prisma cu viziune directă se scrie sub forma:

$$(n_{1e}-1)\,A_1+(n_{2e}-1)\,A_2=0 \tag{5-63}$$

sau

$$\frac{A_1}{A_2}=-\frac{(n_{2e}-1)}{(n_{1e}-1)}. \tag{5-64}$$

Rezultă că cele două prisme sînt așezate invers una față de alta și raportul unghiurilor prismelor este egal cu inversul raportului refringențelor $(n_{1,2c} - 1)$.

Sistemele de astfel de prisme, vezi figurile 69 și 70, au dus la construirea spectroscoapelor cu prismă cu viziune directă.

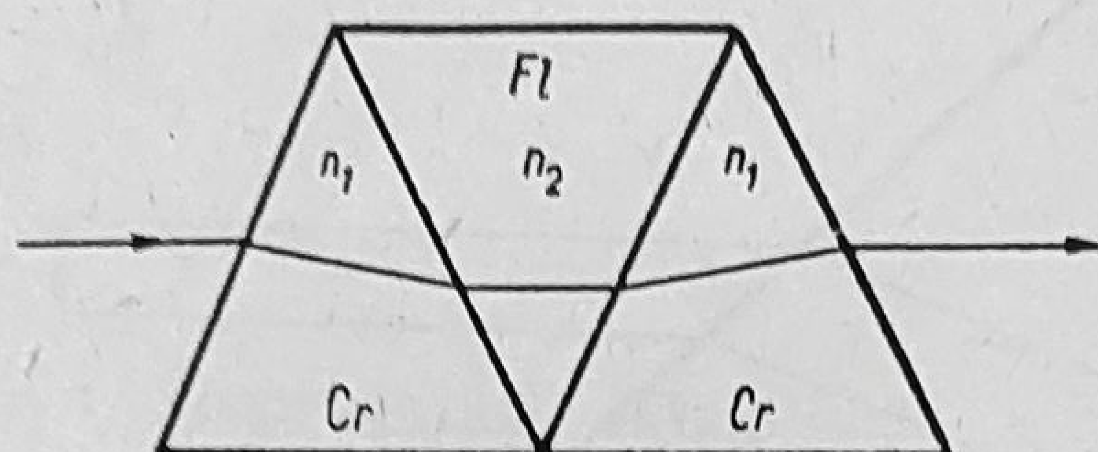


Fig. 69.

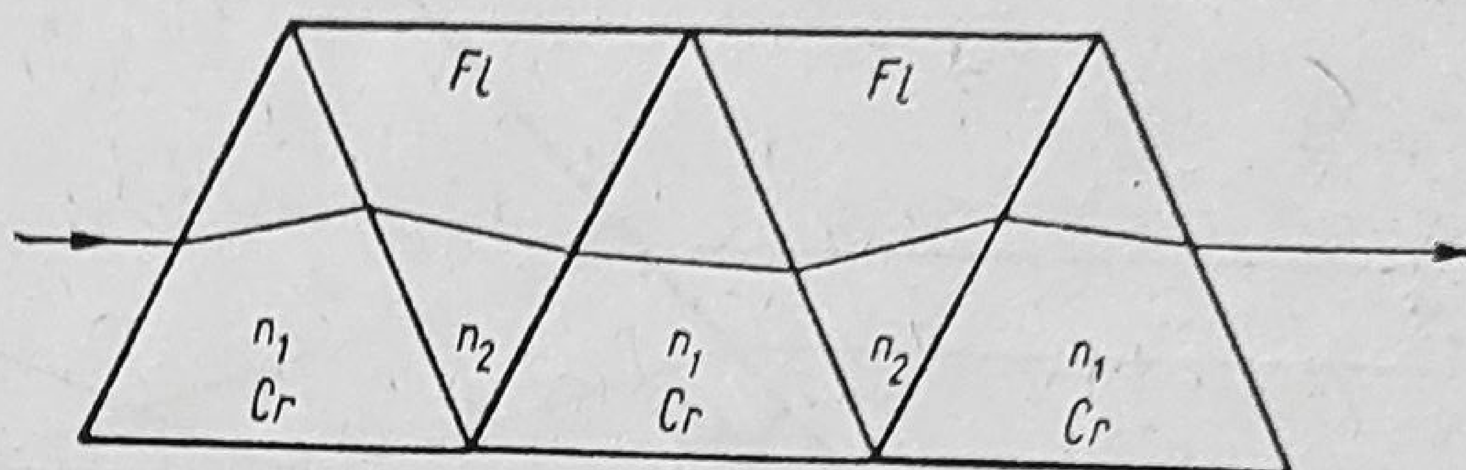


Fig. 70.

c) **Prisma cu reflexie totală** face ca pierderile suferite de către fluxul luminos la reflexia sa pe o suprafață reflectătoare, datorită transmisiei, să fie evitate, utilizîndu-se fenomenul de reflexie totală, deoarece fasciculul cade sub un unghi de incidență mai mare decît unghiul limită (la sticlă acest unghi este de aproximativ 41°), cînd are loc fenomenul de reflexie totală. La prisma triunghiulară dreaptă, cu unghiul de 45°, cu reflexie totală, avem posibilitatea de a obține unghiuri δ de deviere de 90° și de 180° ca în figurile 71 și 72.

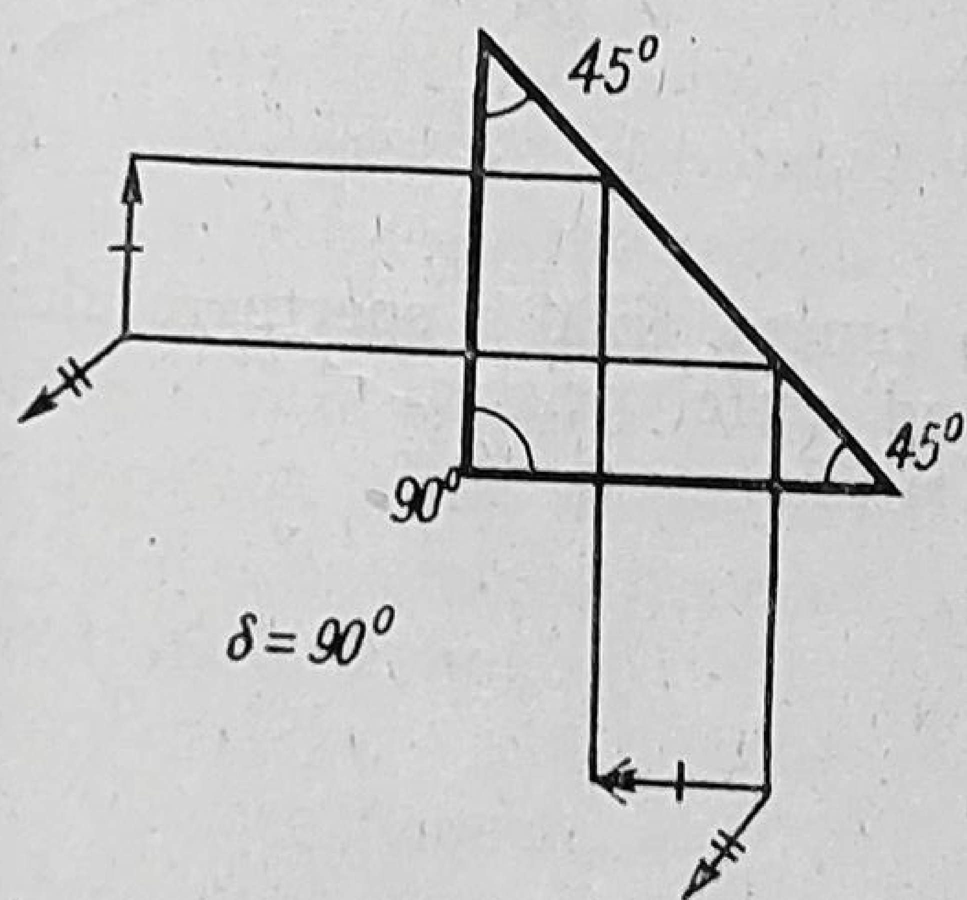


Fig. 71.

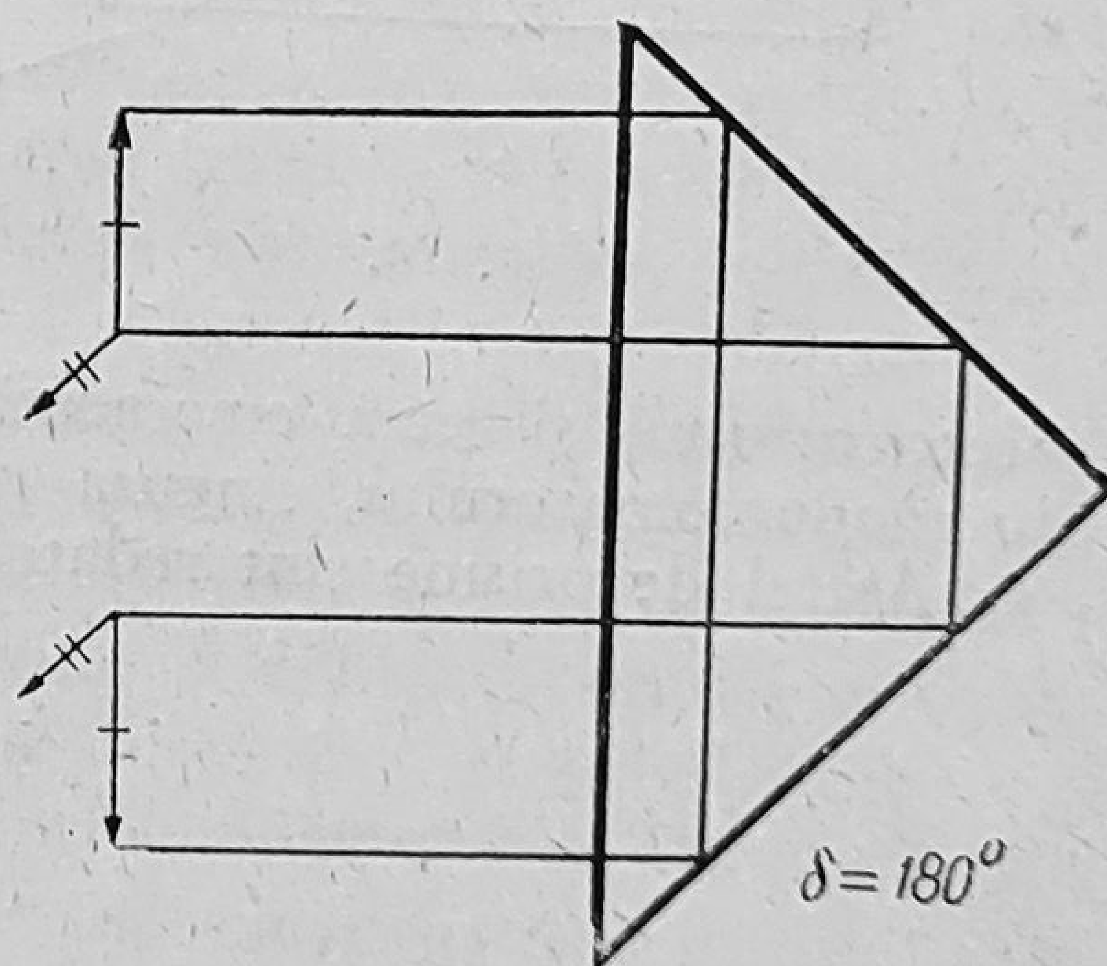


Fig. 72.

Prima prismă inversează imaginea (stînga-dreapta), avînd reflexii în număr impar, față de poziția obiectului.

Cea de-a doua prismă triunghiulară cu reflexie totală nu prezintă această inversare (reflexii în număr par).

d) **Prisma Amici** este o prismă triunghiulară cu reflexie totală care răstoarnă imaginea faţă de obiect, însă mersul razelor rămîne neschimbat, nedeviat (fig. 73).

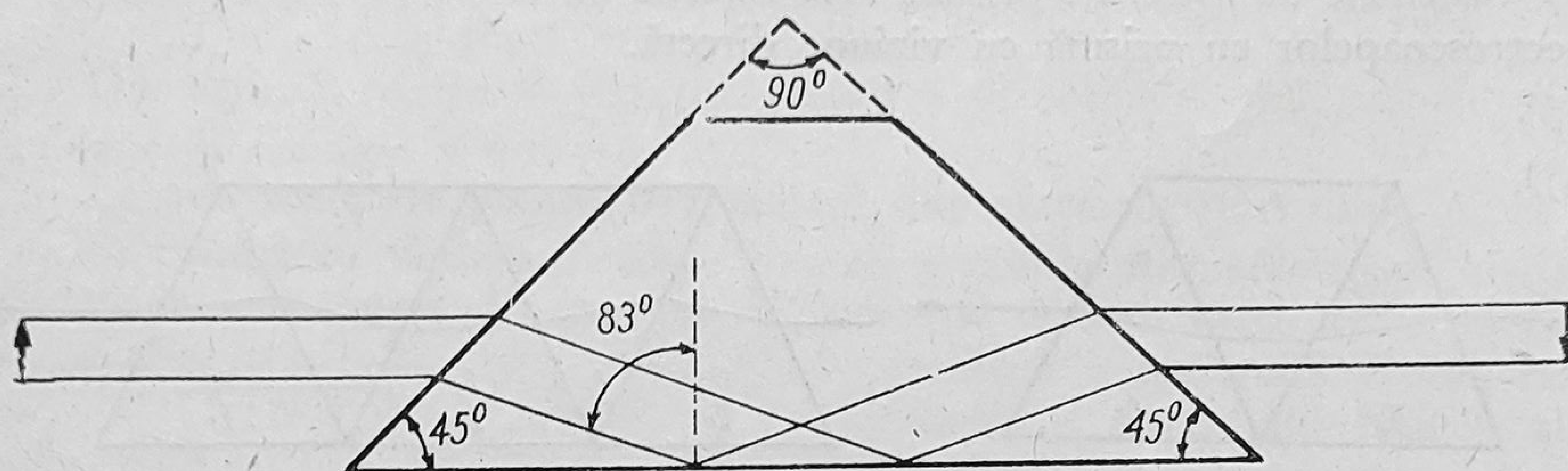


Fig. 73.

e) **Prismele cu deviaţie constantă pentru diferite radiaţii** sînt prisme întrebuinţate în spectografele cu prisme şi monocromatoare, unde prisma produce aceeaşi deviaţie între raza incidentă, care vine de la colimatorul fix al

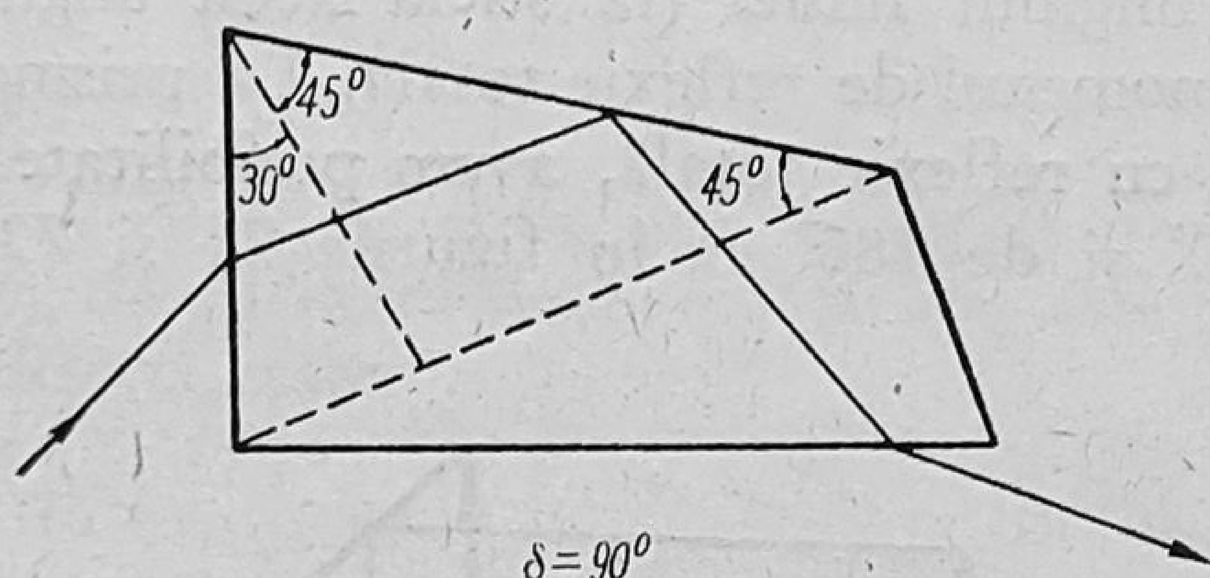


Fig. 74.

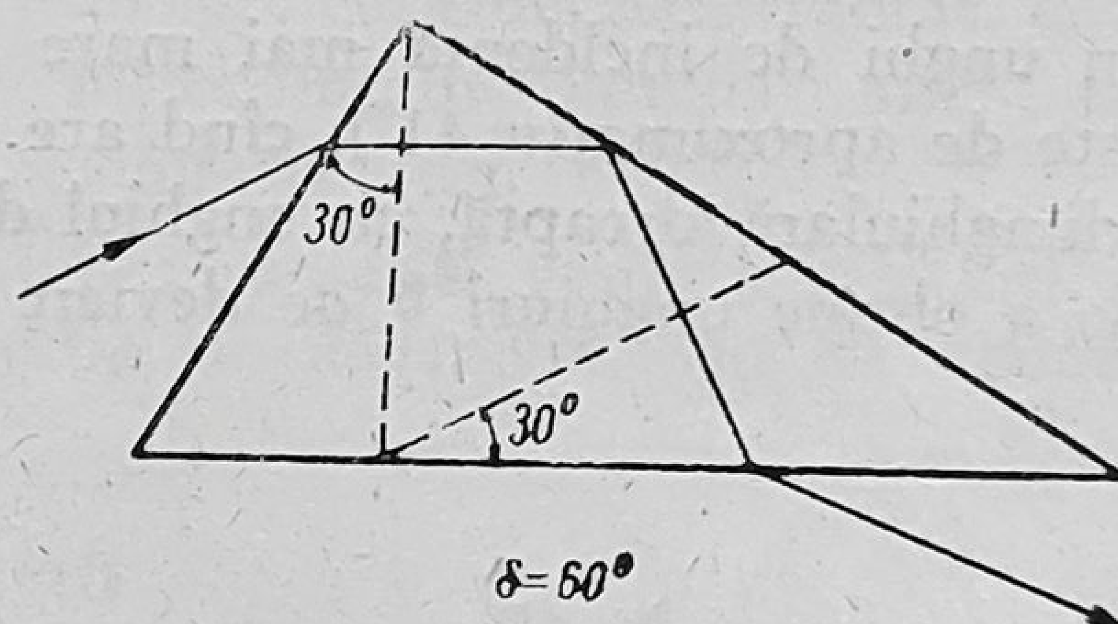


Fig. 75.

spectografului, şi raza emergentă care trece în luneta fixă a spectografului sau monocromatorului, singura piesă mobilă fiind astfel prisma.

Astfel de prisme sînt redate în figurile 74 şi 75.

Capitolul 6

INSTRUMENTE OPTICE

6.1. Generalităţi

Prin instrument optic se înţelege ansamblul unor sisteme optice şi piese optice create în scopul rezolvării unor probleme de optică, sau a unor probleme unde apar sau ne servim de fenomenele optice cu ajutorul cărora putem rezolva problema respectivă.

Avînd în vedere diversitatea instrumentelor optice şi ţinînd seama că în foarte multe probleme de fizică sau tehnică, sau de viaţa de toate zilele se pot utiliza nu sisteme optice complicate, ci numai nişte simple piese optice, ar fi destul de dificil de a face o clasificare a instrumentelor optice după criterii riguroase. Totuşi, într-un instrument optic poate intra ca parte componentă importantă fie o piesă optică, fie un sistem optic, celelalte părţi componente, chiar mai complicate din punctul de vedere al construcţiei, să nu joace însă rolul important, ci să fie numai părţi componente auxiliare. În felul acesta ar apărea necesitatea clasificării **instrumentelor** optice după scopul pe care-l îndeplinesc.

În general însă vom căuta să ţinem seama de instrumentele cele mai simple, care la rîndul lor pot intra drept componente într-un instrument mai complicat. Vom distinge din acest punct de vedere:

a) instrumente care dau *imagini reale*, cum sînt obiectivele fotografice, aparatele de proiecţie etc., la care imaginea se formează, de exemplu, pe un ecran sau pe o placă fotografică şi astfel poate fi observată cu ochiul;

b) instrumente care dau *imagini virtuale*, special adaptate pentru a se observa imaginea cu ochiul, cu ajutorul unor *oculare*, de unde şi denumirea de instrumente oculare.

Unele instrumente care, spre deosebire de cele de mai înainte, care au rolul de a prezenta avantaje faţă de observarea obiectelor cu ochiul liber, au însă rolul de a uşura determinarea fie a direcţiilor, fie a unghiurilor, distanţelor, intensităţilor luminoase, culorilor sau a altor proprietăţi optice, ar putea fi trecute din această cauză într-o categorie aparte, aceea de *instrumente de măsură*.

6-A. OCHIUL

6.2. Părţile componente ale ochiului (fig. 76)

Ochiul de formă aproape sferică este învelit de *sclerotică*, *Sc*, opacă, afară de partea exterioară transparentă numită *corneea ochiului*, *C*, de formă sferică. În regiunea de trecere a scleroticei *Sc* în cornee se găseşte corpul ciliar

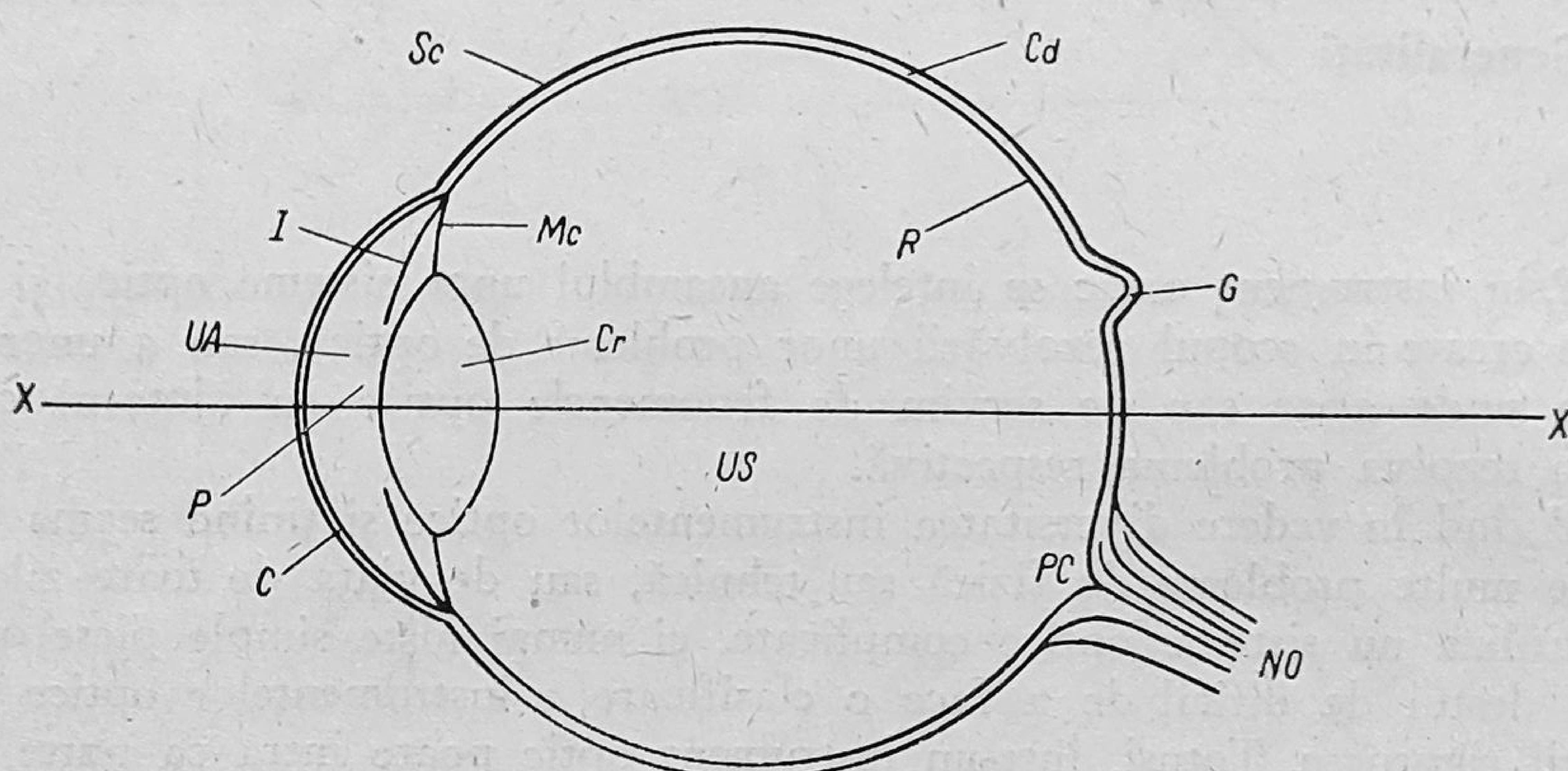


Fig. 76.

cu *muşchii ciliari*, *Mc*, de care este fixat *cristalinul*, *Cr*, cu $n_{mediu} = 1{,}406$ de formă lenticulară. În faţa cristalinului se găseşte *irisul*, *I*, cu o deschidere circulară variabilă *pupila*, *P*. Ochiul este împărţit de cristalinul *Cr* în două părţi: *umoarea apoasă*, *UA* ($n = 1{,}336$), şi *umoarea sticloasă*, *US* ($n = 1{,}336$).

Ţesutul conjunctiv format din vasele de alimentare ale ochiului, *coroida Cd* este căptuşită înspre umoarea sticloasă *US* cu *retina R*, în care se termină ramificaţiile *nervului optic NO* care intră în ochi.

Retina este partea sensibilă la fluxul luminos, fiind formată din două feluri de terminaţii nervoase:

conurile (numite aşa din cauza formelor lor de conuri) sînt sensibile la lumină intensă şi *vederea diurnă* (*vederea fotopică*), sensibile la culori şi

bastonaşele sensibile la fluxuri slabe de lumină şi *vedere crepusculară (vedere scotopică)*, dar nu apreciază culorile.

Distribuţia conurilor şi bastonaşelor nu este uniformă pe suprafaţa retinei *R*:

— în regiunea *Pc* unde intră nervul optic *NO*, lipsesc cu desăvîrşire: este pata oarbă a ochiului, *punctum caecum*, — de cîţiva milimetri pătraţi;

— pe direcţia *x—x* a axei optice, pe retină se găseşte pata galbenă de formă ovală de 1—3 milimetri — cu o adîncitură eliptică cu diametrul

0,2—0,3 mm, numită *fovea centralis, G,* unde se găsesc concentrate mai ales conurile;

— în restul retinei către periferie se îndesesc bastonaşele, astfel că în general revine la 10 bastonaşe cîte un con. Numărul conurilor se apreciază la aproximativ 7 000 000 (cu 4 000 în fovea centralis şi 13 000 în pata galbenă) şi numărul bastonaşelor la 75 000 000.

6.3. Ochiul redus

Ochiul poate fi socotit foarte bine ca un sistem optic, deoarece se formează imagini (reale) pe retină. Este un sistem optic complicat, deoarece diferitele părţi componente nu au o structură chiar aşa de simplă, cum le-am descris mai înainte.

Pentru a putea combina sistemul optic al ochiului cu sistemele optice obişnuite, s-a propus, pentru simplitatea calculelor, ca ochiul să fie asimilat cu un sistem optic cu anumite caracteristici.

Din cauză că mediul în care se formează imaginea are un indice de refracţie diferit de cel în care se găseşte obiectul, punctele nodale au o poziţie diferită de planele principale.

Ochiul redus, după modelul propus de *Gullstrand,* este un dioptru sferic care înlocuieşte ochiul normal în funcţiile lui de formare a imaginii, avînd deci raza de curbură şi indicele de refracţie potriviţi astfel ca să formeze imaginea obiectului în dreptul retinei ochiului.

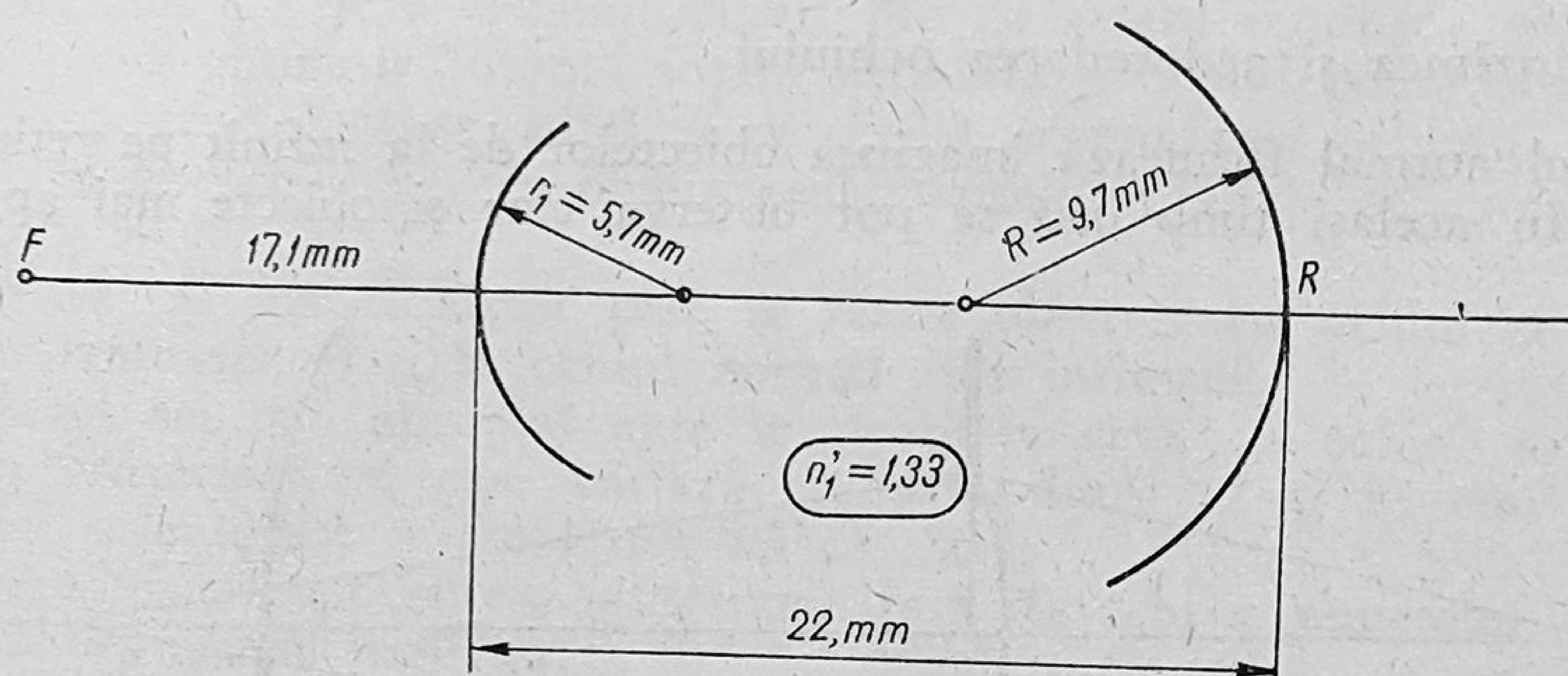


Fig. 77.

Ochiul redus după *Gullstrand* (fig. 77) are lungimea ochiului 22 mm, raza r_1=5,7 mm, indicele $n_1' = 1{,}33$, raza de curbură a retinei 9,7 mm, frontifocalele anterioară şi posterioară 17,1 şi 22,8 mm, puterea 58,64 D (dioptrii).

6.4. Puterea de separare a ochiului

Din cauza structurii granulare a retinei nu vom putea distinge obiecte mici prea apropiate între ele. Conurile sînt distanţele între ele, pe fovea centralis, cu distanţa de aproximativ 0,005 mm=5μ. Toate razele de lumină, care vin de la o regiune luminoasă şi cad pe un astfel de element, vor fi

sesizate ca provenind de la un punct luminos, chiar dacă ele provin de la mai multe puncte luminoase situate în acea regiune.

Fiecare element fotosensibil activează ca un receptor de lumină izolat. Urmează deci că orice obiect care formează o imagine sub un diametru aparent ε, dat de expresia:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\text{înălţimea obiectului}}{\text{distanţa obiect-pupilă}}$$

mai mic decît diametrul aparent ε_0 al elementului fotosensibil, care are valoarea:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_0 = \frac{\text{distanţa dintre conuri}}{\text{lungimea ochiului}} = \frac{0{,}005}{15} = 0{,}00033 = \operatorname{tg}\ 1'$$

nu va putea fi observat decît ca un punct luminos şi deci două puncte obiect luminoase distanţate sub un diametru aparent sub *1'* vor apare confundate. Se numeşte *puterea de separare* unghiulară a ochiului expresia $\frac{1}{\varepsilon_0}$ şi după cum am arătat ea este condiţionată de structura granulară a retinei.

Se pot întîlni şi puteri de separare mai mari care corespund la un ε_0 pînă la 30″ şi chiar 10″.

Puterea de rezolvare scade mult în afara petei galbene, ajungînd, de exemplu, după direcţia de 60° faţă de cea a foveii centralis la valoarea de circa 0,02 din cea a petei galbene.

În vederea crepusculară, puterea este de 10 ori mai mică decît în vederea diurnă.

6.5. Profunzimea şi acomodarea ochiului

Ochiul normal formează imaginea obiectelor de la infinit pe retina *R* a ochiului. În acelaşi timp însă se pot observa clar şi obiecte mai apropiate de ochi.

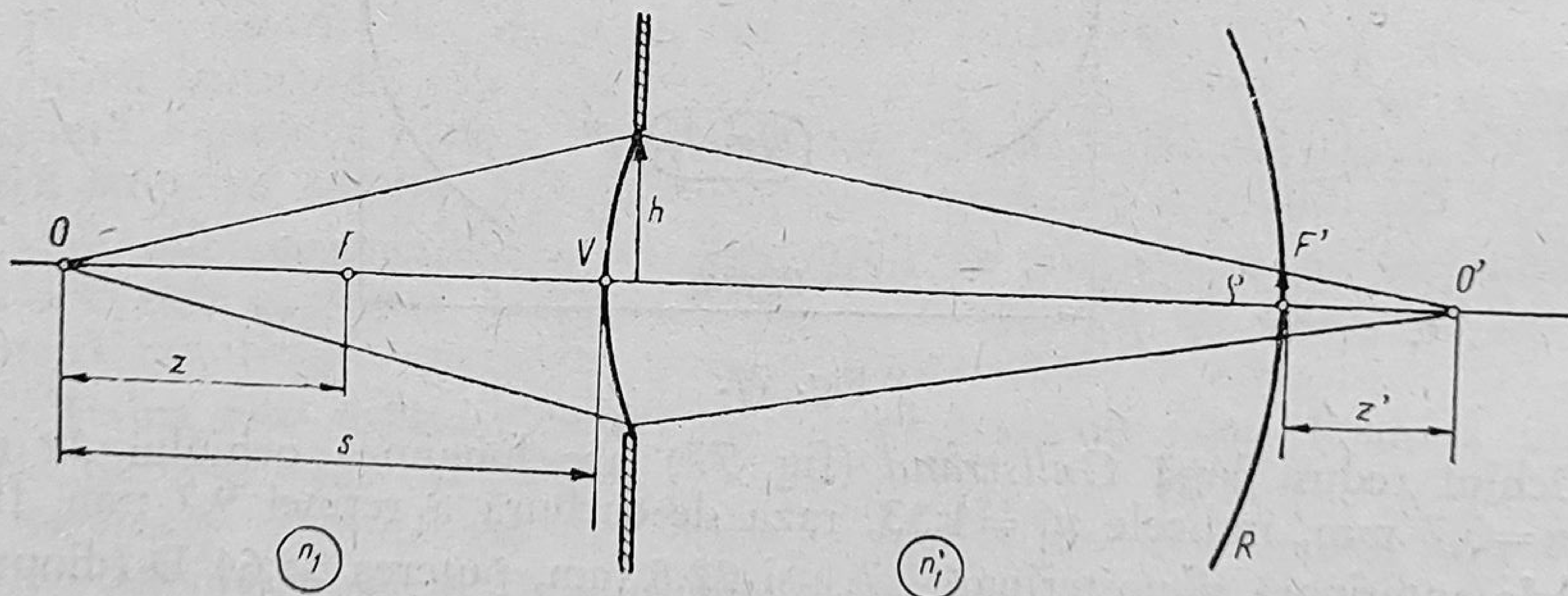


Fig. 78.

Într-adevăr, considerînd ochiul redus (fig. 78), atunci pentru punctul obiect O se formează imaginea punctiformă O′ (admiţînd ochiul ca un sistem optic fără aberaţii), care se va situa în spatele retinei şi care pe retină va forma *cercul de difuzie* cu raza ρ ca rezultat al intersecţiei conului de lumină de către planul retinei. Dacă însă obiectul O se va apropia de ochi pînă la o

distanţă s, astfel ca diametrul 2ρ al cercului de difuzie să nu întreacă diametrul $2\rho_0=2\times5\mu$ al *cercului de difuzie tolerat,* care corespunde tocmai dimensiunilor elementului fotosensibil al retinei, atunci O va fi perceput tot ca un punct luminos şi ochiul acomodat pentru infinit va observa de asemenea clar şi toate obiectele situate pînă la poziţia stabilită anterior.

Aplicînd formula lui Newton:

$$\frac{z}{n_1}\cdot\frac{z'}{n_1'}=-f^2, \qquad (2\text{-}98) \quad (6\text{-}1)$$

precum şi din asemănarea triunghiurilor din figură vom avea:

$$\frac{\rho}{h}=\frac{z'}{n_1' f+z'}\approx\frac{z'}{n_1' f}=\frac{\frac{z'}{n_1'}}{f}=\frac{f}{\frac{z}{n_1}} \qquad (6\text{-}2)$$

şi deci

$$\frac{\rho}{h}=\frac{f}{z}, \qquad (6\text{-}3)$$

deoarece $n_1=1$,

$$z=\frac{2h}{2\rho}f. \qquad (6\text{-}4)$$

Luînd pentru diametrul pupilei $2h$ valori între 4,5 şi 5 mm, pentru f valori între 15 şi 17 mm şi pentru diametrul cercului de difuzie tolerat valori între $(2\times4{,}5)$ şi $(2\times5)\mu$, se obţine pentru z valorile 12—14,7 m, adică ochiul acomodat pentru infinit observă distinct obiectele situate între 15 m şi infinit.

Cristalinul *Cr* prin muşchii ciliari *Mc* îşi poate modifica grosimea şi astfel se poate obţine o distanţă focală variabilă şi ochiul poate observa clar obiecte la diferite distanţe, adică să se obţină *acomodarea* ochiului. Se poate astfel acomoda ochiul pentru observarea obiectelor pînă la 12 cm depărtare de ochi.

Punctul cel mai depărtat care se poate observa cu ochiul se numeşte *punctum remotum M* şi la ochiul normal este infinitul.

Punctul cel mai apropiat care se poate observa cu ochiul se numeşte *punctum proximum m,* care variază cu vîrsta între 12 şi 25 cm. Distanţa $\delta=25$ cm se ia drept *distanţa minimă de citire.*

Însemnînd cu π_M şi π_m distanţele faţă de ochi a punctelor remotum şi proximum, atunci expresia:

$$\pi_M-\pi_m=a$$

ia numirea de *amplitudinea cîmpului de viziune în adîncime,* iar

$$\frac{1}{\pi_m}-\frac{1}{\pi_M}=A \text{ (în dioptrii)}$$

ia numirea de *amplitudine dioptrică a cîmpului de viziune* sau *amplitudine de acomodare.* S-a constatat că amplitudinea A are aproximativ aceeaşi valoare pentru persoanele de aceeaşi vîrstă.

— Lungimea (distanţa) cea mai mică η pe care o poate observa ochiul, adică puterea separatoare liniară maximă $\frac{1}{\eta}$ a ochiului va fi obţinută cu datele de mai sus din

$$\frac{1}{\eta}=\frac{1}{\text{arc } \varepsilon_0\times\pi_m}=\frac{1}{\text{arc } 1'\times15 \text{ cm}}=\frac{1}{50\,\mu}=\frac{1}{0{,}05 \text{ mm}}. \qquad (6\text{-}5)$$

6.6. Cîmpul vizual al ochiului

Imaginea se formează pe retină pe fovea centralis care dă posibilitatea unui cîmp de vedere direct de 45′ în cazul ochiului fix. Ochiul se poate mişca în jurul unui punct care se găseşte în mijlocul lui la distanţa aproximativ 13 mm depărtare de cornee. Prin rotirea inconştientă a ochiului în jurul acestui punct, cîmpul se măreşte pînă la 30°.

Separat ochiul fix distinge obiecte situate într-un *cîmp vizual lateral* care se întinde după orizontală pînă la 150° (spre tîmplă 95° şi spre nas 65°) şi pe verticală pînă peste 120° (60° în sus şi 72° în jos).

6.7. Defectele ochiului

Ochiul prezintă *defecte de convergenţă,* şi anume :

a) Ochiul *miop* este ochiul prea alungit, ceea ce face ca focarul posterior F' să se găsească în faţa retinei şi deci ochiul să nu poată vedea clar obiectele de la infinit, ci numai acelea mai apropiate de ochi, adică $M < \infty$ şi $m < 15$ cm; întrebuinţarea de lentile ochelari divergente face să se poată corija acest defect.

b) Ochiul *hipermetrop* este ochiul turtit, ceea ce face ca focarul posterior F' să se situeze înapoia retinei, adică la o distanţă negativă faţă de retină, ceea ce duce la $M < 0$ (virtual) şi la un $m > 15$, adică ochiul poate observa obiectele la infinit prin acomodare, dar nu poate vedea pe cele prea apropiate, defect care se corijează cu ajutorul lentilelor ochelari convergente. Ochiul hipermetrop poate forma imagini ale unor puncte virtuale, de a concentra pe retină fascicule convergente, ceea ce face să se atribuie punctului remotum valori negative.

În figura 79 sînt indicate domeniile locurilor care pot fi observate clar cu ochiul în cazul ochiului normal, miop şi hipermetrop.

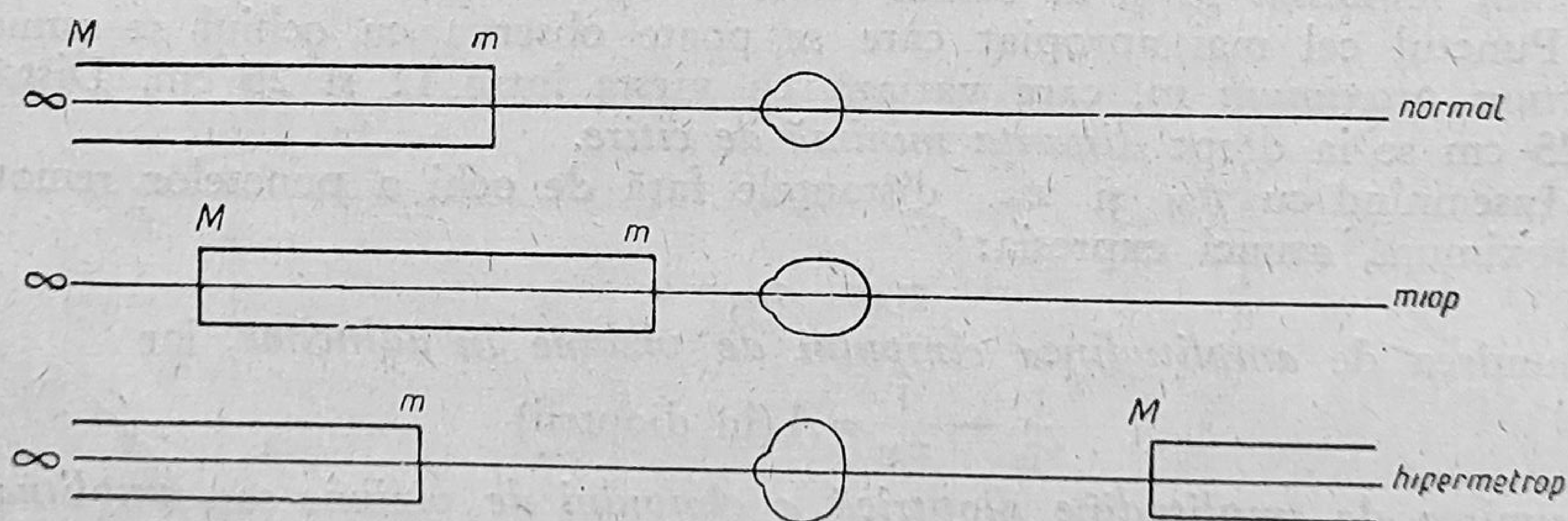


Fig. 79.

c) *Ochiul prezbit* este ochiul la care posibilitatea de acomodare a cristalinului este slăbită (din cauza vîrstei), ceea ce face ca să nu se poată observa, prin acomodare, obiectele apropiate de ochi. Corijarea se face cu ajutorul lentilelor ochelari convergente care micşorează valoarea punctului proxim.

d) *Ochiul astigmatic* este ochiul care se abate de la forma simetrică, are corneea nesferică. Aceasta face ca o figură compusă, de exemplu, din linii paralele perpendiculare între ele ca în figura 80, să apară clară observatorului numai în regiunea cu linii paralele după o direcţie, ca linii negre, pe cînd pe direcţia cealaltă liniile apar cenuşii. Prin rotirea figurii se poate determina poziţia de astigmatism maxim, cînd direcţia de vizare clară coincide cu direcţia focalei astigmatice a ochiului. Corijarea defectului se face cu lentile ochelari cu suprafeţe cilindrice.

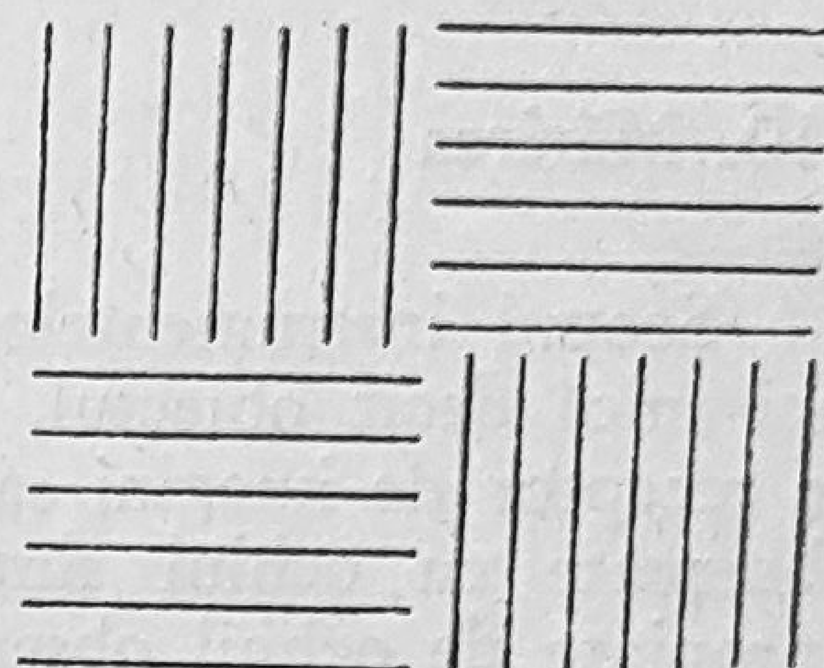


Fig. 80.

e) Ochiul posedă şi celelalte aberaţii ale sistemelor optice: de sfericitate, coma, aberaţia cromatică, dar din cauza deschiderii mici şi variabile cu intensitatea luminii a pupilei, 2—8 mm, a regiunii mici unde se formează imaginea, a mobilităţii ochiului, precum şi a intervalului spectral îngust, 480—630 mμ, la care este sensibil ochiul, aceste aberaţii nu se fac simţite.

6.8. Persistenţa imaginilor pe retină

Faţă de excitarea luminoasă, ochiul prezintă o inerţie de percepere la maximul acţiunii luminoase, precum şi o întîrziere în încetarea senzaţiei după încetarea excitaţiei. Timpul acesta de *persistenţă* a imaginii pe retină este egal cu aproximativ de 1/10 secundă.

Acest efect este utilizat în vizionarea cinematografică şi a vederilor televizate, pentru a reda senzaţia de continuitate a mişcării.

6.9. Vederea stereoscopică

Privirea obiectelor cu ambii ochi duce la senzaţia de vedere în relief şi aprecierea distanţelor, adică la *vederea sterescopică* a obiectelor. Ambii ochi urmăresc obiectul P, făcîndu-i imaginea pe *linia de vedere* a ochiului PP_1, respectiv PP_2 (fig. 81). Unghiul ε pe care-l face linia de vedere PP_1 cu linia de vedere P_0P_1, în cazul cînd obiectul P s-ar fi găsit la infinit, ia numirea de *unghi de paralaxă*. Dacă distanţa dintre ochi este dată de b, distanţa punctelor nodale, şi l este distanţa obiectului P faţă de ochi, atunci $2l\varepsilon \approx b$. Efectul stereoscopic apare pentru unghiuri ε mai mari decît o valoare minimă $\varepsilon_{min} \approx 1'$, ceea ce duce la posibilitatea aprecierii distanţelor pînă la $l \approx 220$ m, pentru distanţe mai mari intervenind criterii de altă natură.

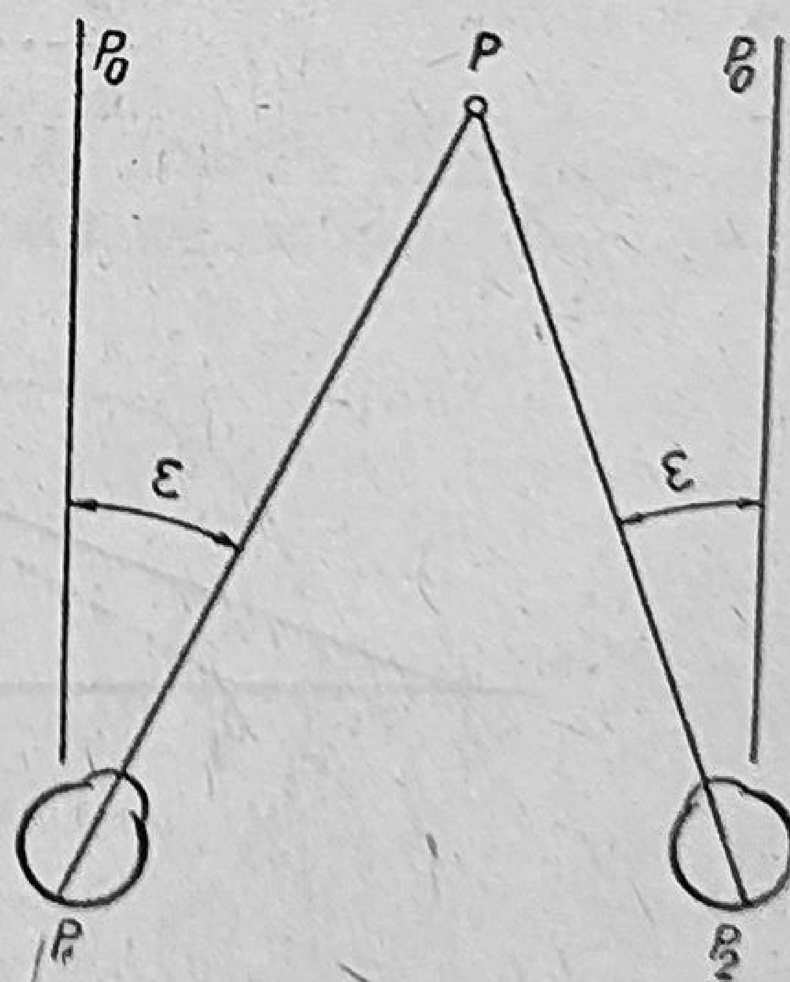


Fig. 81.

6-B. CARACTERISTICILE GENERALE ALE INSTRUMENTELOR OPTICE

6.10. Mărirea

Scopul instrumentelor optice este de a forma o imagine mai mare sau mai mică decît obiectul, imagine care să poată fi fotografiată, analizată cu un receptor de imagini sau cercetată cu ochiul. Imaginile formate pentru a fi observate cu ochiul sînt în general mai mari, mai întinse sau apar mai apropiate de ochiul observatorului tocmai pentru a putea fi cercetat mai cu uşurinţă.

La instrumentele care furnizează imagini reale avem *mărirea liniară* m', *mărirea axială* α' şi *mărirea unghiulară* γ'.

Mărirea liniară m' este dată de raportul între lungimea imaginii y' şi cea a obiectului y:

$$m' = \frac{y'}{y}. \tag{6-6}$$

Obiectul ca şi imaginea se găsesc situate în plane normale pe axa optică a instrumentului.

Mărirea axială α' se referă la deplasarea dz' a punctului imagine O'_k pe axa optică, corespunzătoare la o deplasare dz a punctului obiect O'_1 (fig. 82) şi este dată de

$$\alpha' = \frac{dz'}{dz}. \tag{6-7}$$

Utilizînd formulele lui Newton pentru distanţa focală şi pentru mărirea m' în cazul unui sistem de k dioptrii coaxiali, adică :

$$\frac{z}{n_1} \cdot \frac{z'}{n'_k} = -f^2 \quad \text{şi} \quad m' = \frac{f}{\frac{z}{n_1}} = -\frac{\frac{z'}{n'_k}}{f}, \tag{6-8}$$

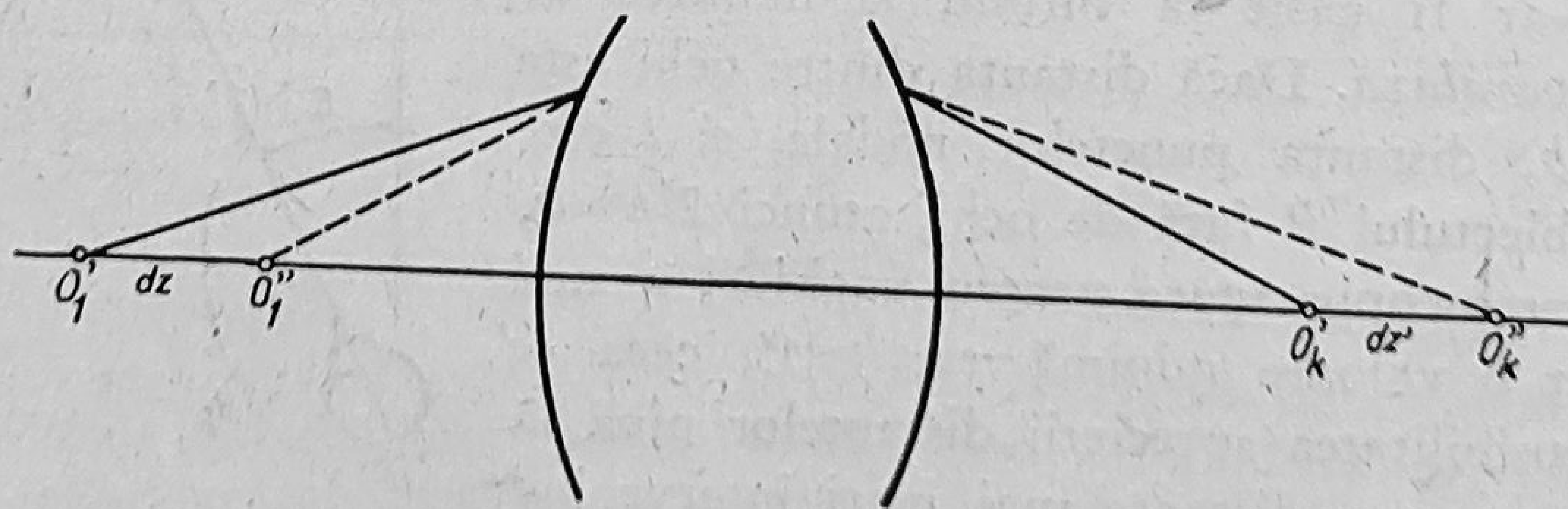


Fig. 82.

care în cazul sistemului optic cufundat în aer, $n_1 = n'_k$, devin

$$z\,z' = -f^2 \quad \text{și} \quad m' = \frac{f}{z} = -\frac{z'}{f}, \tag{6-9}$$

obținem prin diferențierea primei expresii:

$$z\,dz' + z'dz = 0 \tag{6-10}$$

și deci

$$\alpha' = \frac{dz'}{dz} = -\frac{z'}{z} = -\frac{z'z}{zz} = +\frac{f^2}{z^2} = +\frac{z'^2}{f^2} = +m'^2 \tag{6-11}$$

o expresie care face legătura dintre valoarea măririi axiale și măririi liniare.

Mărirea unghiulară γ' este dată de raportul tangentelor unghiurilor de apertură σ' și σ, de emergență și de intrare în instrumentul optic, adică:

$$\gamma' = \frac{\operatorname{tg}\sigma'}{\operatorname{tg}\sigma} \approx \frac{\sigma'}{\sigma}. \tag{6-12}$$

Utilizînd relațiile care dau valorile lui σ' și σ de la deducerea formulelor lui Newton avem:

$$\gamma' = \frac{\sigma'_k}{\sigma_1} = \frac{\dfrac{1}{n'_k}\,\dfrac{y}{f_{1-k}}}{-\dfrac{1}{n_1}\,\dfrac{y'}{f_{1-k}}} = -\frac{n_1}{n'_k}\cdot\frac{y}{y'} = -\frac{n_1}{n'_k}\cdot\frac{1}{m'} \tag{6-13}$$

și dacă sistemul optic se găsește cufundat în aer, atunci $n_1 = n'_k$ și urmează că $\gamma' = -\frac{1}{m'}$ deci avem :

$$m'\gamma' = -1. \tag{6-14}$$

6.11. Grosismentul și puterea optică

La instrumentele care formează imaginea virtuală, acestea sînt observate cu ochiul. Dacă obiectul y (fig. 83) ar fi privit direct cu ochiul liber de la

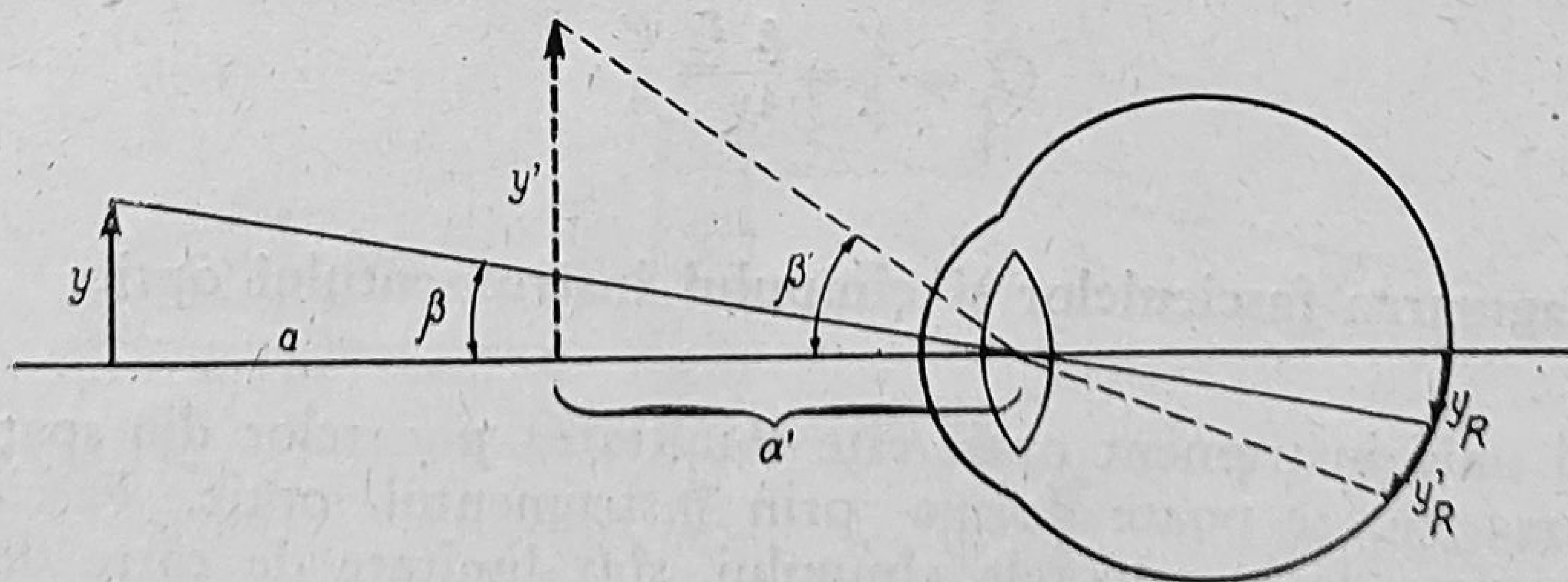


Fig. 83.

distanţa a, imaginea y_R se va forma pe retină (asimilînd ochiul cu un simplu dioptru sferic). Unghiul β sub care ochiul va vedea obiectul y ia numirea de *unghiul de vedere*, iar $\operatorname{tg}\beta=\frac{y}{a}$ ia numirea de diametrul aparent al obiectului, mărime utilizată în cazul cînd distanţa a este prea mare (la lunete, în observaţiile astronomice etc.) şi cînd unghiul β poate fi măsurat mai uşor.

Dacă între obiect şi ochi interpunem instrumentul optic (de exemplu, luneta), atunci ochiul va observa imaginea y' sub *unghiul de vedere* β' deci sub diametrul aparent al imaginii $\operatorname{tg}\beta'=\frac{y'}{a'}$.

Raportul G al diametrelor aparente al imaginii şi al obiectului

$$\boxed{G=\frac{\operatorname{tg}\beta'}{\operatorname{tg}\beta}\approx\frac{\beta'}{\beta}} \tag{6-15}$$

ia numirea de grosisment (grosisment subiectiv Γ' grosisment unghiular Gu, putere măritoare M, dacă $a=25$ cm) şi caracterizează instrumentul care furnizează imagini virtuale.

În cazul instrumentelor care formează imaginea virtuală a unor obiecte apropiate (lupa) se introduce mărimea caracteristică numită *puterea optică* P, care este dată de raportul dintre diametrul aparent $\operatorname{tg}\beta'$ al imaginii supra lungimea obiectului

$$P=\frac{\operatorname{tg}\beta'}{y}\approx\frac{\beta'}{y} \tag{6-16}$$

exprimată în dioptrii (D) dacă y este măsurat în metri. Imaginea se poate forma între punctum proximum şi punctum remotum. Dacă imaginea se formează la infinit, atunci P ia numirea de puterea *nominală sau intrinsecă* a instrumentului.

Grosismentul convenţional (sau *grosismentul comercial* sau *mărirea comercială*) G_c este grosismentul întrebuinţat în tehnică pentru instrumente care dau imagini (mărite) ale unor obiecte apropiate (cazul microscopului). În acest caz, în mod convenţional, diametrul aparent al obiectului se socoteşte pentru distanţa de minimă vedere $\delta=25$ cm$=0{,}25$ m, adică $\beta=\frac{y}{0{,}25}=4y$, ceea ce face ca expresia pentru grosismentul convenţional G_c să devină

$$G_c=\frac{\beta'}{\beta}=\frac{\beta'}{4y}=\frac{P}{4}. \tag{6-17}$$

6.12. Diafragmarea fasciculelor şi cîmpului instrumentului optic

Cîmpul unui instrument optic este totalitatea punctelor din spaţiul obiect a căror imagine se poate forma prin instrumentul optic. Fasciculele de raze care pornesc de la punctele cîmpului, sînt limitate de către deschiderile instrumentului ca *montura şi diafragmele*.

Diafragmele au rolul de limitare a fasciculelor în scopul eliminării, a micşorării aberaţiilor şi a eliminării razelor care ar duce la o neclaritate a imaginii.

La o lentilă subţire, montura joacă rolul şi de diafragmă, care delimitează dimensiunile fasciculului incident. Fasciculul de raze care porneşte din punctul obiect P_1 (fig. 84) poate pătrunde în lentilă sub forma unui con de lumină de unghi $2\omega_L$, delimitat de diafragmă, adică de montura AB, care ia numirea din această cauză şi de *diafragma activă sau de apertură*. Unghiul $2\omega'_L$ este unghiul sub care converg razele în punctul imagine P'_1, sau unghiul sub care se vede lentila L din punctul P'_1. În acest caz, diafragma AB este şi *pupila de intrare şi de ieşire* (vezi mai departe).

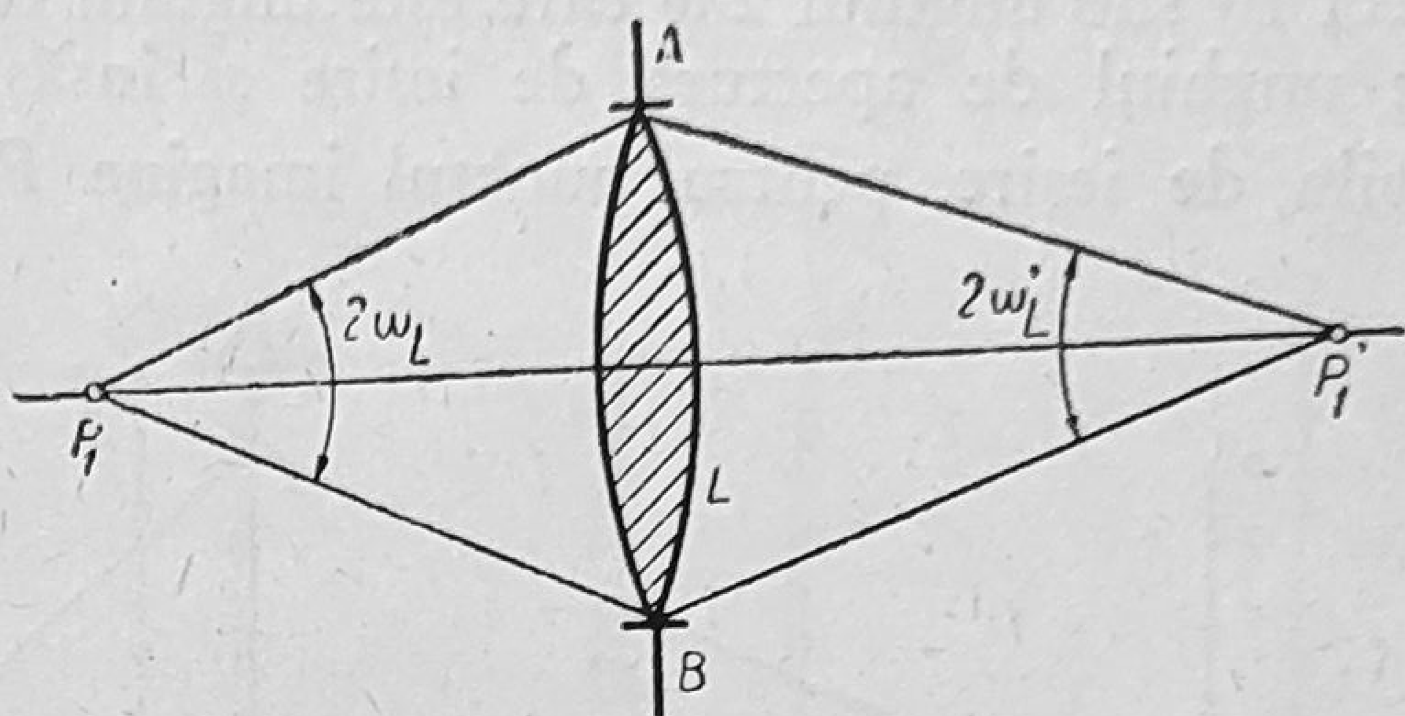


Fig. 84.

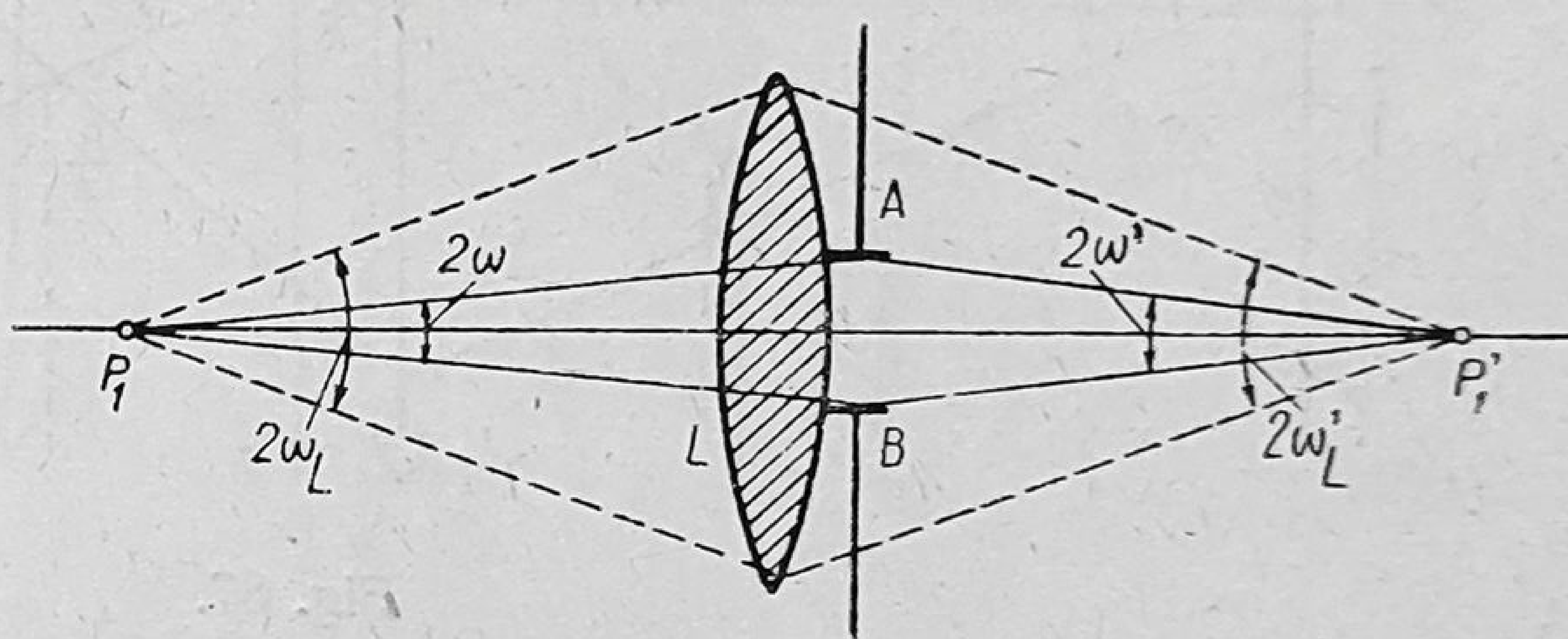


Fig. 85.

În scopul micşorării aberaţiei de sfericitate se întrebuinţează razele paraxiale, deci o diafragmă AB cu un diametru mult mai mic decît diametrul lentilei L (fig. 85). În acest caz, $2\omega < 2\omega_L$ şi deasemenea $2\omega' < 2\omega'_L$. În acest caz, diafragma AB este aceea care determină lărgimea fasciculului şi nu montura lentilei. Unghiurile 2ω şi $2\omega'$ se numesc unghiurile de *apertură de intrare şi de ieşire*.

În cazul cînd diafragma AB, activă sau de apertură, este situată la oarecare distanţă de lentila L (fig. 86), atunci unghiul de apertură va fi unghiul

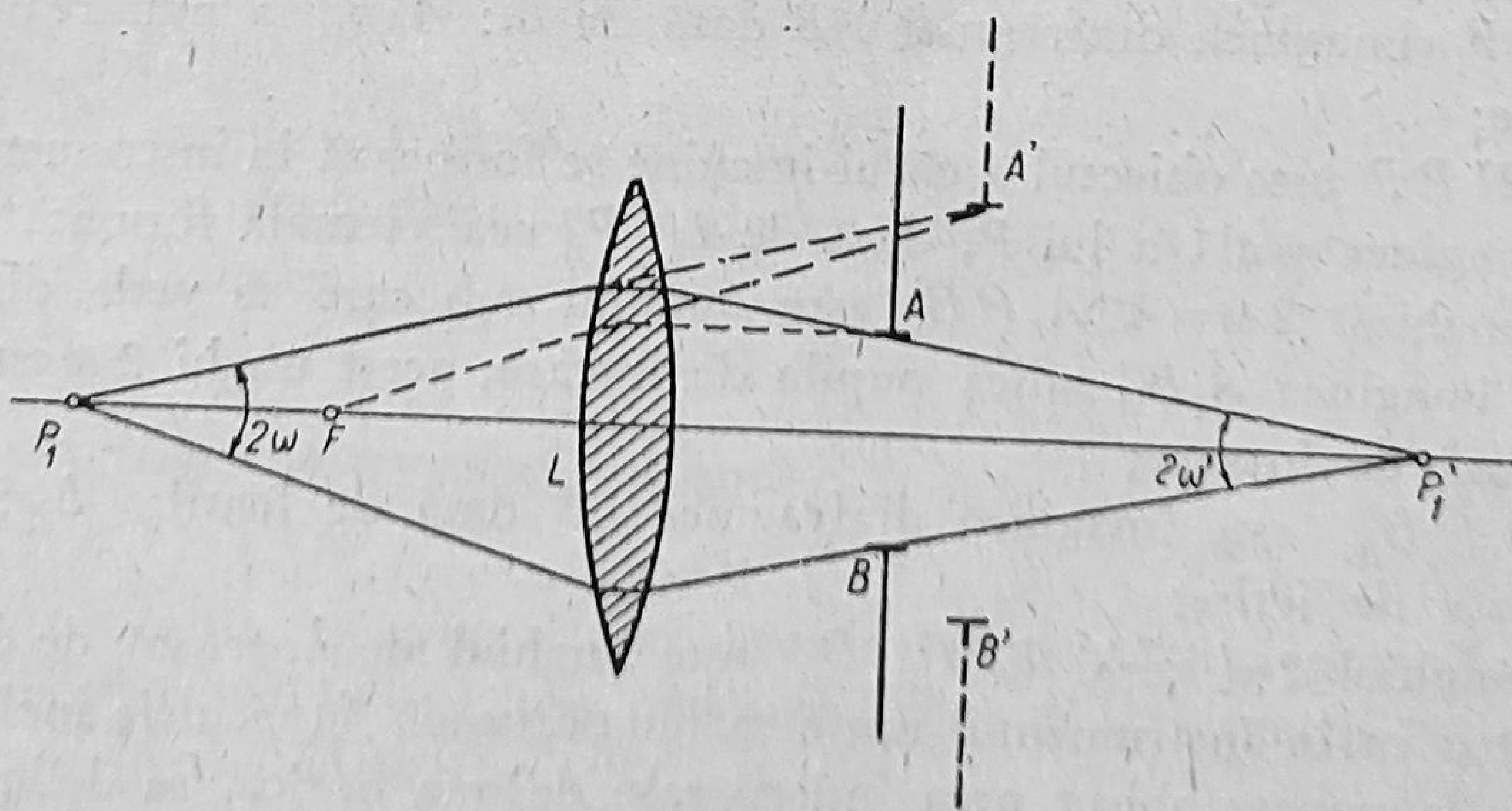


Fig. 86.

cel mai mic sub care se vede din punctul considerat (obiect sau imagine) diametrul diafragmei active sau a imaginii sale. În cazul din figură, diafragma *AB* se găsește îndepărtată de lentila *L*, care are focarul în *F*. Imaginea lui *AB* este în *A'B'* și ia numirea de *pupilă de intrare;* ea se vede din punctul obiect P_I sub unghiul 2 ω care este unghiul de apertură de intrare. Unghiul 2ω' este unghiul de apertură de ieșire și însăși diafragma *AB* este totodată și pupila de ieșire, pentru punctul imagine P_I'.

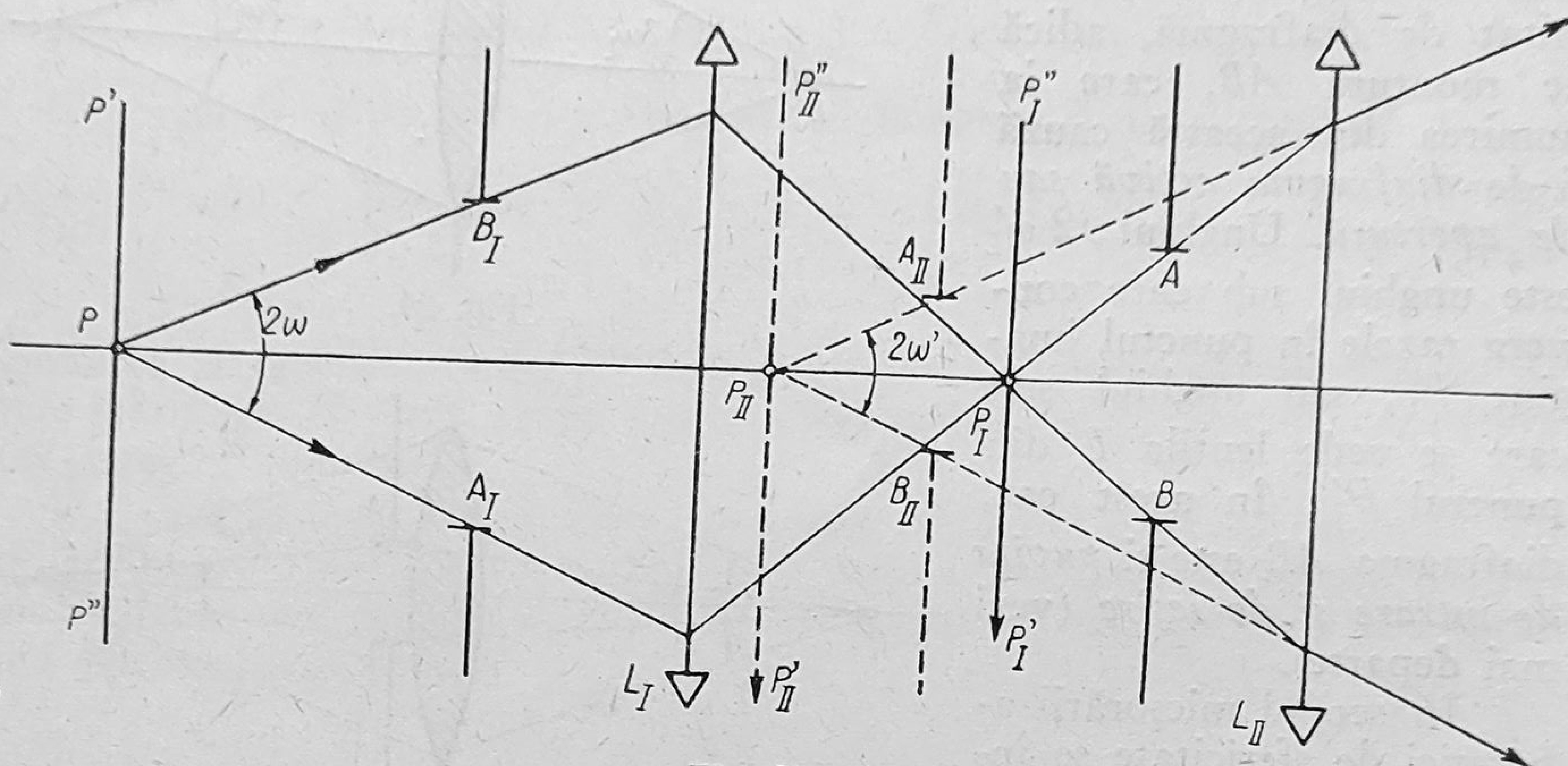


Fig. 87.

Se vede însă imediat că valoarea unghiului de apertură 2 ω (și 2 ω') nu poate crește peste valoarea $2\,\omega_L$ (sau $2\,\omega'_L$), cînd lărgimea fasciculului este delimitată de către montură și deci nu va mai depinde de mărimea diafragmei *AB* și de poziția ei față de lentilă (adică de *A'B'*).

În general la un sistem optic compus, de exemplu, din două părți : un obiectiv L_I și un ocular L_{II} (fig. 87) vom avea:

— *AB* diafragma activă de apertură;

— $A_I B_I$ imaginea diafragmei *AB* dată de L_I: $A_I B_I$ ia numirea de *pupilă de intrare;*

— *P" P P'* este obiectul a cărui imagine se formează în instrumentul optic. P_I este imaginea reală a lui *P*, dată de L_I, P_{II} cea virtuală formată și de L_{II};

— unghiul $2\,\omega = \sphericalangle A_I P B_I$ este unghiul sub care se vede din punctul obiect *P* imaginea $A_I B_I$, adică pupila de intrare; acest unghi 2 ω este unghiul de apertură de intrare;

— A_{II} B_{II} este imaginea diafragmei *AB* dată de lentila L_{II}; A_{II} B_{II} este *pupila de ieșire;*

— unghiul $2\,\omega' = \sphericalangle A_{II}\ P_{II}\ B_{II}$ este unghiul de apertură de ieșire.

Pentru ca în instrumentul optic să nu pătrundă fasciculele înclinate provenite de la puncte obiect prea îndepărtate de axa optică, se delimitează în-

tinderea obiectului, care poate fi net observat cu instrumentul optic, cu ajutorul unei *diafragme de cîmp CD*. Această diafragmă CD se montează în interiorul instrumentului optic în locul unde se formează imaginea reală a obiectului, formată de L_I (fig. 88). În aceste condiţii:

— $C_I D_I$ este imaginea diafragmei de cîmp CD formată de L_I; $C_I D_I$ ia numirea de *lucarnă de intrare;*

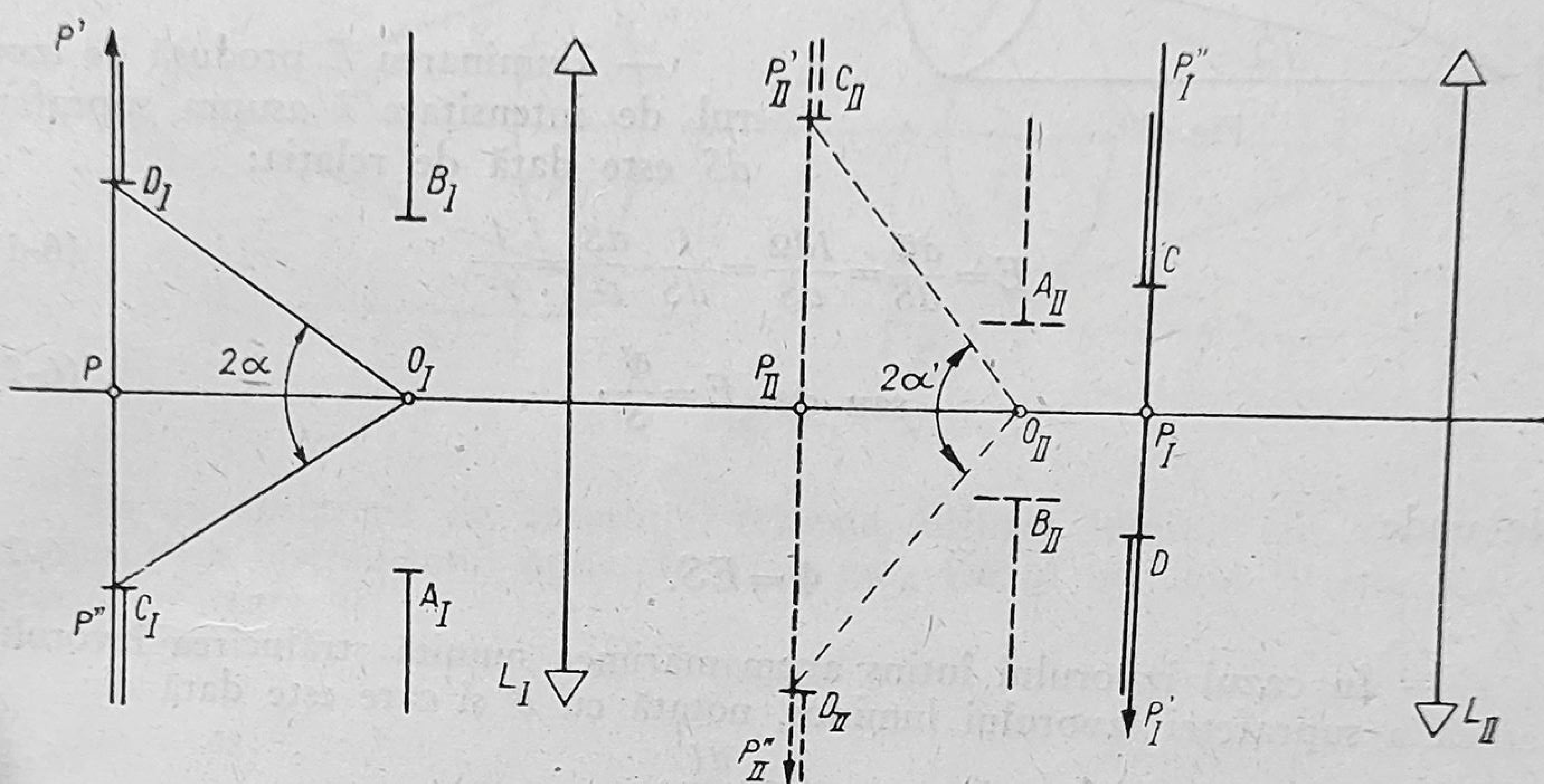


Fig. 88.

— $C_{II} D_{II}$ este imaginea diafragmei de cîmp CD formată de L_{II}; $C_{II} D_{II}$ ia numirea de *lucarna de ieşire;*

— O_I şi O_{II} sînt centrele pupilelor de intrare şi ieşire;

— unghiurile $2\alpha = \sphericalangle D_I O_I C_I$ şi $2\alpha' = \sphericalangle C_{II} O_{II} D_{II}$ sînt unghiurile sub care apar lucarnele respective privite din centrele pupilelor corespunzătoare şi iau numirea de *cîmpul optic al instrumentului,* 2α şi *cîmpul aparent al instrumentului,* $2\alpha'$.

Toate cele expuse mai înainte se aplică numai în cazul cînd în instrumentul optic nu există deschideri care să ducă la micşorarea mărimilor caracteristice indicate mai sus.

6.13. Luminozitatea instrumentelor optice

Pentru a trata acest subiect vom avea nevoie de cîteva noţiuni de fotometrie pe care le explicăm pe scurt aici, urmînd ca discuţia mai detaliată să se facă la capitolul de fotometrie.

Aceste mărimi fotometrice sînt:

— Intensitatea izvorului luminos I. Vom considera un izvor punctiform şi vom nota cu $d\Omega$ unghiul solid prin care se răspîndeşte fluxul luminos $d\Phi$; vom avea (fig. 89):

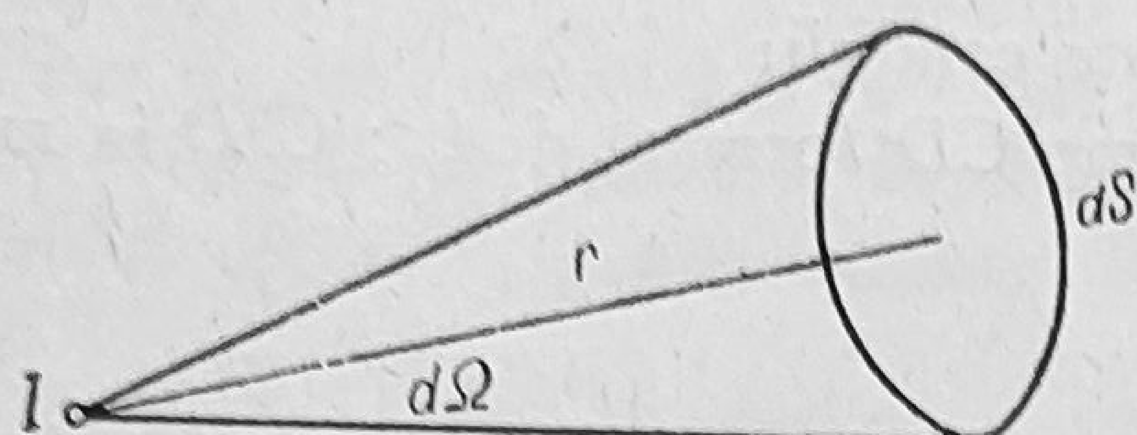


Fig. 89.

$$I=\frac{d\Phi}{d\Omega}, \text{ de unde } I=\frac{\Phi}{\Omega}. \tag{6-18}$$

— Iluminarea E produsă de izvorul de intensitate I asupra suprafeţei dS este dată de relaţia:

$$E=\frac{d\Phi}{dS}=\frac{Id\Omega}{dS}=\frac{I}{dS}\cdot\frac{dS}{r^2}=\frac{I}{r^2} \tag{6-19}$$

$$\text{sau de: } E=\frac{\Phi}{S}, \tag{6-20}$$

de unde

$$\Phi=ES. \tag{6-21}$$

— În cazul izvorului întins avem mărimea numită strălucirea izvorului, adică a suprafeţei izvorului luminos, notată cu B şi care este dată de:

$$B=\frac{dI}{ds}, \tag{6-22}$$

de unde

$$B=\frac{I}{s}. \tag{6-23}$$

— Fluxul Φ transmis de la suprafaţa S_1 a izvorului la suprafaţa S_2 (fig. 90) va fi dat de expresia:

$$\Phi=B_1S_1 \cos i_1 \; S_2 \cos i_2 \frac{1}{r^2}. \tag{6-24}$$

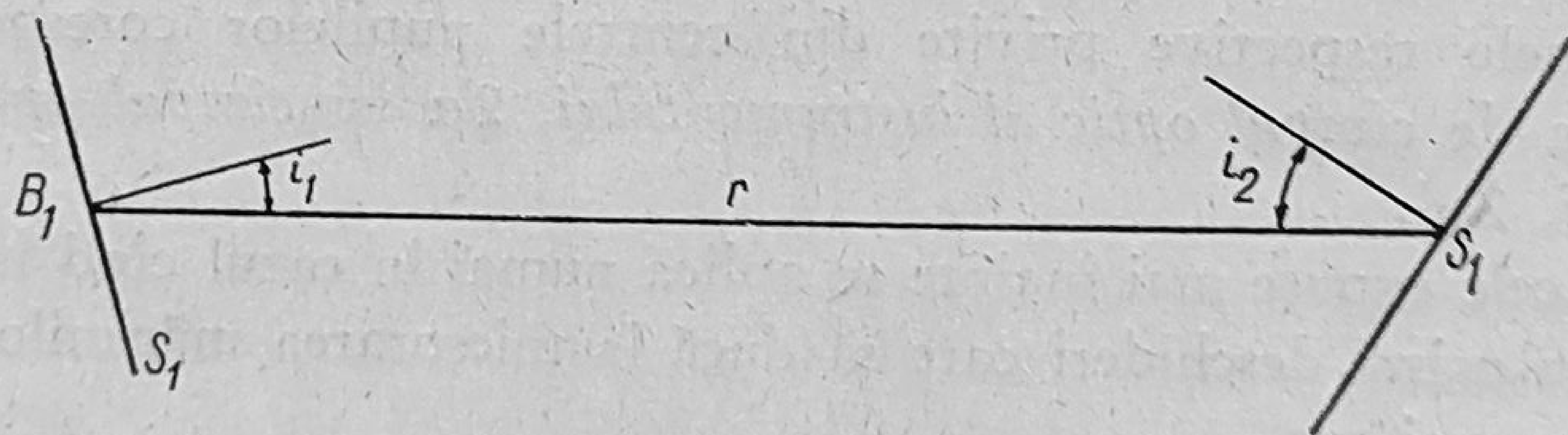


Fig. 90.

Raportul

$$\Gamma=\frac{\Phi}{B_1}=\frac{S_1S_2}{r^2}\cos i_1 \cos i_2 \tag{6-25}$$

ia numirea de *fluxul geometric* şi deci:

$$\Phi=B_1\,\Gamma \tag{6-26}$$

— *Luminozitatea* Λ a unui instrument optic care furnizează imagini reale este dat de raportul dintre *iluminarea imaginii E′ şi strălucirea obiectului B* adică

$$\Lambda = \frac{E'}{B}.$$

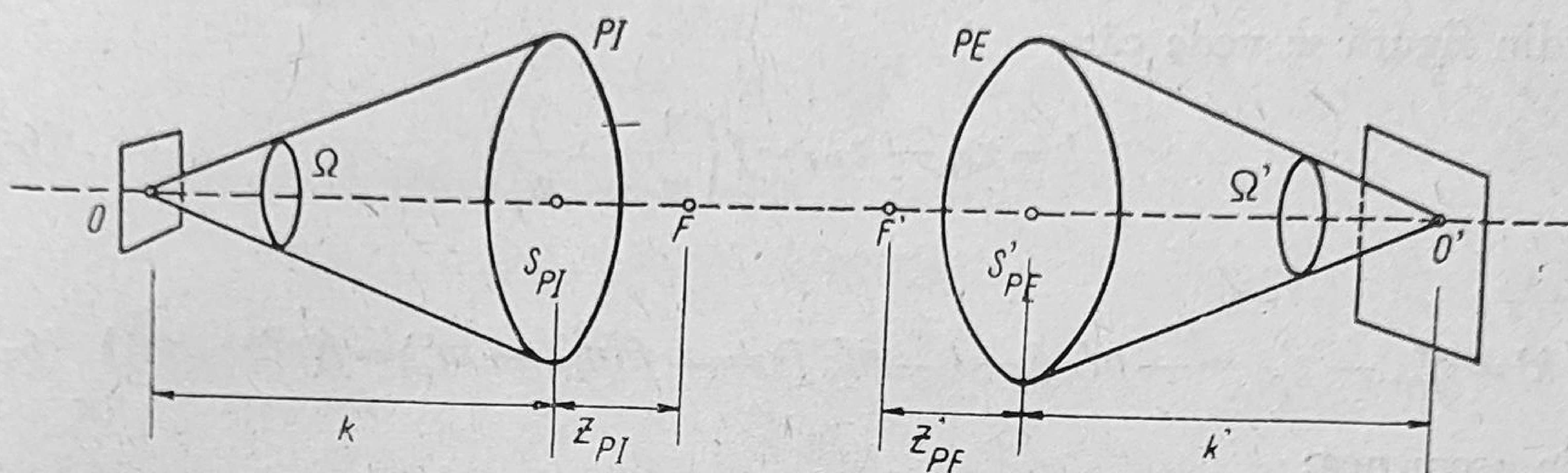


Fig. 91.

Facem abstracţie de absorbţia, reflexia, difuzia luminii etc. la trecerea luminii prin instrumentul optic. În acest caz, fluxul incident Φ este egal cu fluxul emergent Φ'

$$\Phi = \Phi' \tag{6-27}$$

şi vom avea:

$$\Phi = B\Gamma \text{ şi } \Phi' = B'\Gamma', \tag{6-28}$$

în spaţiul obiect şi în spaţiul imagine.

Fie sistemul optic cu focarele F şi F', $P\ I$ şi $P\ E$ pupilele de intrare şi ieşire aşezate la distanţele k şi k' faţă de obiectul O şi imaginea sa O' şi distanţele z_{PI} şi z'_{PE} faţă de focarele F şi F' (fig. 91).

Pentru razele axiale cînd i_1 şi i_2, respectiv i'_1 şi i'_2 sînt egale cu zero, vom avea:

$$\Gamma = \frac{S\,S_{PI}}{k^2}\cos i_1 \cos i_2 = \frac{S\,S_{PI}}{k^2}$$

$$\Gamma' = \qquad = \frac{S'_{PE}\,S'}{k'^2} \tag{6-29}$$

Atît pentru lucarnele de intrare şi ieşire din O şi O', cît şi pentru pupilele de intrare şi ieşire PI şi PE, vom avea măririle m'_O şi m'_P şi vom putea scrie formulele lui Newton:

$$m' = \frac{f}{\left(\frac{z}{n_1}\right)} = -\frac{\left(\frac{z'}{n'}\right)}{f}, \tag{6-30}$$

sub forma:

$$z_O=+\frac{f}{m'_O} \qquad z'_{O'}=-m'_O f \tag{6-31}$$

$$z_{PI}=+\frac{f}{m'_P} \qquad z'_{PE}=-m'_P f. \tag{6-32}$$

Or, din figură se vede că:

$$k=z_O-z_{PI}=f\left(\frac{1}{m'_O}-\frac{1}{m'_P}\right) \tag{6-33}$$

şi

$$k'=z'_{O'}-z'_{PE}=-m'_O f-(-m'_P f)=-f(m'_O-m'_P)=f(m'_P-m'_O) \tag{6-34}$$

şi de asemenea:

$$\frac{S'}{S}=m'^2_O, \text{ deci } S=\frac{S'}{m'^2_O} \text{ și } S_{PI}=\frac{S'_{PE}}{m'^2_P}. \tag{6-35}$$

Cu aceste date obţinem pe:

$$\Gamma=\frac{S\,S_{PI}}{k^2}=\frac{S'\,S'_{PE}}{m'^2_O\cdot m'^2_P f^2\left(\frac{1}{m'_O}-\frac{1}{m'_P}\right)}=\frac{S'\,S'_{PE}}{f^2(m'_P-m'_O)^2} \tag{6-36}$$

şi

$$\Gamma'=\frac{S'\,S'_{PE}}{k'^2}=\frac{S'\,S'_{PE}}{f^2(m'_P-m'_O)^2}, \tag{6-37}$$

din care rezultă:

$$\Gamma=\Gamma', \tag{6-38}$$

adică fluxul geometric este un invariant cînd instrumentul optic este cufundat în aer.

Urmează că

$$B=B', \tag{6-39}$$

adică strălucirea obiectului este egală cu strălucirea imaginii.

Dacă mediile extreme sînt diferite $n_1\neq n'_k$, atunci ajungem la expresiile pentru fluxurile geometrice

$$n_1^2\,\Gamma=n'^2_k\,\Gamma' \tag{6-40}$$

şi deci

$$\frac{B}{n_1^2}=\frac{B'}{n'^2_k}. \tag{6-41}$$

Ţinînd seama că

$$n_1^2\,\Gamma=\frac{n_1^2\,S\,S_{PI}}{k^2}=\frac{n_k'^2\,S'\,S_{PE}'}{k'^2}=n_k'^2\,\Gamma' \qquad (6\text{-}42)$$

şi că

$$\frac{S_{PI}}{k^2}=\Omega \quad \text{şi} \quad \frac{S_{PE}'}{k'^2}=\Omega' \qquad (6\text{-}43)$$

obţinem invariantul fluxului optic deja stabilit:

$$n^2 S\,\Omega=n'^2 S'\,\Omega'. \qquad (2\text{-}38)\ (2\text{-}124)\ (6\text{-}44)$$

— Iluminarea E' a imaginii va fi dată de:

$$E'=\frac{\Phi'}{S'}=\frac{B'\Gamma}{S'}=B'\frac{1}{S'}\,\frac{S'\,S_{PE}'}{k'^2}=B'\,\frac{S_{PE}'}{k'^2}=B'\Omega'. \qquad (6\text{-}45)$$

Cum

$$\frac{B}{n_1^2}=\frac{B'}{n_k'^2} \qquad (6\text{-}46)$$

urmează că

$$B'=\left(\frac{n_k'}{n_1}\right)^2 B, \qquad (6\text{-}47)$$

deci:

$$E'=\left(\frac{n_k'}{n_1}\right)^2 B\,\Omega'. \qquad (6\text{-}48)$$

Luminozitatea instrumentului va fi deci egală cu

$$\Lambda=\frac{E'}{B}=\left(\frac{n_k'}{n_1}\right)^2 B\,\Omega'\,\frac{1}{B}=\left(\frac{n_k'}{n_1}\right)^2\Omega'. \qquad (6\text{-}49)$$

— La instrumentele care dau imagini virtuale, luminozitatea este dată de raportul dintre iluminarea imaginii de pe retină cînd obiectul este privit prin instrument, E_I' şi iluminarea imaginii de pe retină cînd obiectul este privit cu ochiul liber, E'.

Iluminarea E' este dată, ca la orice instrument optic, de expresia generală:

$$E'=\left(\frac{n_k'}{n_1}\right)^2 B\,\frac{S_{PE}'}{k'^2} \qquad (6\text{-}50)$$

care, în cazul ochiului redus, unde avem: $\left(\frac{n_k'}{n_1}\right)=n_0$ şi unde S_{PE}' este egală cu suprafaţa pupilei ochiului, adică: $S_{PE}'=S_P'$, iar k, este egal cu diametrul

Univ. „Al. I. Cuza" Bibl. de Fizică

ochiului a, adică: $k'=a$, devine:

$$E'=\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2 B\frac{S'_{PE}}{k'^2}=\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2 B\frac{S'_P}{a^2}=n_0^2 B\frac{S'_P}{a^2}. \qquad (6\text{-}51)$$

Această relaţie arată că iluminarea imaginii este independentă de distanţa de ochi, depinzînd numai de strălucirea B.

Dacă pupila ochiului S'_P este mai mică decît pupila de ieşire a instrumentului optic S'_{PE}, adică $S'_P < S'_{PE}$, atunci pupila ochiului joacă rolul de pupila de ieşire a instrumentului optic şi deci

$$E'_{\text{I}}=\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2 B\frac{n_0^2 S'_P}{a^2} \qquad (6\text{-}52)$$

şi se obţine pentru Λ expresia:

$$\Lambda=\frac{E'_{\text{I}}}{E'}=\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2. \qquad (6\text{-}53)$$

Dacă pupila de ieşire a instrumentului S'_{PE} este mai mică decît cea a ochiului S'_P, adică $S'_{PE}< S'_P$, atunci avem

$$E'_{\text{I}}=\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2 B\frac{n_0^2 S'_{PE}}{a^2} \qquad (6\text{-}54)$$

şi Λ este dat de

$$\Lambda=\frac{E'_{\text{I}}}{E'}=\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2\frac{S'_{PE}}{S'_P}. \qquad (6\text{-}55)$$

— Luminozitatea instrumentelor care formează imaginea unui izvor punctiform, adică în cazul izvoarelor luminoase care au un diametru aparent sub 1′, cînd imaginea se formează numai pe un singur element fotosensibil de pe retina ochiului, se calculează ţinînd seama că variind distanţa, se variază numai fluxul luminos care pătrunde în ochi şi nu mărimea suprafeţei imaginii, care nu poate fi observată.

Luminozitatea Λ' este dată de raportul fluxurilor Φ_{I} primit prin instrument şi Φ primit direct de ochiul liber, deci:

$$\Lambda'=\frac{\Phi_{\text{I}}}{\Phi}=\frac{E'_{\text{I}} S'_{\text{I}}}{E' S'}=\Lambda\frac{S'_{\text{I}}}{S'}, \qquad (6\text{-}56)$$

unde S'_{I} şi S' sînt suprafeţele imaginilor formate pe retină cu instrumentul optic şi în privirea liberă.

Cum S_i' este egal cu raportul pătratelor diametrelor unghiulare respective, deci cu G^2 (grosismentul) vom avea:

$$\Lambda' = \Lambda\, G^2. \tag{6-57}$$

Luminozitatea reală Λ_r depinde de factorul de transmisie T, căci fluxul luminos este absorbit.

În cazul a N suprafeţe refractatoare, factorul de transmisie devine T^N, ceea ce face ca între luminozitatea teoretică Λ şi cea reală Λ_r să existe relaţia:

$$\Lambda_r = T^N \Lambda. \tag{6-58}$$

6-C. INSTRUMENTE CU IMAGINI REALE

I. Aparatul de fotografiat

6.14. Generalităţi

Partea principală a aparatului de fotografiat o constituie *obiectivul* de fotografiat (fig. 92) care, depinzînd de tipul aparatului de fotografiat, poate fi de la o simplă lentilă convergentă pînă la un sistem foarte complicat, cu distanţe focale diferite şi care dau posibilitatea ca aparatele fotografice să posede, unele faţă de altele, caracteristici foarte diferite cu privire la *mărire, putere de separare, cîmp şi luminozitate.* Au fost construite obiective pentru diferite scopuri pentru fotogrametrie, pentru fotografierea peisajelor, a portretelor etc., în care scop obiectivele au fost corijate de aberaţii ca să corespundă scopului fotografic.

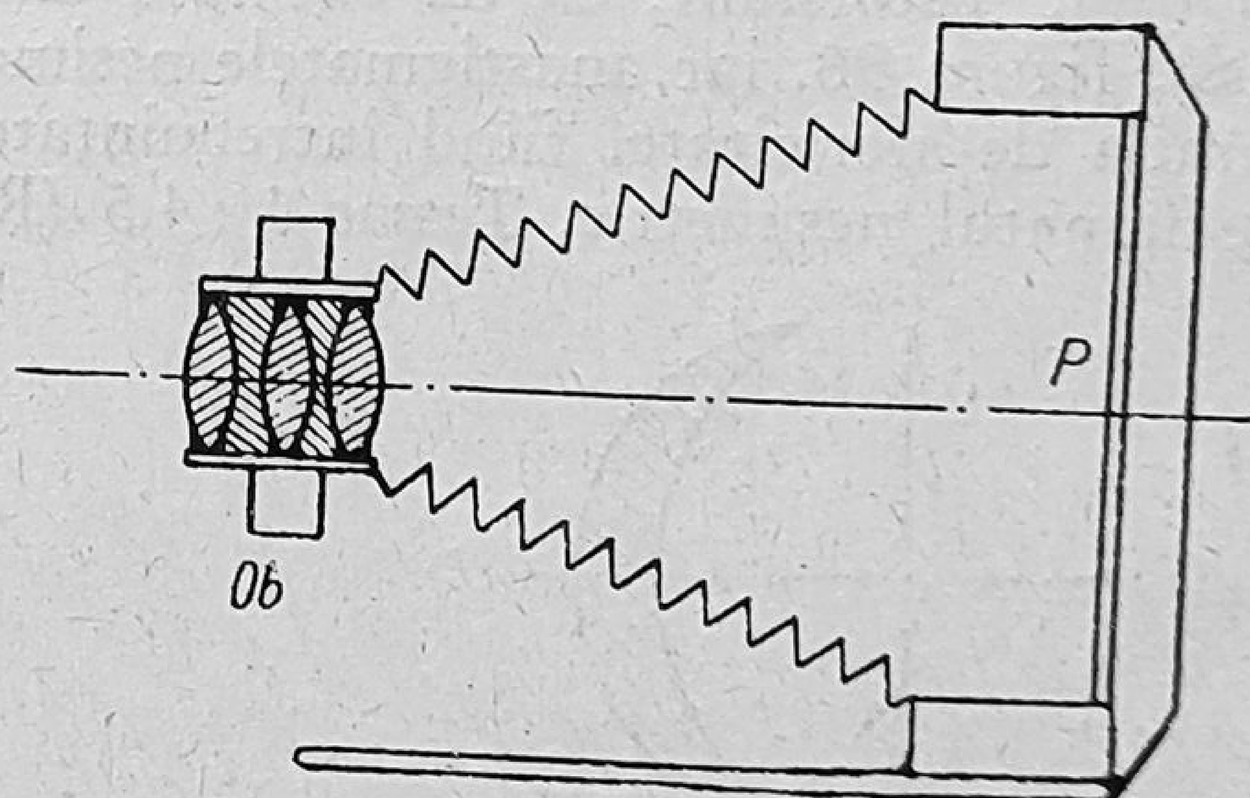


Fig. 92.

Formarea imaginii este aceeaşi ca la orişicare lentilă convergentă (fig. 93). În genere se formează imagini reale mai mici decît obiectul. Imaginea se formează pe placa sensibilă fotografică P pe care o „impre ionează“ şi în urma unui tratament — de revelare şi fixare — se formează o imagine „negativul“, după care printr-un proces invers de impresionare a altui strat fotosensibil se obţine „pozitivul“, o imagine asemănătoare obiectului.

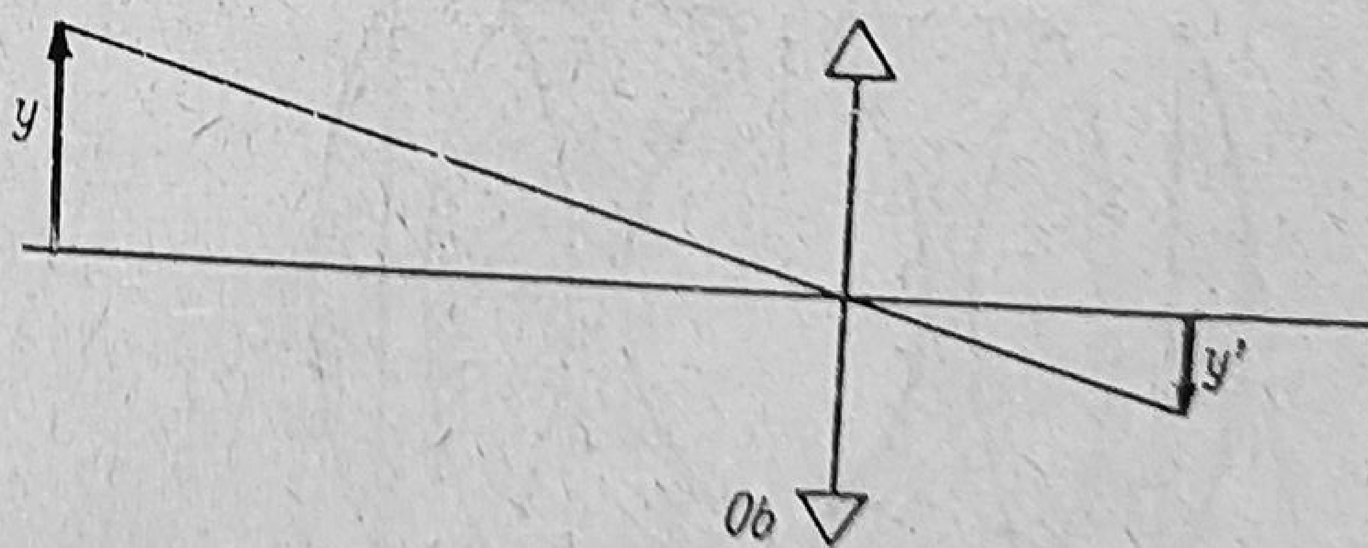


Fig. 93.

6.15. Mărirea

Mărirea aparatului fotografic este dată de:

$$m' = \frac{y'}{y} \simeq \frac{f}{z}, \qquad (6\text{-}59)$$

în cazul în care obiectul se găseşte la o distanţă z destul de mare faţă de focarul obiect al obiectivului pentru a putea face aproximaţia ca $z' \approx f$, adică imaginea se formează foarte aproape de planul focal imagine.

6.16. Micşorarea aberaţiilor

Pentru micşorarea aberaţiilor se întrebuinţează o diafragmă. Obiectivele simple au o diafragmă montată în faţa obiectivului (fig. 94), obiectivul fiind o lentilă convergentă cu concavitatea spre exterior pentru a micşora astigmatismul şi curbura cîmpului, nu însă şi distorsiunea. Pentru acromatizare se utilizează dublete acromate.

Prin întrebuinţarea a două lentile simple sau acromate montate simetric faţă de o diafragmă ca în figura 95, calitatea imaginii se îmbunătăţeşte, practic fiind înlăturate coma, distorsiunea şi aberaţia de mărire cromatică. În felul acesta au apărut obiectivele simetrice (aplanatul).

Mărirea numărului de lentile, care au fost fie alipite, fie separate, ca şi montarea diafragmei simetric sau nesimetric în interiorul sistemului optic al obiectivului au dus la o mulţime variată de tipuri de obiective cu dimensiuni diferite dintre care cele mai răspîndite sînt obiectivele zise *anastigmate*, cum sînt anastigmatele simetrice corijate în special pentru astigmatism, curbura cîmpului, distorsiune, ca de exemplu anastigmatul simetric Planarul (Rudolf-Zeiss), figura 96, iar anastigmatele nesimetrice sînt corectate foarte bine pentru aberaţia de sfericitate, fiind întrebuinţate în scopuri speciale, ca, de exemplu, anastigmatul nesimetric, Tessar 1 : 4,5 (Rudolf-Zeiss), figura 97.

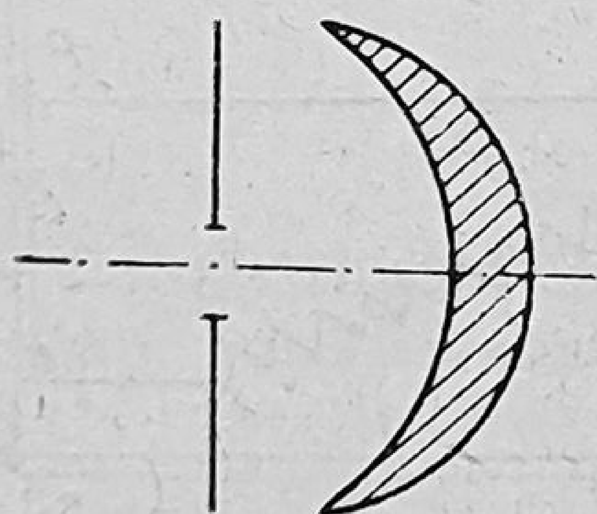


Fig. 94.

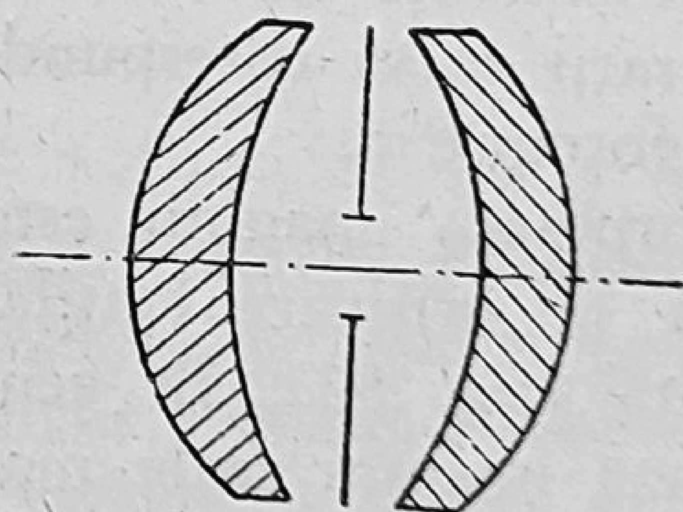


Fig. 95.

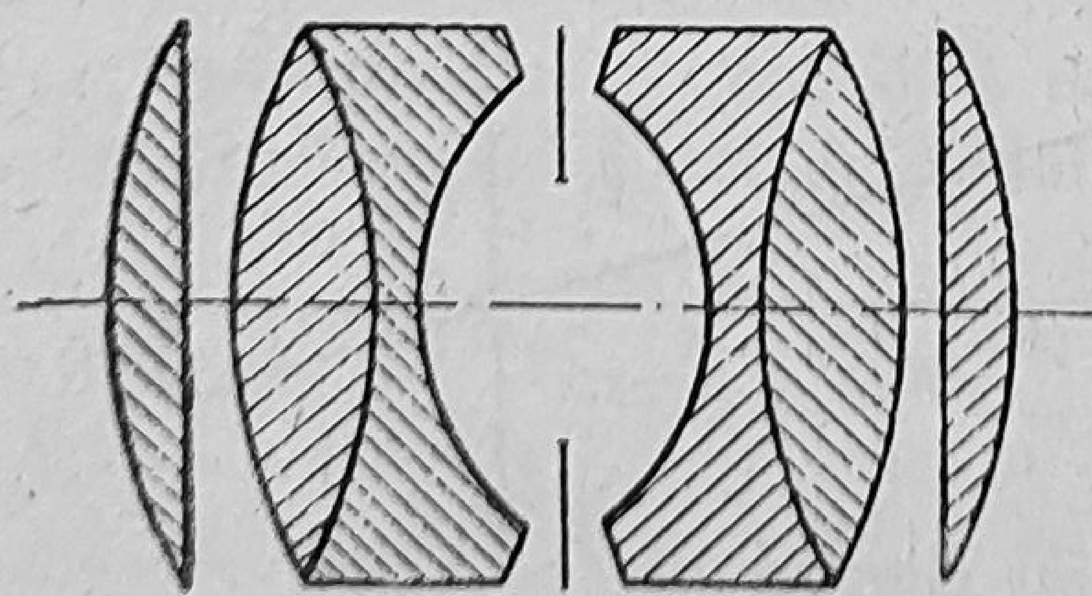


Fig. 96.

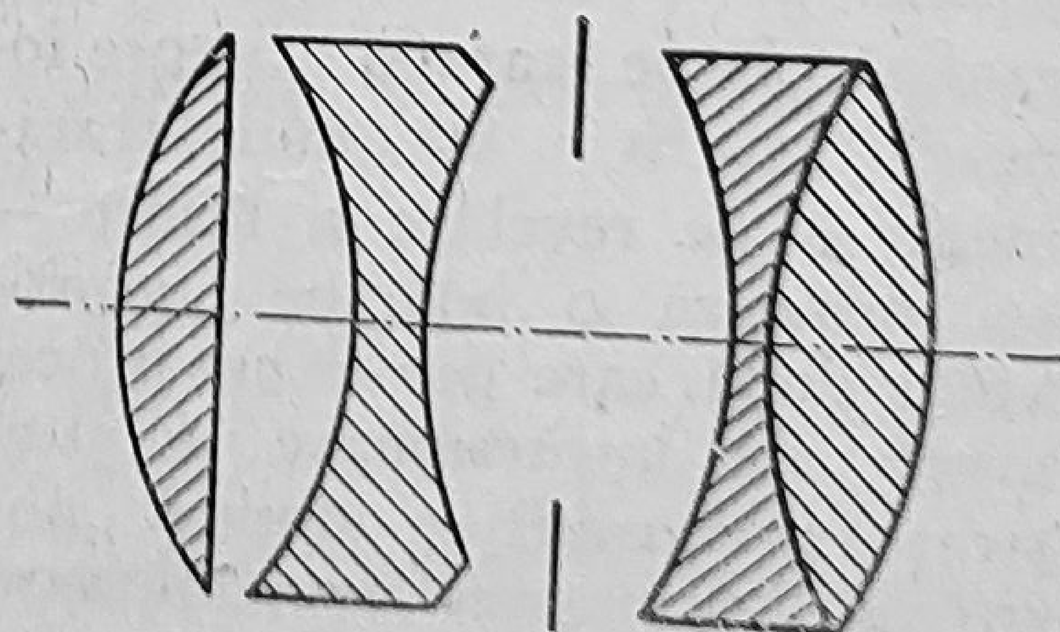


Fig. 97.

Diafragma de cîmp nu se poate așeza exact în planul plăcii fotografice, montura obiectivului putînd juca în acest caz rolul acestei diafragme.

6.17. Profunzimea cîmpului

Este o mărime legată de punerea la punct a aparatului fotografic, condiționată de realizarea unei imagini clare a obiectului și obținerea de detalii în imagine nu numai pentru punctele obiect situate în planul vizat, ci și în profunzime, în plane alăturate planului vizat. În felul acesta, datorită acestei calități a obiectivului fotografic, pe placa fotografică vor fi înregistrate suficient de clar și punctele obiect situate într-o regiune din jurul obiectului.

Pe placa fotografică P (fig. 98) se formează imaginea exactă O'_k a punctului O_1 situat în planul obiect. La o variație a poziției obiectului O_1 cu dz, avem o variație în deplasarea imagini din O'_k în O''_k, de dz'. Pe planul plăcii fotografice P se obține ca imagine a punctului O_2 nu un punct, ci un disc cu raza ρ. Dacă prin α notăm mărirea axială, vom avea:

$$\alpha' = \frac{dz'}{dz} = +\frac{f^2}{z^2} = +m'^2, \qquad (6\text{-}11)\ (6\text{-}60)$$

de unde se obține valoarea lui dz:

$$dz = +\frac{1}{f^2} z^2 \cdot dz' = +\left(\frac{1}{m'^2}\right) dz', \qquad (6\text{-}61)$$

Din asemănarea triunghiurilor MVO''_k și $P'O'_kO''_k$ avem:

$$\frac{dz'}{\rho} = \frac{f+z'+dz'}{h} \approx \frac{f+z'}{h} \approx \frac{f}{h} \qquad (6\text{-}62)$$

deci:

$$dz' = \frac{2\rho}{2h} f. \qquad (6\text{-}63)$$

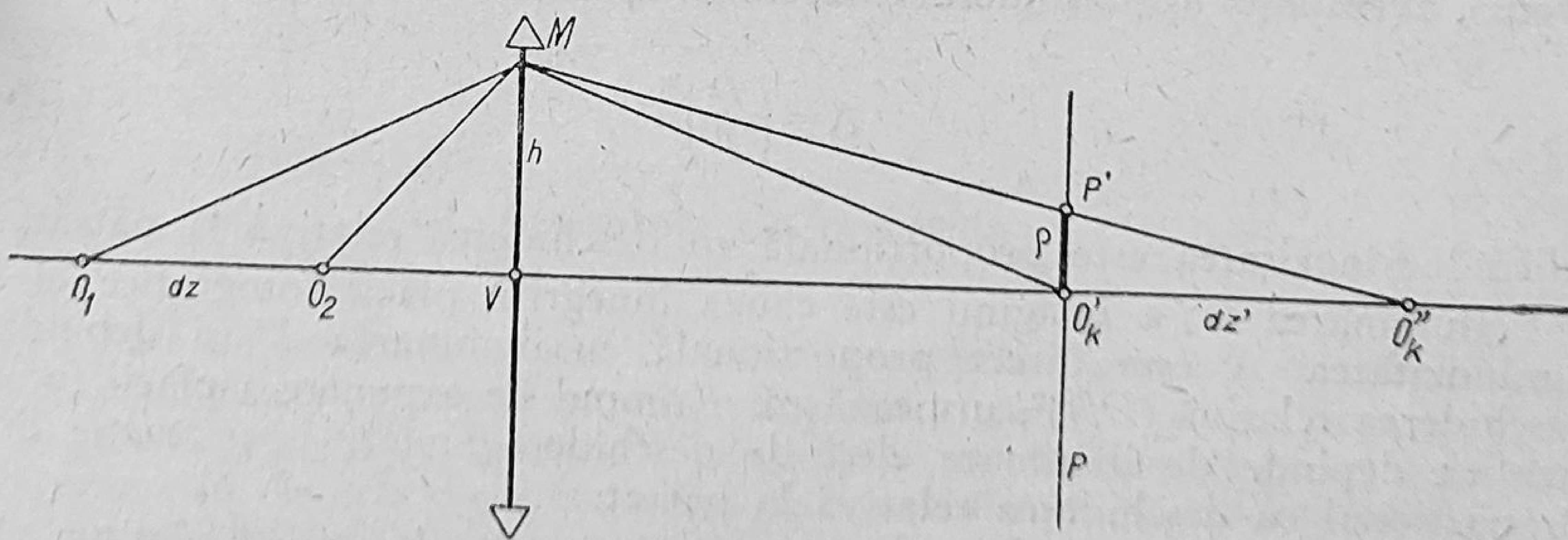


Fig. 98.

Introducînd această valoare în cea care exprimă pe dz avem:

$$dz = +\frac{1}{f^2} z^2 dz' = +\frac{1}{f^2} z^2 \frac{2\rho}{2h} f = +2\rho\left(\frac{1}{m'^2}\right)\frac{f}{2h}. \qquad (6\text{-}64)$$

Mărimea lui ρ depinde de finețea pe care o pretindem în obținerea și observarea imaginii de pe placa fotografică. Observarea fotografiei cu ochiul liber nu este stînjenită dacă în loc de imagini punctiforme se obțin pete ale căror diametru nu depășește diametrul de 0,1 mm și chiar 0,25 mm. Acestea sînt *cercurile de difuzie tolerate*.

Se vede deci că dz este o funcție de raportul $\frac{f}{2h}$, adică

$$dz = \varphi\left(\frac{f}{2h}\right) = \varphi\left(\frac{f}{D}\right). \qquad (6\text{-}65)$$

Or, dacă $2h = D$ este diametrul obiectivului fotografic, atunci raportului $\frac{2h}{f} = \frac{D}{f}$ i se dă numirea de *deschiderea relativă* a obiectivului, o mărime care caracterizează obiectivul fotografic. Prin D se înțelege de fapt diametrul fasciculului de lumină care poate pătrunde în aparatul fotografic datorită diafragmei în iris, întrebuințată pentru delimitarea fasciculului de lumină.

Din cele de mai sus rezultă că putem mări profunzimea cîmpului, pe dz, dacă micșorăm deschiderea relativă D/f.

6.18. Luminozitatea

Luminozitatea aparatului fotografic, adică al obiectivului fotografic va fi dată de relația generală:

$$\Lambda = \left[\frac{n'_k}{n_1}\right]^2 \Omega, \qquad (6\text{-}49)\ (6\text{-}66)$$

și cum avem $n_1 = n'_k \approx 1$ (aerul), iar unghiul solid $\Omega' = \left(\frac{D}{f}\right)^2$ vom avea:

$$\Lambda = \left(\frac{D}{f}\right)^2, \qquad (6\text{-}67)$$

adică luminozitatea este proporțională cu deschiderea relativă la pătrat.

Iluminarea E' a imaginii este cauza înnegririi plăcii fotografice, și cum luminozitatea Λ este direct proporțională cu iluminarea E' și depinde de deschiderea relativă $(D/f)^2$, urmează că și timpul de expunere a plăcii fotografice va depinde de iluminare, deci de deschiderea relativă, și anume invers proporțional cu deschiderea relativă la pătrat.

$(D/f)^2$ se mai numește și *coeficient de claritate* și determină cum am văzut iluminarea imaginii. *Claritatea aparatului fotografic* C se definește ca fiind

raportul la pătrat dintre iluminarea imaginii produsă de obiectivul la deschiderea relativă $\frac{D}{f}$ şi cea produsă de obiectivul cu deschiderea 1/10, deci

$$C=\frac{(D/f)^2}{(1/10)^2}=100\left(\frac{D}{f}\right)^2, \tag{6-68}$$

mărime socotită pentru punctele din jurul axei optice unde se obţine iluminarea maximă.

6.19. Teleobiectivul

Fotografiind un obiect aşezat la o anumită distanţă fixă de obiectiv, se obţin imagini cu atît mai mari cu cît distanţa focală a obiectivului este mai mare. În cazul obiectelor îndepărtate, pentru obţinerea unei imagini suficient

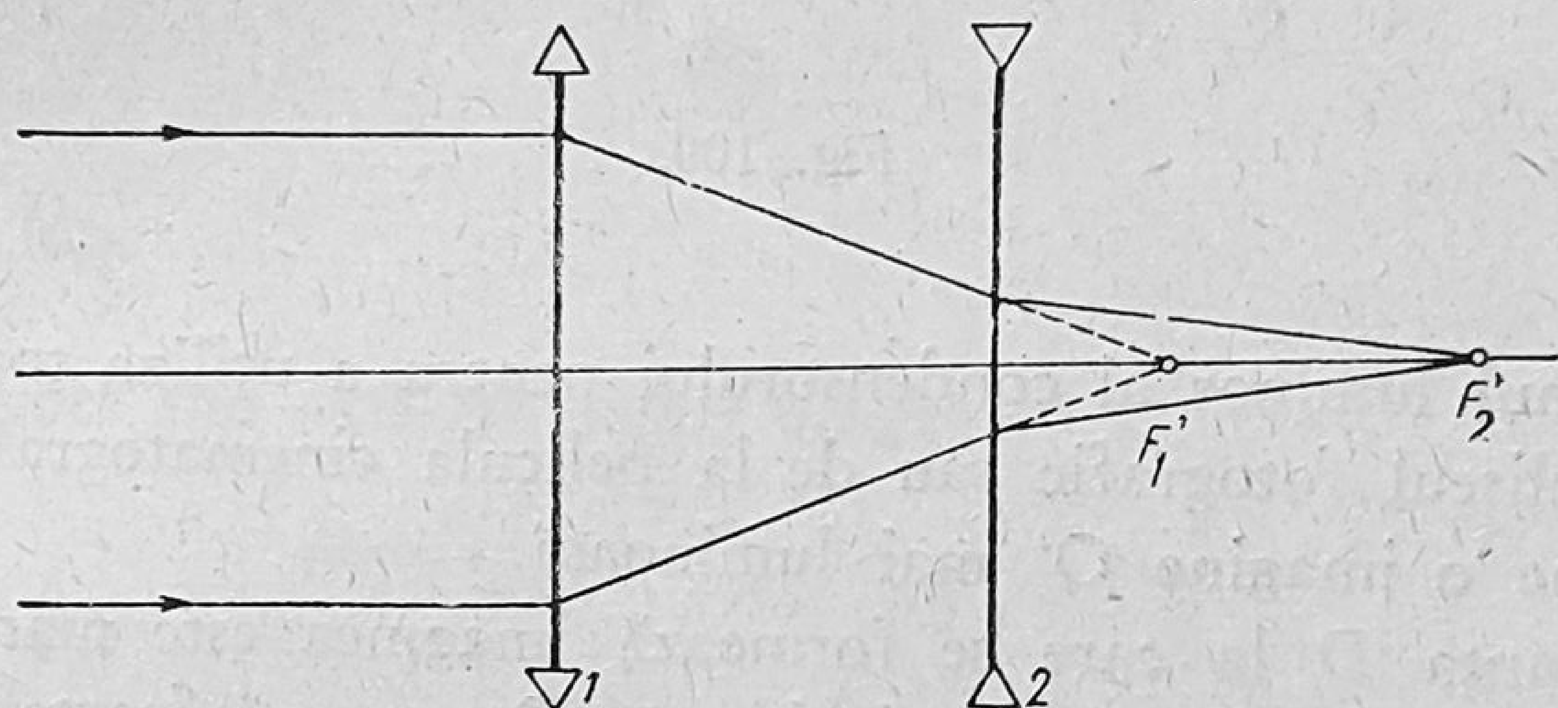


Fig. 99.

de mari pentru observarea detaliilor ar trebui să se întrebuinţeze obiective cu distanţe focale prea lungi, ceea ce ar duce la o construcţie greoaie, incomodă, a aparatului fotografic.

Întrebuinţarea însă a unei lentile divergente montată în spatele lentilei convergente, între aceasta şi focarul ei, constituie un *teleobiectiv*, obţinîndu-se un obiectiv cu distanţă focală lungă, însă sistemul optic are o lungime mult mai scurtă (fig. 99).

II. Aparatele de proiecţie

Aparatele de proiecţie servesc la proiectarea pe un ecran a imaginii unei figuri, a unui clişeu prin transparenţă, dispozitiv numit *diascop*, sau a unui text de pe o carte, plan, fotografie, dispozitiv numit *episcop*. Sînt aparate care întrunesc în ele cele două funcţii şi de aceea se numesc *epidiascoape*.

La orice aparat de proiecţie se disting două părţi principale: *condensorul de lumină* şi *obiectivul*.

Condensorul are ca scop iluminarea uniformă şi puternică a filmului sau a cărţii. El este în general constituit din două lentile plan-convexe C (fig. 100), iar clişeul O se aşază alături de faţa posterioară a condensorului pentru a fi cît mai uniform iluminat. Obiectivul *Ob*, un obiectiv bine corijat,

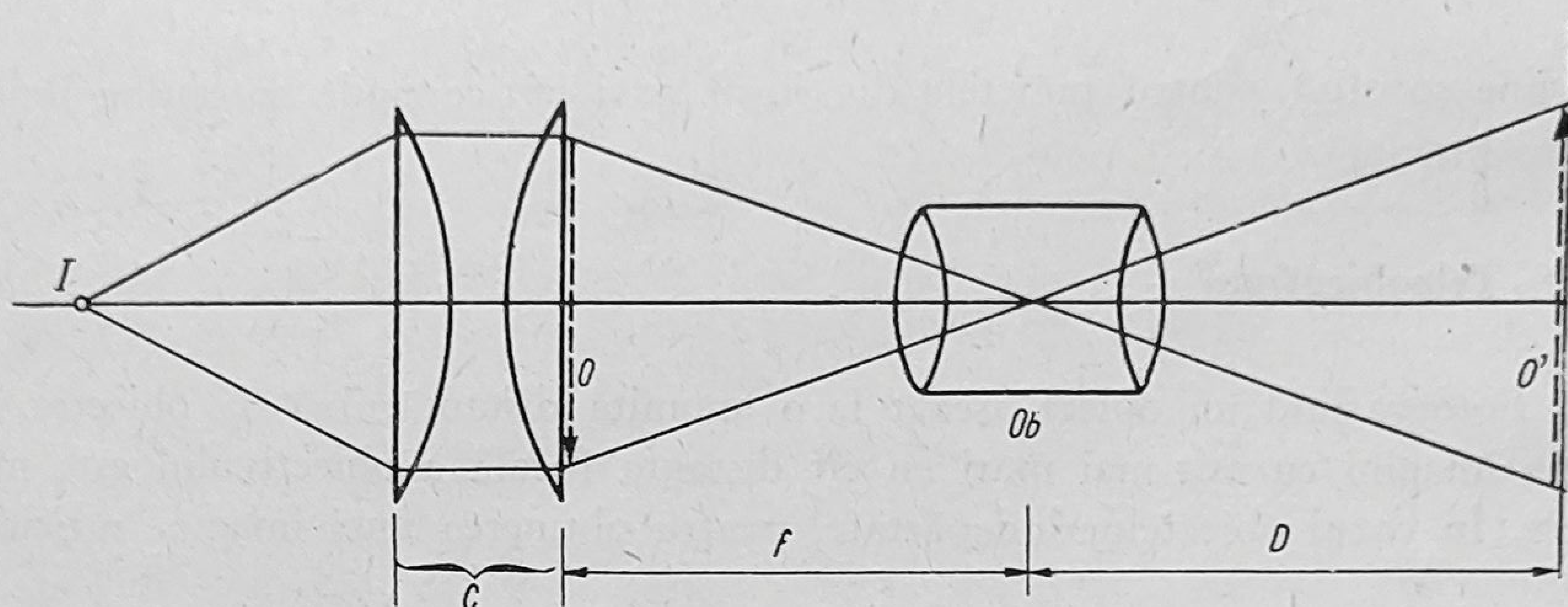


Fig. 100.

se aşază în conul luminos al condensorului pentru a utiliza toate razele care provin de la clişeul fotografic sau de la pelicula cinematografică şi în felul acesta se obţine o imagine O' mai luminoasă.

Dacă distanţa *D* la care se formează imaginea este mare faţă de distanţa focală *f* a obiectivului, atunci obiectul O se aşază foarte aproape, practic în planul focal al obiectivului *Ob*, şi în acest caz mărirea *m'* este dată de:

$$m' \approx \frac{D}{f}. \qquad (6\text{-}69)$$

6-D. INSTRUMENTE OCULARE

I. Lupa. Ocularul

6.20. Formarea imaginii

Cel mai simplu instrument ocular este *lupa* sau *microscopul simplu*. Imaginea furnizată de lupă este virtuală. Ea trebuie să se formeze la o distanţă mai mare decît distanţa de vedere liberă $\delta = 25$ cm şi de preferat la

infinit, distanță pentru care ochiul nu are nevoie de acomodare. Aceasta duce la așezarea obiectului în apropierea focarului lentilei și de aceea obiectul OA se așază între focarul obiect F și lupa L (fig. 101).

Formarea imaginii la o lupă se indică în schema din figura 101.

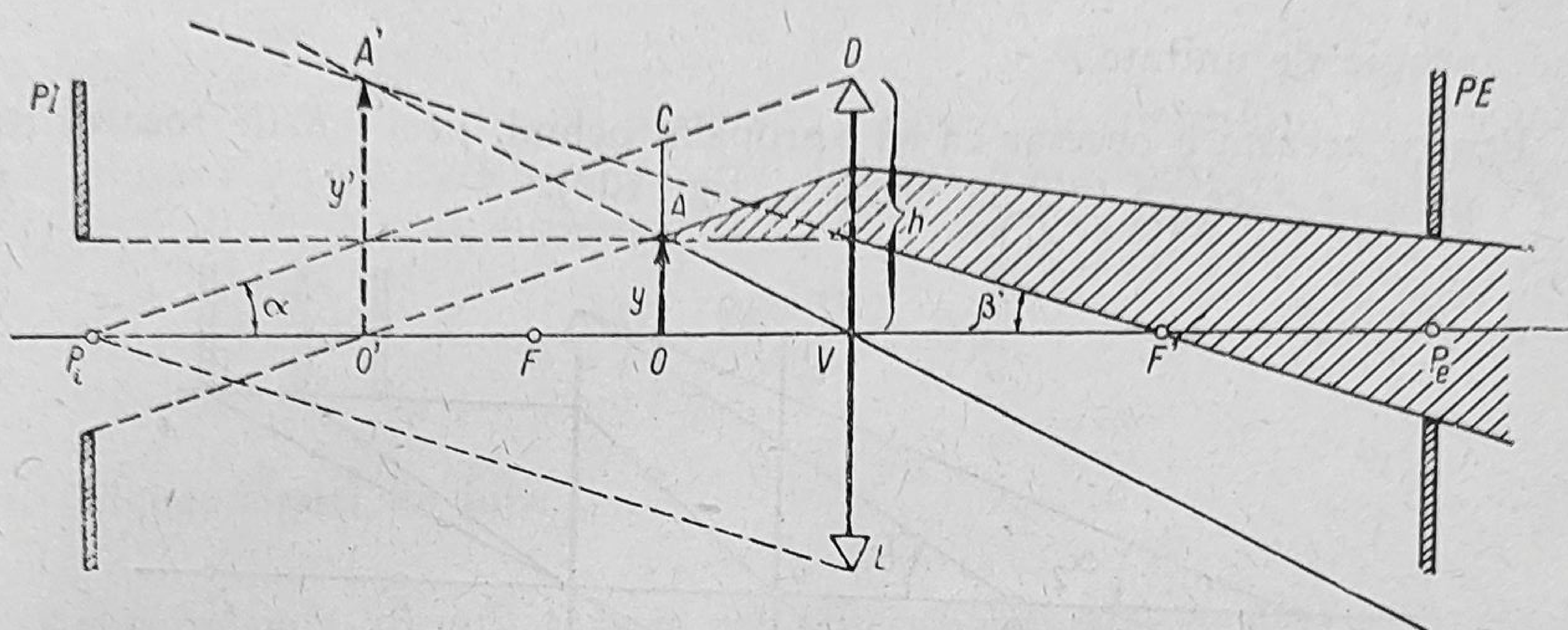


Fig. 101.

6.21. Puterea lupei.

Puterea lupei este dată de relația generală:

$$P=\frac{\operatorname{tg}\beta'}{y}=\frac{OA}{f}\cdot\frac{1}{y}=\frac{y}{f}\cdot\frac{1}{f}=\frac{1}{f}. \tag{6-70}$$

Socotind lupa ca un microscop, atunci grosismentul comercial este dat de:

$$G_C=\frac{P}{4}=\frac{1}{4f}. \tag{6-71}$$

6.22. Pupila de intrare și ieșire. Diafragma de cîmp

Pupila de ieșire este pupila ochiului PE care determină și pupila de intrare PI, astfel că numai razele din porțiunea hașurată din figura 101 sînt acelea cu care se formează imaginea.

Diafragma de cîmp este montura lupei D care este totodată și lucarna de intrare și ieșire. Cîmpul optic 2α delimitează din obiect porțiunea OC care poate fi văzută prin lupă. Cum obiectul se găsește aproape de focar, vom putea scrie:

$$\frac{OC}{h}\approx\frac{P_iV-f}{P_iV}, \tag{6-72}$$

deci

$$OC=h\cdot\frac{P_iV-f}{P_iV}. \tag{6-73}$$

OC este cu atît mai mare, adică se apropie de valoarea deschiderii lupei h, cu cît $P_i V$ este mai mare, pentru ca raportul

$$\frac{P_i V - f}{P_i V} \tag{6-74}$$

să se apropie de unitate.

Pentru aceasta e necesar ca să apropiem ochiul, deci PE de focarul lentilei F', ceea ce face ca OC să crească (fig. 102).

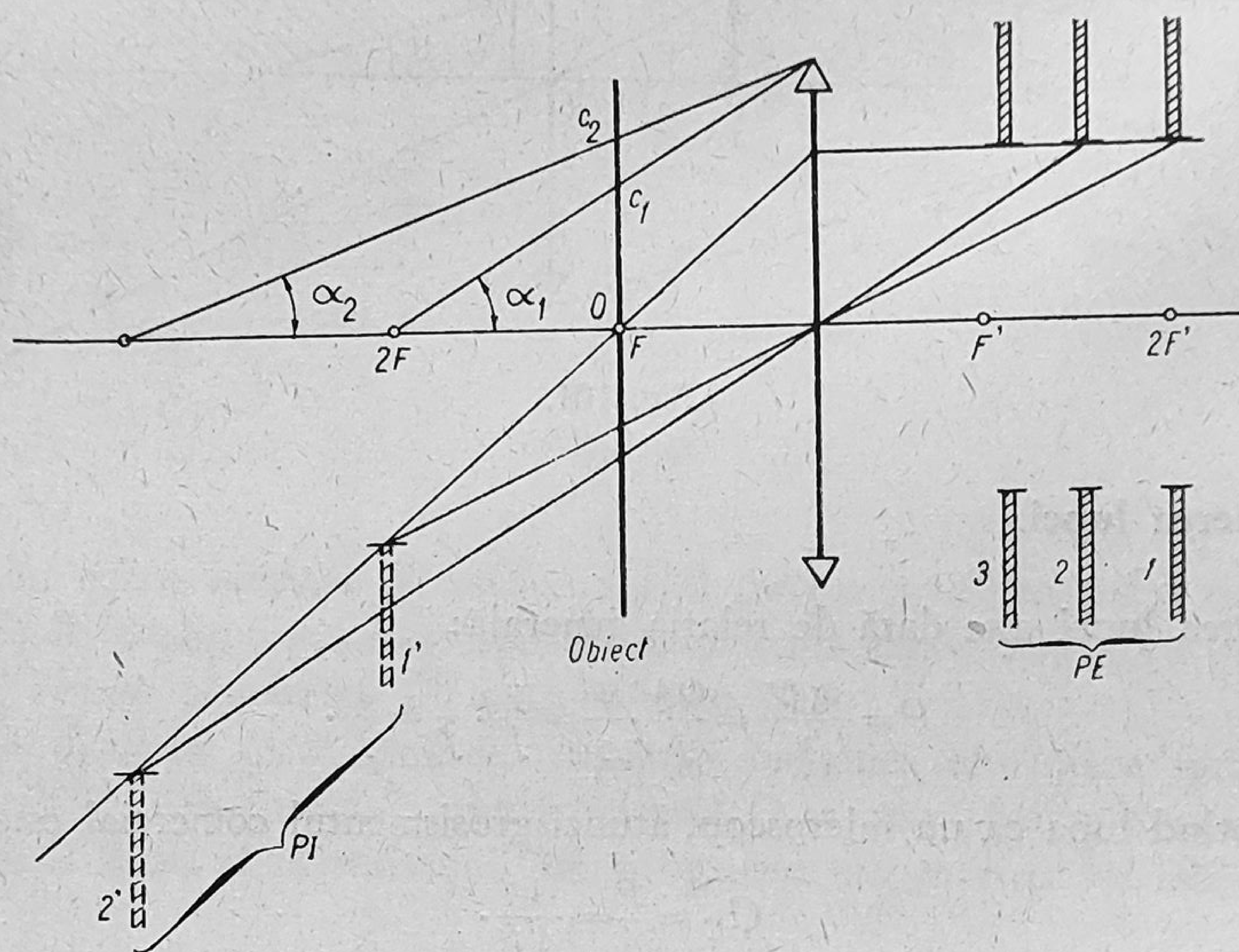


Fig. 102.

6.23. Puterea separatoare liniară $1/\eta_0$

Este determinată de puterea separatoare unghiulară a ochiului $1/\varepsilon_0$. Am definit diametrul unghiular ε prin expresia:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\text{înălţimea obiectului}}{\text{distanţa obiect — pupila ochiului}}.$$

În cazul formării imaginii (virtuale) prin lupă, ochiul nu va putea distinge obiecte sau detalii cu o dimensiune liniară mai mică decît lungimea η_0 care corespunde diametrului aparent $\operatorname{tg} \varepsilon_0$. Ea este dată de $\varepsilon_0 = \text{arc } 1' = 0{,}00033$ şi determină puterea separatoare unghiulară $\frac{1}{\varepsilon_0}$ a ochiului.

Or, din figura 101 se vede că $\operatorname{tg} \varepsilon_0$ va fi dată de:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_0 \approx \varepsilon_0 \approx \operatorname{tg} \beta'_{\eta_0} = \frac{\eta_0}{f} = \eta_0 \frac{1}{f} = \eta_0 P, \tag{6-75}$$

unde $\operatorname{tg} \beta'_{\eta_0}$ este diametrul unghiular sub care se poate vedea elementul η_0 prin lupă.

Rezultă deci că

$$\eta_0 = \frac{\varepsilon_0}{P} \tag{6-76}$$

şi cum P nu poate trece practic peste 100 dioptrii, deoarece lupe cu o distanţă focală f mai mică de 0,01 m nu pot fi folosite (ele neputînd fi apropiate de ochi mai mult de 1 cm), urmează că η_0 va avea valoarea minimă de

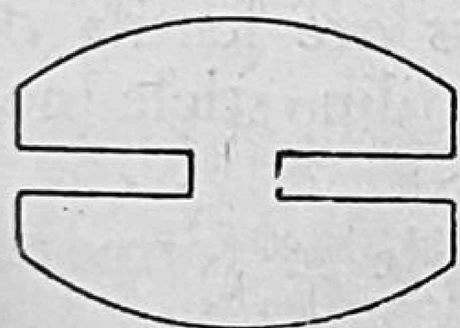
$$\eta_0 = \frac{\varepsilon_0}{P} = \frac{0{,}00033}{100} \simeq 3\,\mu. \tag{6-77}$$

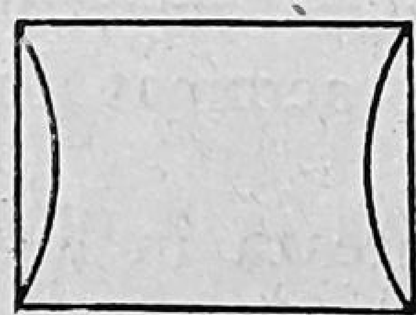
6.24. Diferite tipuri de lupe

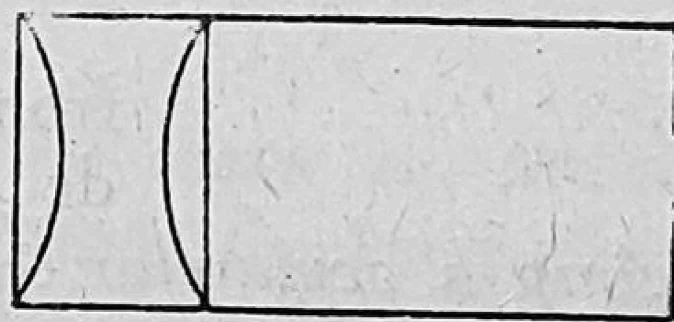
Lupa prezintă aberaţii care se pot observa mai ales de la $f=30$ mm în jos ($P=33$ D).

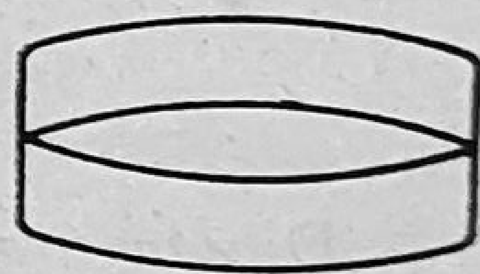
Pentru aceasta s-au confecţionat lupe formate din mai multe lentile, alipite sau depărtate, ca, de exemplu:

— lupa Wolaston, Brewster, cu diafragma săpată în interiorul lentilei, figura 103, pentru evitarea distorsiunii;
— lupe compuse tip Wilson şi Fraunhofer (fig. 104 şi 105);
— lupa Steinhal (fig. 106).


Fig. 103.


Fig. 104.


Fig. 105.


Fig. 106.

6.25. Ocularul

La instrumentele care dau imagini virtuale, instrumentele oculare, sistemul optic alăturat ochiului este acelaşi sau asemănător pentru toate aceste instrumente şi se numeşte *ocular*.

Ocularele se împart în:

Oculare pozitive care acţionează ca o lupă şi la care imaginea reală dată de obiectiv (sistemul optic anterior ocularului) se formează înaintea primei lentile a ocularului, numită lentila de front.

Ocularele negative preiau imaginea dată de obiectiv şi o formează în interiorul lor după lentila de front şi în faţa lentilei ochiului.

Ocularele pozitive simple sînt:

— ocularul lui Kepler care este o lentilă simplă convergentă;
— ocularul monocentric Zeiss, care este format din lentile alipite.

Ocularele pozitive compuse sau ocularele Ramsden se compun din două lentile sau sisteme de lentile nealipite (fig. 107). Ele se caracterizează prin simbolul $f' : d : f''$, unde f' şi şi f'' sînt distanţele focale ale celor două lentile, iar d este distanţa dintre ele.

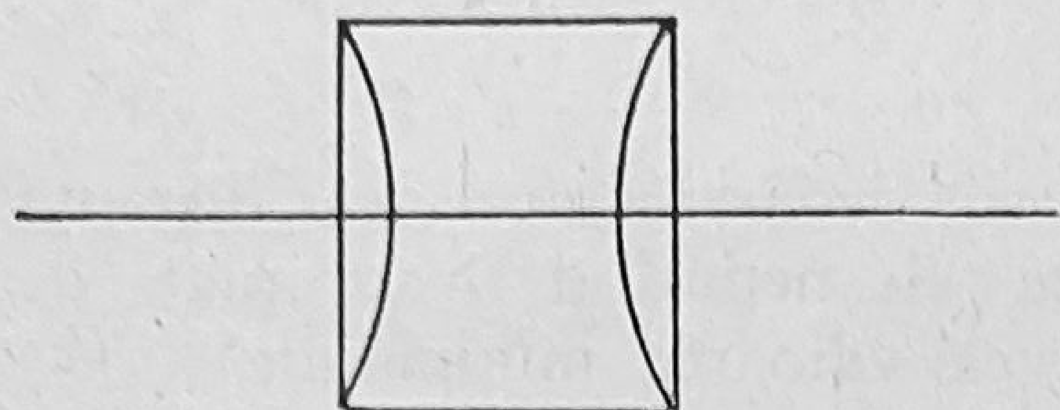


Fig. 107.

La aceste oculare se pot evita sau micşora unele aberaţii (cromatice, de sfericitate).

Ocularele de simbol 1 : 1 : 1 : duc la faptul că vom avea $f = f' = f''$.

Alte oculare sînt cele de simbol 3 : 2 : 3, precum şi *ocularul Kellner*, care are lentila ochiului formată dintr-un acromat din lentile alipite.

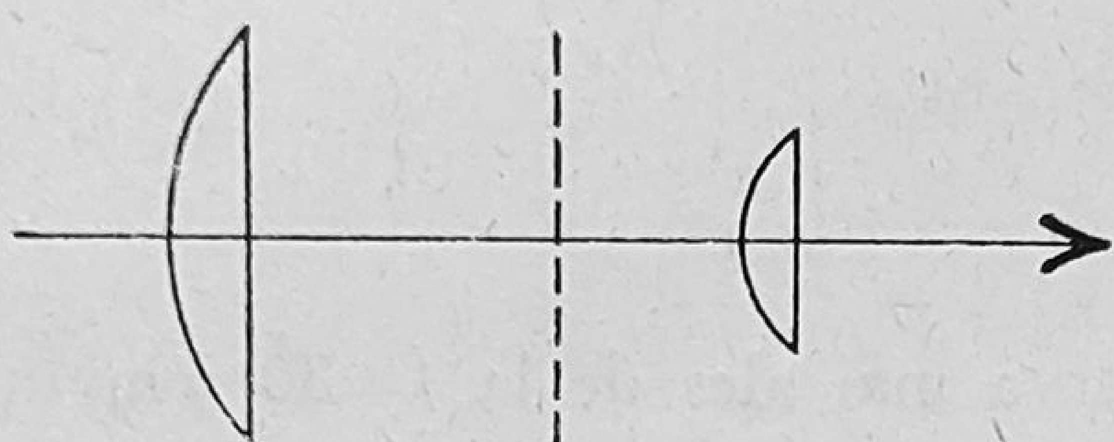


Fig. 108.

Ocularul negativ simplu sau ocularul lui *Galilei* este o simplă lentilă divergentă.

Ocularele negative compuse din două lentile cum sînt *ocularele Huygens* (fig. 108) sînt de simbol:

4 : 3 : 2 şi 3 : 2 : 1.

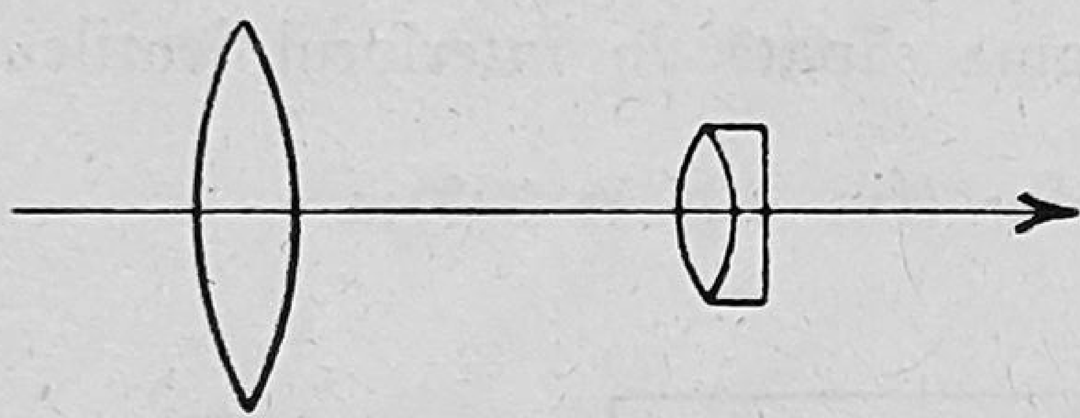


Fig. 109.

Ocularul negativ Kellner sau ortoscopic are lentila de front biconvexă şi lentila de ochi un acromat (fig. 109).

Ocularul negativ Zeiss are lentila de front un acromat format din sticle noi de Jena.

Diafragma de cîmp a ocularelor se montează în locul unde se formează imaginea ce trebuie observată prin ocular.

II. Microscopul compus

Microscopul compus este format dintr-un obiectiv şi un ocular.

Obiectivul formează o imagine reală mărită a obiectului aşezat aproape de focarul obiectivului. Obiectivul este corectat pentru aberaţia de sfericitate, cromatică şi trebuie să îndeplinească condiţia de sinus pentru aplanetism, fasciculele care intră în obiectiv fiind largi, cîmpul fiind mic faţă de distanţa focală.

Ocularul formează imaginea virtuală a imaginii reale dată de obiectiv. El trebuie să aibă un cîmp întins, trebuind să formeze o imagine întinsă pe o suprafaţă mare. Se utilizează fasciculele înguste, trimise de fiecare punct al acestei imagini, delimitate de către pupila ochiului; ocularul este corectat pentru astigmatism, curbura cîmpului şi distorsiune.

6.26. Formarea imaginilor prin microscop

Obiectivul *Ob*, — sistemul optic *I* (fig. 110), cu planele principale H_I şi H_I' şi focarele F_I şi F_I' — se montează împreună cu ocularul *Oc* — sistemul optic II, cu planele principale în H_{II} şi H_{II}'', focarele F_{II} şi F_{II}' — astfel ca distanţa între ele să fie dată de $H_I' H_{II} = d$ şi între focare $F_I' F_{II} = e$. Obiectul

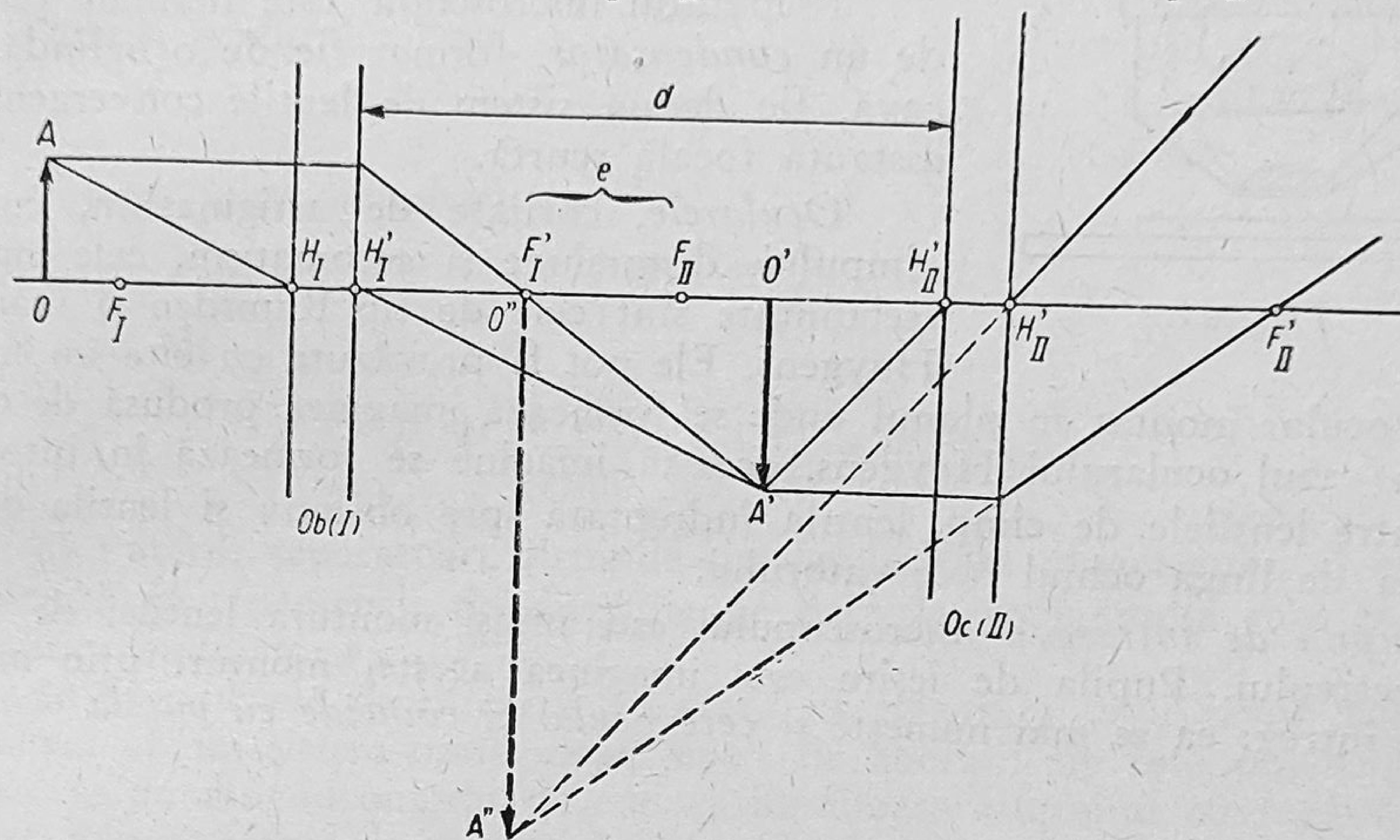


Fig. 110.

OA se aşază aproape de focarul F_I şi în afara lui, astfel că obiectivul *Ob* formează o imagine reală *O'A'* mult mărită. Ocularul este aşezat astfel încît această imagine *O'A'* să se formeze între focarul F_{II} şi H_{II}. În felul acesta, ocularul lucrează ca o lupă şi produce o imagine virtuală *O''A''* mult mai mare a imaginii reale *O'A'* şi deci a obiectului *OA*.

6.27. Obiectivele şi ocularele de microscop

Obiectivul de microscop trebuie să satisfacă la următoarele condiţii fundamentale:

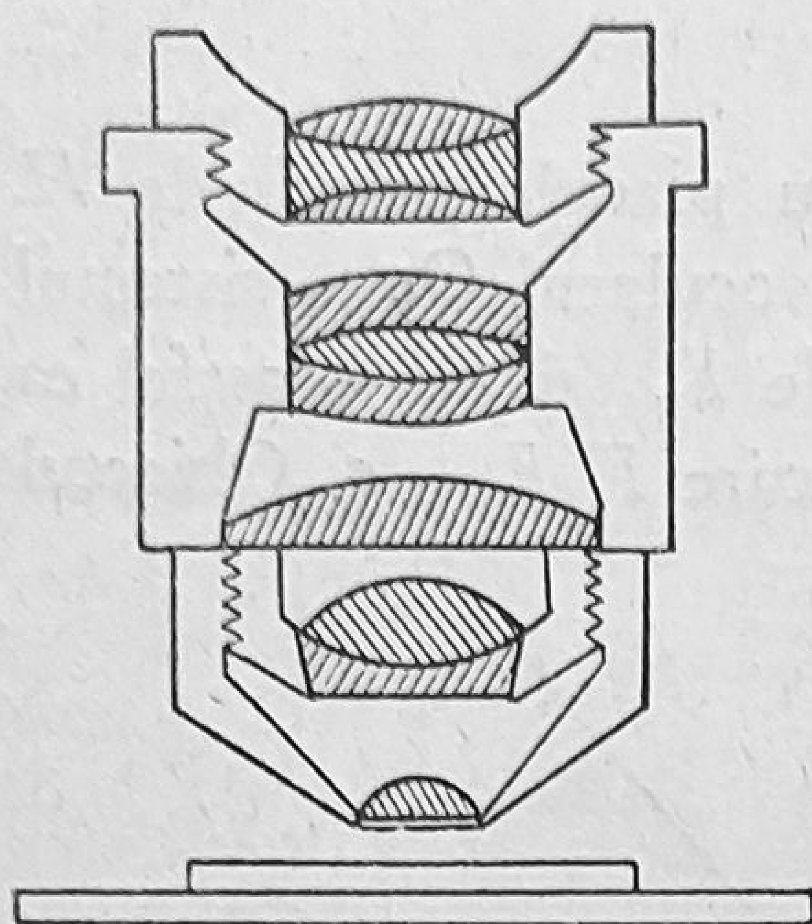
— să aibă o deschidere numerică mare — $n \sin \sigma$ mare;

— să fie corectat de astigmatism, să satisfacă la condiţia de sinus, deci să nu prezinte aberaţii pentru punctele obiect situate sau vecine de axa optică;

— să fie acromatic.

În special la aberaţia cromatică nesuficient de micşorată la obiectiv se face compensarea de către ocular.

Sistemul optic al obiectivului de microscop este complicat, format dintr-o serie de lentile ca în figura 111. Se construiesc *obiective uscate şi obiective cu imersie* după cum spaţiul dintre lentila frontală a obiectivului şi lama cu


Fig. 111.

preparatul de observat rămîne aerul sau se umple cu lichidul de imersie, acestea din urmă mărind deschiderea numerică $n \sin \sigma$ prin valoarea lui n.

În figura 111 este redată secţiunea printr-un obiectiv acromat (Abbe) care este corijat cromatic pentru trei radiaţii, iar condiţia de sinus este satisfăcută pentru două radiaţii.

Preparatul microscopic este luminat puternic de un *condensator*, format fie de o oglindă concavă, fie de un sistem de lentile convergente cu distanţa focală scurtă.

Ocularele, corijate de astigmatism, curbura cîmpului, distorsiune şi acromatism, cele mai întrebuinţate sînt cele de tip Ramsden şi mai ales Huygens. Ele pot fi prevăzute cu cîte un micrometru ocular montat în planul unde se formează imaginea produsă de obiectiv. În cazul ocularului Huygens, această imagine se formează în interiorul său, între lentilele de cîmp, lentila îndreptată spre obiectiv şi lentila ochiului, cea de lîngă ochiul observatorului.

Pupila de intrare a microscopului este însăşi montura lentilei de front a obiectivului. Pupila de ieşire este imaginea acestei monturi prin microscopul întreg: ea se mai numeşte şi *cerc ocular şi coincide cu pupila ochiului.*

6.28. Mărimi caracteristice

a) **Distanţa focală** a întregului microscop, socotit ca un sistem format din alte două sisteme optice, este dată de relaţia:

$$f = \frac{f_I f_{II}}{e} \qquad (6\text{-}78)$$

Distanţa e se ia de obicei între $e = 160$ şi 180 mm, f_I fiind de ordinul milimetrilor, iar f_{II} de ordinul centimetrului.

b) **Puterea intrinsecă** a microscopului este dată de relaţia :

$$P = \frac{1}{f} = \frac{e}{f_I f_{II}}. \qquad (6\text{-}79)$$

De exemplu, cu valorile $f_I = 0{,}003$ m, $f_{II} = 0{,}02$ m, $e = 0{,}18$ m se obţine pentru P valoarea $P = 3\,000$.

c) **Grosismentul convenţional** G_c va fi dat de:

$$G_c = \frac{P}{4}, \qquad (6\text{-}80)$$

iar în exemplul dat avem: $\frac{P}{4} = \frac{3\,000}{4} = 750$ x.

Din figura 110 se vede uşor că obiectivul lucrează ca un aparat de proiecţie cu mărirea m' care va fi dată, avînd în vedere că obiectul se găseşte foarte aproape de focar şi că imaginea se formează foarte aproape de focarul ocularului;

$$m'=\frac{y'}{y}=\frac{O'A'}{OA}\approx\frac{d-f_{II}}{f_I}\approx\frac{d}{f_I}\approx\frac{e}{f_I}, \tag{6-81}$$

deoarece atît f_I cît şi f_{II} sînt mici faţă de d şi e.

Puterea ocularului este

$$P_{II}=\frac{1}{f_{II}}. \tag{6-82}$$

Puterea microscopului:

$$P=\frac{1}{f} \tag{6-83}$$

va fi dată de

$$P=\frac{e}{f_I f_{II}}=\frac{e}{f_I}\cdot\frac{1}{f_{II}}=m' P_{II}. \tag{6-84}$$

d) **Puterea separatoare** depinde de deschiderea obiectivului şi este condiţionată de fenomenele de difracţie pe care le vom studia mai în detaliu la optica ondulatorie.

În fenomenele de difracţie se arată că imaginea unui izvor punctiform obţinută cu un sistem optic ideal, lipsit de aberaţii nu este punctiformă, ci apare ca un disc înconjurat de regiuni luminoase alternînd cu regiuni întunecoase, numite franje de difracţie. Aceste fenomene apar ori de cîte ori lumina, care are proprietăţi ondulatorii, trece prin deschideri. În cazul unei deschideri circulare, raza unghiulară γ a acestei pete de difracţie depinde de lungimea de undă λ a radiaţiei şi de diametrul $2r$ al deschiderii circulare, care în cazul instrumentelor optice este pupila de intrare

$$\gamma=\frac{\lambda}{2r}\ \left(\text{exact } \gamma=1{,}22\frac{\lambda}{2r}\right). \tag{6-85}$$

Două puncte obiect învecinate vor da fiecare separat cîte o pată de difracţie şi ele vor putea fi observate distinct dacă maximul uneia se va situa peste primul minim al celei de-a doua pete de difracţie ca în figura 112.

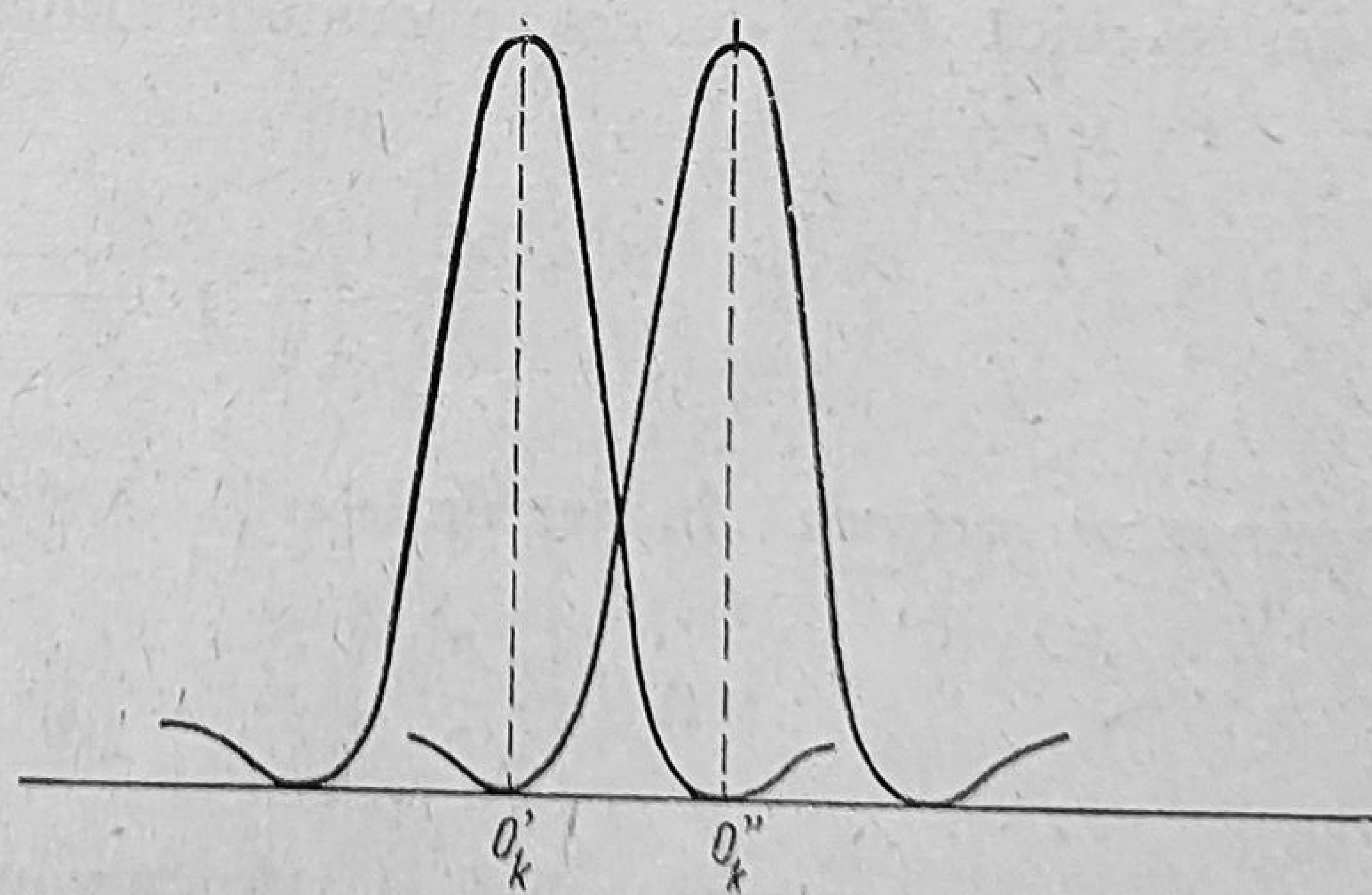


Fig. 112.

Din studiul teoretic al microscopului, ţinînd seama de difracţie, rezultă că două puncte nu vor putea fi observate prin microscop decît dacă distanţa η între ele va fi:

$$\eta\geqslant\frac{\lambda}{2a}, \tag{6-86}$$

unde $a=n_1 \sin\sigma_1$ este deschiderea numerică sau apertura.

Ocularul chiar dacă va furniza o imagine mai mare nu va da detalii suplimentare asupra acestei imagini prime, obţinute cu obiectivul microscopului.

Puterea separatoare a microscopului va fi dată de $\frac{1}{\eta}$ şi este independentă de grosismentul microscopului, depinzînd de deschiderea numerică a a obiectivului. Această distanţă minimă va avea o imagine mărită egală cu $G\eta$ dată de microscop, unde G este grosismentul microscopului. Cum η_0 este distanţa minimă ce se poate vedea cu ochiul liber la distanţa de vedere liberă $\delta=25$ cm, sub unghiul limită ε_0, rezultă că vom avea la limită: $\eta_0=G\eta$, de unde se obţine valoarea lui G:

$$G=\frac{\eta_0}{\eta}=\frac{\varepsilon_0\cdot\delta\cdot 2\,a}{\lambda}, \tag{6-87}$$

care ia numirea de *grosismentul util* al microscopului.

e) **Luminozitatea microscopului.** Dacă preparatul observat prin microscop nu emite el însuşi lumină, atunci el trebuie să fie iluminat printr-un sistem optic, numit condensor. Izvorul luminos al condensorului se găseşte în aer, $n\simeq 1$, iar preparatul se găseşte într-un mediu de indice n'_c. În plus condensorul se face astfel ca pupila lui de ieşire să fie mai mare decît pupila ochiului. Atunci luminozitatea condensorului socotit ca un instrument optic va fi dată de relaţia generală:

$$\Lambda=\left(\frac{n'}{n}\right)^2, \qquad (6\text{-}53)\ (6\text{-}88)$$

adică

$$\Lambda_C=\Lambda_{\text{condensor}}=\left(\frac{n'_c}{n_c}\right)^2=(n'_c)^2. \tag{6-89}$$

Obiectul de pe preparat din mediul cu indice $n=n'_c=n_M$ joacă acum rolul obiectului luminos pentru microscop socotit ca un instrument optic cu pupila de ieşire mică faţă de cea a ochiului. Microscopul va avea luminozitatea dată de

$$\Lambda'=\left(\frac{n'_M}{n_M}\right)^2\frac{S'_{PE}}{S'_P}. \qquad (6\text{-}55)\ (6\text{-}90)$$

Imaginea se formează în aer unde $n'_M=1$ şi deci luminozitatea va fi dată de

$$\Lambda_M=\left(\frac{n'^2_M}{n_M}\right)\frac{S'_{PE}}{S'_P}=\left(\frac{1}{n'_c}\right)^2\frac{S'_{PE}}{S'_P}. \tag{6-91}$$

Obiectul este neluminos, adică el primeşte lumină proporţional cu luminozitatea condensorului. Aceasta face ca luminozitatea întregului sistem optic,

condensor + microscop, să fie dată de:

$$\Lambda = \Lambda_C \Lambda_M = (n_c')^2 \left(\frac{1}{n_c'}\right)^2 \frac{S_{PE}'}{S_P'} = \frac{S_{PE}'}{S_P'} = \frac{\rho_{PE}^2}{\rho_P^2}, \qquad (6\text{-}92)$$

unde prin ρ am notat razele pupilelor (fig. 113).

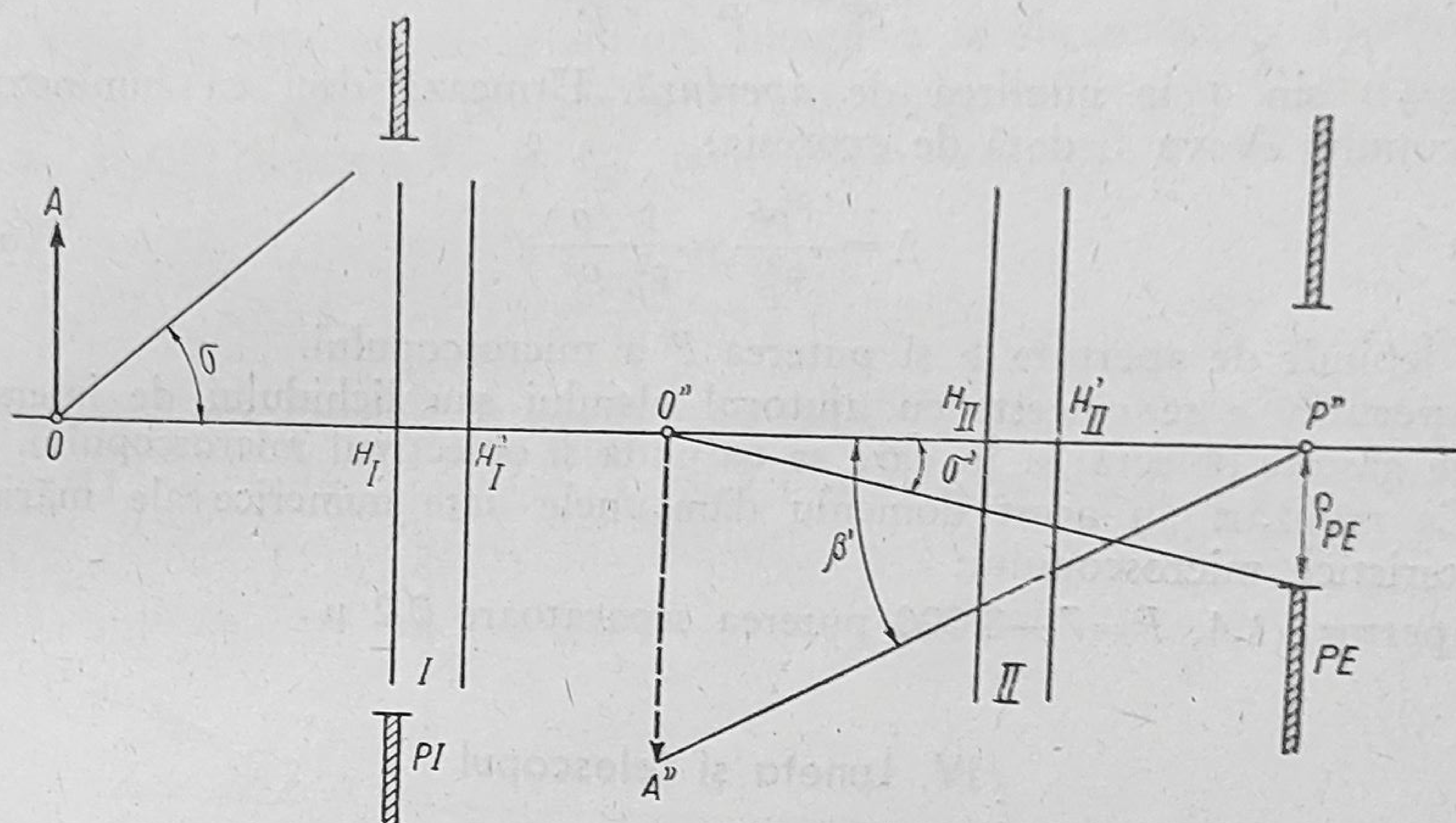


Fig. 113.

Putem calcula pe ρ_{PE} din condiţia de sinus a lui Abbe, sistemul fiind presupus a fi corijat perfect pentru aberaţia de sfericitate şi satisfăcînd la condiţia de sinus, adică este aplanatic.

Condiţia de sinus este dată de relaţia:

$$m' = \frac{n_1 \sin \sigma_1}{n_k' \sin \sigma_k'} = \frac{y'}{y}. \qquad (6\text{-}93)$$

În cazul microscopului avem:

$$y = OA \text{ şi } y' = O''A''; \; nOA \sin \sigma = n'O''A'' \sin \sigma' \qquad (6\text{-}94)$$

şi deoarece imaginea se formează în aer, $n' = 1$,

$$nOA \sin \sigma = O''A'' \sin \sigma'. \qquad (6\text{-}95)$$

Din figura 113 se vede că:

$$\frac{\rho_{PE}}{O''P''} = \operatorname{tg} \sigma' \approx \sin \sigma', \qquad (6\text{-}96)$$

deci

$$n\,OA \sin \sigma = O''A'' \frac{\rho_{PE}}{O''P''}, \qquad (6\text{-}97)$$

de unde:

$$\rho_{PE}=\frac{n \sin \sigma}{\frac{O''A''}{O''P''}\cdot\frac{1}{OA}}=\frac{n\cdot \sin \sigma}{\frac{\operatorname{tg}\beta'}{y}}=\frac{n \sin \sigma}{P} \qquad (6\text{-}98)$$

sau

$$\rho_{PE}=\frac{n \sin \sigma}{P}=\frac{a}{P}, \qquad (6\text{-}99)$$

unde $a=n \sin \sigma$ ia numirea de *apertură*. Urmează deci că luminozitatea microscopului Λ va fi dată de expresia:

$$\Lambda=\frac{\rho^2_{PE}}{\rho^2_P}=\frac{1}{\rho^2_P}\frac{a}{P^2}, \qquad (6\text{-}100)$$

adică depinde de apertura a şi puterea P a microscopului.

Apertura a se măreşte cu ajutorul uleiului sau lichidului de imersie în care se găseşte obiectul şi în care se cufundă şi obiectivul microscopului.

Ca realizări în acest domeniu dăm unele date numerice ale mărimilor caracteristice microscopului:

apertura 1,4, $P=7$—8 000 puterea separatoare 0,2 μ.

IV. Luneta şi telescopul

6.29. Formarea imaginii

Lunetele şi telescoapele sînt instrumente care au ca scop mărirea diametrului aparent sub care apar imaginile obiectelor îndepărtate.

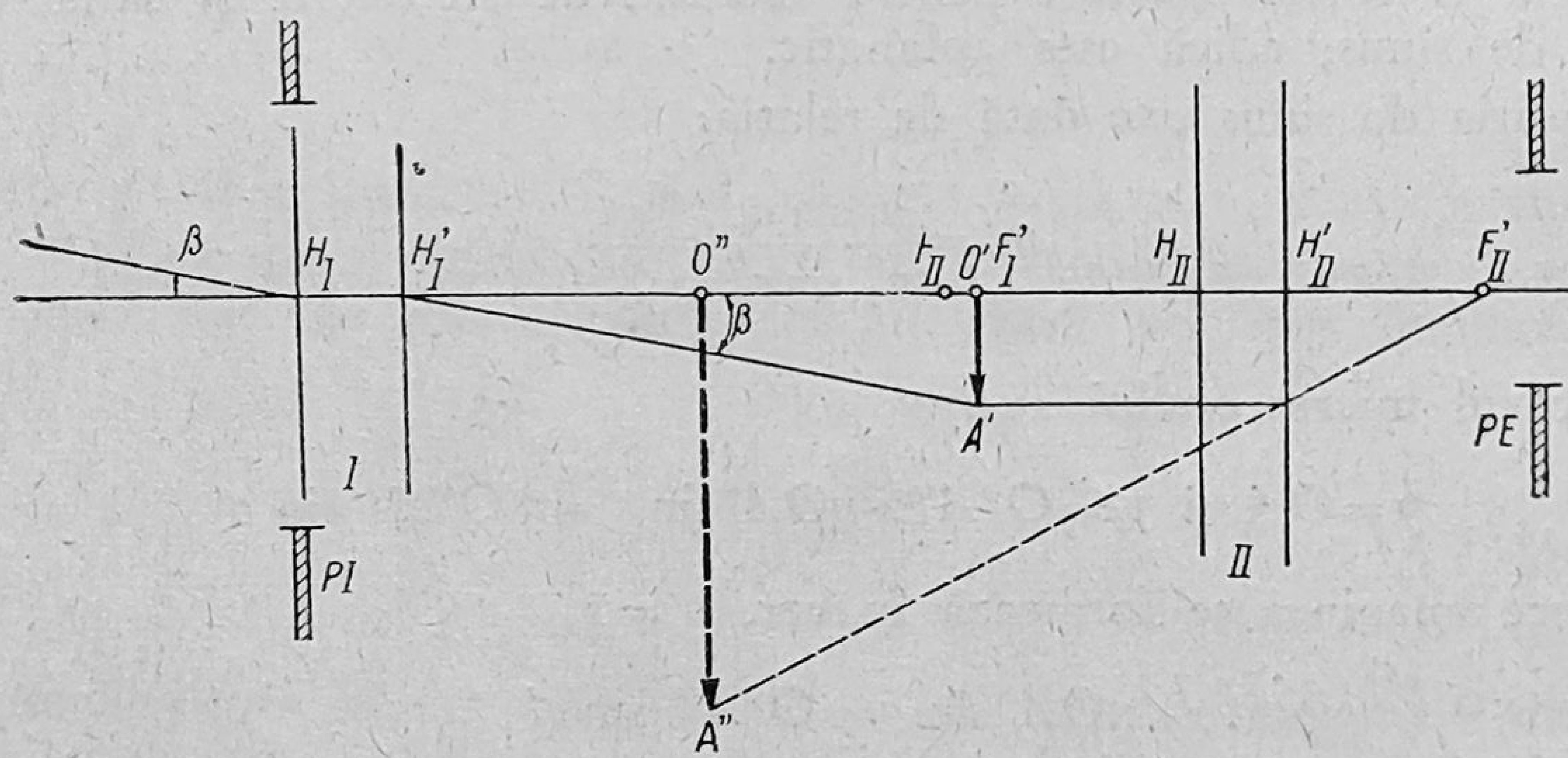


Fig. 114.

Dacă obiectivul este o oglindă, atunci instrumentul se numeşte *telescop*; în cazul unui obiectiv format din lentile avem *luneta*. În ambele cazuri privim imaginea reală formată de obiectiv cu ajutorul unui ocular.

De la obiectul îndepărtat vin razele paralele între ele. Fasciculul paralel care face unghiul β cu axa optică este strîns în planul focal al obiectivului *I*

în punctul A' şi imaginea întreagă reală a obiectului OA se formează în $O'A'$, între focarul F_{II} al ocularului II şi ocularul II. Ocularul II formează o imagine virtuală $O''A''$.

Pupila de intrare PI este însăşi montura obiectivului; pupila de ieşire PE este imaginea dată de ocular a acestei monturi a obiectivului.

6.30. Grosismentul şi luminozitatea lunetei

Vizînd obiecte situate la infinit, imaginea se formează în focarul F'_I al obiectivului I. Deplasînd ocularul astfel ca imaginea $O''A''$ să se formeze la infinit, atunci focarele F'_I şi F_{II} coincid, în care caz grosismentul G este dat de:

$$G=\frac{\operatorname{tg}\beta'}{\operatorname{tg}\beta}=\frac{f_I}{f_{II}}=f_I\cdot P_{II}. \qquad (6\text{-}101)$$

Considerînd un fascicul larg de raze paralele cu axa optică, atunci din figura 116 se vede că $G=\frac{h}{\rho}$, unde h=raza obiectivului şi ρ=raza cercului

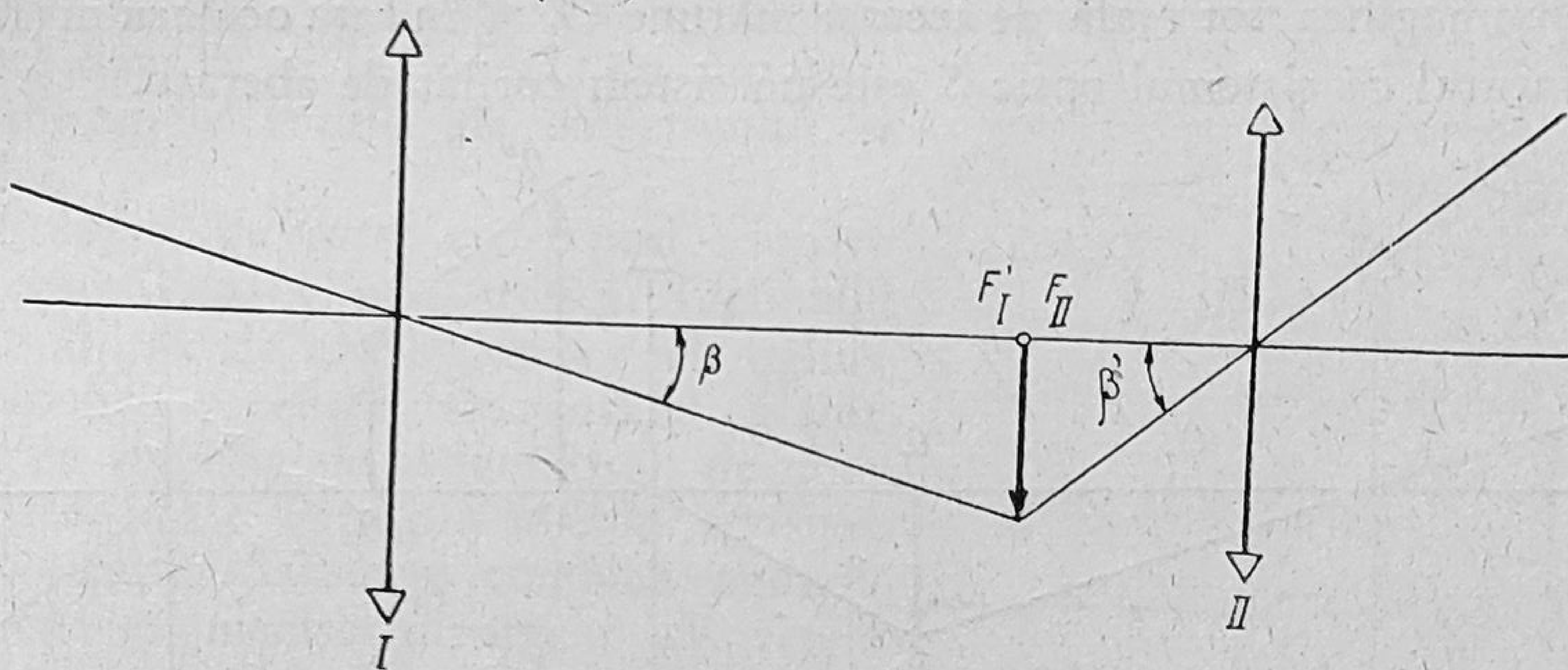


Fig. 115.

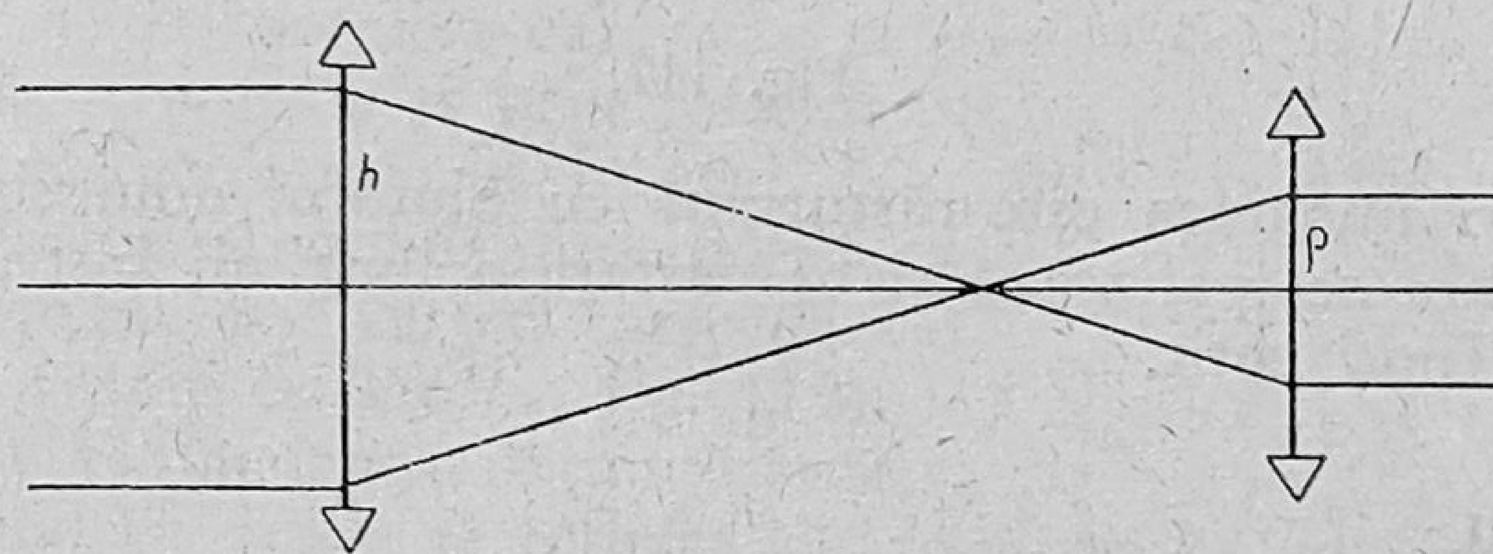


Fig. 116.

ocular, relaţie care stă la baza metodei dinametrului lui *Ramsden* pentru măsurarea grosismentului la sistemele afocale.

Luminozitatea lunetei în cazul obiectelor întinse va fi dată de:

$$\Lambda=\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2\frac{S'_{PE}}{S'_P}=\frac{S'_{PE}}{S'_P}=\frac{\rho^2_{PE}}{\rho^2_P}, \qquad (6\text{-}102)$$

deoarece pupila ochiului este mai mare decît pupila de ieşire, *cercul ocular*, a lunetei.

În cazul obiectelor punctiforme luminozitatea este dată de:

$$\Lambda' = \Lambda G^2. \qquad (6\text{-}57)\ (6\text{-}103)$$

Se vede imediat că există astfel posibilitatea de a observa stele foarte slabe care cu ochiul liber nu pot fi observate, deoarece prin observarea lor prin lunetă, luminozitatea imaginii este mult mărită.

6.31. Luneta astronomică şi luneta terestră

Luneta descrisă mai înainte este luneta astronomică, care furnizează imaginea răsturnată a obiectului vizat.

În observaţiile terestre, imaginea trebuie să fie dreaptă, deci nu răsturnată. În acest scop la *lunetele terestre* (binocluri) se introduce între obiectivul *Ob* şi ocularul *Oc* un sistem optic *S* suplimentar, care în cazul cel mai simplu este o lentilă convergentă, care preia imaginea reală dată de obiectiv şi reface imaginea tot reală de aceeaşi mărime $O_2' A_2'$ în faţa ocularului (fig. 117).

Natural că sistemul optic *S* este un sistem corijat de aberaţii.

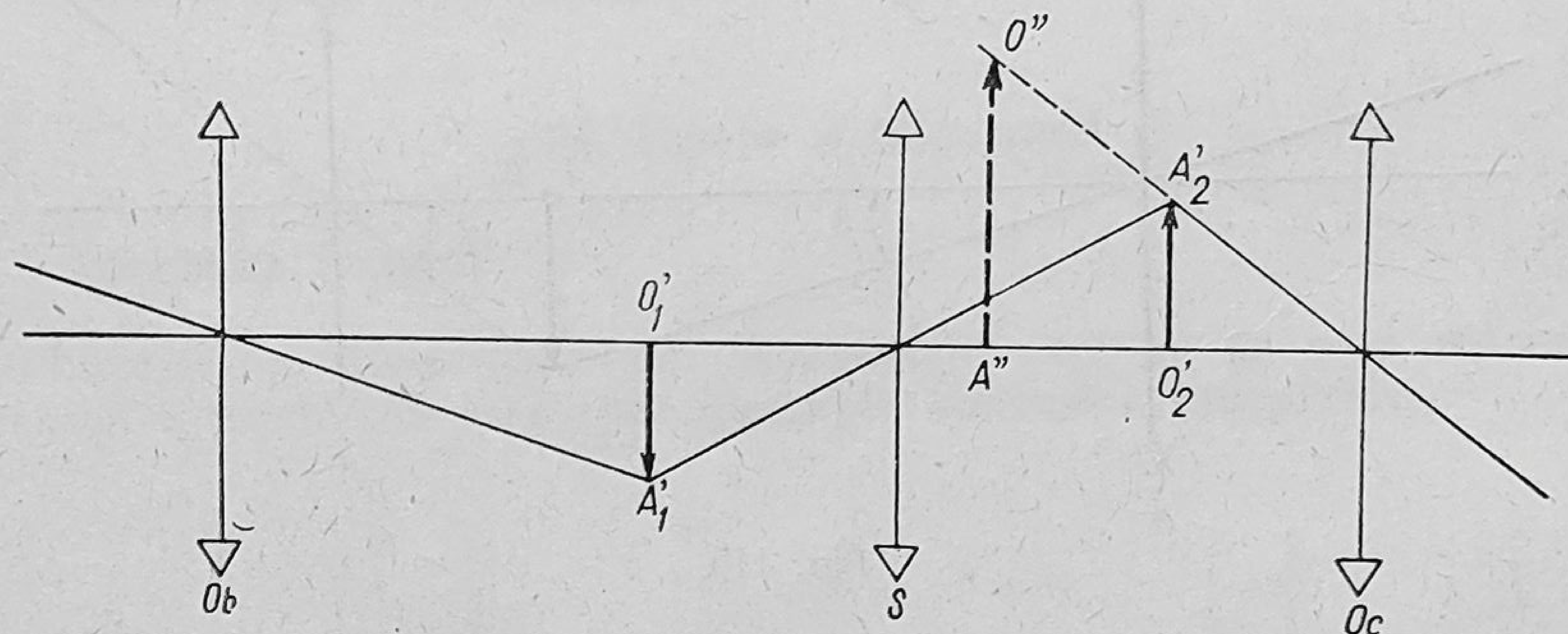


Fig. 117.

În *binocluri* imaginea este răsturnată cu ajutorul unui sistem de prisme, cu ajutorul cărora se realizează şi o scurtare a lungimii instrumentului optic, mersul razelor fiind cotit.

6.32. Telescopul

Principala aberaţie prezentată de obiectivul unei lunete este aberaţia cromatică. Pentru evitarea ei s-au construit telescoapele cu oglindă parabolică la care, prin faptul că avem numai fenomenul de reflexie pe o oglindă, nu apare aberaţia cromatică. În plus, în cazul fasciculului paralel cu axa optică, oglinda parabolică strînge razele în focarul ei, fără a prezenta aberaţia de sfericitate. Construcţia unei oglinzi este mult mai uşor de realizat decît a unui obiectiv format din lentile. Oglinzile realizate pot avea diametre mari, s-a

ajuns la 5 m diametru, care atrage după sine şi o micşorare a efectelor de difracţie, deci o putere de rezolvare mai mare decît în cazul lunetelor (sau refractoare, care au diametrul obiectivului maximum de un metru).

Diferitele tipuri de telescoape cu oglindă funcţionează după acelaşi principiu: imaginea obiectului care este situat la infinit, de exemplu a astrului, se formează în focarul oglinzii. Se întrepune în mersul razelor fie o oglindă plană, telescopul lui Newton (fig. 118, *a*), fie o oglindă cu secţiunea elipsoidă al cărei focar coincide cu focarul F al oglinzii parabolice, telescopul Gregory (fig. 118, *b*), fie o oglindă hiperbolică, telescopul Cassegrain (fig. 118, *c*), şi care produc devierea laterală a fasciculului sau întoarcerea fasciculului spre oglinda telescopului (care are o deschidere în acest scop), astfel ca imaginea să poată fi observată cu ajutorul unui ocular Oc şi să se obţină astfel o imagine virtuală mult mărită. Grosismentului telescopului este dat, ca şi la lunetă, de raportul dintre distanţele focale ale obiectivului şi ocularului.

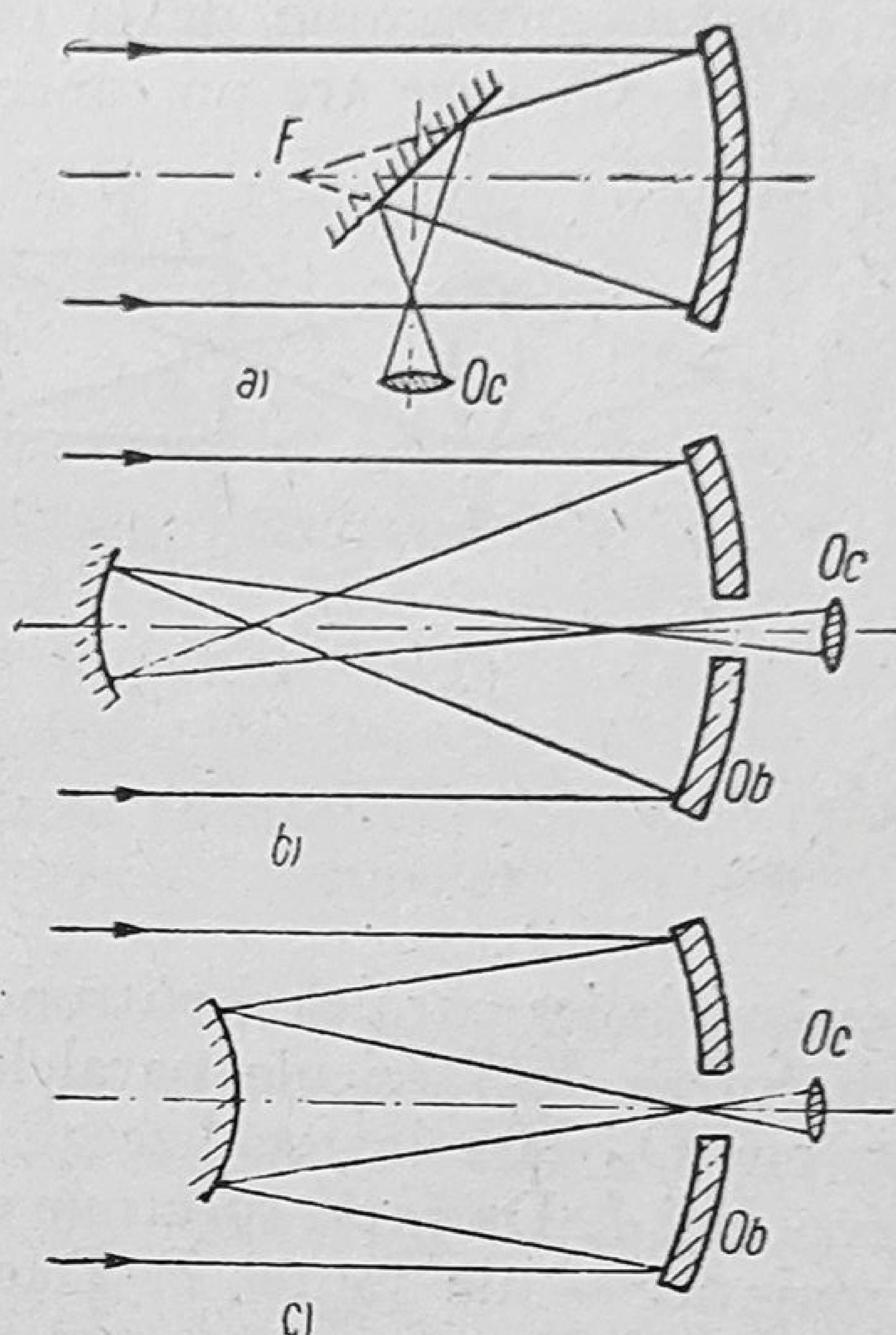


Fig. 118.

Telescopul Maksutov este o perfecţionare a telescopului cu oglindă sferică. Oglinzile sferice, mai uşor de confecţionat decît oglinzile parabolice, prezintă dezavantajul că sînt afectate de aberaţia de astigmatism, de aberaţia de sfericitate. Pentru a se evita apariţia acestor aberaţii, Maksutov combină oglinda sferică cu un menisc divergent cu feţele sferice, care are proprietăţi acromatice şi care fiind montat înaintea focarului oglinzii sferice, face ca razele paralele care vin la menisc să devină divergente şi prin reflexia lor pe oglindă să convergă în focarul F. Întîlnind în calea lor o oglindă hiperbolică, fasciculul homocentric este dirijat către deschiderea oglinzii înspre ocular (v. fig. 119). Este de remarcat că imaginea obţinută este dreaptă prin faptul că razele se reflectă de două ori în sens invers. Lungimea telescopului Maksutov este redusă, obţinîndu-se un instrument comod de lucru.

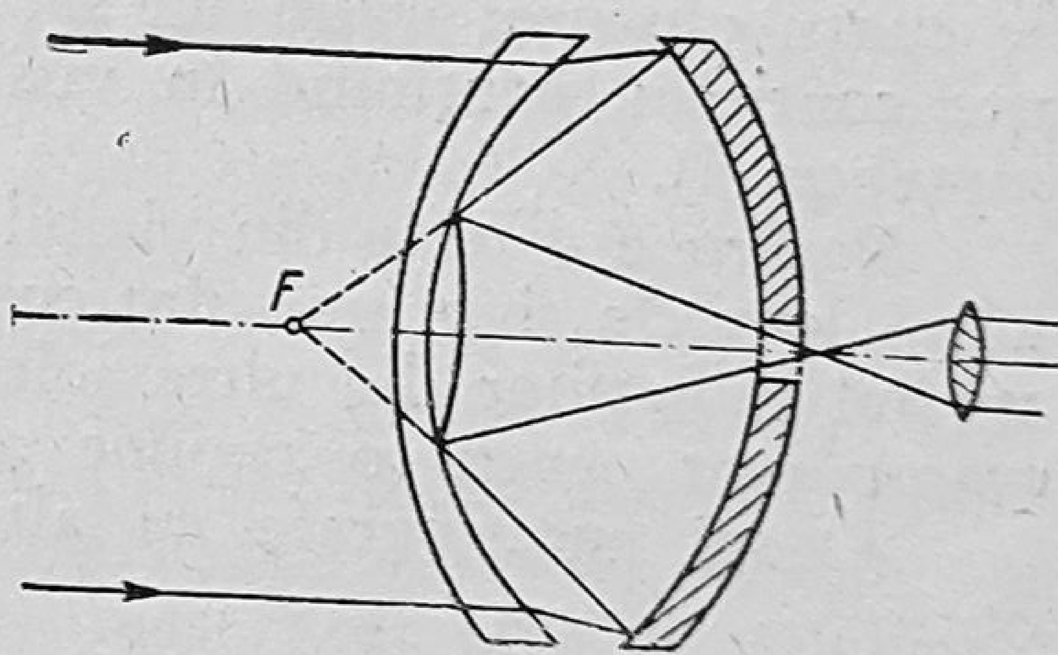


Fig. 119.

6-E. APARATE SPECTRALE CU PRISMĂ

6.33. Descrierea şi funcţionarea spectrografului

Lumina emisă sau absorbită de către corpuri se studiază cu ajutorul unor dispozitive optice, unor instalaţii, numite *aparate spectrale sau spectrografe* (în cazul observării vizuale iau numirea de spectroscoape). Aceste spectrografe au

scopul de a analiza componenţa luminii care intră în aceste aparate. În acest scop va trebui ca să existe un sistem optic *dispersiv*. Cel mai întrebuinţat mijloc este de a se utiliza dispersia luminii produsă de prisma optică.

La un spectrograf cu prismă distingem următoarele părţi importante (fig. 120): izvorul *I*, condensorul *C*, colimatorul *F*—O_1, prisma *P*, obiectivul O_2 în ale cărui plan focal se găseşte placa fotografică *Pl*.

Lumina provenind de la izvorul *I* este concentrată pe fanta *F* a colimatorului *F*—O_1 care are un obiectiv O_1 bine corijat de aberaţii. Din colimator,

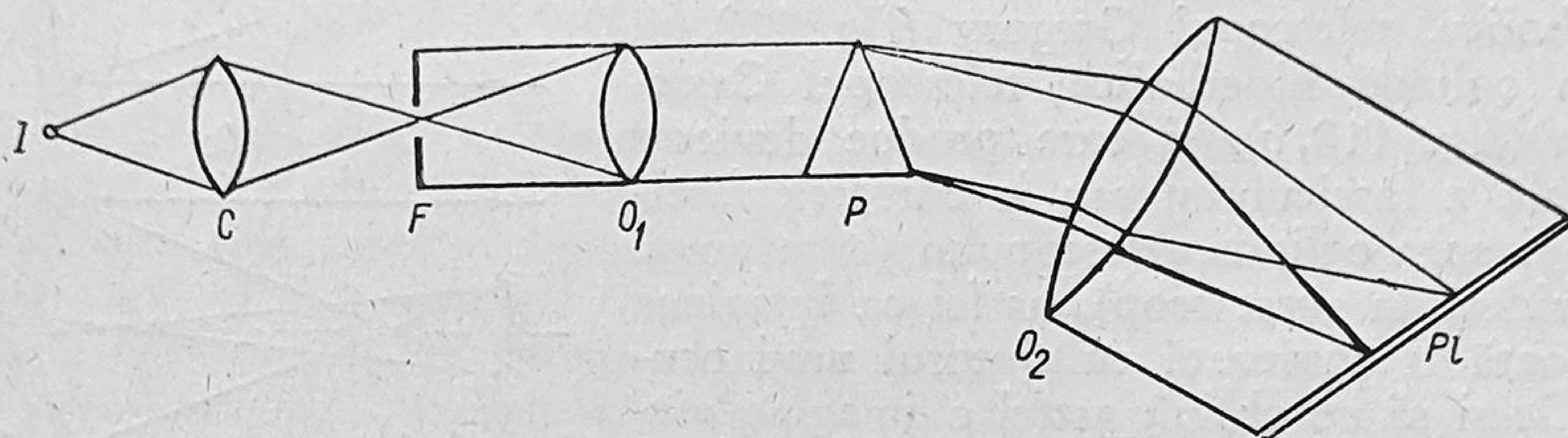


Fig. 120.

fasciculele ies paralel şi pătrund în prisma *P* care produce dispersia fasciculului sub formă de fascicule paralele colorate. Acestea sînt colectate de către obiectivul O_2 care le focalizează în planul său focal, unde se formează spectrul izvorului *I*. De fapt, spectrele nu sînt altceva decît imaginile colorate — monocromatice — ale fantei *F*. Dacă această fantă are forma liniară fină, atunci şi spectrele vor avea o formă asemănătoare. În lumina compusă din mai multe radiaţii monocromatice, spectrul apare sub forma de linii colorate despărţite de spaţii obscure: avem un *spectru de linii*. În cazul luminii albe, spectrul este continuu, conţinînd în vizibil toate cele şapte grupe de culori (culorile curcubeului).

Pentru radiaţiile din vizibil se întrebuinţează optica din sticlă sau cuarţ, adică lentilele şi prisma sînt confecţionate din sticlă optică sau cuarţ. Pentru studiul radiaţiilor din ultraviolet, se întrebuinţează optica de cuarţ, care este transparent pentru o regiune apropiată din ultraviolet.

Există spectrografe cu alte dispozitive de dispersie, cum sînt reţelele optice.

6.34. Monocromatorul

Este asemănător în construcţie şi funcţionare cu un spectrograf, numai că în locul plăcii fotografice (sau a unui alt detector cum e o celulă fotoelectrică, pilă termoelectrică, bolometru etc.) se montează o fantă, astfel ca la deplasarea pieselor mobile din monocromator (rotirea prismei, de exemplu) să se perinde prin faţa acestei fante radiaţiile monocromatice ce se pot utiliza apoi în cercetările ştiinţifice.

Capitolul 7

FOTOMETRIA

7.1. Fundamentele fotometriei

Fotometria s-a format o dată cu dezvoltarea luminatului necesitat de cerinţele dezvoltării industriale.

Cele mai multe fenomene optice legate de iluminat, ca şi celelalte fenomene, sînt în domeniul vizibil. Din această cauză ochiul a fost întrebuinţat ca receptor de lumină. Dacă în *optica geometrică* se studiază *mersul razelor de lumină*, în fotometrie se studiază *fenomenele de transport ale energiei luminoase*.

Pentru a se face măsurători fotometrice va trebui să se cunoască caracteristicile receptorului de lumină, în cazul de faţă ochiul, cu ajutorul căruia se vor face măsurătorile fotometrice pe baza unui sistem de mărimi şi unităţi proprii acestei discipline. Aceste mărimi şi unităţi fotometrice trebuie să fie legate şi ele de caracteristicile receptorului, ale ochiului.

Lumina produce asupra retinei ochiului *senzaţia de luminozitate*. Aceasta se manifestă în două moduri: *senzaţia de intensitate şi senzaţia de culoare*.

Senzaţia de intensitate depinde de energia luminoasă care cade în unitatea de timp pe unitatea de suprafaţă a retinei şi care depinde de cantitatea de energie emisă de către un izvor radiant, adică de *fluxul de energie radiantă* $=P$ al izvorului, mărime care are dimensiunile unei *puteri*.

Senzaţia de culoare se manifestă prin faptul că ochiul sesizează lumina sub diferite aspecte, denumite culori. Descompunînd lumina albă (de la un filament incandescent, cu ajutorul unei prisme) în radiaţiile monocromatice, se constată că ochiul prezintă o *sensibilitate spectrală* în funcţie de lungimea de undă λ. Diferitele radiaţii emise în aceeaşi măsură de izvorul radiant nu produc aceleaşi efecte de intensitate asupra ochiului: ele prezintă diferite *eficacităţi luminoase sau vizibilităţi*.

Din punctul de vedere al reacţiunii ochiului la diferitele senzaţii de intensitate se constată că ochiul este mai puţin sensibil la lumină intensă, mai sensibil la lumina slabă, însă raportul sensibilităţii ochiului, pentru diferitele radiaţii monocromatice, rămîne acelaşi. Deosebim astfel: *vederea fotopică sau diurnă* (la fluxuri de energie radiantă intense), *vederea mezopică şi vederea scotopică sau crepusculară* (la fluxuri de energie radiantă foarte slabe).

În legătură cu vederea culorilor se poate stabili *sensibilitatea spectrală relativă* V_{λ} a ochiului uman în felul următor: pe două suprafeţe albe perfect difuzante alăturate se lasă să cadă, pe una din ele, fluxul de energie radiantă

P_0 în lumina monocromatică $\lambda_0 = 555$ mμ, faţă de care ochiul uman prezintă maximum de sensibilitate în regimul de vedere fotopică sau diurnă, şi pe cealaltă suprafaţă fluxul de energie radiantă P_λ în lumina monocromatică cu lungimea de undă λ. Se variază fluxul de energie radiantă P_λ pînă cînd ochiul percepe că cele două suprafeţe sînt la fel de luminoase. Sensibilitatea spectrală relativă V_λ va fi dată în acest caz de:

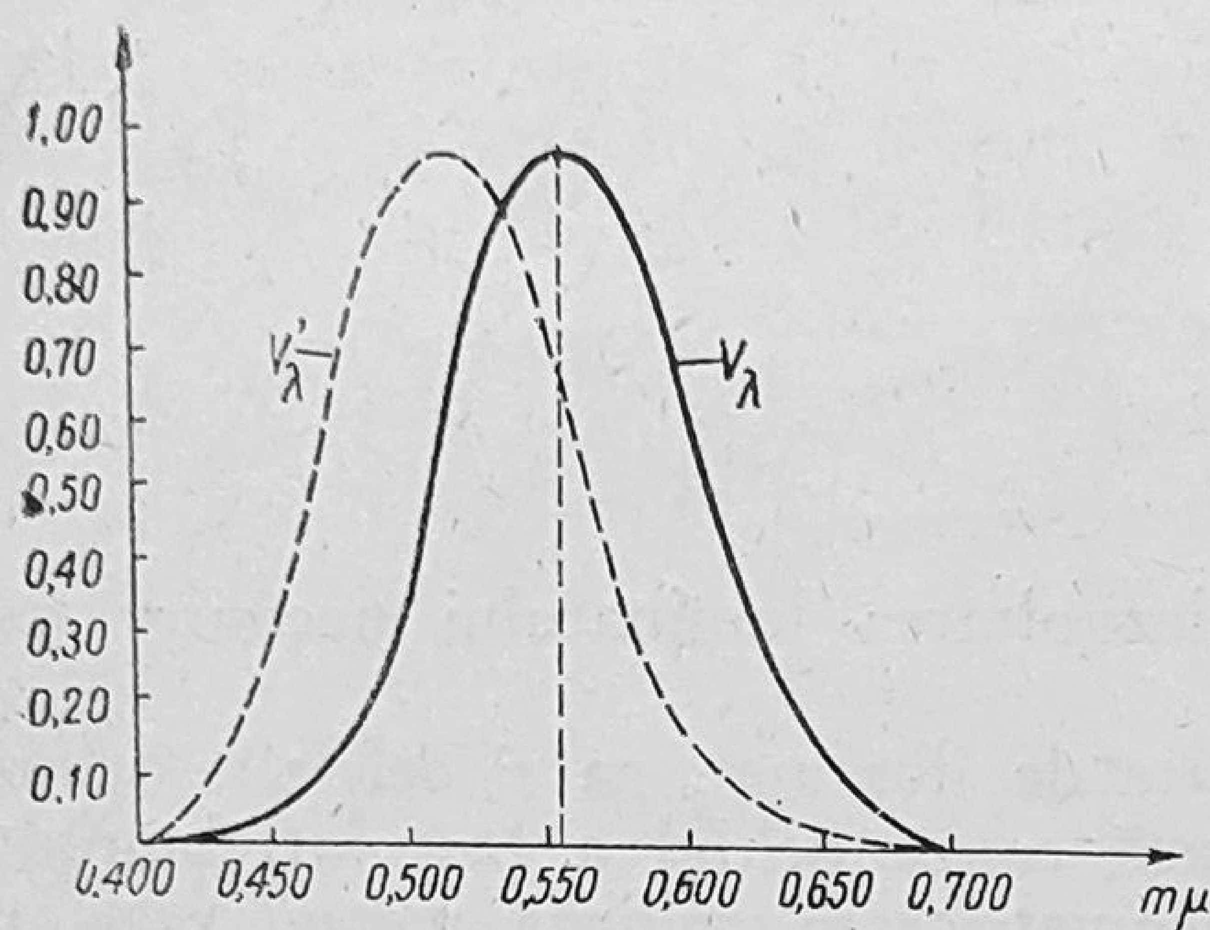


Fig. 121.

$$V_\lambda = \frac{P_0}{P_\lambda}. \qquad (7\text{-}1)$$

Fluxurile radiante P_0 şi P_λ se măsoară cu ajutorul receptorilor fizici integrali (vezi corpul negru la radiaţia termică).

Pentru că s-a ales radiaţia $\lambda = 555$ mμ ca radiaţia de comparaţie, pentru această lungime de undă avem $V_{\lambda_0} = 1$, iar pentru celelalte radiaţii $V_\lambda < 1$, deoarece ochiul prezintă sensibilitatea spectrală maximă pentru $\lambda = 555$ mμ. În felul acesta s-a putut trasa pentru ochi o curbă medie, socotită ca etalon, pentru sensibilitatea spectrală relativă V_λ în funcţie de λ pentru vederea fotopică (fig. 121).

Pentru fluxuri de energie radiante slabe, curba de sensibilitate spectrală relativă $V_\lambda = f(\lambda)$ se deplasează către lungimile de undă mai mici. Se realizează astfel şi curba V'_λ pentru vederea scotopică sau crepusculară (cînd culorile nu mai pot fi deosebite şi vederea se face prin intermediul bastonaşelor).

7.2. Mărimile fotometrice energetice şi luminoase

Prima mărime am indicat-o, este mărimea fotometrică energetică, *fluxul de energie radiantă P* şi ea se măsoară în waţi.

În cele ce urmează ne vom referi la mărimile fotometrice luminoase, legate de senzaţia luminoasă, adică în cazul cînd receptorul este ochiul. Mărimile fotometrice energetice corespunzătoare se definesc şi sînt legate între ele în acelaşi mod ca şi cele luminoase.

O importantă mărime fotometrică luminoasă este *fluxul luminos* Φ, mărime legată de efectele fiziologice asupra ochiului, produse de radiaţiile emise de un izvor.

În lumina monocromatică λ, legătura între fluxul luminos Φ_λ (mărimea fotometrică luminoasă) şi fluxul de energie radiant P_λ (mărimea fotometrică energetică corespunzătoare) este dată de relaţia:

$$\Phi_\lambda = K V_\lambda P_\lambda, \qquad (7\text{-}2)$$

unde V_λ este sensibilitatea spectrală relativă, iar K este o constantă, independentă de λ şi a cărei valoare rezultă din alegerea unităţilor utilizate pentru Φ şi P.

În cazul luminii complexe formată din mai multe radiaţii monocromatice λ sau în cazul luminii cu un spectru continuu, vom avea fluxul total Φ dat de:

$$P=\Sigma P_\lambda \qquad dP_\lambda=\mathfrak{P}_\lambda d\lambda$$

$$\Phi=\Sigma \Phi_\lambda=K\Sigma V_\lambda P_\lambda \quad \Phi=K\int_0^\infty V_\lambda dP_\lambda=K\int_0^\infty V_\lambda \mathfrak{P}_\lambda d\lambda \tag{7-3}$$

unde $\mathfrak{P}_\lambda$, care determină valoarea fluxului de energie radiant elementar $dP\lambda$ din intervalul spectral $d\lambda$, ia numirea de *densitate spectrală a fluxului radiant.*

Unitatea fluxului luminos se numeşte *lumen* şi se notează lm. Dacă P se măsoară în waţi, $K=675$ lm/W şi ia numirea de *echivalent fotometric al radiaţiei* şi deci:

$$\Phi_\lambda\,(\text{lm})=675\,(\text{lm/W})\;V_\lambda\,P_\lambda(\text{W}). \tag{7-4}$$

Intensitatea luminoasă I a unui izvor punctiform este dată de raportul dintre fluxul luminos $d\Phi$ emis în unghiul solid elementar $d\Omega$:

$$I=\frac{d\Phi}{d\Omega}. \tag{7-5}$$

Cum în practică nu se pot realiza izvoare punctiforme, atunci un izvor de o mică întindere poate fi socotit ca şi un izvor punctiform dacă distanţa de la care îl privim este mare. În acest caz se poate scrie:

$$I=\lim_{r\to\infty}\frac{d\Phi}{d\Omega}. \tag{7-6}$$

Fluxul luminos total emis de către izvorul punctiform (în tot spaţiul înconjurător) este dat de:

$$\Phi=\int d\Phi=\int_0^{4\pi} I\,d\Omega=4\pi I. \tag{7-7}$$

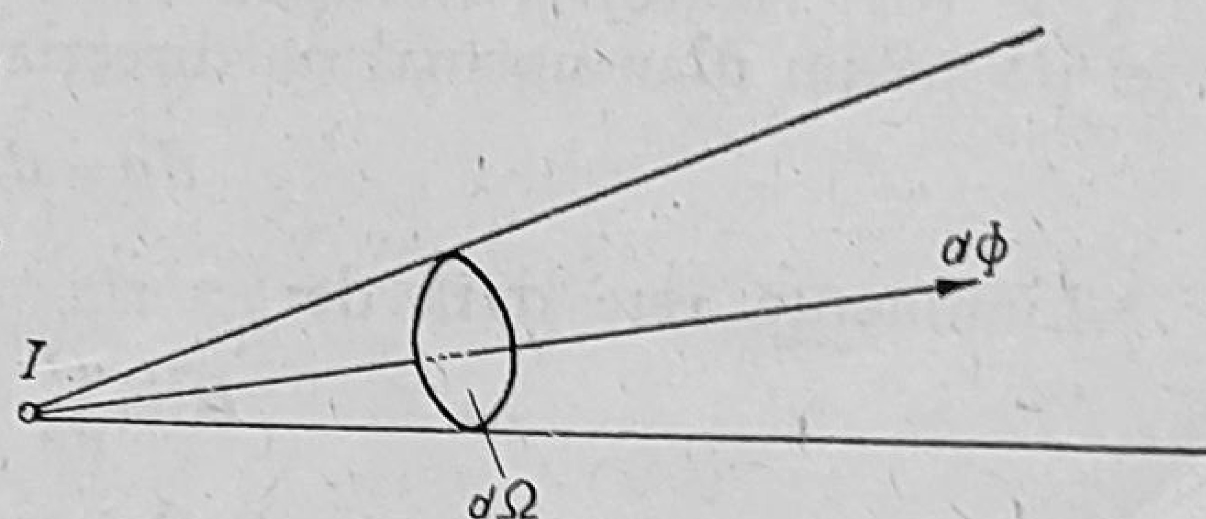


Fig. 122.

Unitatea de intensitate luminoasă este *candela*, notată cd. Ea este egală cu $\frac{1}{60}$ parte din intensitatea luminoasă a suprafeţei de 1 cm² a radiatorului integral, adică a corpului negru, după normala la suprafaţă, la temperatura de solidificare a platinei.

— *Iluminarea E (iradierea)* a unei suprafeţe în jurul unui punct al suprafeţei este dată de raportul dintre fluxul luminos $d\Phi$, care cade pe elementul de suprafaţă elementară dS din jurul acelui punct şi aria dS, adică:

$$E=\frac{d\Phi}{dS}. \tag{7-8}$$

Legătura între iluminarea E şi intensitatea luminoasă I a izvorului punctiform este obţinută astfel:

Fluxul luminos este dat de:

$$d\Phi = I d\Omega. \tag{7-9}$$

$d\,\Omega$ este redat de:

$$d\Omega = \frac{dS.\cos i}{r^2}, \tag{7-10}$$

unde i este unghiul pe care îl face suprafaţa dS cu raza mijlocie a fasciculului de lumină, iar r este distanţa de la I la dS. Vom avea deci:

$$d\Phi = I\frac{dS \cdot \cos i}{r^2} \tag{7-11}$$

şi deci:

$$E = \frac{I}{r^2}\cos i = E_0 \cos i \tag{7-12}$$

(legea lui Kepler şi a lui Lambert).

Unităţile iluminării luminoase sînt:

luxul, notat lx, egal cu iluminarea produsă de un flux luminos de un lumen care cade uniform pe aria de un metru pătrat sau

photul, notat ph, egal cu un lumen pe un centimetru pătrat. Urmează deci că:

$$1\,\text{lx} = 10^{-4}\,\text{ph}.$$

— *Luminanţa (sau strălucirea) B* se referă la izvoarele luminoase întinse. Dacă dS este elementul de suprafaţă a izvorului şi ε este unghiul între direcţia dată V (de vizare) şi normala N la suprafaţa dS, atunci proiecţia suprafeţei dS pe un plan normal pe direcţia de vizare V este $d\,\sigma$ dat de:

$$d\sigma = dS\cos\varepsilon. \tag{7-13}$$

Luminanţa este dată de:

$$B = \frac{dI}{d\sigma} = \frac{dI}{dS\cos\varepsilon}, \tag{7-14}$$

adică luminanţa depinde de direcţia de vizare (observare).

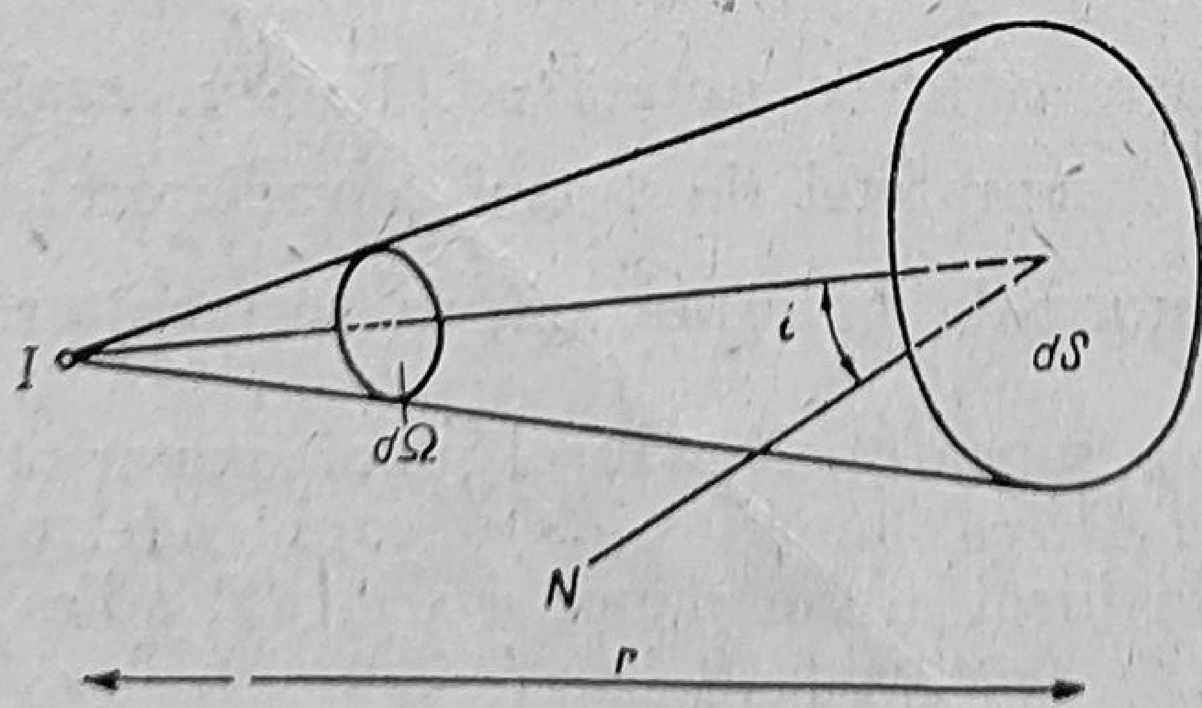


Fig. 123.

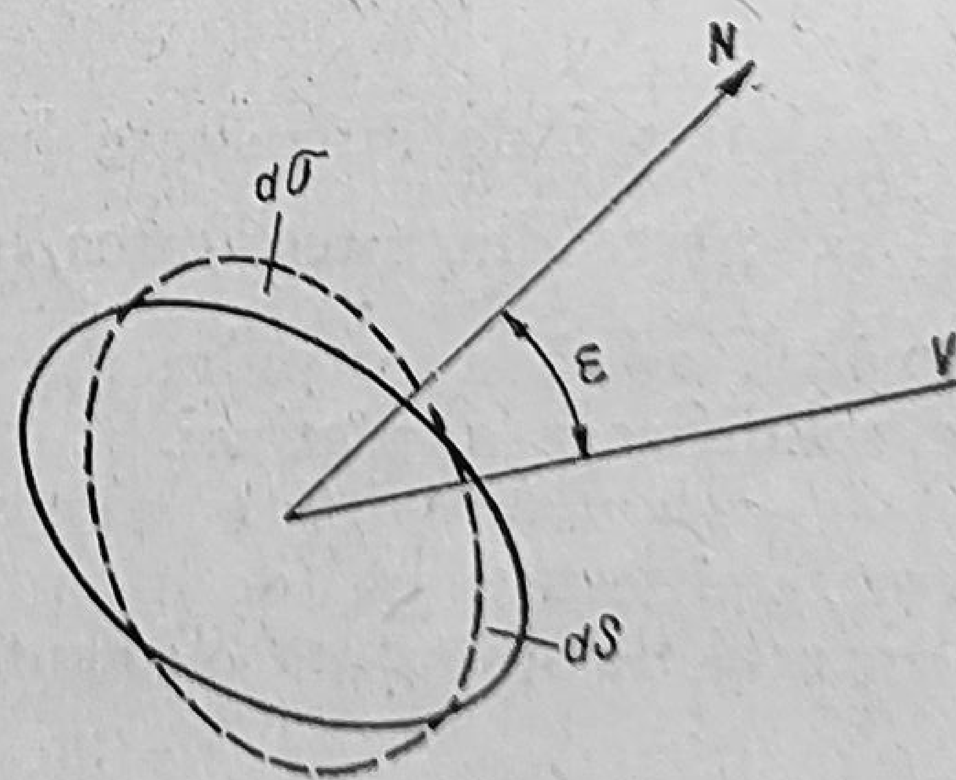


Fig. 124.

Unităţile de măsură sînt:
nitul, notat nt, egal cu 1 cd/m² şi
stilbul, notat sb, egal cu 1 cd/cm²;
deci:

$$1 \text{ nt} = 10^{-4} \text{ sb}.$$

Corpurile perfect difuzante, cum ar fi suprafeţele de ipsos, barită, sticlele lăptoase sau mate, prezintă o luminanţă constantă independentă de direcţia de vizare fie că ele primesc lumina şi o difuzează, fie că ele emit lumina (corpul negru, suprafaţa soarelui).

Urmează deci că dacă B este constant, atunci din

$$B = \frac{dI}{dS \cos \varepsilon} \tag{7-15}$$

rezultă că:

$$I = I_n \cos \varepsilon, \tag{7-16}$$

unde I_n este intensitatea izvorului după direcţia normală la suprafaţa dS a izvorului.

7.3. Fotometrele

Fotometrele servesc la măsurători fotometrice *vizuale*, dacă se întrebuinţează ochiul ca receptor de lumină, şi *fizice*, dacă se întrebuinţează un receptor fizic cum este celula fotoelectrică.

a) **Fotometrul Lummer-Brodhun.** Piesa principală a fotometrului Lummer-Brodhun este cubul fotometric C. Acesta este compus dintr-un cub de sticlă secţionat după o faţă diagonală $a—b$ şi realipit după ce la una din aceste jumătăţi, de exemplu la C′ i se rotunjesc marginile ca în figura 125, cele

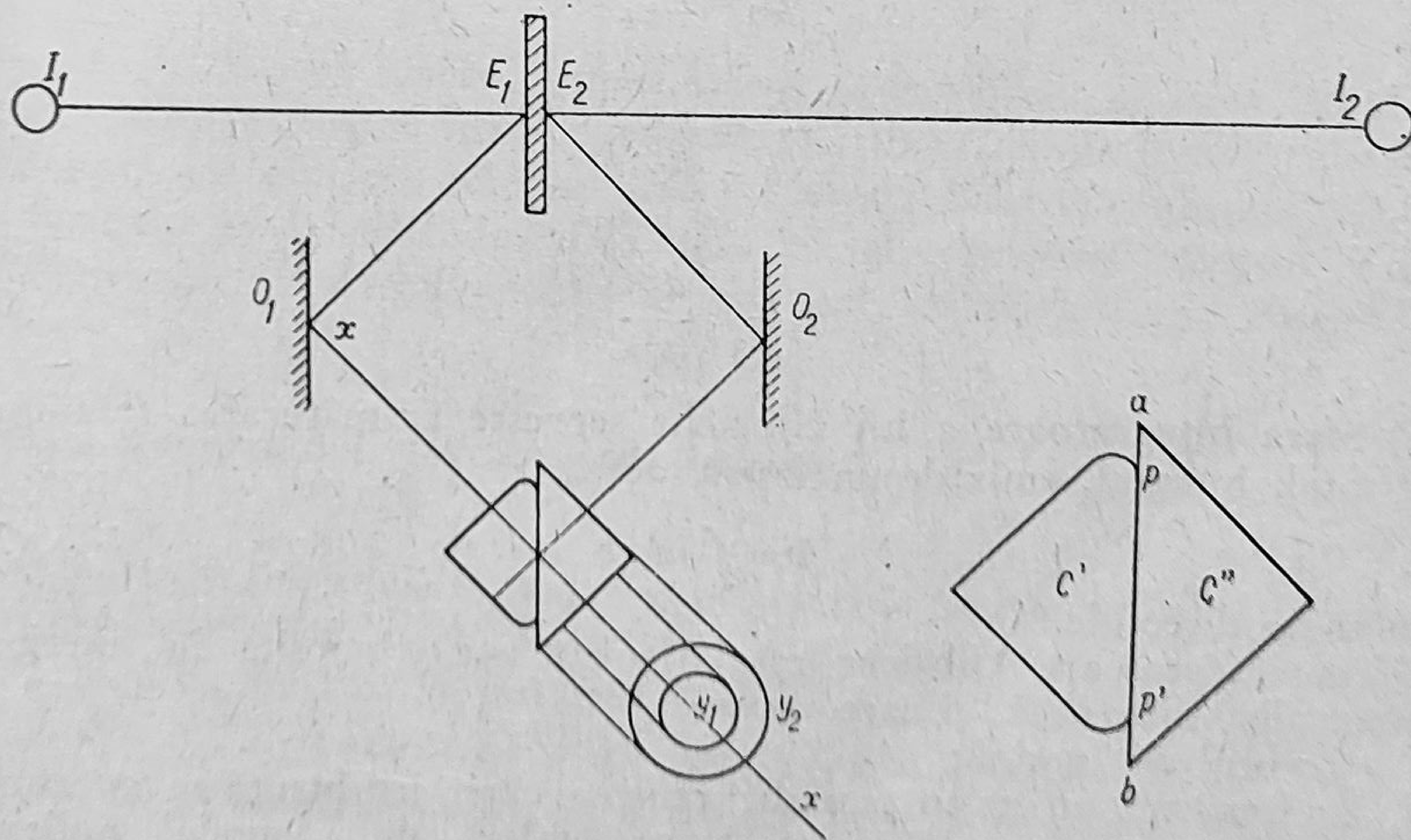


Fig. 125.

două jumătăţi avînd însă o porţiune comună plană $p—p'$. În felul acesta, lumina difuză emisă de ecranele E_1 şi E_2, luminate de izvoarele I_1 şi I_2, şi reflectate apoi de către oglinzile plane O_1 şi O_2, pătrunde sub forma a două fascicule după direcţia $x — x$, apărînd în cîmpul vizual două plaje y_1 şi y_2. Plaja y_1 este datorită porţiunii din fasciculul ce vine de la oglinda O_1 şi poate pătrunde prin porţiunea plană $p—p'$ a jumătăţii de cub C'. Plaja exterioară y_2 apare ca o consecinţă a reflexiei totale pe care o suferă porţiunea marginală a fasciculului care vine de la oglinda O_2, fascicul care se poate reflecta numai pe porţiunea plană $a—p$ şi $p'—b$ (din secţiunea cubului) a jumătăţii cubului C''.

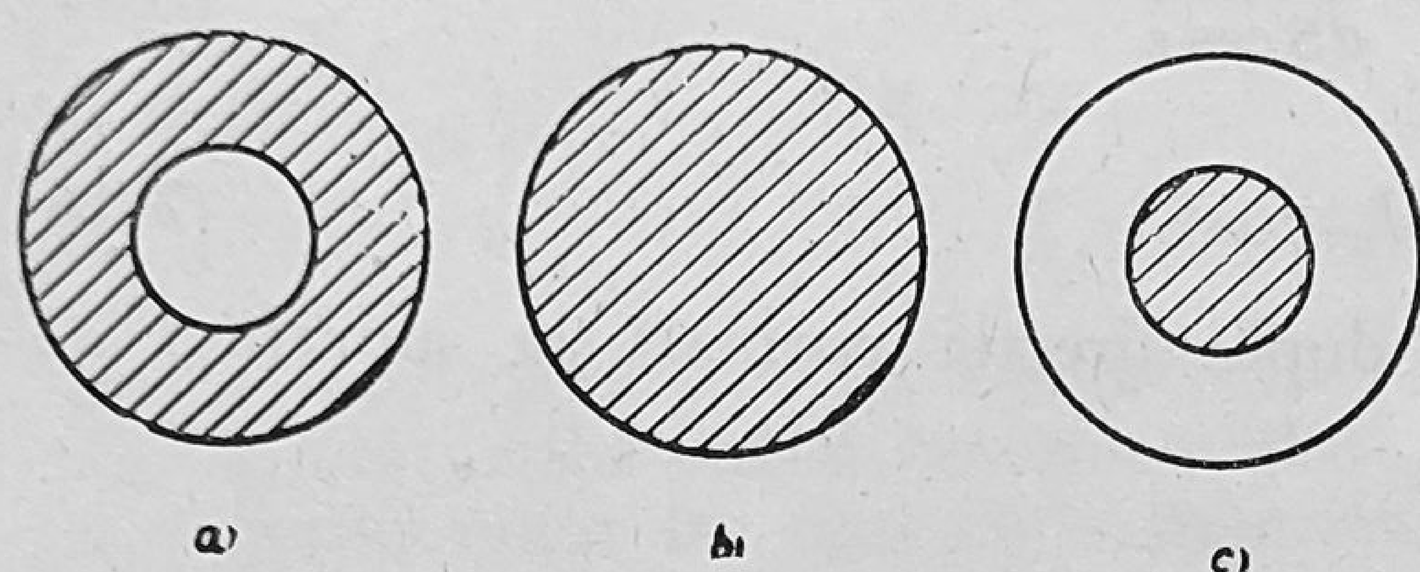


Fig. 126.

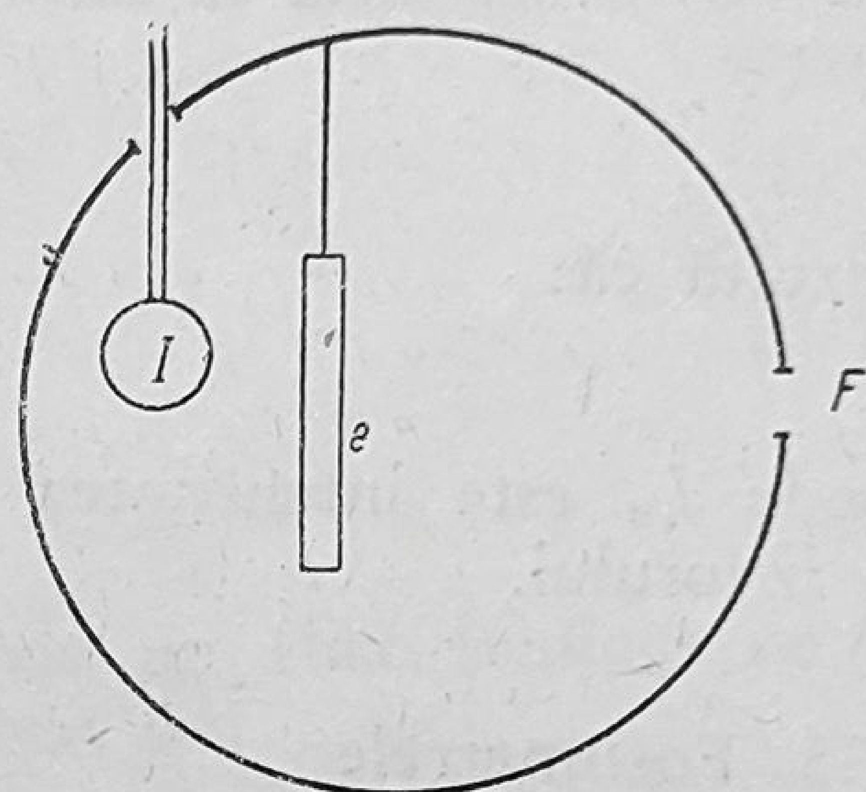


Fig. 127.

Prin deplasarea izvorului I_1 şi I_2, unul dintre ele fiind luat ca etalon, se obţine o iluminare egală a celor două ecrane difuzante E_1 şi E_2, ceea ce are ca efect o egalare în iluminarea celor două plaje y_1 şi y_2.

În acest moment, figura 126, *b*, marginea dintre cele două plaje dispare şi cîmpul apare uniform luminat. Se poate scrie atunci:

$$E_1 = E_2,$$

deci

$$\frac{I_1}{d_1^2} = \frac{I_2}{d_2^2}, \tag{7-17}$$

de unde:

$$I_2 = I_1 \frac{d_2^2}{d_1^2}. \tag{7-18}$$

b) **Sfera integratoare** a lui Ulbricht serveşte la măsurarea fluxului luminos total, integral, emis de un izvor, adică

$$\Phi = \int I d\,\Omega \tag{7-19}$$

pentru toate direcţiile.

Sfera integratoare Ulbricht este o sferă mare, vopsită în interior cu o vopsea albă difuzantă, şi care conţine:

I =izvorul de lumină;

F=o fereastră cu geam mat difuzant, a cărei luminanţă se măsoară cu un fotometru, în comparaţie cu un izvor etalon, după modul indicat la fotometrul Lummer-Brodhun;

e = un ecran alb difuzant care împiedică ca lumina care vine de la I să cadă direct pe F.

c) **Luxmetrele.** Luxmetrele fotoelectrice folosesc ca receptor de lumină celula fotoelectrică cu strat de baraj, cu seleniu.

Ele dau un curent fotoelectric proporţional cu iluminarea.

Curba lor spectrală este asemănătoare ochiului uman şi poate fi suprapusă cu ea şi să coincidă dacă se întrebuinţează anumite filtre optice colorate în galben-verde.

d) **Fotometrul fotoelectric diferenţial** se compune din două celule fotoelectrice C_1 şi C_2 identice, care se montează ca în schema indicată în figura 128 în serie cu bateriile de acumulatoare B_1, B_2 de alimentare.

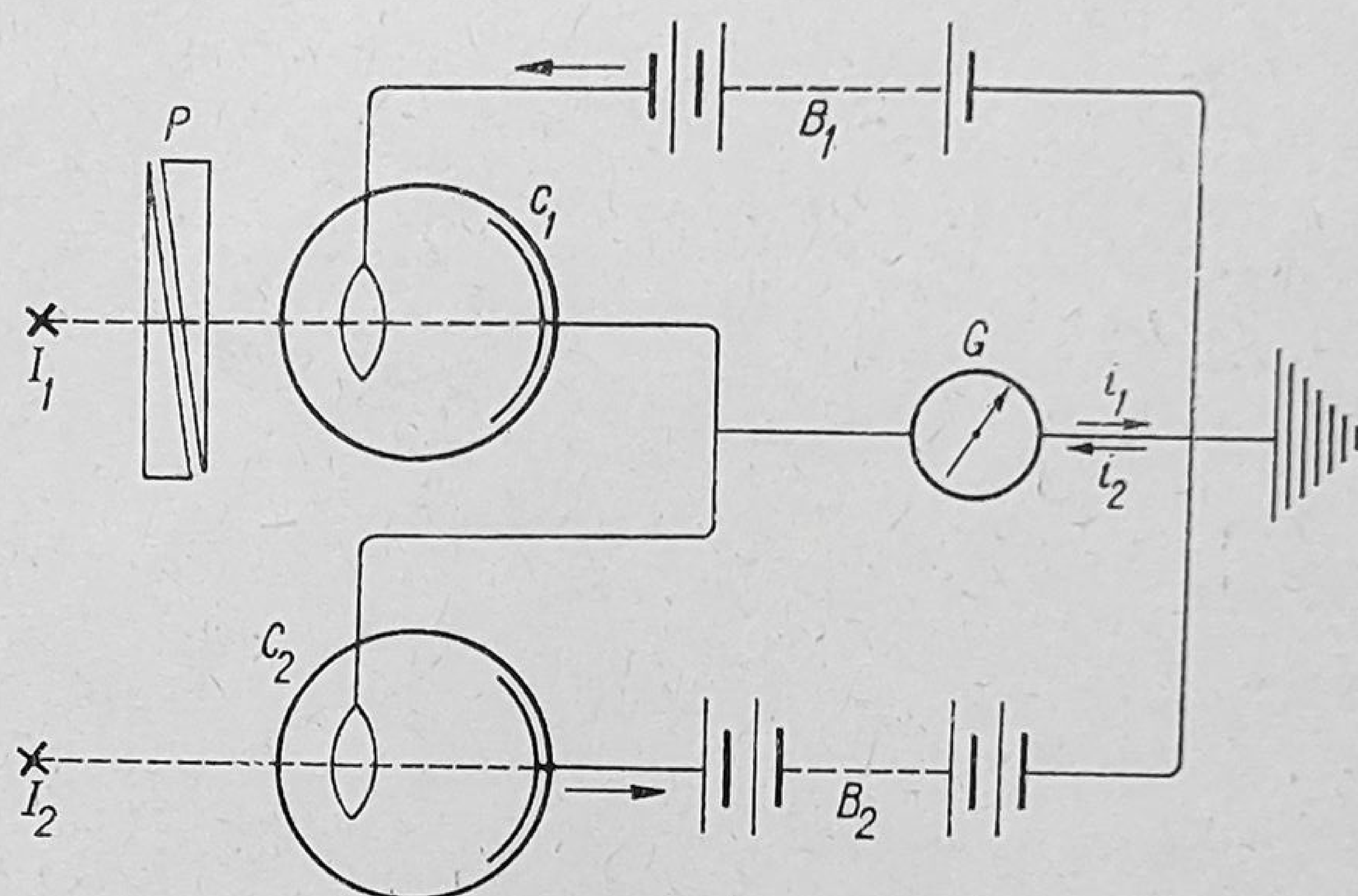


Fig. 128.

Un galvanometru G este montat între legătura electrică care uneşte celulele fotoelectrice şi aceea care uneşte bateriile de acumulatoare. În felul acesta prin galvanometrul G trec curenţii fotoelectrici i_1 şi i_2 de la cele două celule în sens invers. La iluminări egale, deci la intensităţi I_1 şi I_2 egale, curentul total $i_1 + i_2 = 0$. Dacă $I_1 \neq I_2$, atunci şi $|i_1| \neq |i_2|$ şi deci $i_1 + i_2 \neq 0$. În acest caz, în dreptul izvorului mai intens se introduce o pană de sticlă cenuşie, care slăbeşte fluxul luminos respectiv. Lama cenuşie fiind etalonată, adică ştiindu-se de cîte ori slăbeşte fluxul pentru diferitele grosimi ale ei, se poate astfel afla imediat din indicaţiile panei care este raportul intensităţilor izvoarelor, cînd galvanometrul nu mai indică trecerea curentului.

7.4. Tehnica iluminatului. Izvoarele de lumină

Importanţa iluminatului în muncă şi productivitate este deosebit de mare. Dăm mai jos cîteva exemple de iluminări:

0,1 lx iluminarea dată de luna plină;
100 lx iluminarea necesară pentru masa de citit;
10 000 lx iluminarea necesară pentru masa de operaţie medicală;
100 000 lx iluminarea în plin soare;

Eficacitatea luminoasă a unui izvor luminos este dată de

$$\eta=\frac{\Phi}{P}=\frac{\text{fluxul luminos emis}}{\text{puterea consumată}}=\frac{lm}{W}. \tag{7-20}$$

Lămpile cu incandescenţă au

$$\eta=7\rightarrow 18 \text{ lm/W}$$

pentru puteri ale lămpilor cuprinse între 25 şi 1 000 W; lămpile luminescente (fluorescente) au $\eta\approx 50$ lm/W.

Partea a doua

OPTICA ONDULATORIE

Capitolul I

VITEZA LUMINII. EFECTUL DOPPLER-FIZEAU

1.1. Introducere

Lăsînd la o parte alte ipoteze mai vechi, cu privire la natura luminii vom expune pe scurt cele două ipoteze, cea corpusculară emisă de Newton şi cea ondulatorie emisă de Huygens.

Lumina, unul din aspectele sub care se prezintă materia în mişcare are proprietatea de-a transporta energie, energie luminoasă. Acest transport de energie poate fi făcut atît în cazul cînd lumina ar fi formată din particule cît şi în cazul propagării ei sub formă de unde.

Fenomenele optice cele mai importante şi obişnuite, ca: reflecţia, refracţia, interferenţa, difracţia, polarizaţia, nu au putut fi explicate la începutul dezvoltării opticii şi a descoperirilor fenomenelor optice prin ipoteza corpusculară, care ar putea explica corect numai fenomenul de reflexie. S-a arătat însă a fi foarte satisfăcătoare aplicarea ipotezei cu privire la proprietăţile ondulatorii ale luminii.

O primă dificultate s-a ivit la cercetarea fenomenului de refracţie; se cunoaşte faptul că la trecerea luminii din aer în apă sau din aer în sticlă, la suprafaţa de separare a celor două medii, are loc abaterea luminii de la direcţia de incidenţă, indicată prin unghiul de incidenţă i, raza refractară apropiindu-se de normala N_1N_2 şi făcînd cu aceasta unghiul $i_2 < i_1$ (fig.129), astfel că se găseşte experimental că:

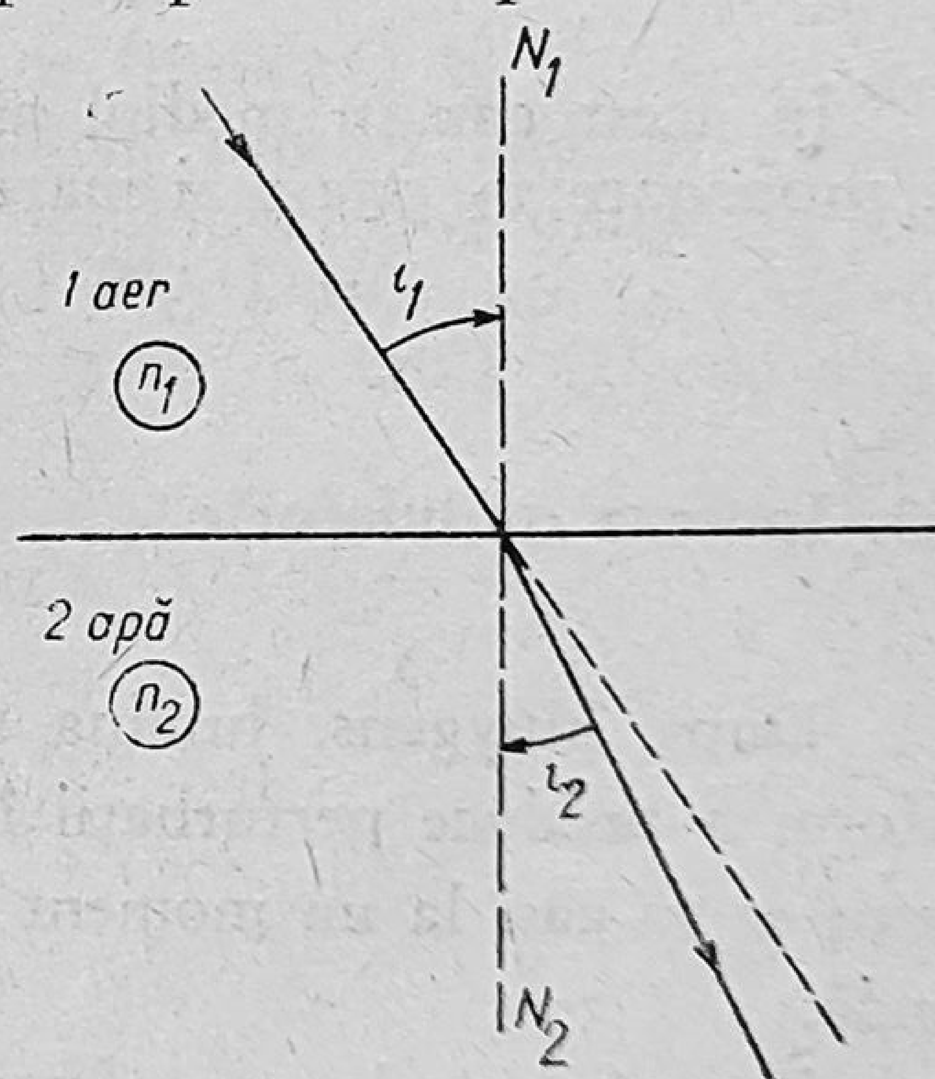


Fig. 129.

$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}$, unde n_1 şi n_2 sînt indicii de refracţie absoluţi ai fiecărui mediu (aer sau apă) faţă de vid. După cum vom vedea mai departe, acest raport este egal cu raportul vitezelor v_1 şi v_2 în cele două medii (este vorba de vitezele de propagare).

1.2. Ipoteza corpusculară

După Newton, „corpusculul de lumină" cu impulsul $p_1=mv_1$ trece din mediul 1 cu indice n_1 în mediul 2 „mai dens optic" cu indicele $n_2>n_1$.

La suprafaţa de separare (fig. 130), particula de lumină va fi atrasă de particulele mediului 2 (după legea atracţiei maselor) şi ca urmare, componenta p_1'' a impulsului p_1 după normele N_1-N_2 va creşte în intensitate, obţinîndu-se valoarea $p_2''>p_1''$; componenta paralelă cu suprafaţa de separare, adică p_1' va rămîne neschimbată: $p_2'=p_1'$.

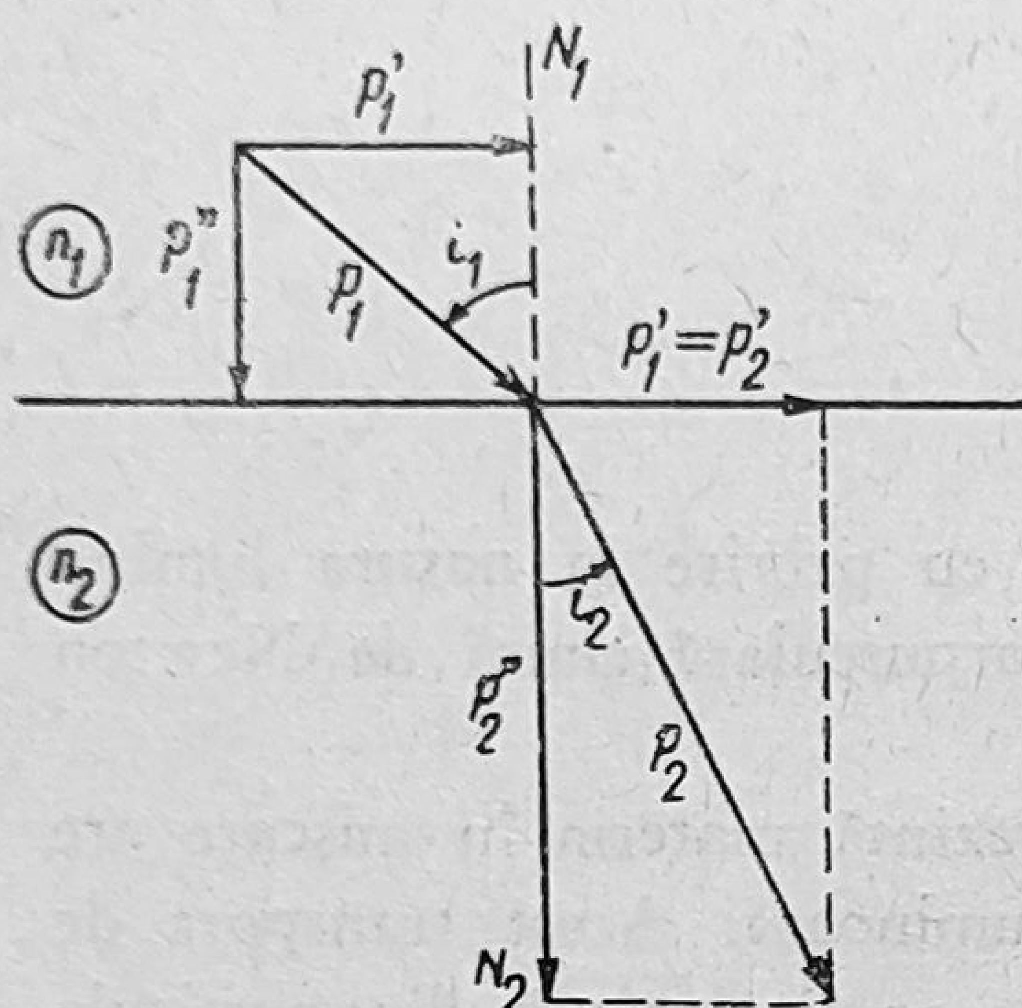


Fig. 130.

Se vede imediat că, în acest caz, impulsul $p_2>p_1$ şi direcţia de propagare a corpului se apropie de normala N_1-N_2. Avem din figură:

$$p_1'=p_1 \sin i_1=p_2'=p_2 \sin i_2, \tag{1-1}$$

deci:

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{\sin i_2}{\sin i_1}=\frac{m v_1}{m v_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_1}{n_2}. \tag{1-2}$$

În acest caz în mediul al doilea, mai dens optic decît mediul 1, viteza de propagare v_2 este mai mare decît în celălalt mediu, decît v_1.

1.3. Ipoteza ondulatorie

După Huygens, lumina se propagă sub formă de unde. Izvorul punctiform S produce perturbaţii în mediul omogen şi izotrop. O astfel de perturbaţie se va găsi la un moment dat pe suprafaţa sferică Σ, numită suprafaţa de undă.

Toate punctele suprafeţei Σ, atinse simultan de perturbaţia sosită din S, vor deveni ele înşile izvoare elementare de perturbaţie, ceea ce face ca însumarea tuturor acestor suprafeţe sferice elementare de undă, adică învelitoarea lor geometrică, să constituie noua suprafaţă de undă, în propagare. Dacă izvorul se găseşte la infinit, atunci o porţiune mică din suprafaţa de undă sferică poate fi asimilată cu o suprafaţă plană: avem unde plane.

După Huygens, frontul PP' al undei plane U, care se propagă după raza UP (fig. 132), atinge suprafaţa de separare a celor două medii, mediul 1, cu indicele de refracţie n_1, şi mediul 2, cu indicele de refracţie n_2 mai întîi în punctul P. Cealaltă porţiune a frontului de undă PP', aceea din P', care se găseşte la distanţa $P'T$ de suprafaţa PT, va atinge punctul T după timpul t, propagîndu-se cu viteza v_1, astfel ca $v_1t=P'T$.

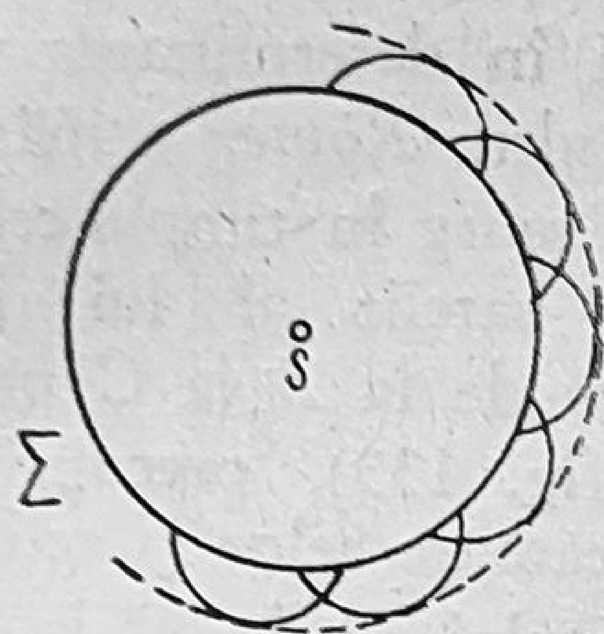


Fig. 131.

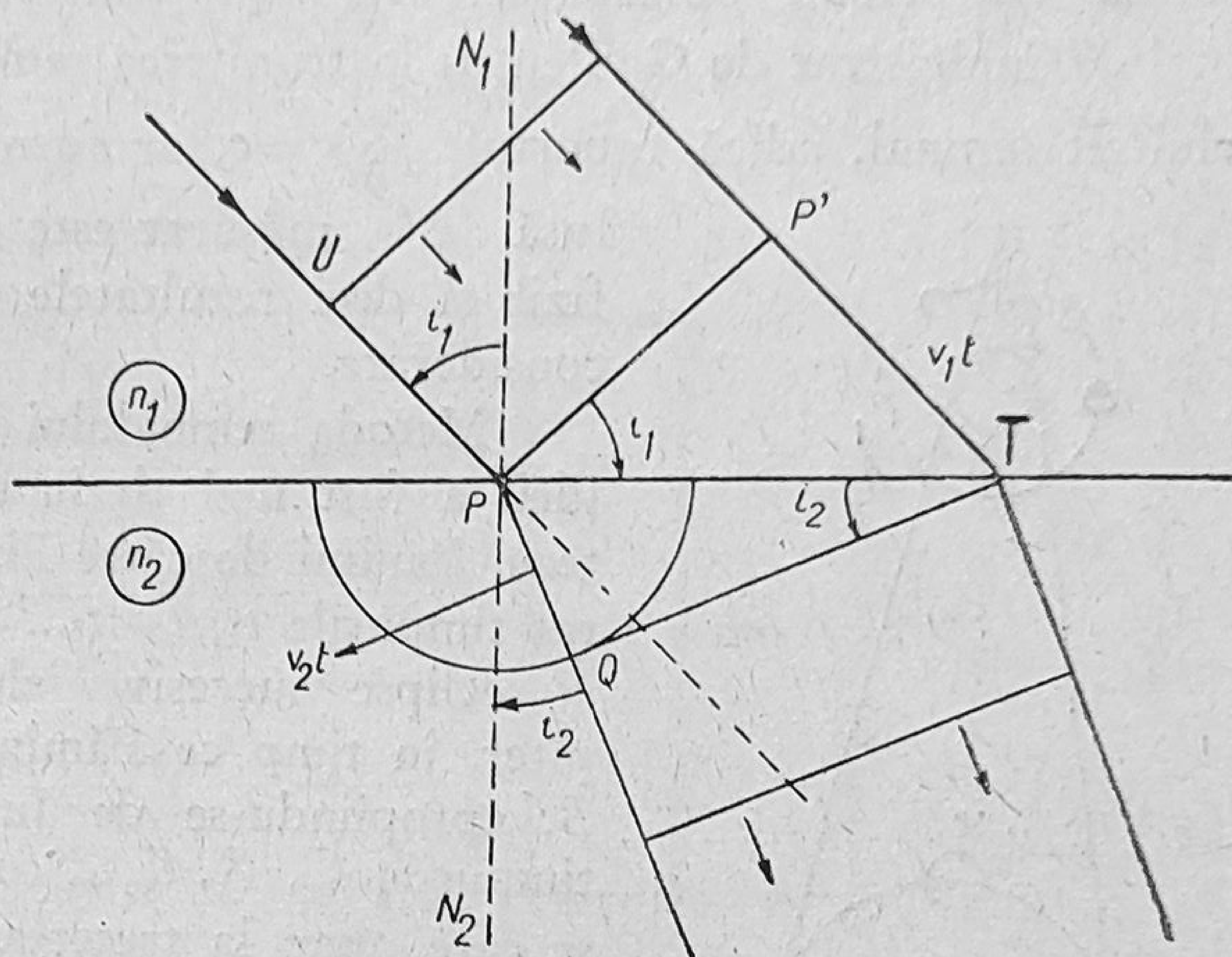


Fig. 132.

Dar în acest timp t, unda elementară care se formează în P se va găsi pe emisfera cu raza v_2t, unde $v_2 < v_1$. Învelitoarea tuturor undelor elementare care se formează între P şi T va fi o undă plană TQ, unde TQ este tangenta dusă din T pe sfera elementară de rază PQ. După cum se vede din figură, raza PQ, direcţia de propagare a noului front de undă QT, se apropie de normală, $i_1 > i_2$.

$$\text{Avem: } v_1t=P'T=PT\cdot \sin i_1$$

$$v_2t=PQ=PT\cdot \sin i_2$$

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin i_1}{\sin i_2}=\frac{n_2}{n_1}. \qquad (1\text{-}3)$$

Acest rezultat este contrar celui găsit după ipoteza lui Newton $\left(\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin i_2}{\sin i_1}=\frac{n_1}{n_2}\right)$. Pentru a rezolva această controversă este necesară determinarea vitezei luminii în vid şi în diferite medii, pentru a se putea compara între ele aceste viteze şi astfel să se poată decide care ipoteză este conformă cu datele experimentale.

1.4. Determinarea vitezei luminii

a) **Calculul lui Römer.** Galileu a trimis lumina de la un observator, deschizînd un obturator al unui felinar, la un alt observator de pe un deal, care la rîndul său a trimis semnalul său luminos în momentul cînd a sesizat lumina trimisă de primul observator. Distanţa dintre observatori $2L$ şi timpul total Δt înregistrat de Galileu de la trimiterea semnalului pînă la recepţionarea celuilalt semnal, adică raportul $\frac{2L}{\Delta t}=c$, ar furniza valoarea vitezei luminii. Însă Δt măsurat este un timp fiziologic şi nu cel fizic şi deci rezultatele obţinute nu pot fi luate în considerare.

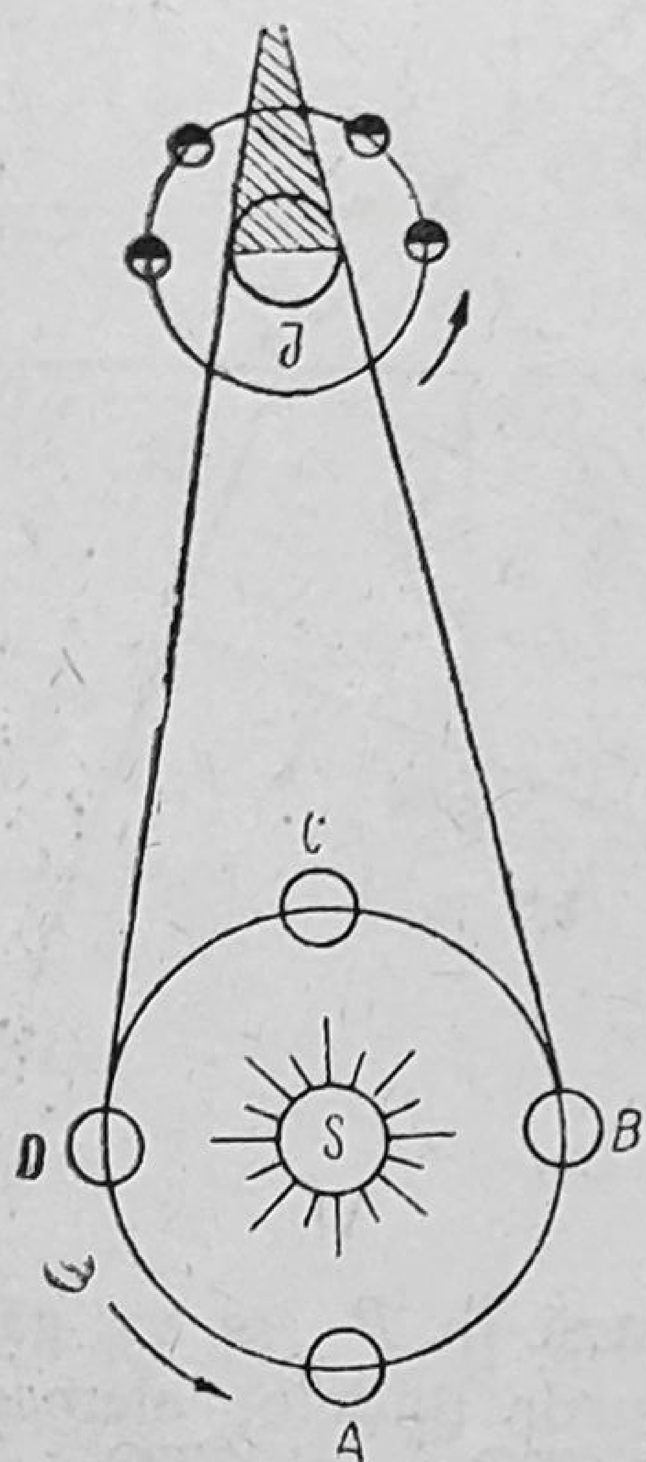


Fig. 133.

Metoda semnalului luminos preconizată de Galileu a fost mai tîrziu utilizată în determinarea vitezei luminii de către Fizeau şi alţii. *Römer* a măsurat timpurile t_1, t_2, t_3... care se scurg în timpul celor N eclipse succesive ale unui satelit al lui Jupiter, în timp ce Pămîntul trece de la A la C prin B, apropiindu-se de Jupiter (fig. 133), precum şi timpurile t'_1, t'_2, t'_3, ... corespunzătoare celor N eclipse care apar la trecerea Pămîntului de la C la A prin D, depărtîndu-se de Jupiter. El a constatat că aceste timpuri sînt diferite între ele, şi anume că dacă $\bar{t}$ este timpul mediu între 2 eclipse succesive în cazul cînd Pămîntul ar sta pe loc sau (ceea ce e totuna) atunci cînd se găseşte în poziţia C sau A, atunci toate timpurile t_1, t_2, ... sînt mai mici decît t, căci Pămîntul vine în întîmpinarea luminii care pleacă de la satelitul lui Jupiter, şi prin urmare toate timpurile t'_1, t'_2, ... sînt mai mari decît t.

Însemnînd cu D diametrul orbitei Pămîntului socotită circulară şi cu c viteza luminii în vid, avem:

$$t_1+t_2+t_3+\ldots=\Sigma t=N\bar{t}-\frac{D}{c} \tag{1-4}$$

şi

$$t'_1+t'_2+t'_3+\ldots=\Sigma t'=N\bar{t}+\frac{D}{c}. \tag{1-5}$$

Vom avea:

$$\frac{2D}{c}=\Sigma t'-\Sigma t \quad \text{sau} \quad c=\frac{2D}{\Sigma t'-\Sigma t}. \tag{1-6}$$

Pentru $\Sigma t' - \Sigma t$ Römer a găsit 2 640 s și luînd $D=299,10^6$ km se obține pentru c valoarea : $c=215\,000$ km/s. Cu valorile corectate ulterior se obține $\Sigma t' - \Sigma t = 1\,988$ s, care duce la valoarea $c=301\,000$ km/s.

b) **Metoda aberației stelare a lui Bradley** se bazează pe faptul că dacă se observă o stea, care se situează pe planul orbitei Pămîntului, cu ajutorul unui telescop sau lunetă care să rămînă tot timpul mișcării Pămîntului paralelă cu ea însăși și paralelă cu direcția de unde vin razele de la stea, se observă că dacă în poziția A, (fig. 134), facem ca imaginea stelei să se

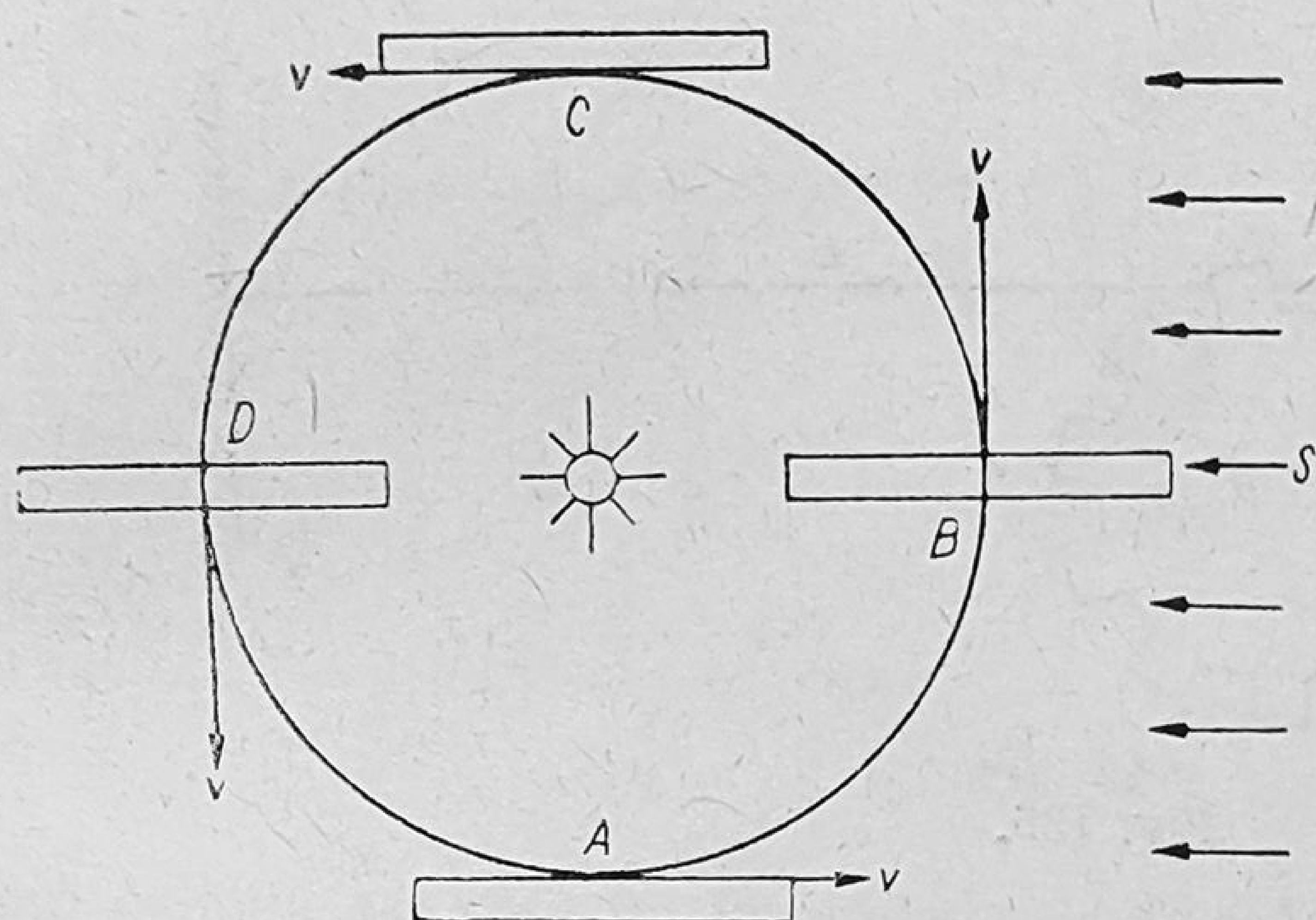


Fig. 134.

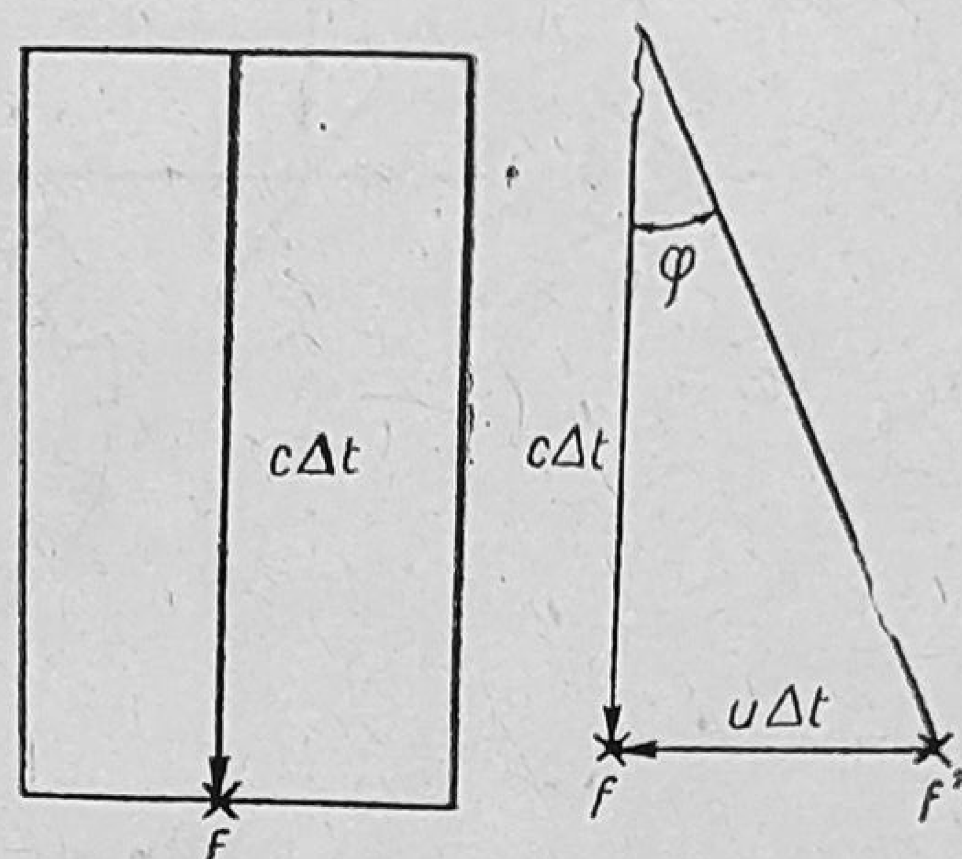


Fig. 135.

suprapună peste firele reticulare ale lunetei, în pozițiile intermediare între A și C, poziția imaginii se deplasează. În C imaginea revine peste firele reticulare pentru ca apoi între C-D-A să se deplaseze din nou, în sens contrar însă față de firele reticulare. Maximele de deplasare se situează în pozițiile B și D, cînd Pămîntul se deplasează perpendicular pe direcția din care vine lumina de la stea. Pentru alte stele situate în afara eclipticii Pămîntului, diferitele poziții ale imaginilor stelelor descriu niște elipse față de firele reticulare din lunetă. Această aberație stelară se explică astfel: în timp ce lungimea L a lunetei este străbătută de lumină în timpul Δt, $L=c\,\Delta t$, luneta, deci firul reticular f, s-a deplasat o dată cu Pămîntul cu viteza u, deci imaginea stelei se va forma în f', deplasat față de f cu $ff'=u.\,\Delta t$. Pentru ca imaginea să se formeze tot timpul în f, trebuie ca telescopul să fie înclinat cu unghiul φ dat de:

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{u\,\Delta t}{c\,\Delta t} = \frac{u}{c}. \qquad (1\text{-}7)$$

La o rotire completă a Pămîntului, imaginea se va roti cu $2\varphi = \frac{2u}{c}$. Cum $2\varphi = 40,9''$ și $u \approx 30$ km/s se obține $c=303\,000$ km/s.

c) Metoda Fizeau sau a roţii dinţate (1849).

Este o metodă prin care se determină viteza luminii prin mijloace aplicate în laborator. Lumina emisă de izvorul I, (fig. 136) cade pe oglinda semiargintată O_1 şi apoi trece printre dinţii unei roţi dinţate R, parcurge distanţa L, se reflectă pe oglinda O_2, se întoarce pe acelaşi drum şi pătrunde în ochiul observatorului Ob.

Prin rotirea roţii R, raza de lumină este întreruptă în mod periodic şi, după ce a străbătut distanţa $2L$ cu viteza luminii $\approx c$, ajungînd din nou la

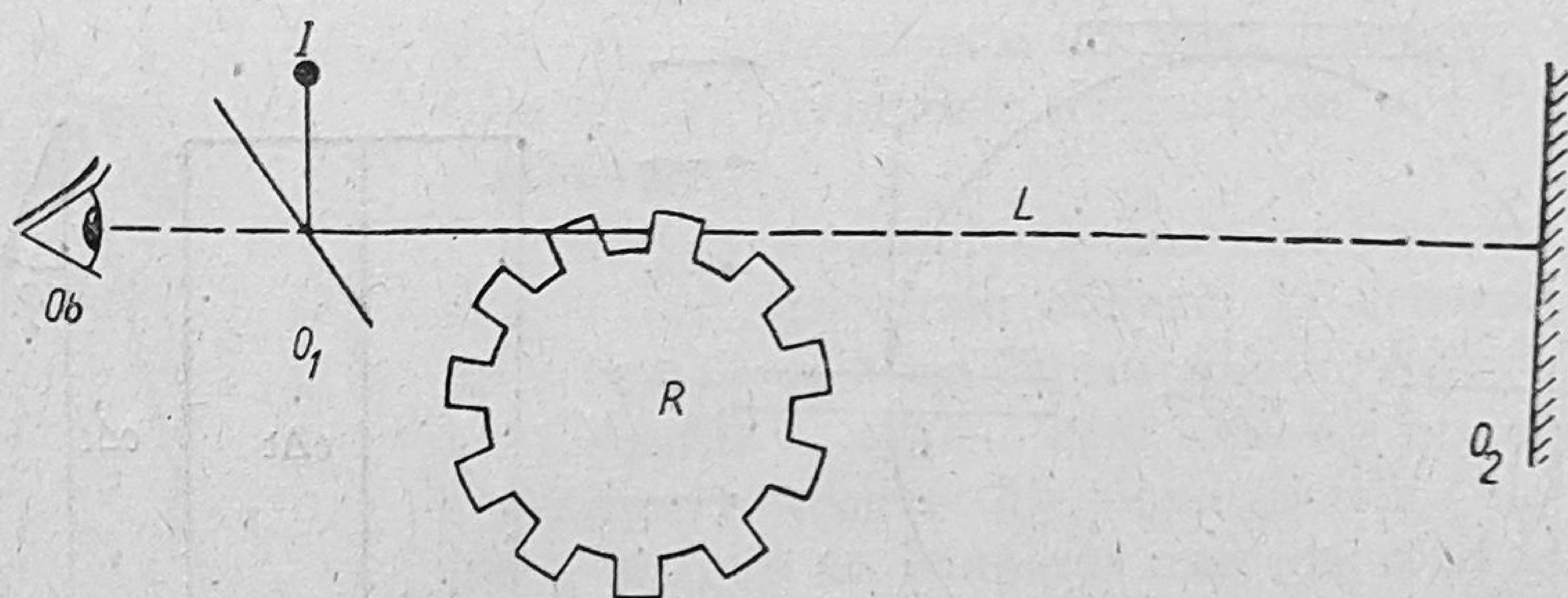


Fig. 136.

roata R va putea fi oprită de dintele roţii sau va trece prin al doilea gol dintre dinţi, al treilea etc. după cum roata se va roti mai încet sau mai repede.

În felul acesta rotind pe R din ce în ce mai repede, observatorul va observa că fasciculul recepţionat de ochi va scădea din ce în ce mai mult în intensitate pînă la un minim — prima întunecare, — apoi la rotirea în continuare mai rapidă a roţii dinţate se obţine din nou iluminarea şi aşa mai departe.

Dacă roata are n dinţi şi se roteşte cu N turaţii pe secundă, atunci un dinte ia locul celuilalt în $\frac{1}{nN}$ secunde şi deci dintele va ocupa locul gol alăturat în $\frac{1}{2\,nN}$ secunde, cînd are loc prima întunecare. În acest timp $\Delta t = \frac{1}{2\,nN}$, lumina a parcurs spaţiul $2L$ cu viteza c deci

$$\Delta t = \frac{2\,L}{c} = \frac{1}{2\,nN}, \tag{1-8}$$

de unde

$$c = 4LnN. \tag{1-9}$$

Luînd $L = 8{,}63$ km, Fizeau a găsit pentru c valoarea $c = 315\,000$ km/s.

După aceeaşi metodă însă întrebuinţînd o celulă Kerr (v. pag. 261), s-a putut scurta L la 3 m.

d) **Metoda oglinzii rotitoare, metoda lui Foucault** (1862)

Lumina care porneşte de la izvorul I, (fig. 137), după ce trece prin oglinda semiargintată O_1 şi obiectivul Ob se reflectă pe oglinda rotitoare O_2, apoi pe oglinda sferică concavă O_3, după care parcurge drumul invers şi prin reflexia pe oglinda semiargintată O_1 este focalizată în I', unde formează imaginea lui I. Oglinda sferică concavă O_3 are centrul său în axa de rotaţie a oglinzii O_2. Cînd oglinda O_2 nu se roteşte, imaginea lui I se formează în I'. În timpul rotaţiei, lumina parcurge distanţa $2L$ în timpul Δt, în care

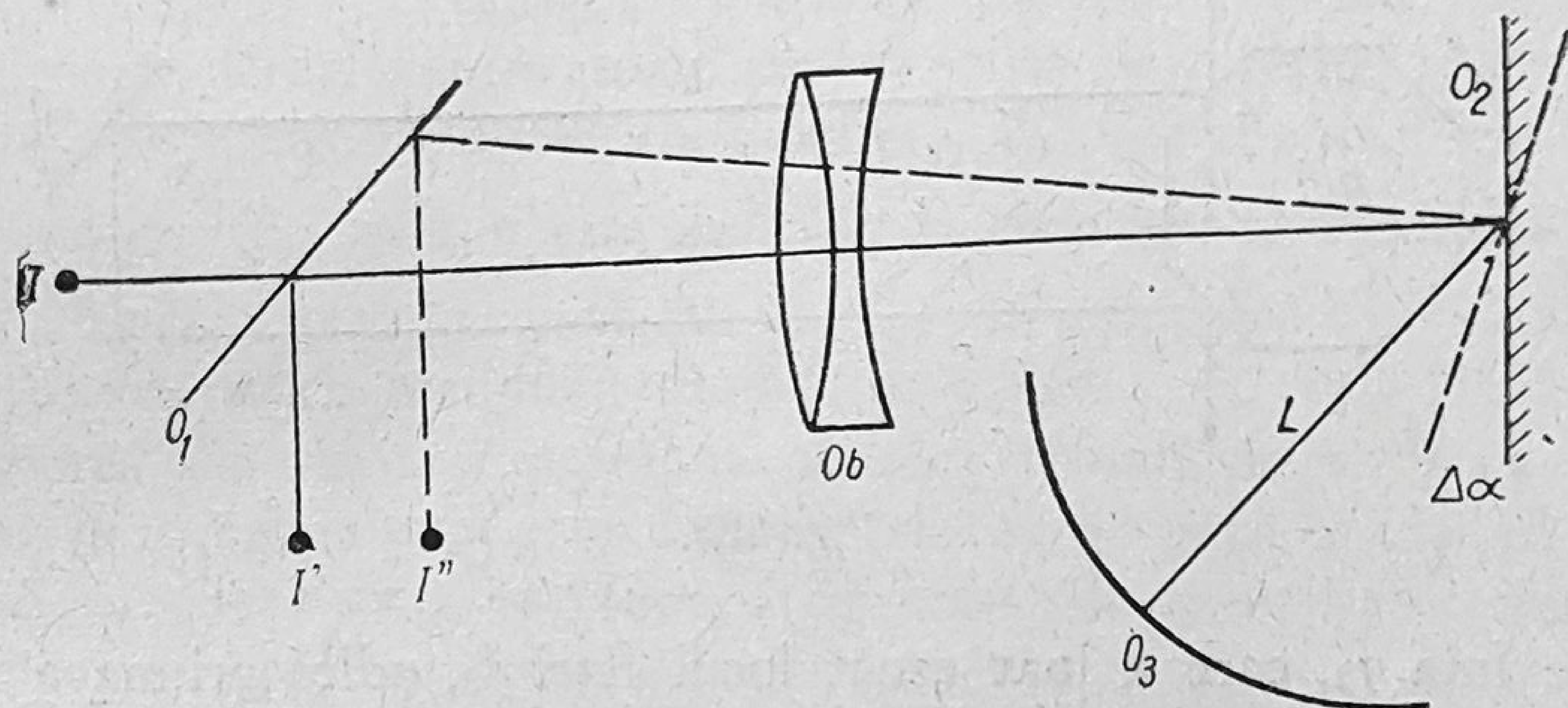


Fig. 137.

timp oglinda s-a rotit cu un anumit unghiu $\Delta\alpha$, care face ca imaginea să se formeze în I'', ceea ce ne permite să determinăm pe $\Delta\alpha$. Cum ω este viteza unghiulară a oglinzii O_2, atunci avem:

$$\Delta\alpha=\omega\Delta t \quad (1\text{-}10)$$

şi cum

$$\Delta t=\frac{2\cdot O_3O_2}{c}=\frac{2L}{c}, \quad (1\text{-}11)$$

vom avea relaţia

$$\Delta\alpha=\omega\,\frac{2L}{c}, \quad (1\text{-}12)$$

de unde

$$c=\frac{2L\omega}{\Delta\alpha}. \quad (1\text{-}13)$$

În această metodă, L a putut fi scoborît la 4 m la o turaţie a oglinzii O_2 de 800 rotaţii pe secundă. Foucault a găsit pentru $c=298\,000\pm500$ km/s, iar noile determinări au dat valoarea: $c=299\,810\pm50$ km/s. Cu acest dispozitiv, Foucault a putut măsura şi viteza luminii în apă, pe care a găsit-o a fi mai mică decît viteza luminii în aer.

e) **Metoda prismei rotitoare a lui Michelson** (1926).

În această metodă, lumina care vine de la izvorul I (fig. 138) cade pe una din feţele plane f_1 ale prismei octogonale P, se reflectă pe oglinzile plane O_1 şi O_2 apoi pe faţa plană f_3 a prismei P, astfel că imaginea izvorului I se formează de către sistemul optic, neindicat în figură, în I'. Această imagine se formează în acelaşi loc dacă lumina după ce a străbătut distanţa 2 L se

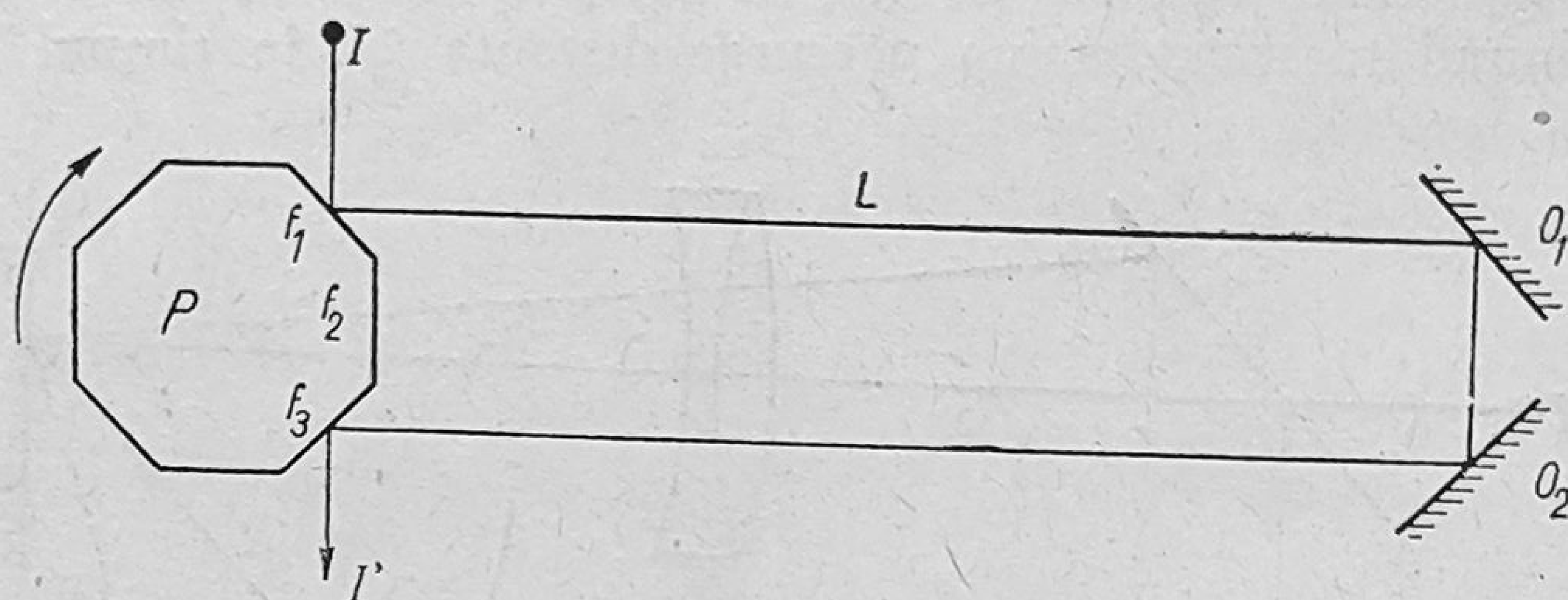


Fig. 138.

reflectă pe faţa f_2, care a luat exact locul feţei f_3, adică prisma a suferit în acest timp o rotaţie de 1/8 din rotaţia completă.

Distanţa $L=35{,}4$ km. Rezultatul obţinut este $c=299\,796\pm4$ km/s.

Cu ajutorul prismei rotitoare, s-a măsurat şi viteza luminii în vid într-un tub vidat lung de 1,6 km distanţă pe care lumina o parcurgea de 10 ori în ambele sensuri. Viteza c obţinută a fost de $c=299\,774\pm2$ km/s.

Pentru apă, Michelson a găsit valoarea $\frac{c}{v}=1{,}333$, adică aceeaşi valoare a indicelui de refracţie determinat prin metoda prismei. Pentru sulfură de carbon CS_2, el a găsit $\frac{c}{v}=1{,}75$, o valoare mult mai mare decît cea găsită pentru indicele de refracţie $n=1{,}64$. Explicaţia acestui fenomen a fost dată de Rayleigh prin introducerea *vitezei de grup*.

Actualmente cea mai bună valoare a lui c obţinută este $c=299\,793\pm$ $\pm0{,}3$ km/s.

1.5. Viteza de grup

Lumina se propagă în vid cu viteza c. Această viteză este aceeaşi pentru toate radiaţiile şi care au diferite lungimi de undă. Faţă de izvorul de unde luminoase, la distanţa r de acesta vom avea unda caracterizată prin elongaţia ei dată de:

$$y=a\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{r}{c}\right). \tag{1-14}$$

Se vede că viteza luminii apare ca o mărime care determină faza vibrației și dacă observăm propagarea unui tren de unde, acesta se deplasează de-a lungul lui r cu viteza c. Într-un alt mediu, trenul de unde, păstrîndu-și aceeași frecvență, se deplasează cu o altă viteză v și expresia de mai sus devine:

$$y=a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{r}{v}\right). \quad (1\text{-}15)$$

Viteza v (ca și c) ia numirea de *viteză de fază*. Se constată însă că viteza de fază nu este aceeași pentru toate undele care au diferite frecvențe și că există o variație a acestei viteze cu lungimea de undă, corect cu frecvența, radiației. Cum $v=\frac{c}{n}$, unde n este indicele de refracție al mediului pentru o anumită frecvență, atunci $v=f(\lambda)$ sau $n=f'(\lambda)$ și mărimea $dv/d\lambda$, sau $dn/d\lambda$, reprezintă caracteristica mediului, numită *dispersia*.

Propagarea simultană și suprapusă a unor trenuri de unde cu frecvențe diferite duce la formarea unui *grup de unde* care se propagă în mediul dispersiv cu o viteză u, *viteza de grup*, funcție de mărimile care caracterizează trenurile de unde și dispersia mediului.

Pentru simplitate vom lua cazul a două trenuri de unde cu lungimile de undă λ și $\lambda+d\lambda$, propagîndu-se suprapus după aceeași direcție, cu vitezele v și $v+dv$, astfel ca la unda cu lungimea de undă mai mare să corespundă și viteza mai mare, adică mediul posedă o dispersie normală.

Din suprapunerea celor două trenuri de unde, sinusoidale, rezultă o undă cu maxime și minime (rezultanta) (fig. 139).

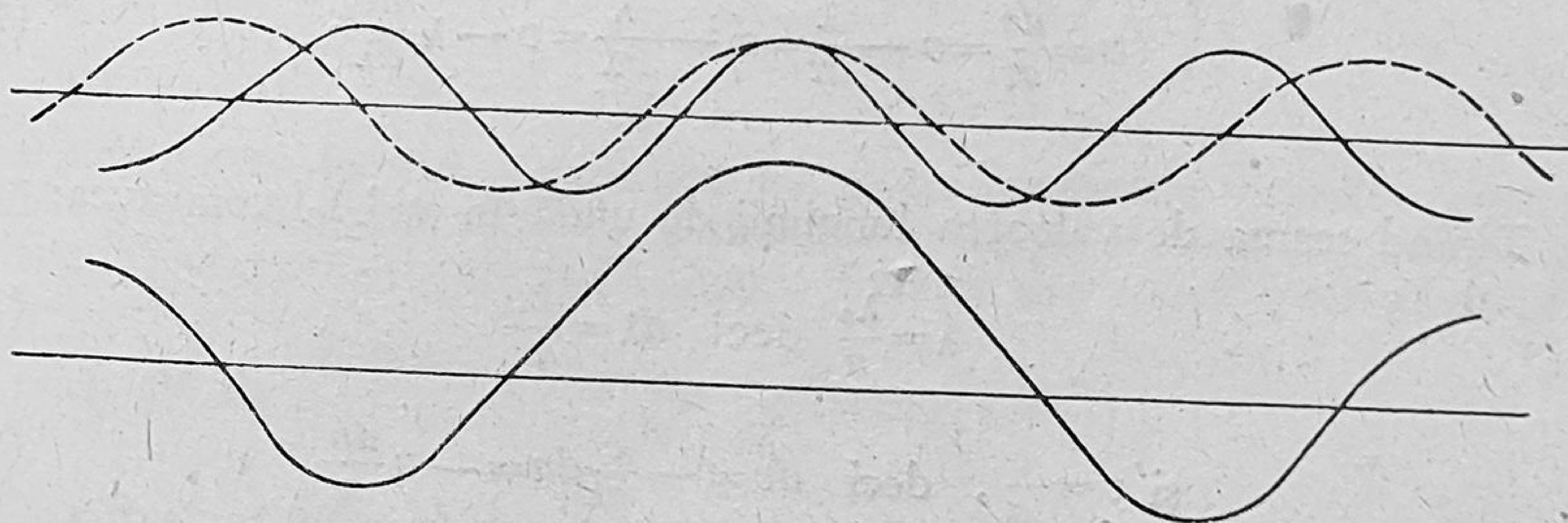


Fig. 139.

Să considerăm situația undelor în momentul de formare a unui maxim intens B—B', (fig. 140) și poziția maximelor undelor în pozițiile A și A' imediat anterioară maximului intens. Distanța între maximele undelor A și A' este tocmai $d\lambda$. După un timp dt, din cauză că unda cu lungimea de undă $\lambda'=\lambda+d\lambda$ se propagă cu viteza $v'=v+dv$, deci cu viteza relativă dv față de unda cu lungimea de undă λ, cele două maxime A și A' se suprapun, iar maximele B și B' se despart și se vor situa la distanța $d\lambda$ unul de altul.

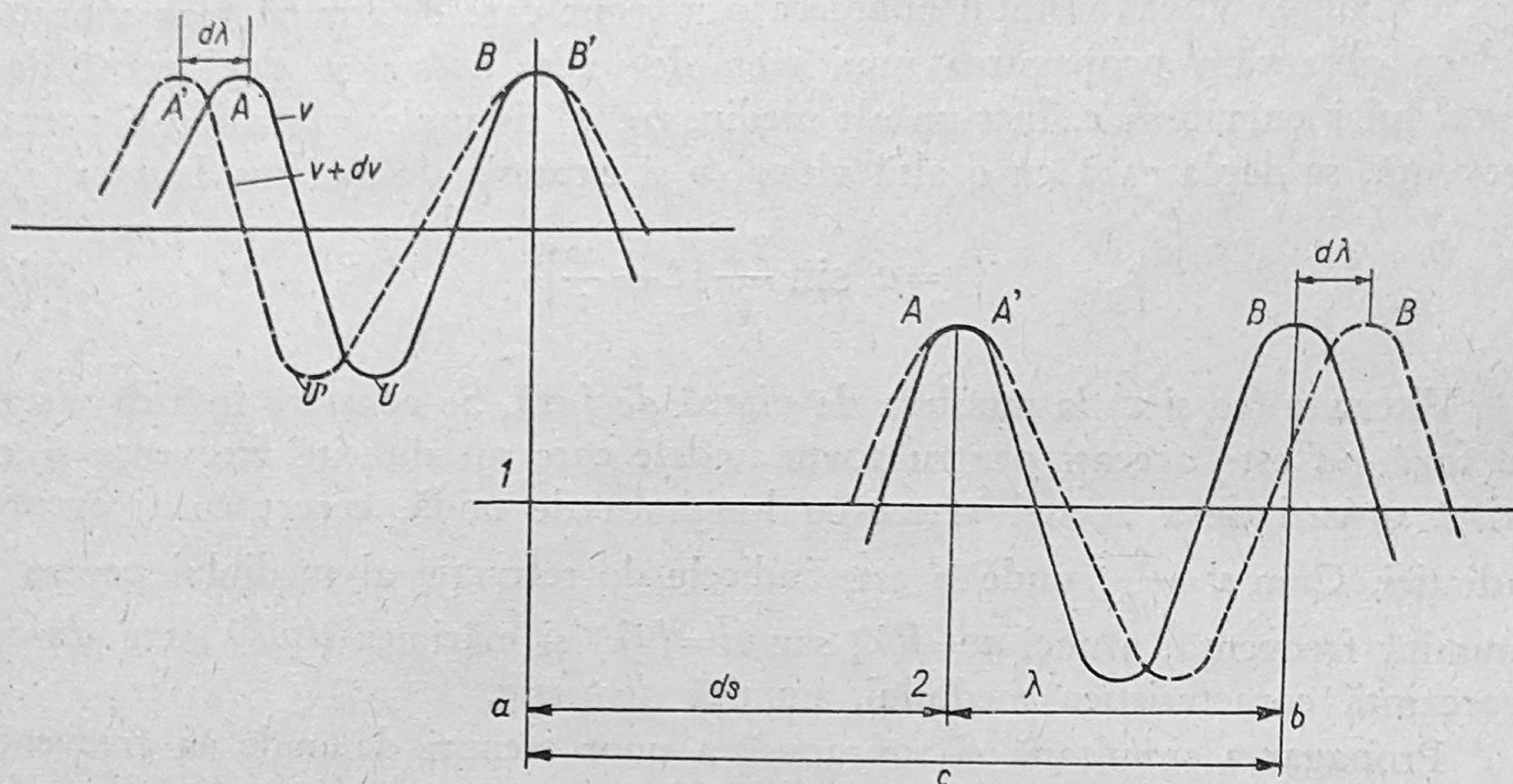


Fig. 140.

Timpul dt este egal cu $dt = d\lambda/dv$. Dar în acest timp dt, unda U a străbătut spaţiul $ab = v \cdot dt$, iar poziţia de maxim de la 1 se deplasează la 2 deci a străbătut spaţiul $ds = ac = udt$, unde u este viteza de propagare a maximului trenului de undă, adică *viteza de grup*. Din figură se vede că:

$$ds = ab - \lambda = v.dt - \lambda = vd\lambda/dv - \lambda, \tag{1-16}$$

iar viteza de grup este egală cu:

$$u = \frac{ds}{dt} = v - \frac{\lambda}{dt} = v - \frac{\lambda}{\frac{d\lambda}{dv}} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \tag{1-17}$$

Ţinînd seama de valoarea lungimii de undă în vid λ_0 vom avea:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad \text{deci} \quad d\lambda = \frac{d\lambda_0}{n} \tag{1-18}$$

$$\text{şi } v = \frac{c}{n}, \quad \text{deci} \quad dv = -\frac{c}{n^2} dn = -v \frac{dn}{n} \tag{1-19}$$

rezultă că:

$$u = v - \frac{\lambda_0}{n} \cdot \frac{-v \frac{dn}{n}}{\frac{d\lambda_0}{n}} = v + \frac{\lambda_0}{n} \cdot \frac{vdn}{d\lambda_0} =$$

$$= v\left(1 + \frac{\lambda_0}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda_0}\right). \tag{1-20}$$

Din relaţia de mai sus se vede că viteza de grup depinde de dispersia $dn/d\lambda_0$ a mediului respectiv. În vid $dn/d\lambda_0=0$, deci $u=v=c$. Într-un mediu unde indicele de refracţie scade la lungimi de undă mari, viteza de grup este mai mică decît viteza de fază v. Acest fenomen a fost observat bine de Michelson la sulfura de carbon, care are o dispersie mare şi deci viteza luminii apare a fi mult mai mică faţă de cea determinată prin metoda prismei.

1.6. Efectul Doppler-Fizeau

În toate cele considerate mai înainte am presupus că izvorul luminos sau observatorul sînt în nemişcare unul faţă de altul.

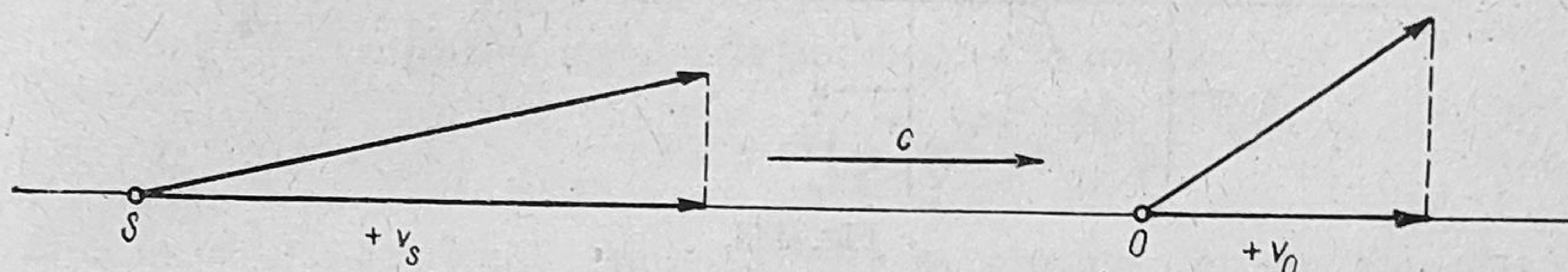


Fig. 141.

Prin mişcarea relativă cu viteza relativă v a izvorului sau observatorului, radiaţia recepţionată de observator va apărea cu o frecvenţă diferită faţă de frecvenţa ν_0 recepţionată în cazul cînd izvorul şi observatorul s-ar găsi în repaus unul faţă de celălalt.

Frecvenţa ν înregistrată de observator este dată de relaţia

$$\nu=\nu_0\frac{c-v_o}{c-v_s}, \tag{1-21}$$

unde c este viteza în vid a radiaţiei, v_o şi v_s proiecţiile vitezelor observatorului respectiv izvorului luminos pe dreapta ce uneşte izvorul cu observatorul (vezi figura) cu semnul indicat în figură. Relaţia se aplică pentru viteze v_s şi v_0 mici faţă de c. $\left[\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}=\frac{v_s-v_o}{c-v_s}\approx\frac{v}{c};\quad \nu\approx\nu_0\left(1+\frac{v}{c}\right)\right]$

Experimental acest efect a fost pus în evidenţă la emisia luminii de către razele canal, produse într-o descărcare electrică într-un tub cu hidrogen la la presiuni reduse (Wien). Ionii pozitivi de hidrogen trec dincolo de catodul C printr-o deschidere d şi fasciculul de ioni ciocnindu-se cu moleculele de gaz provoacă excitarea şi deplasarea atomilor de hidrogen, astfel că aceste raze canal produc lumină.

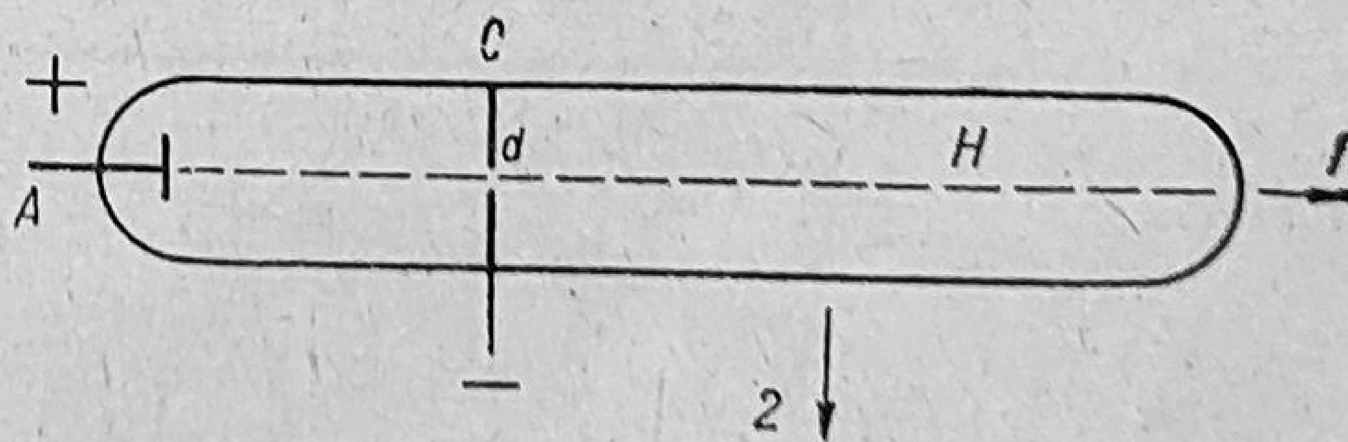


Fig. 142.

La lumina emisă, examinată printr-un spectroscop după direcţia 1, direcţia razelor canal, se observă deplasarea liniilor spectrale ale hidrogenului, pe cînd examinarea luminii după direcţia 2, perpendiculară pe fascicul, deci cu componenta $v_s = 0$, nu se observă această deplasare.

Bielopolski, utilizînd formarea consecutivă a imaginilor în două oglinzi paralele, a putut provoca acest efect prin deplasarea oglinzilor una faţă de alta (fig. 143).

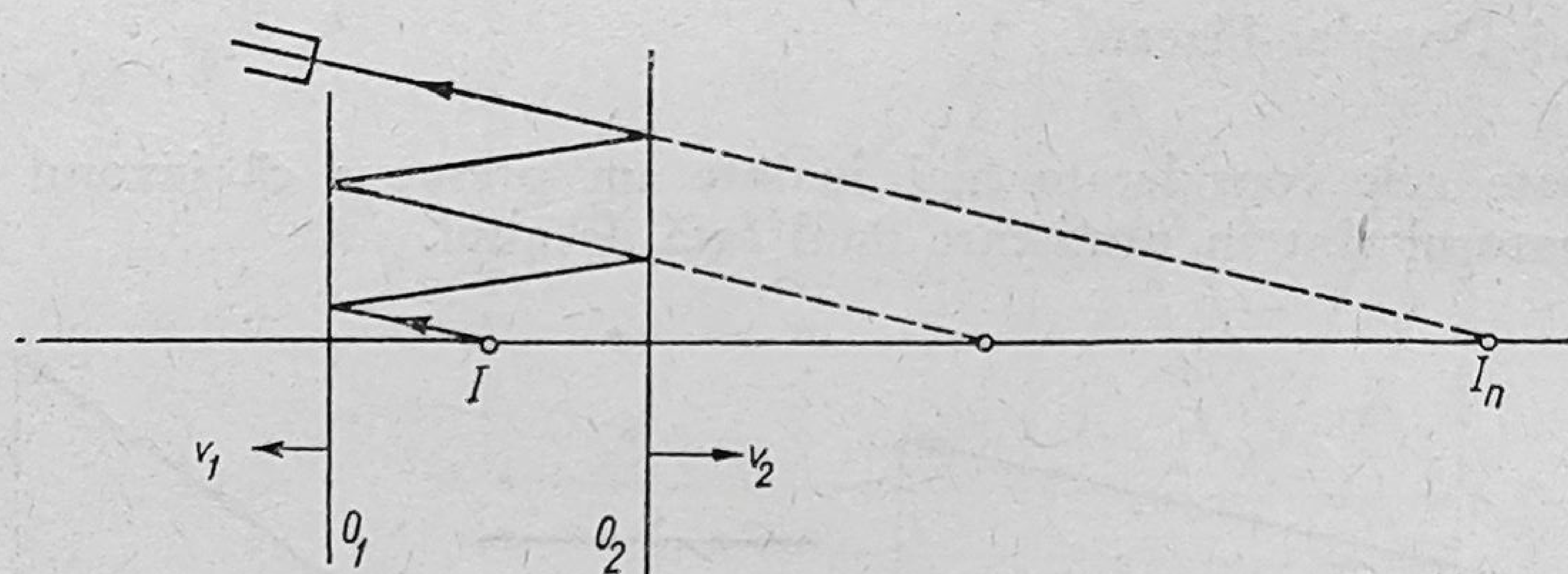


Fig. 143.

Aceasta are ca efect o deplasare foarte rapidă a poziţiei virtuale a imaginii I_n, deci o îndepărtare a izvorului virtual I_n. Lumina observată prezintă deplasarea liniilor spectrale spre lungimi de undă mai mari, numită deplasarea spre roşu.

Efectul Doppler-Fizeau serveşte la determinarea vitezelor de deplasare a aştrilor luminoşi (stelelor) faţă de Pămînt. S-a constatat la nebuloasele extragalactice deplasări spre roşu ale liniei spectrale, care au dus la exprimarea prin legea lui Huble, că aceste nebuloase se depărtează unele de altele şi că vitezele de deplasare sînt proporţionale cu distanţa lor faţă de Pămînt, luat ca punct de reper.

Capitolul 2

GENERALITĂŢI ASUPRA INTERFERENŢEI UNDELOR

2.1. Ecuaţia undelor şi saltul de fază

Din teoria generală a undelor se obţine *ecuaţia undelor*

$$\frac{\delta^2 s}{\delta t^2}=v^2\cdot\Delta s=v^2\left(\frac{\delta^2 s}{\delta x^2}+\frac{\delta^2 s}{\delta y^2}+\frac{\delta^2 s}{\delta z^2}\right) \tag{2-1}$$

care, în cazul perturbaţiilor sinusoidale ce se propagă într-un sens dat, are soluţia generală dată de

$$s=\frac{\lambda}{2\pi}\frac{A}{r^2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)+\frac{A}{r}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right) \tag{2-2}$$

care redă o perturbaţie sferică cu centrul în izvorul perturbaţiei şi a cărei amplitudine variază cu distanţa. Observăm că pentru distanţe $r<\lambda$ primul termen este mare faţă de al doilea, iar pentru $r\geqslant\lambda$ al doilea termen este important şi se poate neglija complet primul termen (r^2 la numitor), ceea ce duce la expresia mult întrebuinţată în optică:

$$s=\frac{A}{r}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right). \tag{2-3}$$

În acest ultim caz pentru două puncte M_1 şi M_2 apropiate între ele, dar la mare distanţă de I (fig. 144), amplitudinea variază puţin, $\frac{A}{r_1}$ şi $\frac{A}{r_2}$, şi cum $r_1\approx r_2$, o putem considera constantă şi egală cu a, iar porţiunile de undă sferică

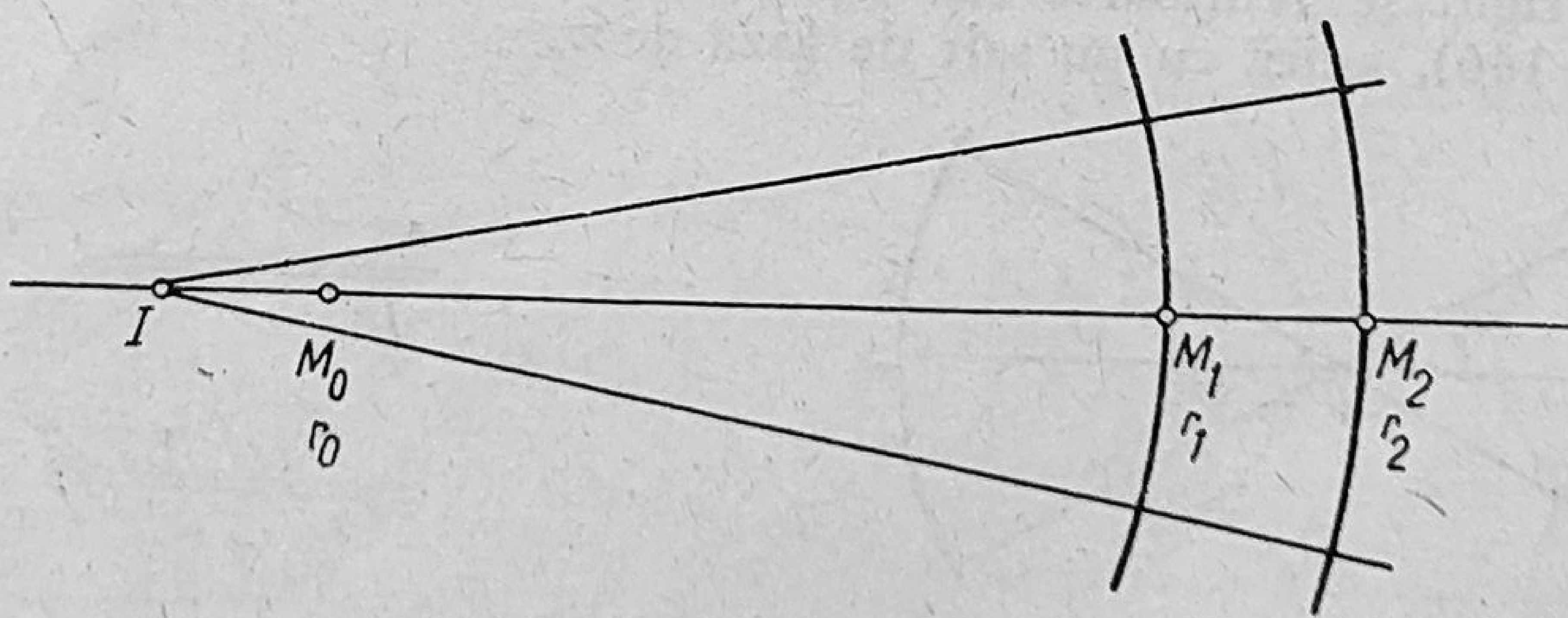


Fig. 144.

din jurul punctelor M_1 şi M_2 ca plane: unda sferică s-a transformat într-o undă plană. Diferenţa de fază $\Delta\varphi$ a undei între cele două puncte va fi dată de :

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\frac{2\pi t}{T}-\frac{2\pi r_1}{\lambda}-\frac{2\pi t}{T}+\frac{2\pi r_2}{\lambda}=$$

$$=\omega t-\varphi_1-\omega t+\varphi_2=2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda} \qquad (2\text{-}4)$$

Dacă însă considerăm două puncte unul M_0 apropiat de izvorul I şi un alt punct M_1 depărtat de izvor, atunci va trebui să ţinem seama de ambii termeni care ne dau valoarea lui s adică de:

$$s_0=\frac{\lambda}{2\pi}\frac{A}{r_0^2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda}\right);\ s_1=\frac{A}{r_1}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1}{\lambda}\right) \qquad (2\text{-}5)$$

$$s_0=\frac{\lambda}{2\pi}\frac{A}{r_0^2}\sin\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{2\pi r_0}{\lambda}\right);\ s_1=\frac{A}{r_1}\cos\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{2\pi r_1}{\lambda}\right), \qquad (2\text{-}6)$$

care se mai pot scrie:

$$s_0=\frac{\lambda}{2\pi}\frac{A}{r_0^2}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi t}{T}+\frac{2\pi r_0}{\lambda}\right);\ s_1=\frac{A}{r_1}\cos\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{2\pi r_1}{\lambda}\right) \qquad (2\text{-}7)$$

şi deci

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\frac{2\pi r_1}{\lambda}-\frac{2\pi r_0}{\lambda}-\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi(r_1-r_0)}{\lambda}-\frac{\pi}{2}. \qquad (2\text{-}8)$$

Dacă unda va fi concentrată (cu o lentilă) într-un focar şi va trece mai departe atunci vom mai avea un salt de fază de $\frac{\pi}{2}$, care corespunde la o diferenţă de drum de $\frac{\lambda}{4}$, astfel că trecerea unei unde sferice de la regiunea M_1 la regiunea M_2 prin focarul I', (fig. 145) este însoţită de un salt în fază, o pierdere, de π radiani, deci un avans de $\frac{\lambda}{2}$. Acest fenomen a putut fi pus în evidenţă experimental.

Un salt de fază apare şi la reflexia unei unde pe suprafaţa unui mediu mai „dens" din punctul de vedere al propagării perturbaţiei.

Astfel, perturbaţia (deformarea) produsă pe un tub de cauciuc fixat de un perete rigid se reîntoarce sub forma unei deformaţii simetrice faţă de prima (fig. 146), adică cu un salt de fază de π.

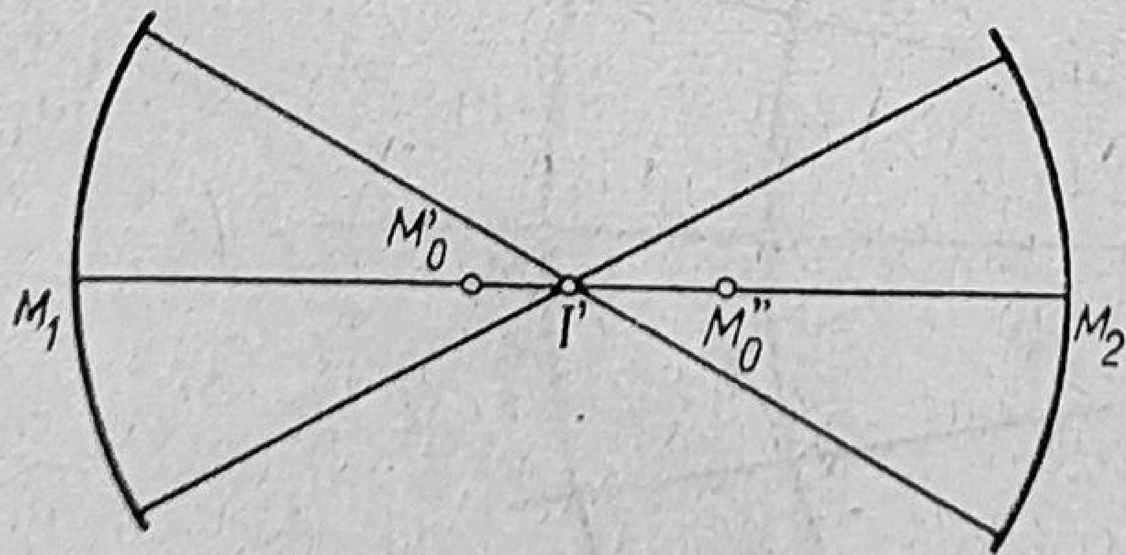


Fig. 145.

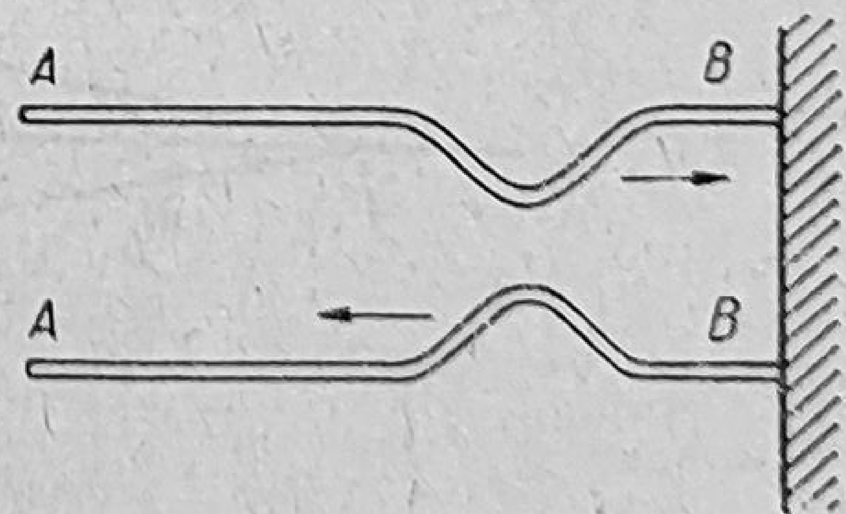


Fig. 146.

Dacă capătul tubului de cauciuc se leagă de perete printr-o sfoară (fig. 147), care permite o mişcare a capătului tubului de cauciuc, atunci perturbaţia se întoarce pe aceeaşi parte, fără a mai avea saltul de fază faţă de perturbaţia incidentă.

În cazul prim, capătul B fiind fixat, va apare o reacţiune a peretelui asupra corzii, egală şi de sens contrar, care trebuie să anuleze tendinţa de deformare a corzii, adică în cazul undelor sinusoidale, date de $y=a \sin \omega t$, de anihilare a elongaţiei y. Aceasta face ca în acest punct B să se imprime corzii o mişcare de reacţiune, de forma $-y=-a \sin \omega t = a \sin (\omega t+\varphi)$, ceea ce are loc cînd $\varphi=\pi$, adică cu o pierdere de drum de $\frac{\lambda}{2}$.

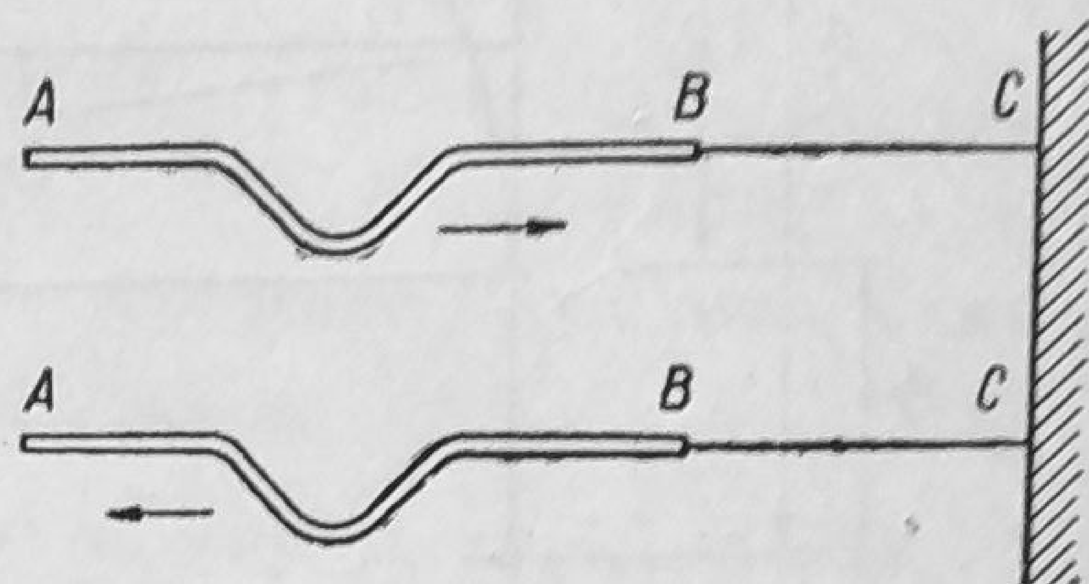


Fig. 147.

În cazul al doilea nu are loc acest salt în fază, aşa cum rezultă şi din experienţă.

2.2. Interferenţa undelor

Fenomenul de interferenţă ale undelor mecanice, cum sînt cele produse pe suprafaţa apei, se pot realiza cu ajutorul unei lame elastice (fig. 148), care are la capăt două vîrfuri care ating suprafaţa apei în acelaşi timp şi care produc în felul acesta unde de aceeaşi frecvenţă şi amplitudine şi care se propagă pe suprafaţa apei în jurul celor două izvoare sub formă de unde circulare. Cum lama vibrează un timp suficient de lung pentru observaţii, vom avea suprapunerea undelor şi obţinerea de fenomene de interferenţă, caracterizate prin locuri unde apa stă în repaus, alternînd cu locuri unde are mişcări oscilatorii mai intense, cu amplitudine mai mare, decît dacă acele locuri ar fi străbătute de fiecare undă în parte (fig. 149).

Fenomenele de interferenţă descrise mai sus se obţin prin suprapunerea celor două unde într-un punct din spaţiul înconjurător, spaţiu numit şi *cîmp de interferenţă*. Însă fiecare din cele două unde acţionează asupra punctului

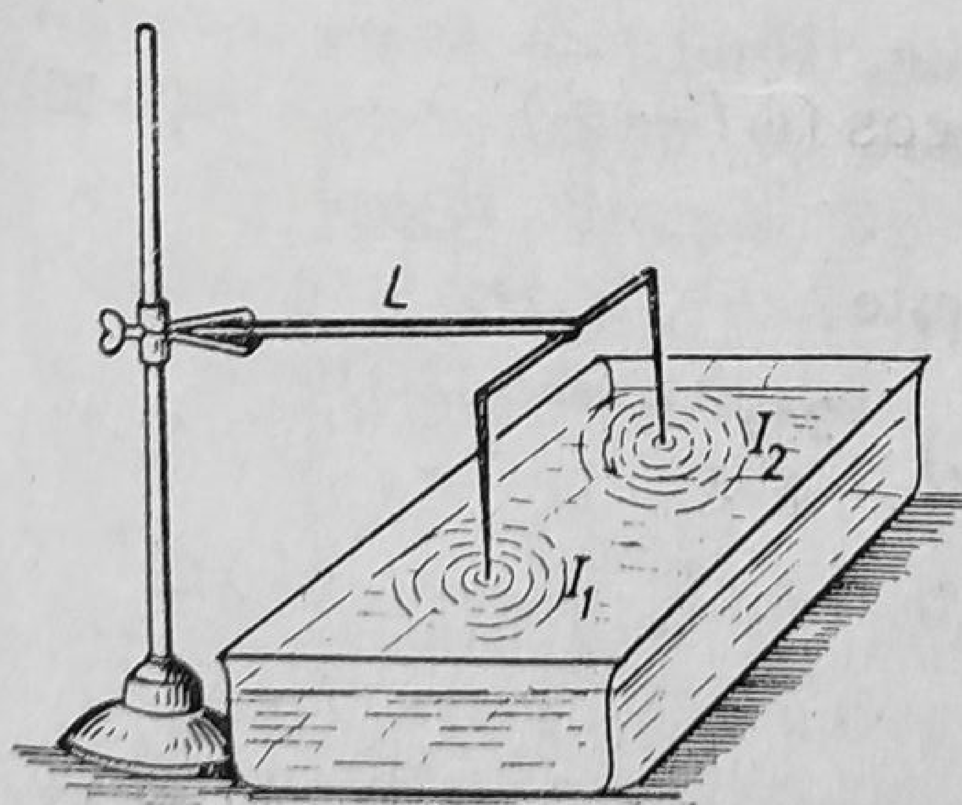


Fig. 148.

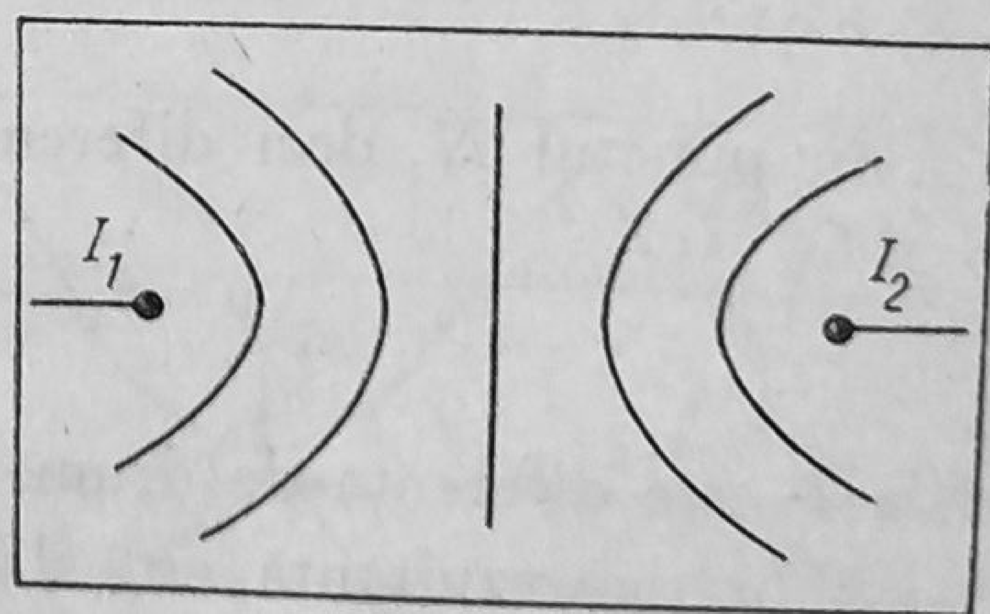


Fig. 149.

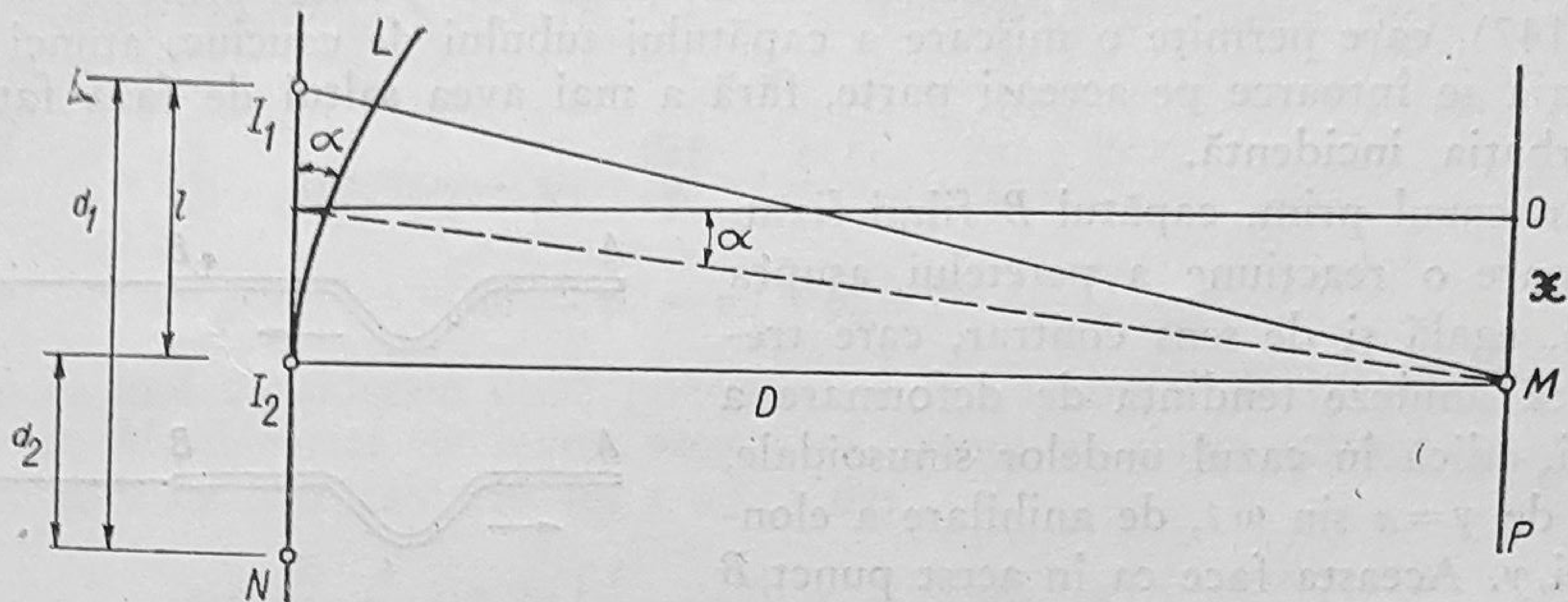


Fig. 150.

material considerat în acelaşi sens, adică în cazul nostru, pe direcţia perpendiculară pe suprafaţa apei liniştite. Astfel de oscilaţii-vibraţii care se compun sînt paralele (paralelismul se referă nu la paralelismul razelor, adică a direcţiilor de propagare, ci la paralelismul direcţiei după care acţionează asupra aceluiaşi punct material).

Vom cerceta starea de interferenţă produsă în trei cazuri, mai des întîlnite şi întrebuinţate în interferometrie. Fie I_1 şi I_2 izvoarele sincrone de unde armonice de aceeaşi lungime de undă λ, deci de aceeaşi frecvenţă $\nu=\frac{\omega}{2\pi}=$ $=\frac{1}{T}=\frac{c}{\lambda}$, care produc într-un punct oscilaţii de forma:

$$y=a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{\lambda}\right),$$

unde d este distanţa de la izvorul respectiv la punctul unde are loc suprapunerea undelor (fig. 150).

Într-un punct N luat pe dreapta $I_1 I_2$, care uneşte cele două izvoare, vor sosi undele care interferă:

$$y_1=a_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_1}{\lambda}\right)=a_1\cos(\omega t-\varphi_1) \tag{2-9}$$

$$y_2=a_2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_2}{\lambda}\right)=a_2\cos(\omega t-\varphi_2) \tag{2-10}$$

În punctul N, deci diferenţa lor de fază este

$$\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2=\frac{2\pi}{\lambda}(d_1-d_2)=\frac{2\pi\delta}{\lambda}, \tag{2-11}$$

unde δ este diferenţa de drum.

Vibraţia rezultantă este dată de

$$y=y_1+y_2=A\cos(\omega t-\varphi), \tag{2-12}$$

care duce la:

$$A^2=a_1^2+a_2^2+2\,a_1a_2\cos(\varphi_1-\varphi_2) \qquad (2\text{-}13)$$

şi

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2}. \qquad (2\text{-}14)$$

Deoarece intensitatea vibraţiei este $J\approx A^2$, atunci vom avea cazurile:

$$\Delta\varphi=2\pi k,\quad \delta=k\lambda,\quad A=a_1+a_2,$$

deci $J\approx(a_1+a_2)^2$ şi este maxim şi dacă şi $a_1=a_2=a$, atunci $A=2a$, deci $J\approx 4a^2$. k ia valorile $k=0, 1, 2, 3, \ldots$

$\Delta\varphi=(2k+1)\pi;\ \delta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$, deci $A=a_1-a_2$, adică $J\approx(a_1-a_2)^2$ şi este minim şi dacă $a_1=a_2=a$, atunci $A=0$, deci $J=0$, şi avem un minim nul.

În planul P, paralel cu dreapta $I_1\,I_2$ (fig. 150), vom avea de asemenea fenomene de interferenţă. Pentru punctul M, diferenţa de drum între undele care interferă pornind de la izvoarele I_1 şi I_2 este dată de

$$\delta=I_1M-I_2M=I_1L\approx l\cdot\sin\alpha\approx l\cdot\operatorname{tg}\alpha=l\cdot\frac{x}{D} \qquad (2\text{-}15)$$

(v. fig. 150).

Pentru punctul O, care se găseşte pe perpendiculara dusă din mijlocul segmentului $I_1\,I_2$, pe $I_1\,I_2$, $\delta_0=0$, deci vom avea un maxim de interferenţă. De o parte şi de alta vor apare minime şi apoi maxime de diferite ordine (după cum $k=1, 2, 3, \ldots$). Maximele vor apare pentru $\delta=k\lambda=\frac{lx_k}{D}$, deci pentru punctele M depărtate de O cu: $x_k=k\frac{\lambda D}{l}$. Distanţa dintre două maxime consecutive este numită *interfranja* şi este egală cu:

$$i=(k+1)\frac{\lambda D}{l}-k\frac{\lambda D}{l}=\frac{\lambda D}{l} \qquad (2\text{-}16)$$

şi, în aproximaţia admisă, este o constantă.

În planul P vor apare regiuni, fîşii luminoase şi întunecoase, liniare în regiunea plană din jurul punctului O, perpendiculare pe planul figurii şi care se numesc *franje de interferenţă*.

În lungul direcţiei Ox atît amplitudinea A cît şi $J=A^2$ vor varia, fiind funcţii de $\Delta\varphi$, dat de:

$$\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2=\frac{2\pi}{\lambda}(d_1-d_2)=$$

$$=\frac{2\pi}{\lambda}\delta=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{lx}{D}, \qquad (2\text{-}17)$$

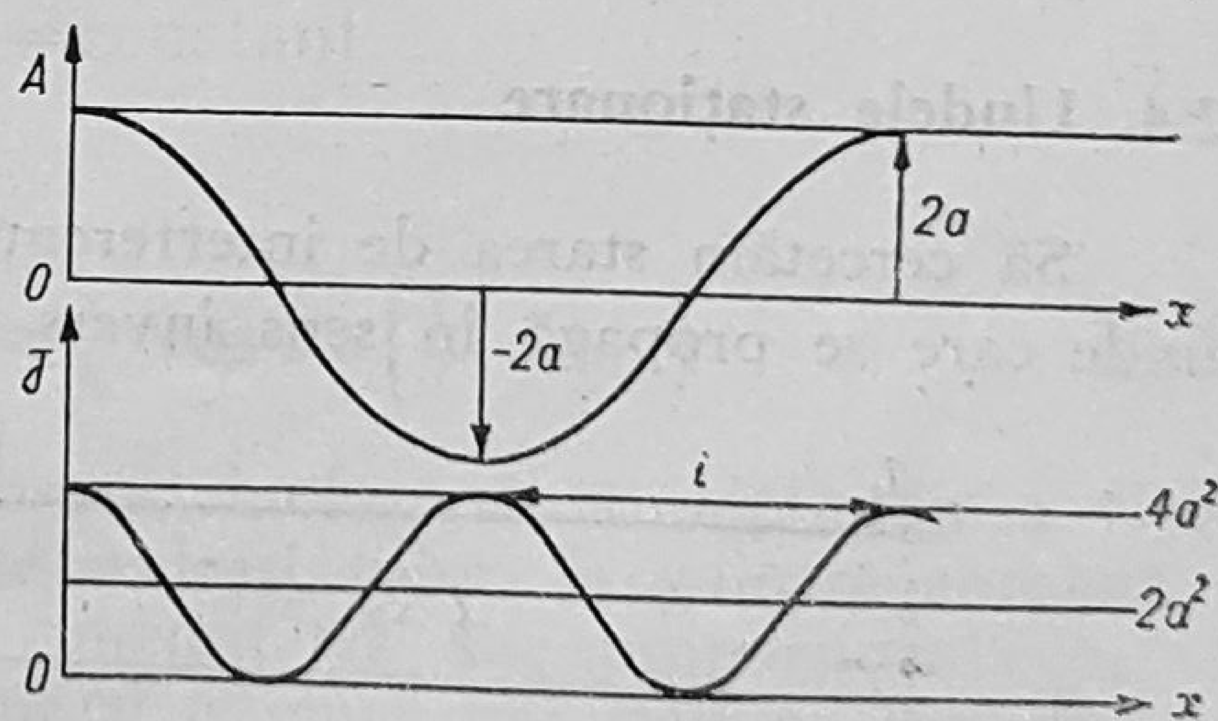


Fig. 151.

deci de x de unde:

$$J = A^2 = a^2 + a^2 + 2\,aa\cos\Delta\varphi = 2\,a^2\left(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{lx}{D}\right) =$$

$$= 4a^2\cos^2\pi\frac{lx}{\lambda D} = 4\,a^2\cos^2\pi\frac{x}{i}, \tag{2-18}$$

adică J va varia după o lege în $\cos^2$.

2.3. Construcţia grafică a lui Fresnel.

Construcţia grafică a lui Fresnel ne redă corect atît amplitudinea rezultantă cît şi faza oscilaţiei rezultante.

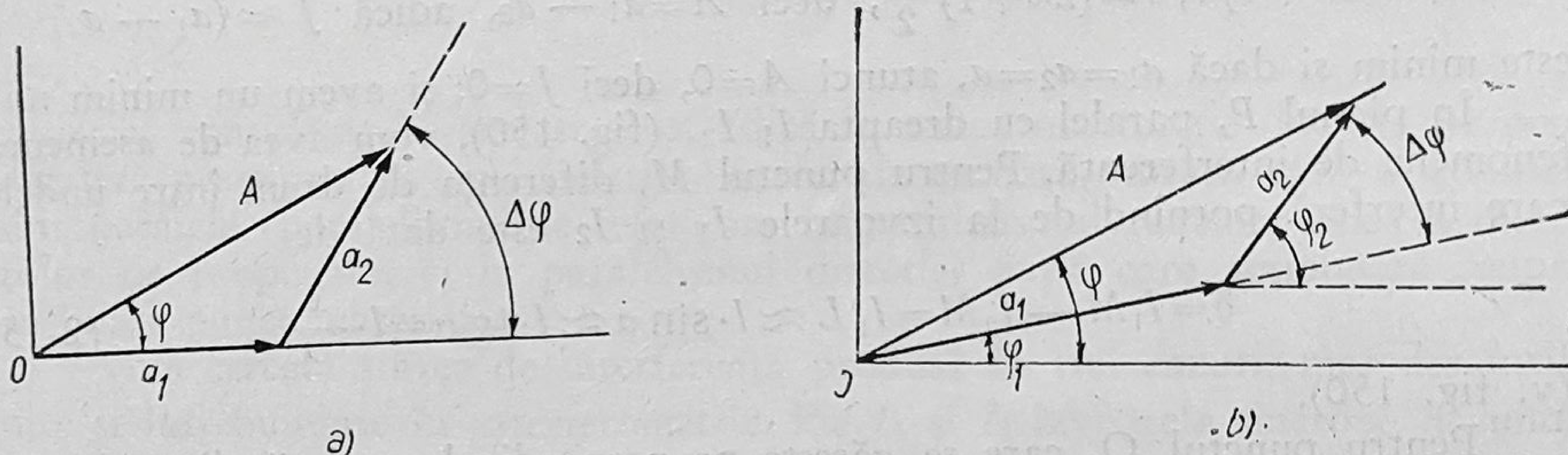


Fig. 152.

Se reprezintă cele două oscilaţii ca doi vectori care se compun (fig. 152). Amplitudinea rezultantă este diagonala în paralelogramul format de a_1 şi a_2, care fac unghiul $\Delta\varphi$ între ele, deci $A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2\,a_1 a_2\cos\Delta\varphi$. A are componentele pe cele două axe rectangulare, faţă de care socotim pe φ_1 şi φ_2:

$$A\cos\varphi = a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2 \text{ şi } A\sin\varphi = a_1\sin\varphi_1 + a^2\sin\varphi_2 \tag{2-19}$$

de unde:

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2}{a_2\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2}. \tag{2-20}$$

În acelaşi mod se tratează şi cazul compunerii mai multor oscilaţii de aceeaşi frecvenţă, cum vom întîlni cazuri în interferometrie şi difracţie.

2.4. Undele staţionare

Să cercetăm starea de interferenţă care apare între I_1 şi I_2, unde avem unde care se propagă în sens invers (fig. 153).

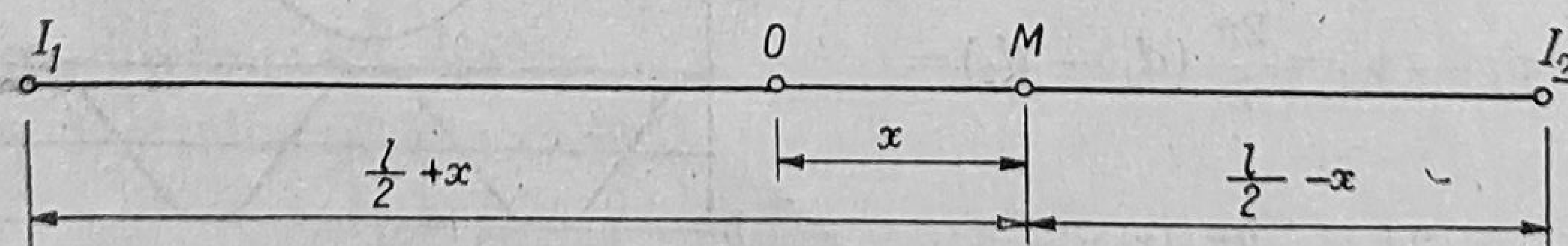


Fig. 153.

Într-un punct M așezat la distanța x de mijlocul O al segmentului $I_1 I_2$ vom avea oscilațiile:

$$y_1 = a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right) = a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\frac{l}{2}+x}{\lambda}\right) = a\cos(\omega t - \varphi_1) \qquad (2\text{-}21)$$

$$y_2 = a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right) = a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\frac{l}{2}-x}{\lambda}\right) = a\cos(\omega t - \varphi_2), \qquad (2\text{-}22)$$

de unde

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}+x\right) - \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}-x\right) = 4\pi\frac{x}{\lambda}. \qquad (2\text{-}23)$$

Pentru vibrația rezultantă în punctul M vom avea:

$$y = A\cos(\omega t - \varphi), \qquad (2\text{-}24)$$

unde

$$A^2 = 2a^2\left(1+\cos 4\pi\frac{x}{\lambda}\right) = 4a^2\cos^2 2\pi\frac{x}{\lambda} \qquad (2\text{-}25)$$

$$A = 2a\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} \qquad (2\text{-}26)$$

și deci variabila cu distanța x,

$$\text{iar } \operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}+x\right) + \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}+x\right) + \cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}-x\right)} = \frac{\sin\dfrac{\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}+x\right) + \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}-x\right)}{2}}{\cos\dfrac{\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}+x\right) + \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{l}{2}-x\right)}{2}} =$$

$$= \frac{\sin 2\pi\frac{l}{2\lambda}}{\cos 2\pi\frac{l}{2\lambda}} = \operatorname{tg} 2\pi\frac{l}{2\lambda} \qquad (2\text{-}27)$$

deci

$$\varphi = 2\pi\frac{l}{2\lambda} = \text{constant}, \qquad (2\text{-}28)$$

de unde:

$$y = y_1 + y_2 = 2a\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{2\lambda}\right), \qquad (2\text{-}29)$$

adică toate punctele dintre I_1 și I_2 vibrează în fază, însă amplitudinea vibrației variază periodic cu distanța și are aceleași valori în valoare absolută la distanța $\lambda/2$ dintre puncte. Deoarece intensitatea este proporțională cu A^2, atunci între I_1 și I_2 vor apare maxime și minime care stau pe loc, distanța

dintre două maxime consecutive (sau minime consecutive) fiind de $\lambda/2$. Aceste maxime se numesc *ventre* (v) şi minimile nule *noduri* (n), (fig. 154), tot sistemul constituind *unda staţionară*, numită astfel deoarece ea nu se propagă, ci este fixată între I_1 şi I_2.

Dacă distanţa l dintre izvoarele I_1 şi I_2 care oscilează concomitent, în fază, este un număr impar de $\lambda/2$, atunci unda care a pornit din I_1 va ajunge lîngă I_2 în opoziţie de fază de π, deci cu $\lambda/2$ faţă de unda care se formează

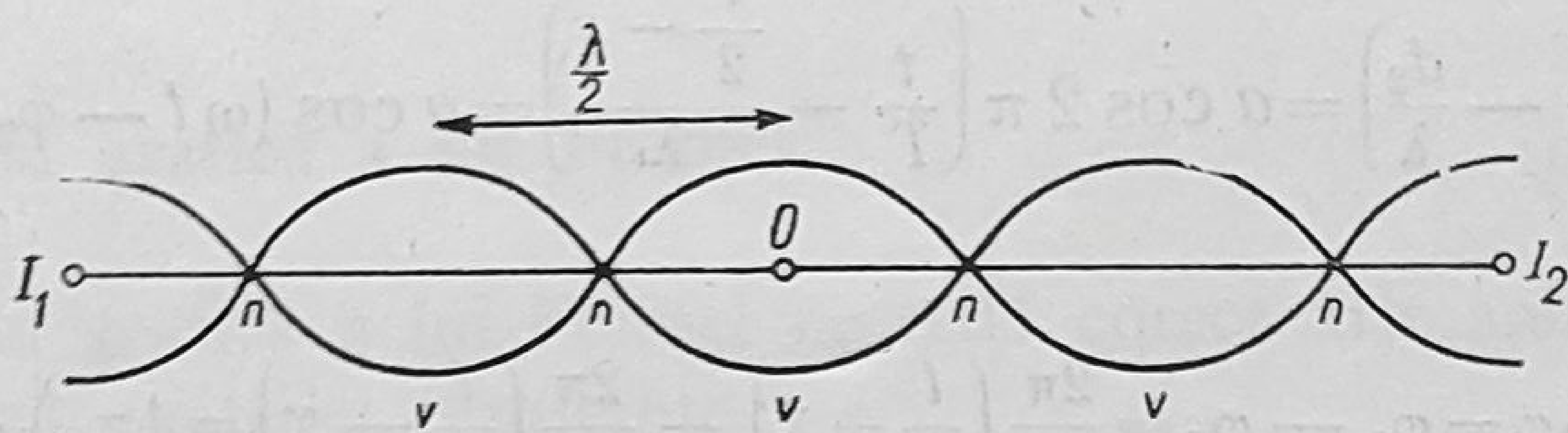


Fig. 154.

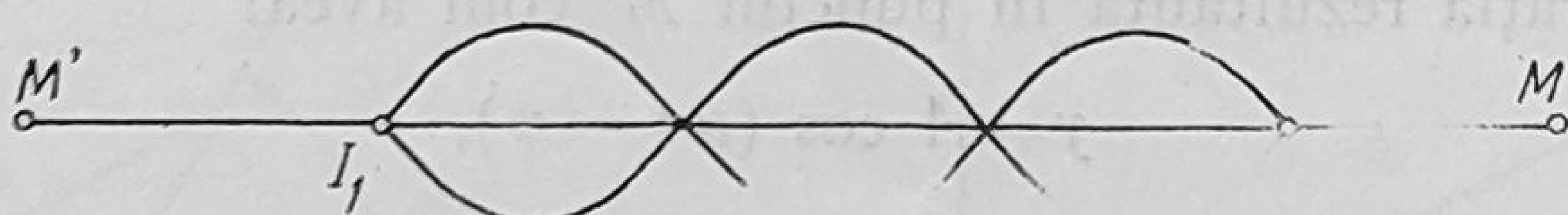


Fig. 155

în I_2 şi prin suprapunerea lor va da un minim nul. Urmează că foarte aproape de I_1 şi de I_2 se va forma cîte un nod. Vom avea aspectul de unde staţionare din figura 155.

Atunci în orice punct M (sau M') de pe dreapta $I_1\ I_2$ vom avea $\delta = d_1 - d_2 = l = (2\ k+1)\ \lambda/2$ şi deci de-a lungul segmentelor I_1M' şi I_2M va fi continuu un minim nul. Urmează ca toată energia oscilaţiei rezultante se va găsi concentrată între I_1 şi I_2 şi undele staţionare vor avea amplitudinea maximă.

Dacă $l = k\lambda$, atunci în punctul M (sau M'), $\delta = d_1 - d_2 = l = k\,\lambda$ şi deci vom avea continuu amplitudinea rezultantă maximă prin interferenţa celor două unde, $A^2 = 4a^2$ şi atunci toată energia emisă de cele două izvoare se va găsi disipată în afară, iar între I_1 şi I_2 nu se vor mai putea forma unde staţionare (fig. 156, *a*).

Pentru o distanţă oarecare, nu un multiplu întreg de λ sau de $\lambda/2$ (impar), vor apare şi unde staţionare şi unde în exterior de amplitudine mai mică (fig. 156, *b*).

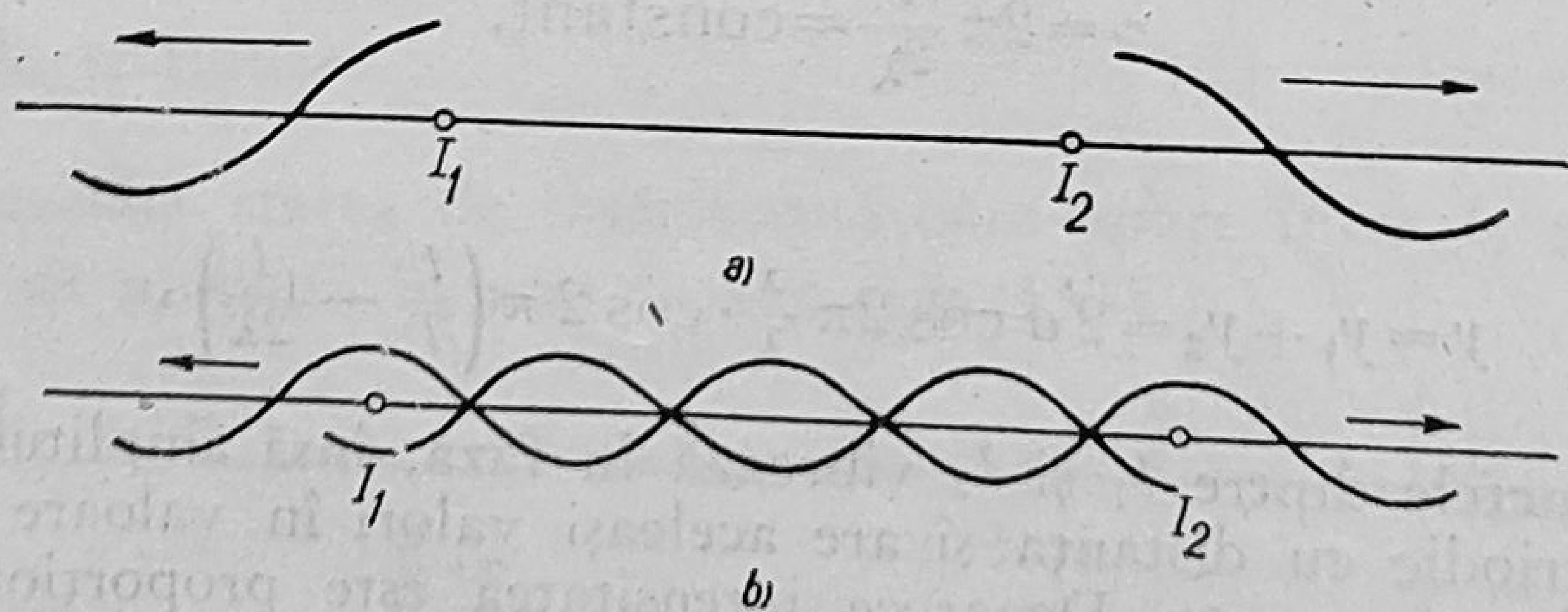


Fig. 156 *a*, *b*.

2.5. Undele staționare prin reflexie

Ele se produc prin suprapunerea undelor incidente cu undele reflectate. Dacă la suprafața de reflexie are loc saltul de fază de π, atunci în acest loc apare un nod, celelalte noduri formîndu-se la distanța de $\lambda/2$ unul față de

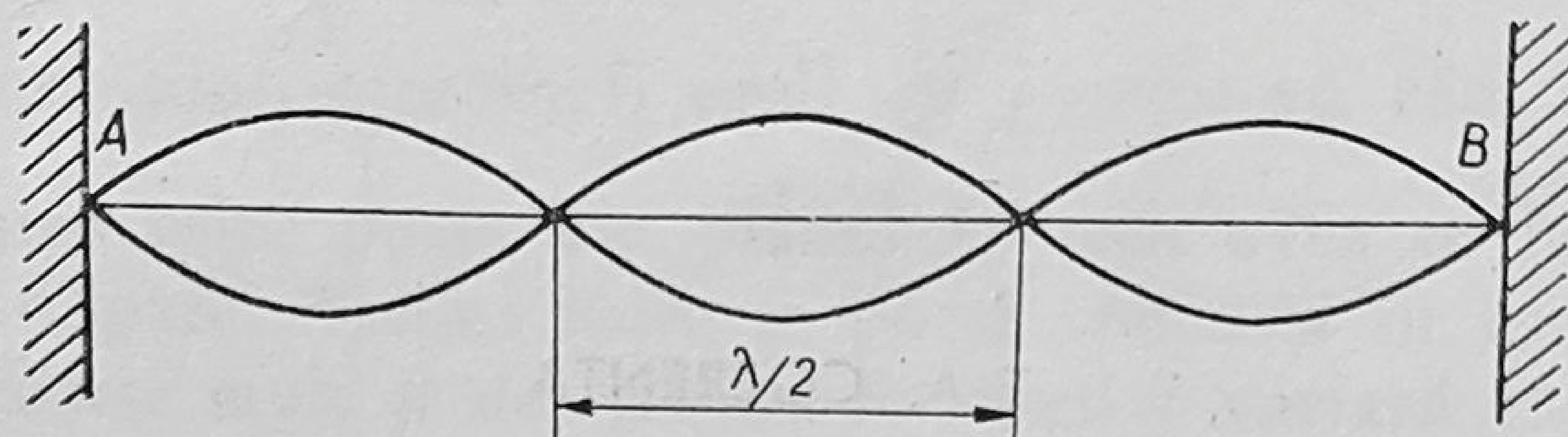


Fig. 157.

altul. În cazul cînd și capătul *A* al corzii este fixat ca și *B* de un perete rigid, atunci se va forma și aici un nod. Frecvențele oscilației corzii vor fi acelea (frecvențele proprii) pentru care lungimea corzii $l = k\frac{\lambda}{2}$.

Capitolul 3

INTERFERENŢA LUMINII

3-A. COERENŢA

În cele indicate la interferenţa undelor am presupus că cele două izvoare I_1 şi I_2 oscilează concomitent, în fază ($\varphi_0=0$), emit unde de aceeaşi lungime de undă λ, cu anumite amplitudini, sînt punctiforme şi emit unde tot timpul, continuu. Între undele care interferă există anumite relaţii constante în tot timpul, diferenţa de fază $\Delta\varphi$ constantă, amplitudini constante $\frac{A}{r_1}$ şi $\frac{A}{r_2}$ şi fenomenul de interferenţă se poate observa tot timpul. În aceste condiţii, izvoarele se zic că sînt *izvoare coerente* şi undele care interferă sînt *unde coerente*. Chiar dacă izvoarele nu oscilează concomitent ($\varphi_0=0$), dar păstrează între ele o diferenţă de fază constantă ($\varphi_0=ct$) în tot timpul, izvoarele rămîn mai departe coerente. Desigur că într-un punct, unde cercetăm starea de interferenţă, va apărea o diferenţă de fază φ_0 suplimentară constantă (de exemplu:

$$y_1=a_1 \cos(\omega t-\varphi_1);\quad y_2=a_2 \cos(\omega t-\varphi_2+\varphi_0)$$

şi deci $A^2=a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos(\varphi_1-\varphi_2+\varphi_0)$

şi $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{a_1\sin\varphi_1+a_2\sin(\varphi_2-\varphi_0)}{a_1\cos\varphi_1+a_2\cos(\varphi_2-\varphi_0)}$.

În cazul oscilaţiilor mecanice (acustice), aceste condiţii pot fi realizate uşor.

În optică, izvorul de lumină este atomul care emite o serie de vibraţii, circa 10^7 vibraţii, sub forma unui tren de unde timp de $\approx 10^{-8}$ s, a cărui lungime va fi de $ct\approx 3\cdot10^{10}$ x $10^{-8}\approx 300$ cm, tren de unde care se propagă în vid cu viteza c şi într-un mediu dat cu viteza $v=\frac{c}{n}$, iar vibraţiile se vor face într-un acelaşi plan (vor fi polarizate liniar). Un alt atom va emite şi el independent. În aceste condiţii, luînd doi atomi drept izvoarele I_1 şi I_2, vor apărea întreruperi fără legătură între ele, şi deci vibraţiile emise nu prezintă între ele o diferenţă de fază φ_0 constantă. În punctul M, unde cercetăm starea de interferenţă, receptorul de lumină sau ochiul observatorului, care are o inerţie în perceperea variaţiilor intensităţii luminoase, va observa intensitatea J în timpul τ, intervalul minim de observare a fenomenului, dată de:

$$J=\overline{A}^2=\frac{1}{\tau}\int_0^\tau A^2\,dt=a_1^2+a_2^2+2\,a_1\,a_2\,\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \cos\Delta\varphi\cdot dt \tag{3-1}$$

unde $\bar{A}$ este amplitudinea medie în intervalul τ şi $\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2+\varphi_0$. Cum $\varphi_1-\varphi_2$ este constant, datorită poziției geometrice fixe a izvoarelor I_1, I_2 şi punctul M, atunci valoarea lui J va depinde de φ_0. Dacă φ_0 este constant în timp, atunci $\cos\Delta\varphi$ devine o constantă şi iese de sub integrală şi recăpătăm relaţiile căpătate anterior. Dacă φ_0 se schimbă foarte des, de $\sim 10^{15}$ ori pe secundă, atunci J va căpăta valori foarte diferite în acest timp şi ochiul va percepe numai o medie a intensităţilor, care va fi egală cu $J=a_1^2+a_2^2$, căci $\int\limits_0^\infty \cos\Delta\varphi\cdot dt=0$, şi atunci pentru orice punct din planul P, vom avea o iluminare uniformă, franjele vor dispare. Acelaşi lucru se poate spune şi în cazul cînd izvoarele îşi schimbă foarte mult şi des poziţia lor, deci l variază rapid în timp, ceea ce atrage după sine o variaţie rapidă în $\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2$.

Izvoarele coerente se pot obţine în optică:

— prin formarea a două imagini ale aceluiaşi izvor luminos,

— prin întrebuinţarea izvorului şi a unei imagini ale sale.

3-B. FRANJE NELOCALIZATE. DISPOZITIVE INTERFERENȚIALE. APLICAȚII

3.1. Dispozitivul Young

Undele care pornesc de la izvorul I (fig. 158), ajung la ecranul E prevăzut cu două deschideri mici I_1 şi I_2 (cu diametrul de aproximativ de (0,1 mm), unde se propagă mai departe, ca şi cum I_1 şi I_2 ar fi izvoare elementare (principiul Huygens). Din suprapunerea undelor, I_1 şi I_2 fiind izvoare coerente, au loc fenomenele de interferenţă, pe care le observăm pe paravanul P; apar franje liniare echidistante perpendiculare pe planul figurii.

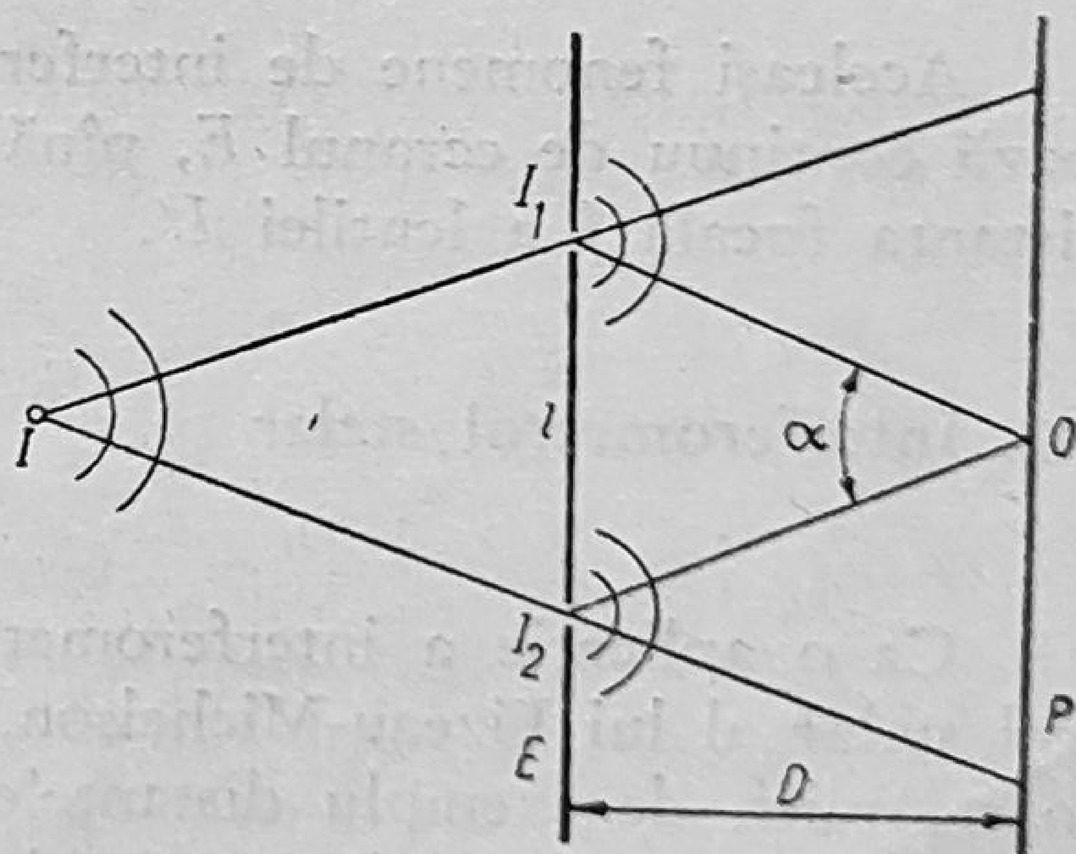


Fig. 158

3.2. Interferometrul Fraunhofer

Pentru a obţine o luminozitate mai mare, Fraunhofer formează cu ajutorul unei lentile L' imaginea lui I pe O, (fig.159). Franjele pot fi observate şi cu lupa L'', sistemul L' — L'' formînd o lunetă.

Dacă izvorul I se găseşte deplasat faţă de normala dusă din mijlocul lui I_1 I_2, atunci franja centrală O' este şi ea deplasată, poziţia ei fiind determinată de condiţia $I'I_1+I_1O'=I'I_2+I_2O'$.

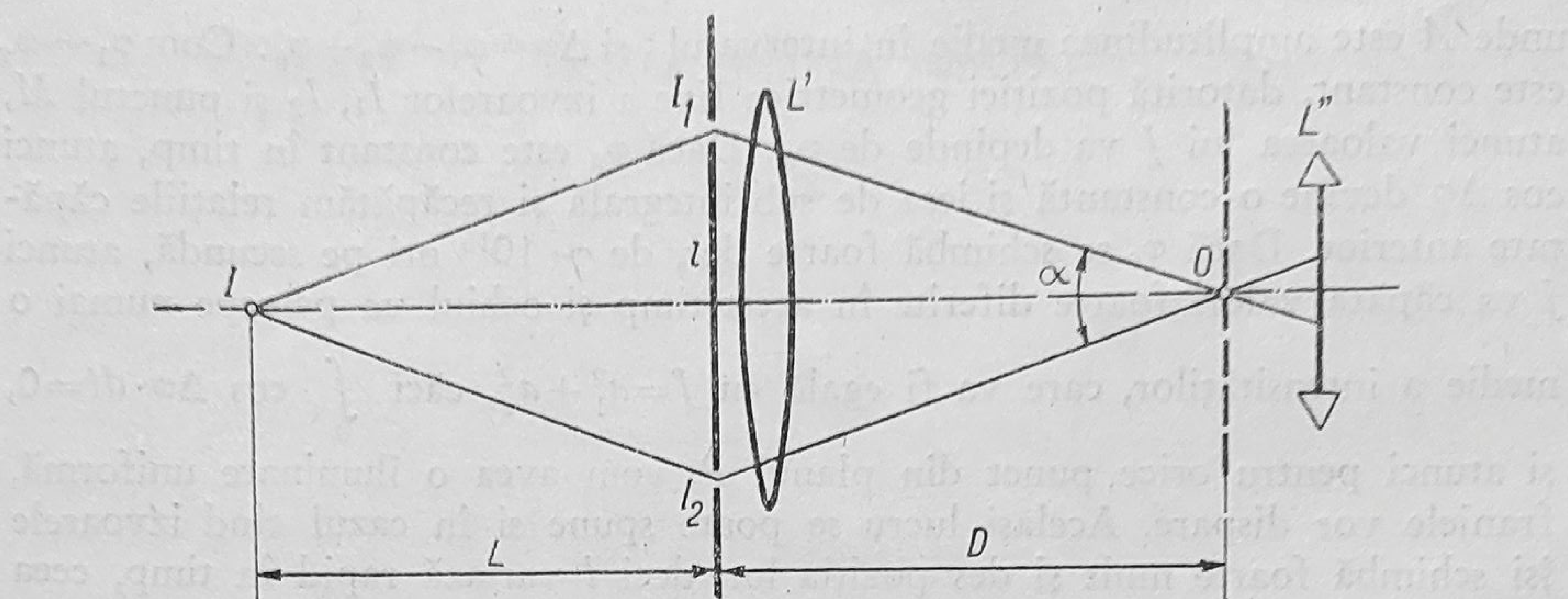


Fig. 159.

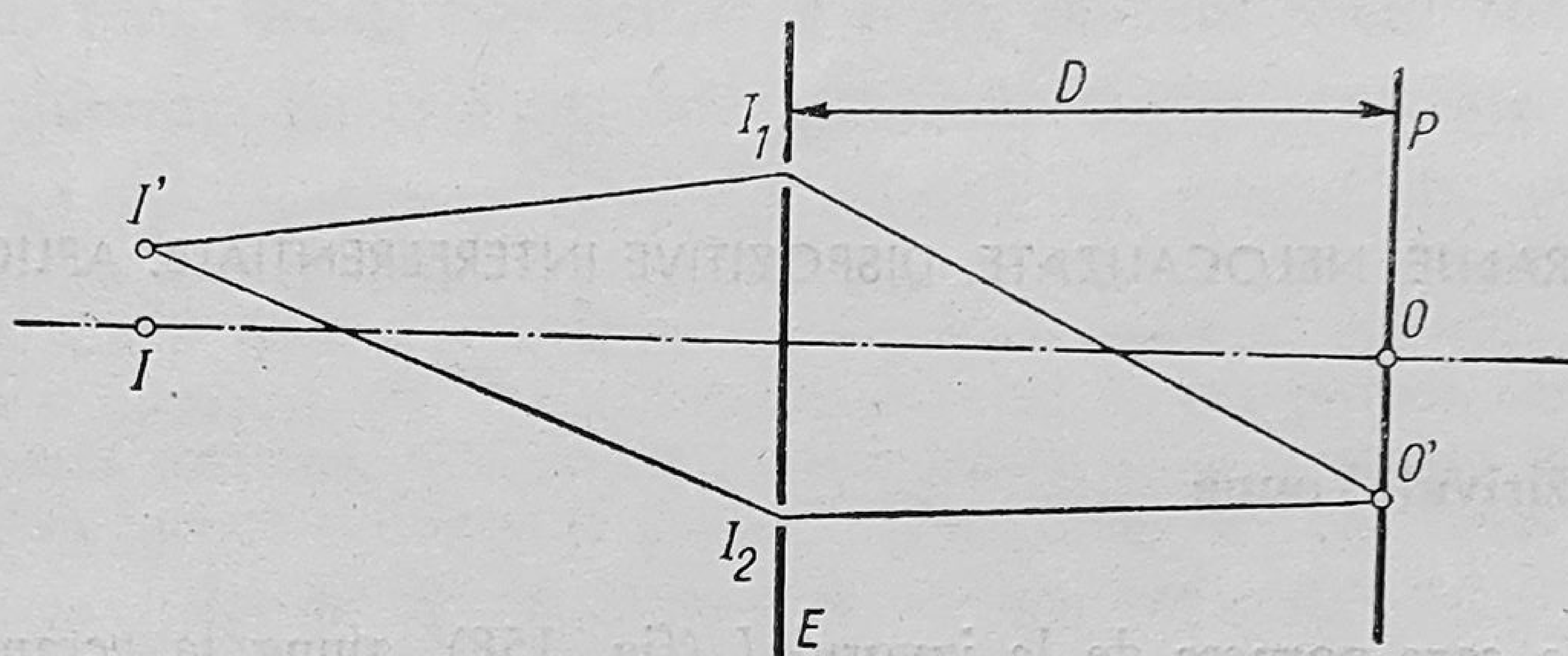


Fig. 160.

Aceleaşi fenomene de interferenţă le obţinem şi dacă I sau I' se depărtează continuu de ecranul E, pînă la infinit. În acest caz, distanţa D devine distanţa focală f a lentilei L'.

3.3. Interferometrul stelar

Ca o aplicaţie a interferometrului Young-Fraunhofer avem interferometrul stelar al lui Fizeau-Michelson, cu ajutorul căruia se pot măsura unghiuri foarte mici, de exemplu distanţele unghiulare ale stelelor.

Razele care pornesc de la două stele S şi S' fac unghiul θ cu centrul interferometrului (fig. 161).

Fiecare stea va produce (se lucrează cu lumină monocromatică) cîte un sistem de franje cu centrul în O, respectiv O′. La valori foarte mici ale lui l, interfranja i fiind mare, primele franje se vor întinde peste tot cîmpul interferenţial care este observat cu lupa. Mărind pe l, franjele se strîng (inter-

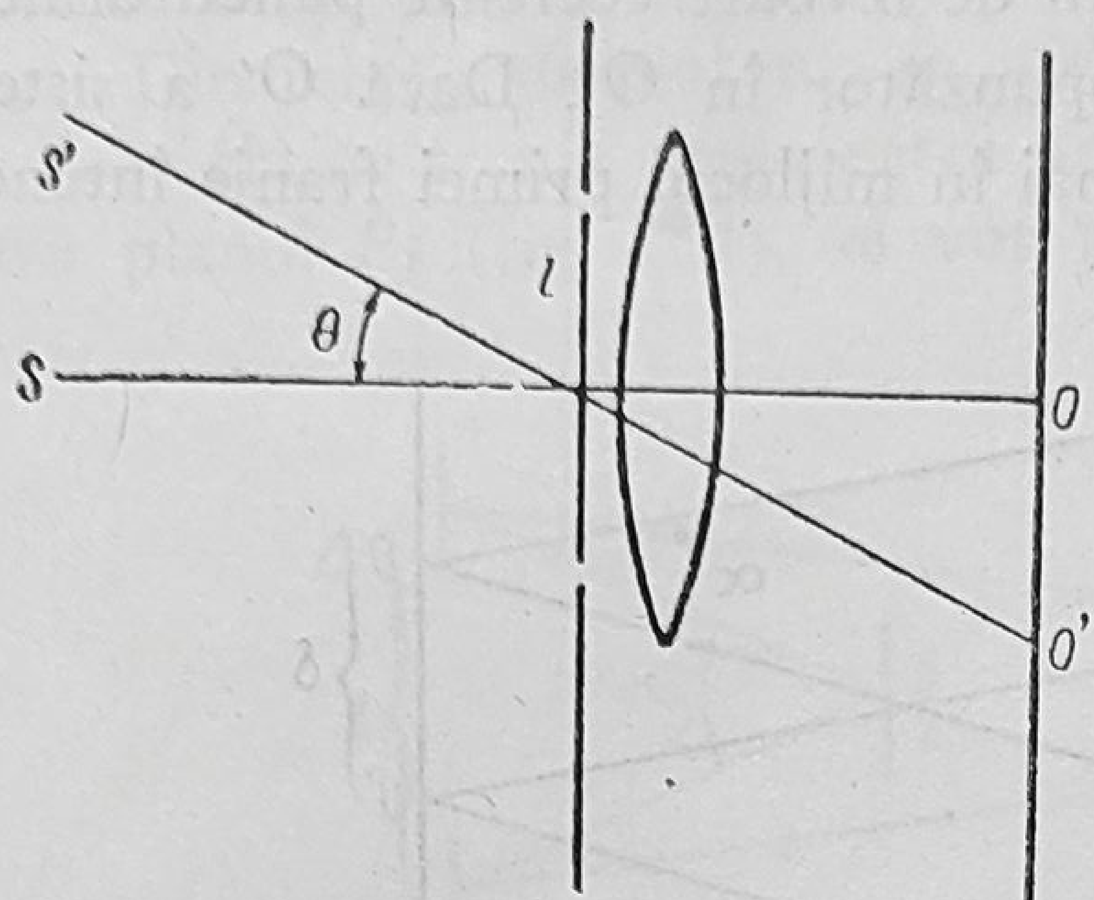


Fig. 161

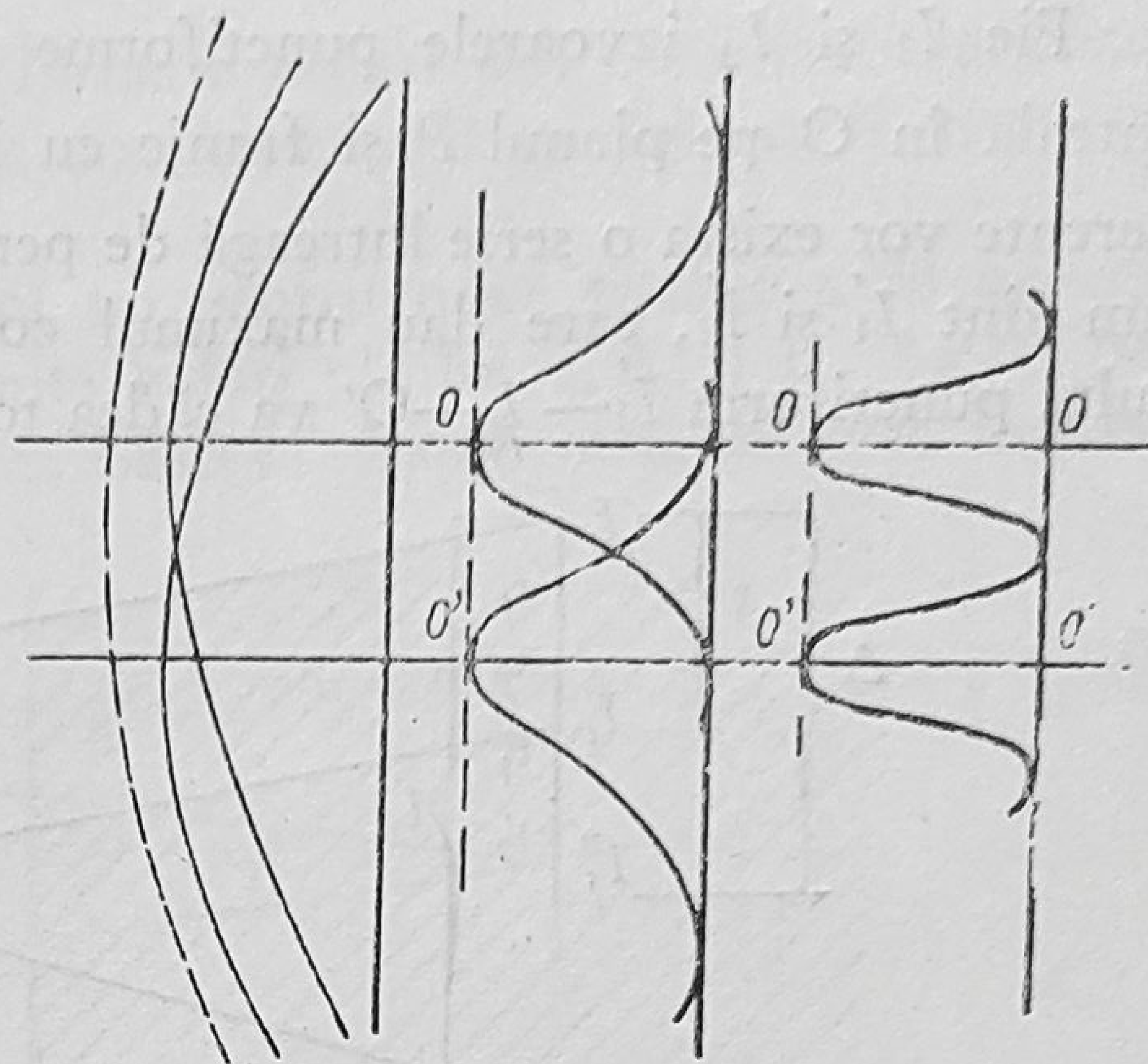


Fig 162.

franja i se micşorează) şi ele apar nete. Micşorînd din nou pe l, pentru valoarea l_0, franjele dispar, căci maximele unui sistem se suprapun peste minimele celuilalt (fig. 162). În acest caz, ţinînd seama de poziţia maximelor centrale, O şi O′ vom avea:

$$OO' = \frac{i}{2} = \frac{f\lambda}{2l_0}. \tag{3-2}$$

Ori din figură se vede că

$$\frac{\frac{i}{2}}{f} = \operatorname{tg}\theta \approx \theta, \tag{3-3}$$

de unde se obţine $\theta = \frac{\lambda}{2l_0}$. (3-4)

3.4. Localizarea franjelor

Franjele din cîmpul interferenţial vor fi nete, cînd izvoarele sînt punctiforme. A realiza izvoarele „punctiforme“ înseamnă de fapt a întrebuinţa izvoare de dimensiuni extrem de mici, mai mici decît λ, ceea ce din punct de vedere experimental e greu de realizat în optică, nu însă în mecanică, acustică, unde λ este mare. Întrebuinţarea însă a orificiilor, a diafragmelor sau a fantelor de dimensiuni foarte mici, reduce fluxul luminos şi, prin difracţie, acesta se împrăştie atît de mult prin trecerea lui prin fantă, încît iluminările produse pe planul P de interferenţă, cad sub limita de sensibilitate a ochiului sau a receptorului. De aceea se întrebuinţează fante mai largi, dar a căror lărgime să nu întreacă o anumită lărgime critică.

Fie I_1 şi I_2 izvoarele punctiforme coerente (fig. 163), care dau franja centrală în O pe planul P şi franje cu interfranja $i=\frac{\lambda D}{l}$. În izvoarele largi coerente vor exista o serie întreagă de perechi de izvoare coerente punctiforme, cum sînt I_1' şi I_2', care dau maximul corespunzător în O'. Dacă O' a sistemului punctiform I_1'— I_2'—O' va cădea tocmai în mijlocul primei franje întune-

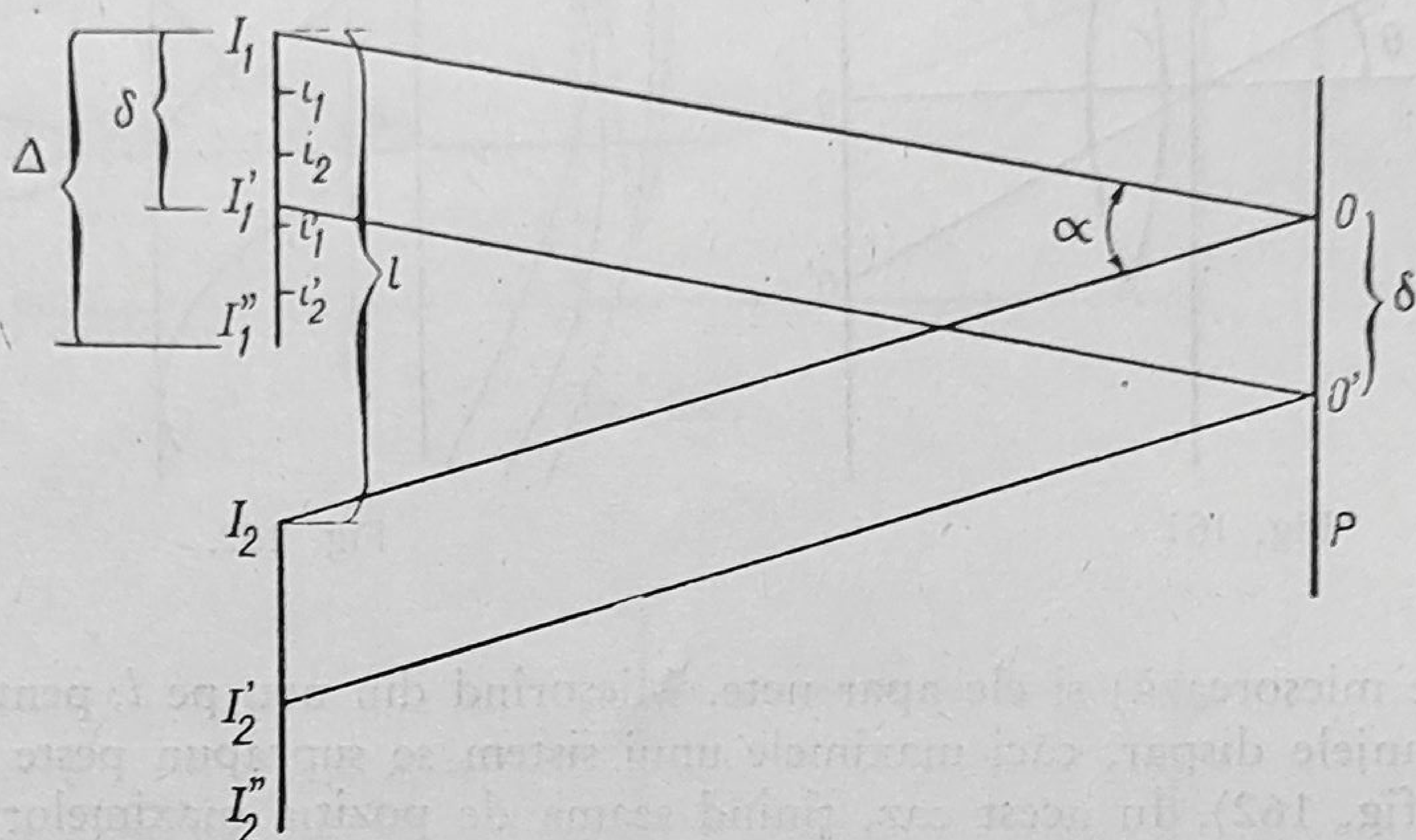


Fig. 163.

cate a sistemului $I_1 — I_2 —$ O, atunci pe P vom obţine o iluminare uniformă şi franjele vor dispare. Acest caz apare cînd $OO'=\frac{i}{2}$. Pentru a obţine totuşi franje nete şi destul de intense, se convine ca $OO'\leqslant\frac{i}{4}$. Cum din figură se observă că distanţa între izvoare este $I_1\ I_1'=I_2\ I_2'=\delta=OO'$, atunci δ (critic) $\leqslant\frac{i}{4}=\frac{D\lambda}{4l}$. Observăm că unghiul sub care interferă razele în punctul O (sau O'), unghiul de convergenţă al razelor este

$$\alpha=2\ \frac{\alpha}{2}\approx 2\ \mathrm{tg}\ \frac{\alpha}{2}=2\frac{l/2}{D}=\frac{l}{D}, \tag{3-5}$$

atunci

$$\delta\leqslant\frac{\lambda}{4}\frac{D}{l}=\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\alpha} \tag{3-6}$$

sau

$$4\,\alpha\,\delta\leqslant\lambda. \tag{3-7}$$

Dacă avem un izvor larg, atunci la fiecare punct de pe fantă, de exemplu $I_1, ... i_1, ... i_2, ... I_1' ...$ va exista punctul corespunzător, $I_1' ... i_1' ... i_2' ... I_1'' ...$ care vor da maxime ce se vor situa peste minimele primelor puncte. Se vede

deci că în cazul unei fante largi, nu formate numai din două izvoare punctiforme, fanta poate avea o dimensiune Δ critică egală cu 2δ critic din cazul precedent şi deci $2\alpha\Delta < \lambda$.

Din relaţia de mai sus se vede că nu pentru orice poziţie a planului P, se vor obţine franje nete pentru anumite valori ale lui λ, Δ şi α. Astfel pentru planul P_1 (fig. 164), se vor putea observa franje nete, căci se satisface

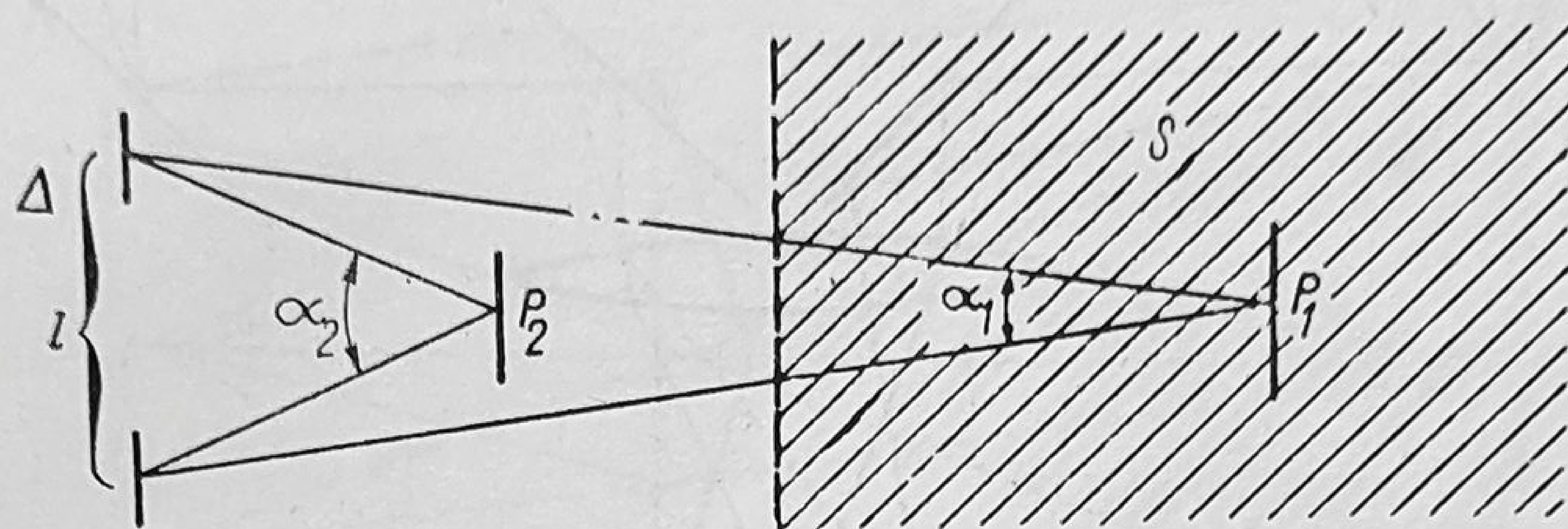


Fig. 164.

relaţia $2\alpha\Delta < \lambda$, pe cînd pentru planul P_2 franjele nu mai sînt nete, căci prin mărirea lui α, produsul $2\alpha\Delta$ depăşeşte valoarea lui λ. Franjele se vor observa net în regiunea haşurată a desenului, în spaţiul S, adică în acest caz se spune că franjele sînt localizate în spaţiul sau regiunea S. În dispozitivele interferenţiale se caută să se realizeze aceste condiţii.

Ca izvor de lumină se întrebuinţează de cele mai multe ori în loc de un izvor „punctiform“ greu de realizat experimental, un izvor „filiform“ rectiliniar sub forma unei deschideri dreptunghiulare înguste, numită şi fantă dreptunghiulară şi de la care pornesc unde cilindrice. Cu această fantă aşezată normal pe planul figurii se obţin franje liniare paralele cu fanta. Fanta poate fi reglabilă în grosime şi deci şi iluminarea cîmpului de interferenţă poate fi făcută mai mult sau mai puţin intensă.

Ca aplicaţie la cele indicate pînă acum a vom arăta cum se poate determina şi diametrul unghiular al unei stele. După cum am arătat la fanta largă, prima dispariţie a franjelor apare cînd lărgimea fantei Δ devine egală cu $\Delta = 2\delta = 2.OO' = i$.

În acest caz, la interferometrul stelar se variază l pînă la prima dispariţie a franjelor, care se observă că brăzdează imaginea stelei. În acest caz

$$i = \frac{\lambda f}{l_0} \tag{3-8}$$

şi

$$\frac{i}{f} = \theta = \frac{\lambda}{l_0}. \tag{3-9}$$

Dacă steaua are un diametru unghiular foarte mic sub $\theta = 0{,}047''$, atunci OO' este foarte mic şi pentru obţinerea dispariţiei franjelor va trebui să

avem un l_0 mare. Cel mai mare telescop are un diametru de 5 m. Pentru a mări totuşi pe l_0, Michelson a întrebuinţat un sistem de oglinzi plane receptoare ale razelor de lumină după cum se vede în figura 165, putînd ajunge cu l_0 pînă la 18 m, cînd a putut determina unghiuri de 0,001″.

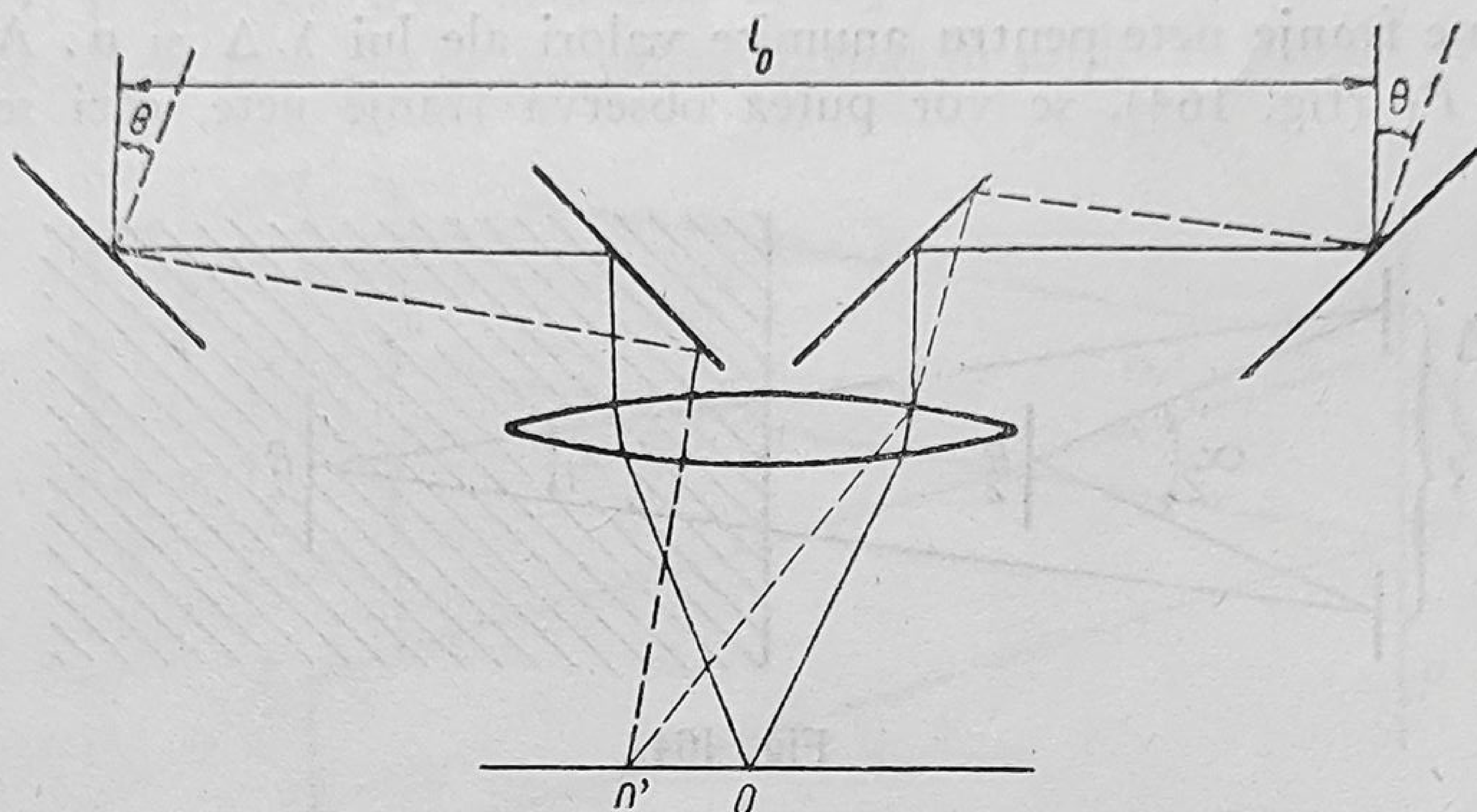


Fig 165

3.5. Oglinzile lui Fresnel

Sînt două oglinzi plane (fig. 166), care fac unghiul mic φ între ele şi în care se formează cele două imagini I_1 şi I_2 ale izvorului I (poate fi o fantă, paralelă cu muchia M comună a oglinzilor plane). Franjele pot fi prinse pe ecranul P aşezat la distanţa D_0 de muchia M a oglinzilor. Izvorul I şi imaginile lui I_1 şi I_2 se găsesc la o distanţă r de această muchie M. Interfranja este dată de

$$i=\frac{\lambda D}{l}=\frac{\lambda(D_0+r)}{2\varphi r}.$$

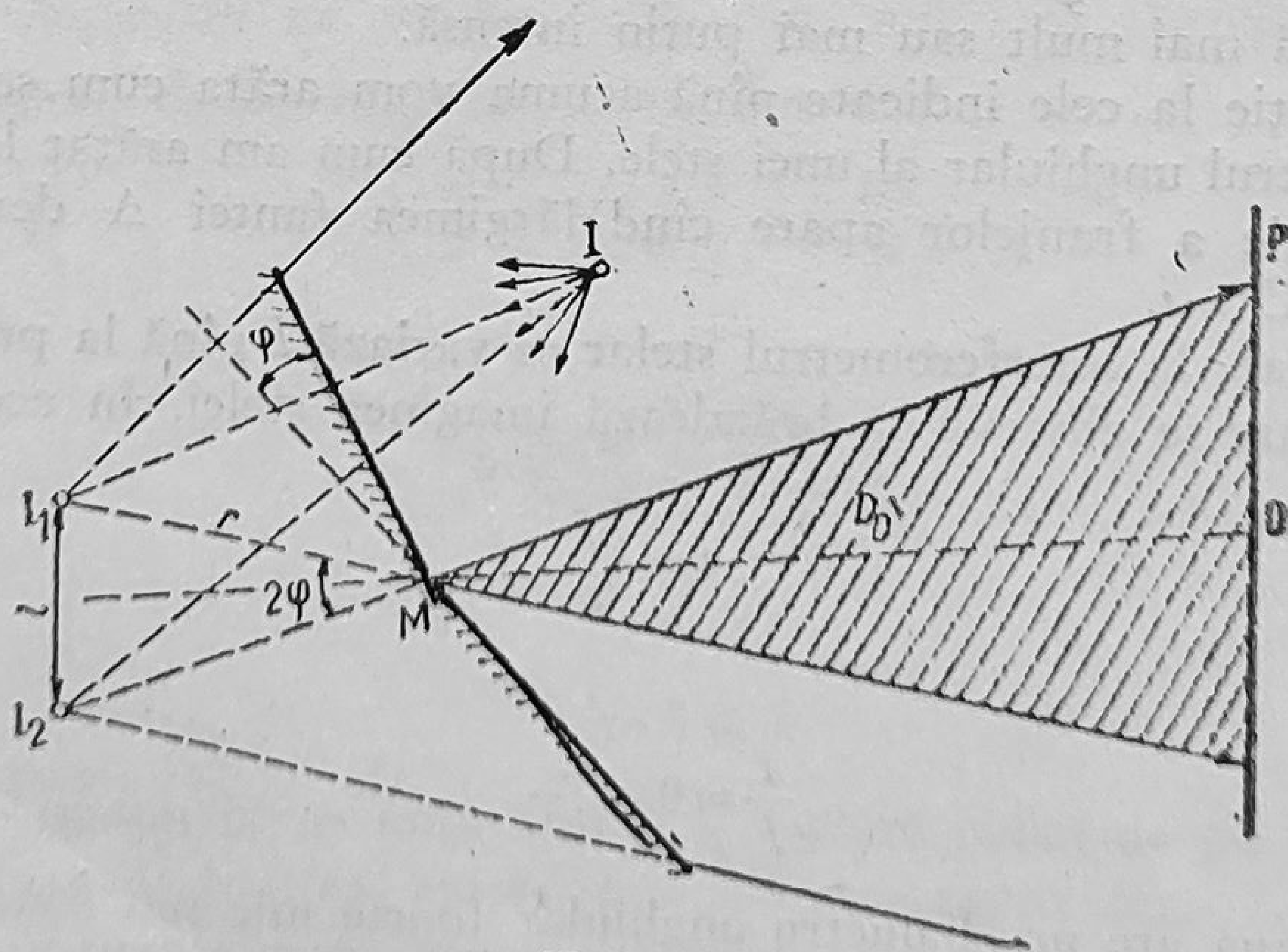


Fig. 166

3.6. Biprisma Fresnel

Biprisma Fresnel folosește imaginile virtuale I_1 și I_2 ale lui I formate de o biprismă ca în figura 167.

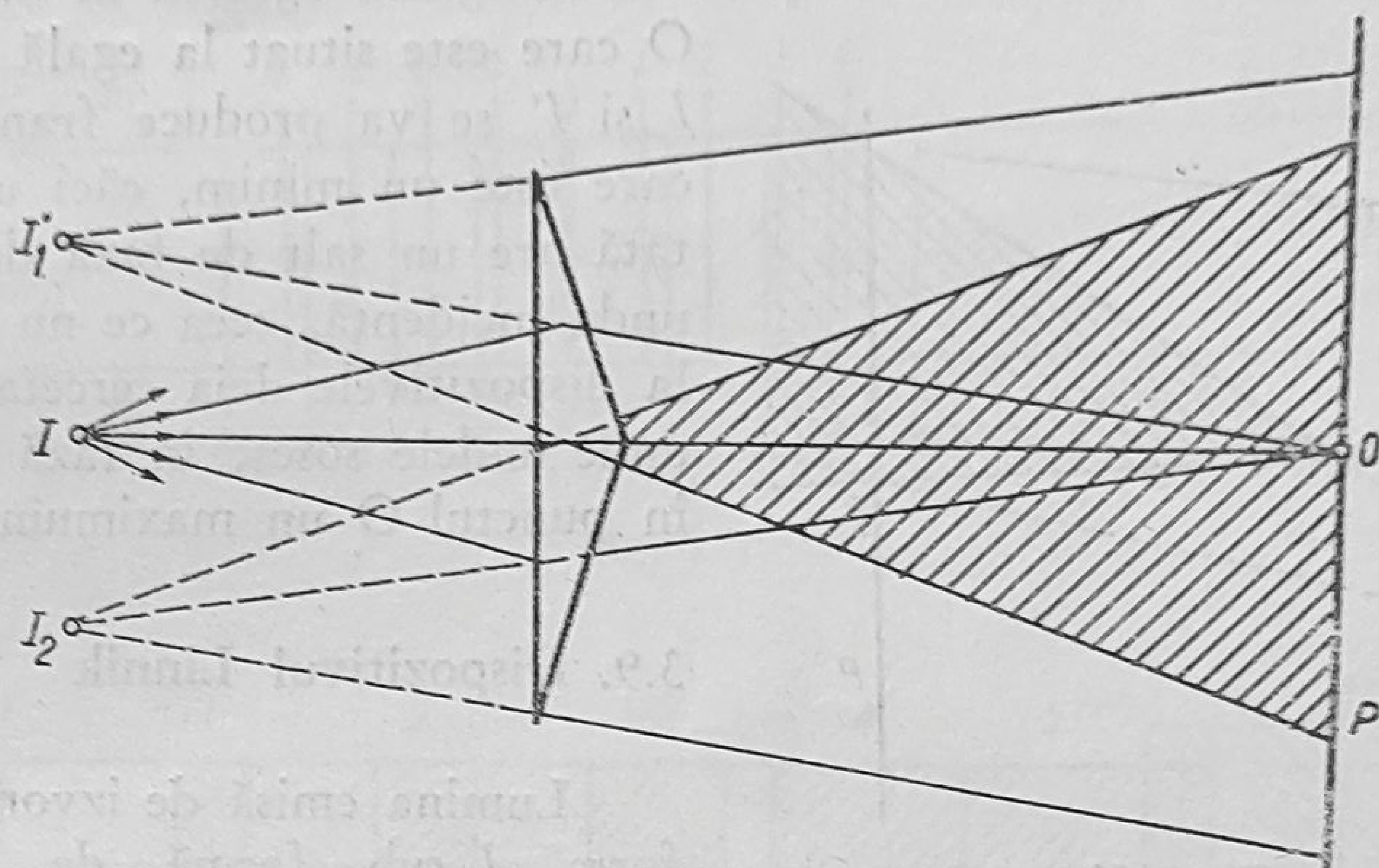


Fig. 167.

3.7. Bilentilele Billet

Bilentilele lui Billet, o lentilă tăiată în două și puțin înclinate una față de alta, dau două imagini reale I_1 și I_2 ale unei fante I, ceea ce permite măsurarea directă a distanțelor l și D cu ajutorul cărora se poate afla λ, măsurîndu-se i.

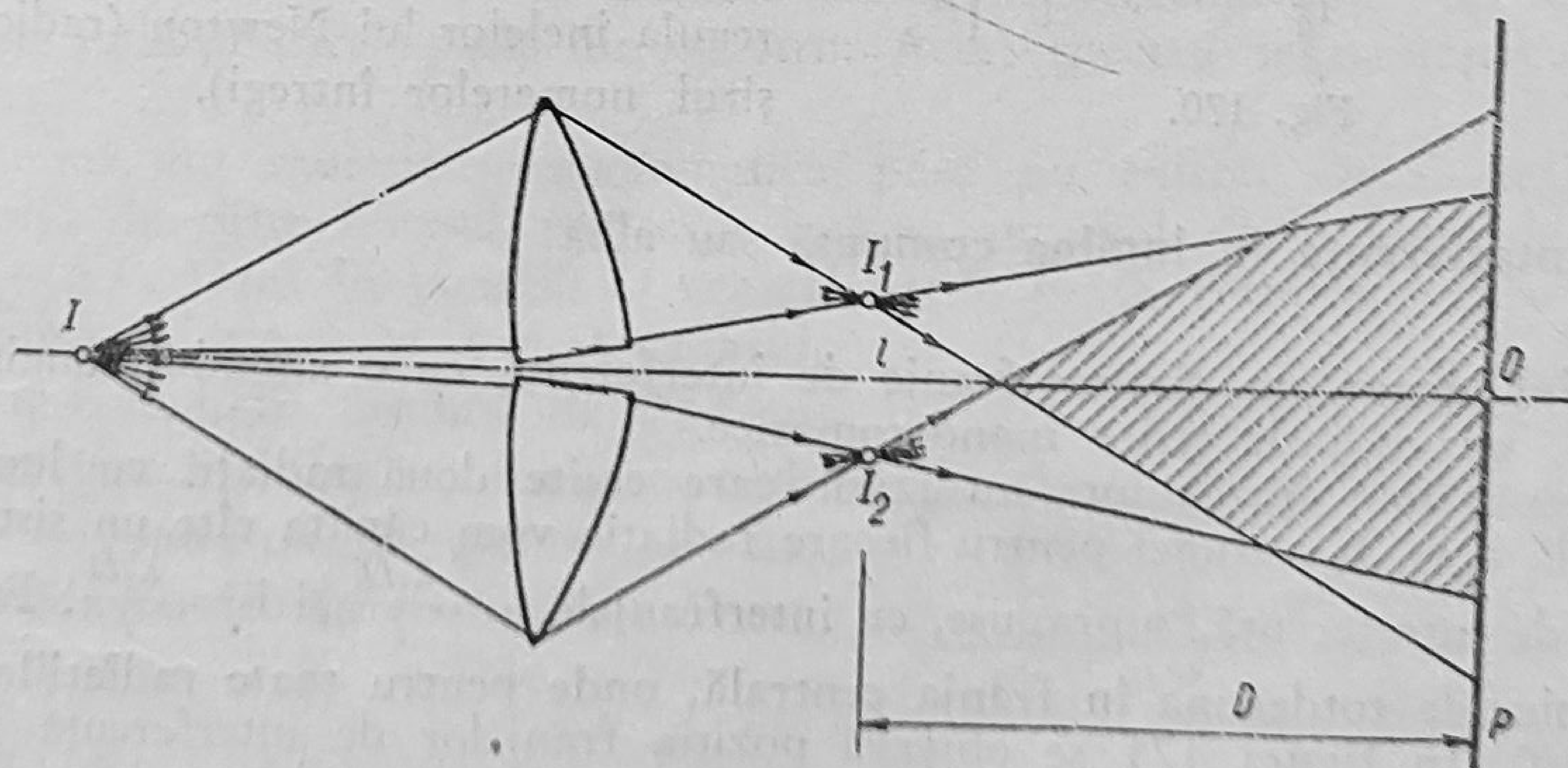


Fig. 168.

3.8. Oglinda lui Lloyd

Se obţin franje de interferenţă datorite interferenţelor între razele provenite direct de la izvorul I şi cele reflectate, care provin de la imaginea viruală I', (fig. 169). Un ecran e aşezat la marginea oglinzii în P. În punctul O care este situat la egală distanţă de I şi I' se va produce franja centrală, care este un minim, căci unda reflectată are un salt de fază de π faţă de unda incidentă, ceea ce nu se întîmplă la dispozitivele deja cercetate anterior, unde undele sosesc în fază şi dau deci în punctul O un maximum.

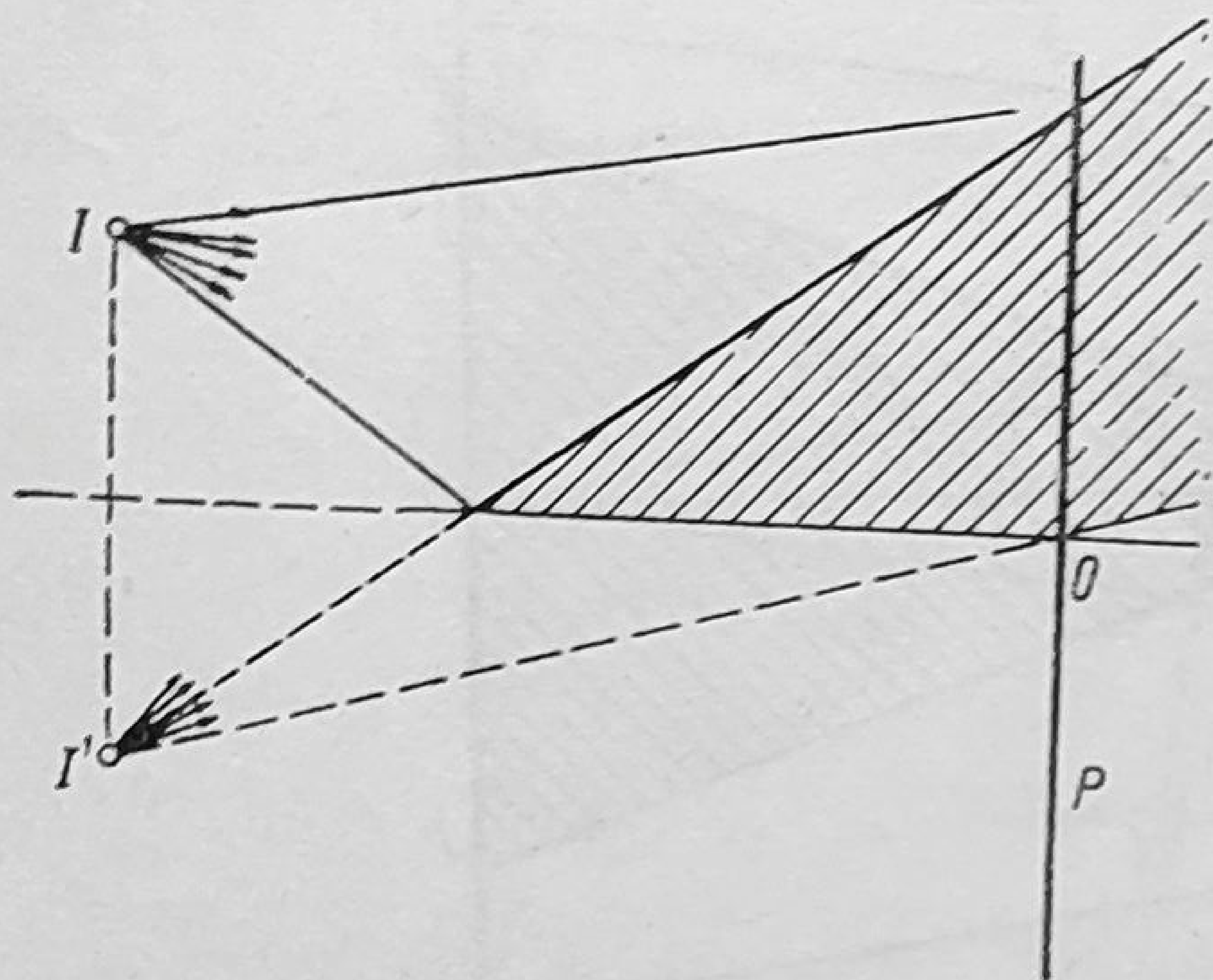


Fig. 169.

3.9. Dispozitivul Linnik

Lumina emisă de izvorul „punctiform" I sub formă de unde AB, (fig. 170), trece prin lama semitransparentă E care are însă şi o deschidere I', care devine conform principiului lui Huygens, un izvor de unde $A'B'$. Aceste unde AB şi $A'B'$ sînt coerente, interferă şi dau pe ecranul P un sistem de franje circulare concentrice cu punctul Q. Dacă I şi I' sînt fante paralele, atunci şi franjele sînt liniare drepte. Razele franjelor, ca şi distanţele faţă de direcţia O a franjelor liniare, urmează regula inelelor lui Newton (radical din şirul numerelor întregi).

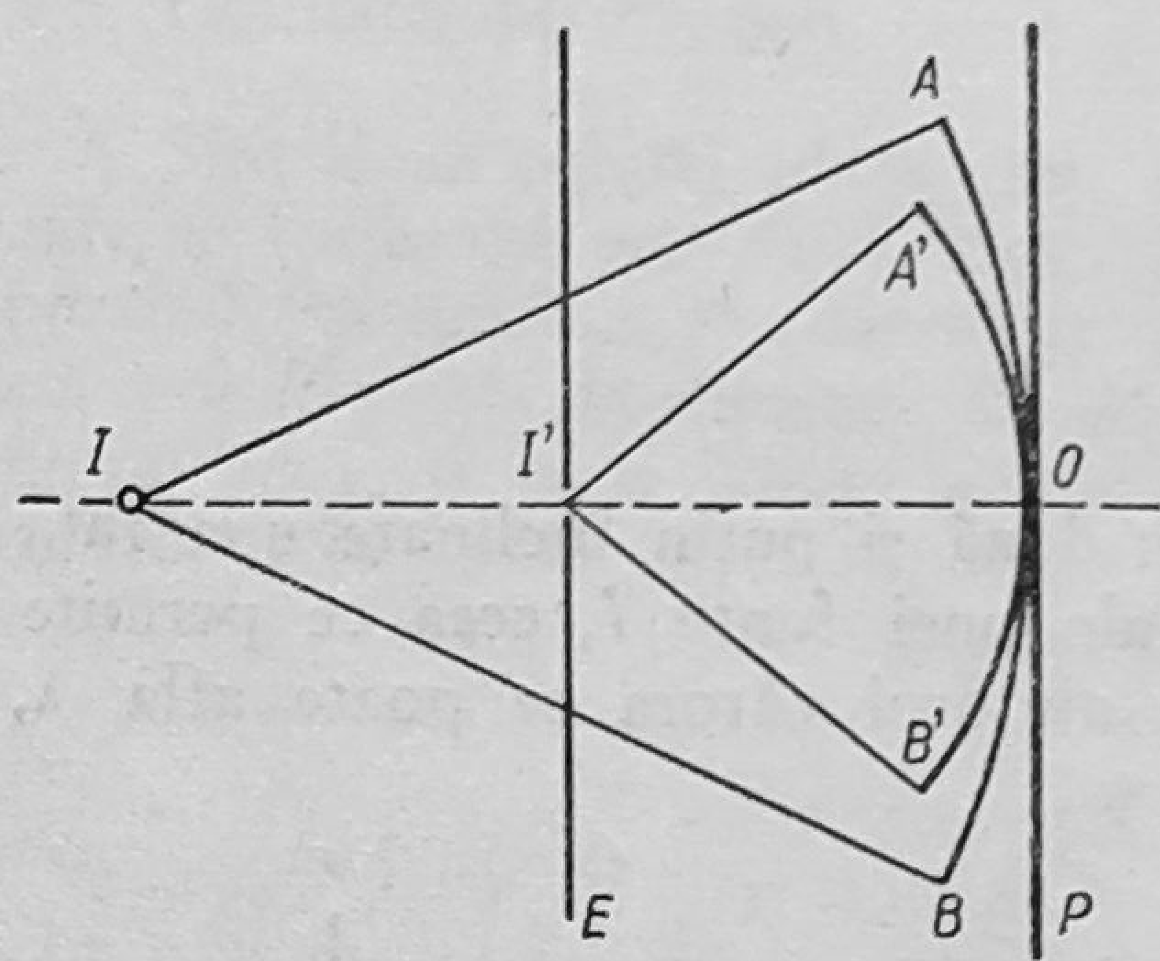


Fig. 170.

3.10. Interferenţa în lumina compusă sau albă

Pînă acum am obţinut franje de interferenţă cu o anumită lungime de undă λ, cu radiaţii strict monocromatice.

Dacă vom întrebuinţa un izvor care emite două radiaţii cu lungimile de undă λ_1 şi λ_2, atunci pentru fiecare radiaţie vom căpăta cîte un sistem de franje de interferenţă, suprapuse, cu interfranjele $i_1 = \frac{\lambda_1 D}{l}$ şi $i_2 = \frac{\lambda_2 D}{l}$. Franjele vor coincide totdeauna în franja centrală, unde pentru toate radiaţiile $d_1 - d_2 = 0$. În figura 171 se observă poziţia franjelor de interferenţă pentru $\lambda_1 < \lambda_2$.

Dacă însă vom întrebuința lumina albă, care conține în vizibil, în mod continuu, radiații de la λ_2 (roșu) $\approx$ 0,76 μ la λ_1 (violet) $\approx$ 0,40 μ atunci în O vom avea o franjă albă, de o parte și de alta cîte o franjă întunecoasă, pentru ca apoi să apară franje late colorate începînd cu violet și terminînd cu roșu. Aceste franje colorate se lărgesc cu cît ordinul de interferență k

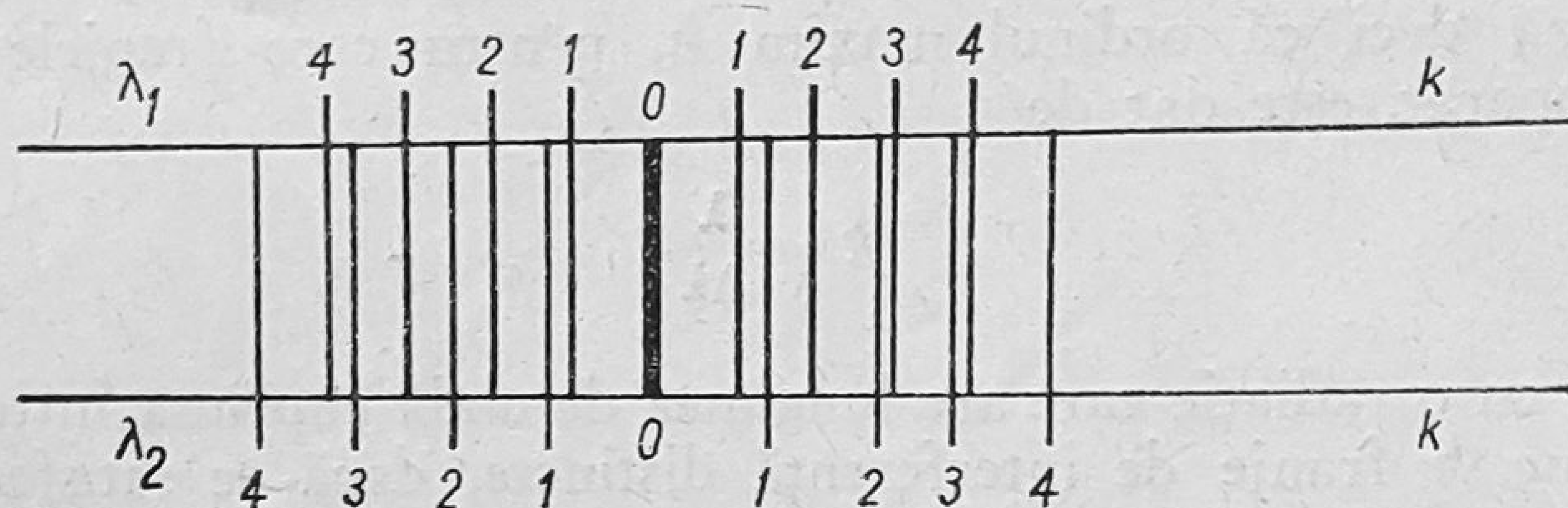


Fig. 171.

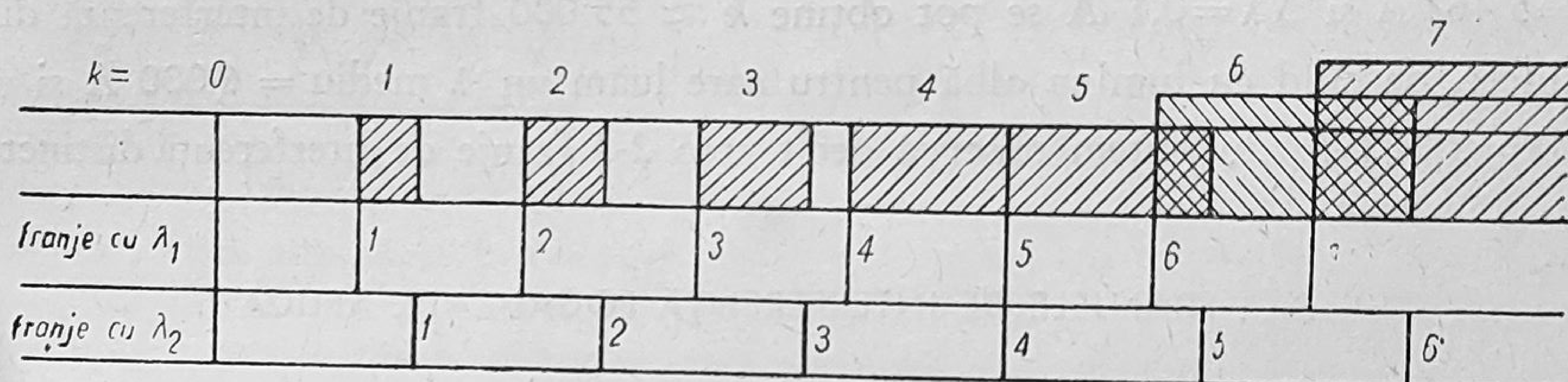


Fig. 172.

crește (v. fig. 172) și ajung ca la valori mare ale lui k, să se suprapună între ele. Această suprapunere duce la apariția unei colorații albe pentru ochi, *alb de ordin superior*. O fîșie îngustă din această regiune a albului de ordin superior paralelă cu franja centrală din O, studiată la spectroscop, arată apariția unei spectru alb, radiații de la roșu la violet, brăzdat cu dungi negre, caneluri, care corespund la minimele de interferentă din acel loc pentru acele radiații care lipsesc din spectru. Acest spectru se numește *spectru canelat*.

Lumină sau radiație monocromatică pură nu există. Orice radiațiune este emisă de către izvorul respectiv într-un interval de lungimi de undă λ și $\lambda + \Delta\lambda$. Dacă în punctul O central, unde $k=0$, franjele pentru intervalul cuprins între λ și $\lambda + \Delta\lambda$ coincid, atunci la o anumită distanță de O, franjele lățindu-se, se ajunge ca franja de ordinul k de interferență pentru $(\lambda + \Delta\lambda)$, să coincidă cu franja de ordinul $(k+1)$ pentru λ (fig. 173), adică:

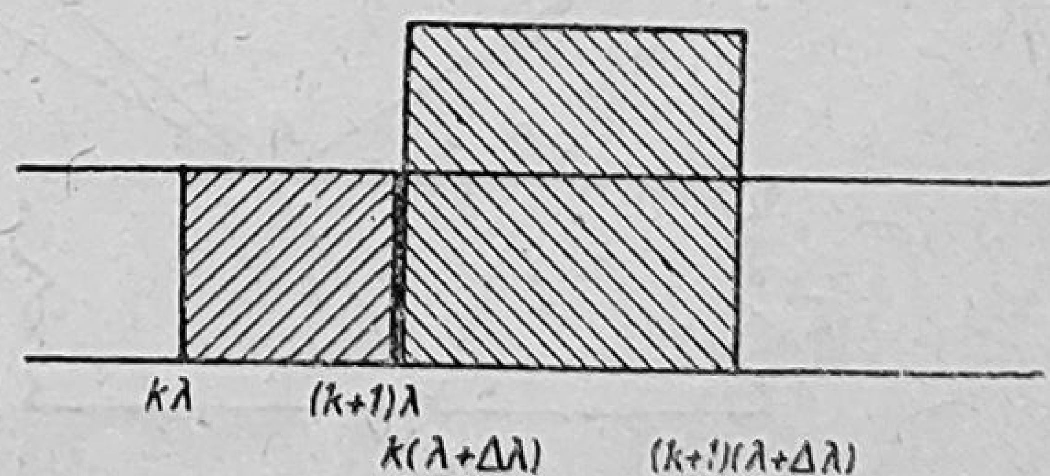


Fig. 173

$$d_1 - d_2 = k(\lambda + \Delta\lambda) = (k+1)\lambda. \quad (3.11)$$

De aici deducem relaţia:

$$k\lambda + k\cdot\Delta\lambda = k\lambda + \lambda,$$

adică,

$$k\cdot\Delta\lambda = \lambda. \qquad (3\text{-}12)$$

Urmează deci că ordinul maxim k, pentru care franjele încă pot fi observate separat, este dat de

$$k = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \qquad (3\text{-}13)$$

Invers, cu o radiaţie care are lungimea de undă cuprinsă între λ şi $\lambda+\Delta\lambda$ putem obţine k franje de interferenţă distincte, dacă se satisface relaţia de mai sus.

Astfel cu radiaţia „monocromatică" verde a mercurului care are $\lambda = 5\,461$ Å şi $\Delta\lambda = 0{,}1$ Å se pot obţine $k \approx 55\,000$ franje de interferenţă distincte, pe cînd cu lumina albă pentru care luăm un λ mediu $= 6\,000$ Å şi un $\Delta\lambda = 3\,000$ Å, nu putem observa decît vreo 2-3 franje de interferenţă distincte.

3-C. FRANJELE DE INTERFERENŢĂ LOCALIZATE. APLICAŢII

3.11. Generalităţi

În dispozitivele lui Young, Fresnel etc., franjele se găseau, atunci cînd izvorul era de dimensiuni mici, răspîndite în tot spaţiul, nelocalizate, adică nu se observau numai într-un anumit loc.

Prin iluminarea însă a unei pelicule, un strat subţire de ulei întins pe apă, a băşicilor de săpun, a straturilor subţiri de oxizi de pe o lamă de oţel etc., se observă coloraţii în lumina albă şi franje luminoase şi întunecoase în lumina monocromatică. Aceste franje se observă pe lama însăşi şi de aceea li se spun *franje localizate* (pe lamă).

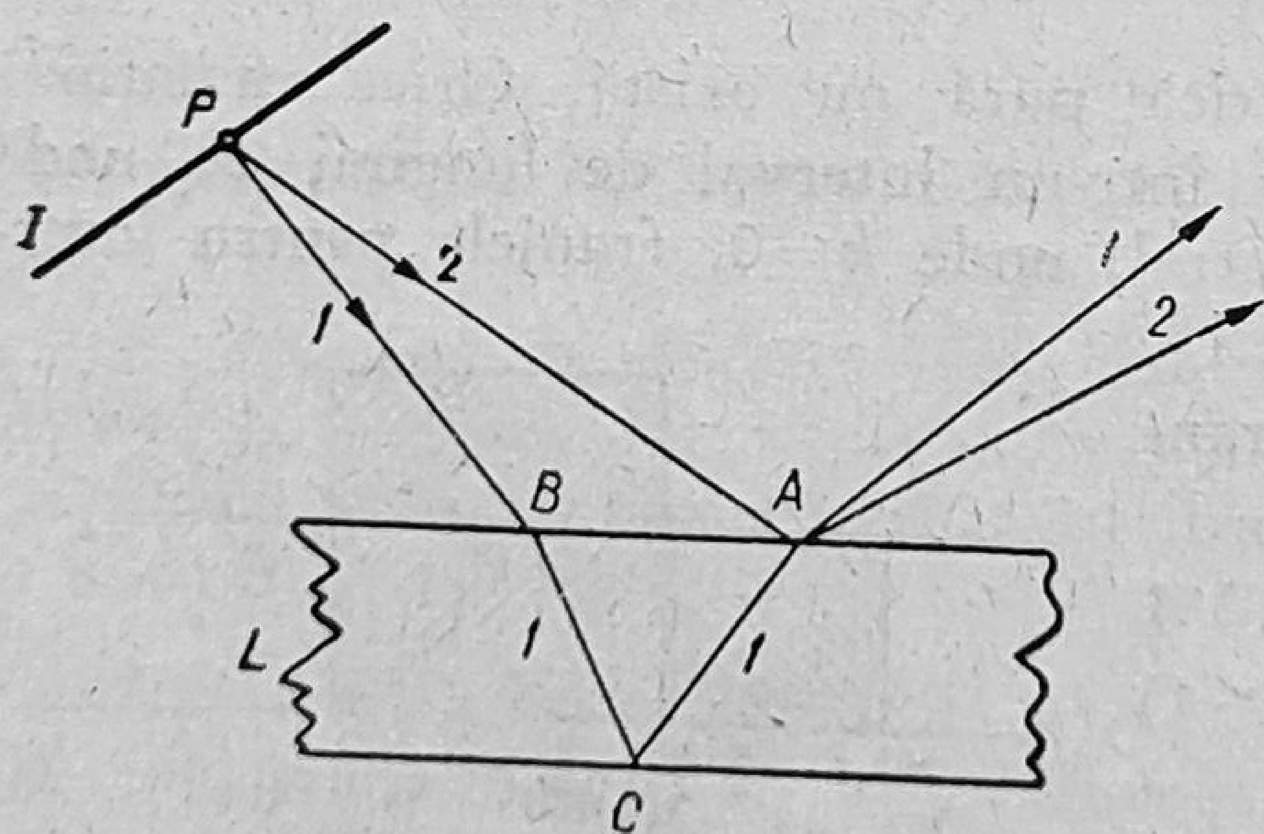


Fig. 174.

Să considerăm o lamă subţire L (fig. 174), pe care cad razele de la un izvor punctiform P situat pe suprafaţa I a izvorului întins. Putem considera cazul razelor coerente 1 şi 2 care cad pe lama L. Raza 1 pătrunde în lama L prin B, se reflectă în C şi iese prin A; raza 2 se reflectă în A. În punctul A, razele 1 şi 2 interferă şi dau un maximum sau minimum de interferenţă,

după cum diferența de drum optic $(PB)+(BC)+(CA)-(PA)$ este egală cu $k\ \lambda$ sau $(2k+1)\ \lambda/2$. (Vom ține seama de toate salturile de fază care pot apărea la reflexii).

Putem considera și mersul razelor indicate în figura 175, unde întîlnirea razelor coerente 3 și 4 are loc în M și unde diferența de drum optic este dată de $(P\text{-}B\text{-}C\text{-}D\text{-}M)-(P\text{-}A\text{-}M)$.

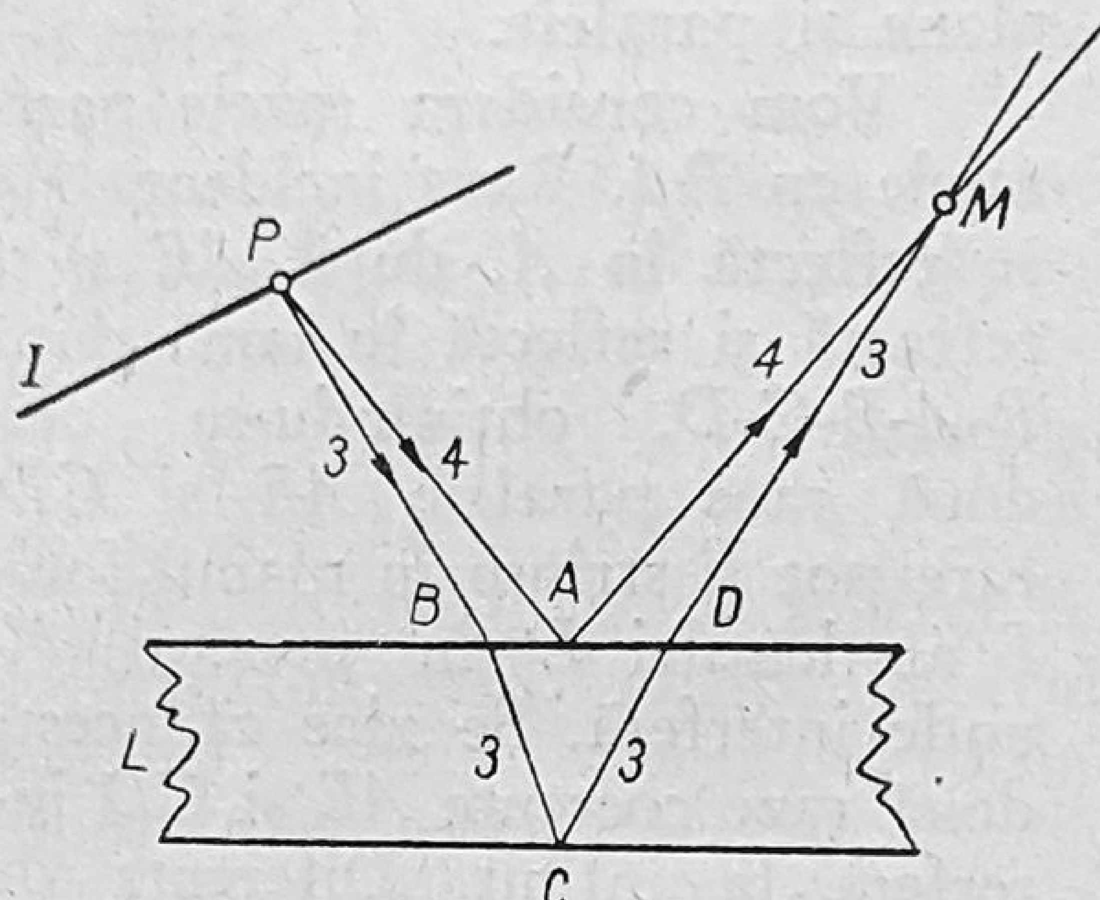


Fig. 175.

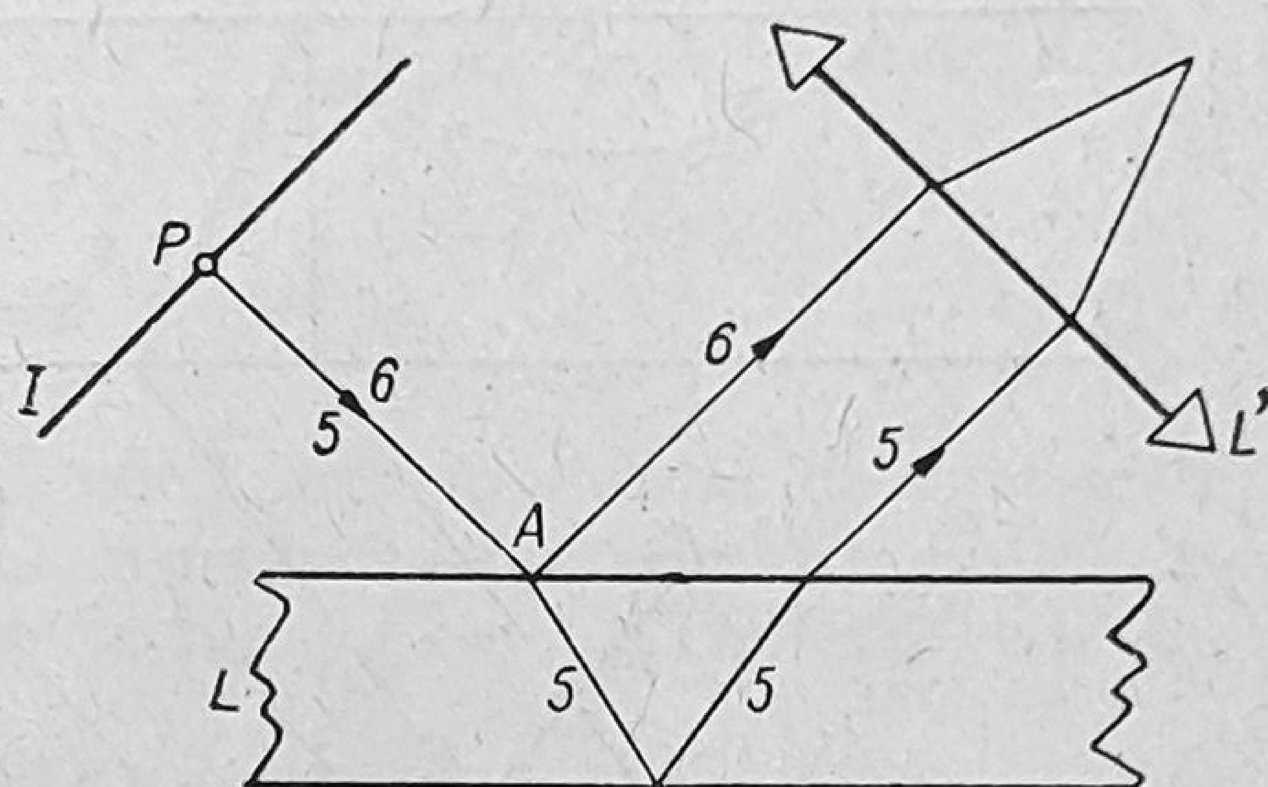


Fig. 176.

Alt mers este acela în care cele două raze coerente 5 și 6 (fig. 176) coincid pînă la lamă și se despart în punctul A, astfel că dacă lama are fețele plane și paralele, razele părăsesc lama ca două raze paralele și întîlnirea lor la infinit, sau în focarul lentilei L′, dă naștere la interferență.

Observarea cu ochiul a franjelor din A, de pe lamă, (fig. 174) (ochiul se poate acomoda mai greu pentru observarea franjelor din M, fig. 175) este condiționată de deschiderea pupilei ochiului, care limitează pătrunderea fasciculelor de tip 1—2. Dacă ar exista numai izvorul punctiform P, sau numai P' etc. (v. fig. 177), atunci starea de interferență în A este bine definită.

Întrebuințînd însă mai multe izvoare P, P', P'' ... atunci diferența de drum optic în A poate diferi mult de la izvorul P la P', la P'' și ochiul dacă ar primi toate aceste raze, nu ar mai putea observa franje nete în A, deci în punctul A' de pe retină. Cum pupila este mică și stratul L subțire, atunci fasciculul de raze care pornește din izvorul întins I va fi limitat, astfel că starea de interferență în A va diferi puțin, trecînd de la izvorul punctiform P la izvorul P' și pe lamă se vor observa franjele de interferență. Întrebuințarea unei lupe, cu deschiderea prea mare, cu care vizăm punctul A, nu va contribui la observarea în mai bune condiții a franjelor în punctul A.

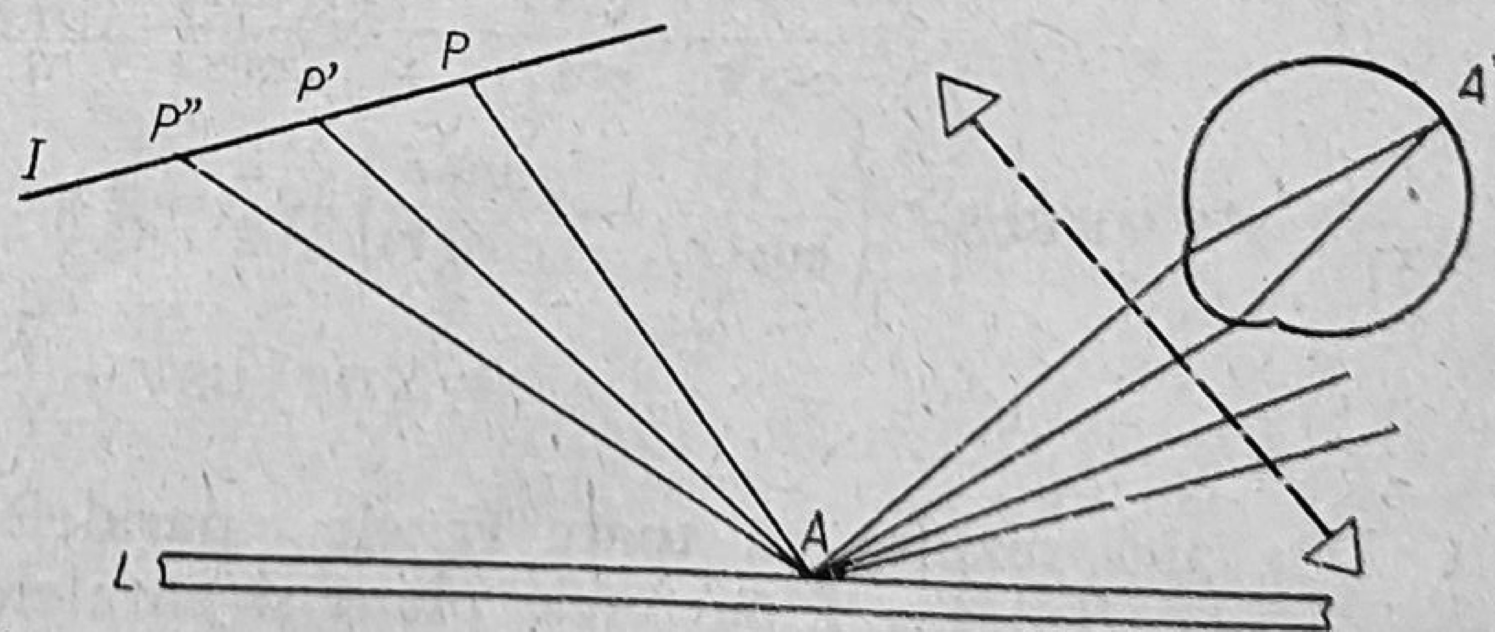


Fig. 177.

3.12. Franjele localizate la infinit

Franjele lui Haidinger (inelele de egală înclinare)

De la izvorul întins I, (fig. 178) pornesc raze de la diferitele izvoare punctiforme P, P' ... în diferite direcţii. Ele sînt lăsate să cadă pe o lamă L, de indice n, cu feţele plane şi paralele.

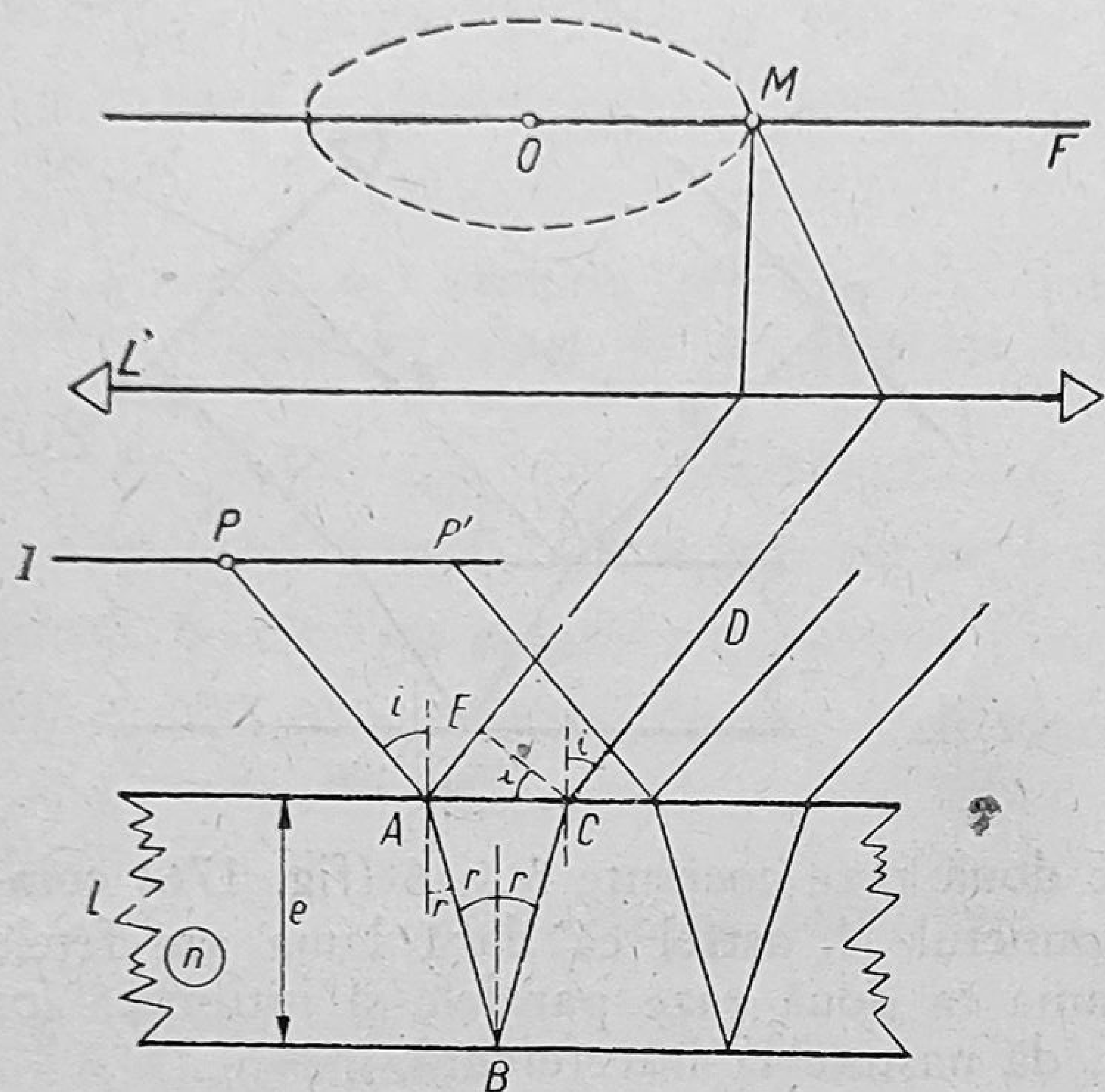


Fig. 178

Vom considera razele paralele cu PA. Raza incidentă PA se reflectă în A, după AE şi se refractă şi reflectă în lamă după P-A-B-C-D, obţinîndu-se deci două raze paralele AE şi CD, care pot fi strînse în planul focal F al lentilei L' în punctul M, unde interferă. Se zice că aceste două raze coerente AE şi CD interferă la infinit. Diferenţa de drum optic între cele două raze este dată de:

$$\delta=(AB)+(BC)-(AE)+\left(\frac{\lambda}{2}\right)=$$

$$=n\cdot AB+n\cdot BC-AE+\frac{\lambda}{2}=$$

$$=2\cdot n\cdot AB-AE+\frac{\lambda}{2}. \qquad (3\text{-}14)$$

Ţinînd seama de legile refracţiei $n=\frac{\sin i}{\sin r}$ (Snellius) şi din observarea figurii 178, avem relaţiile:

$$\delta=2n\cdot\frac{e}{\cos r}-AC\cdot\sin i+\frac{\lambda}{2}=2n\cdot\frac{e}{\cos r}-2\cdot Aa\cdot\sin i+\frac{\lambda}{2}=$$

$$=2n\frac{e}{\cos r}-2\cdot e\cdot \operatorname{tg} r\cdot\sin i+\frac{\lambda}{2}=2n\frac{e}{\cos r}-2e\frac{\sin r}{\cos r}\sin i+\frac{\lambda}{2}. \qquad (3\text{-}15)$$

Scoatem ca factor comun pe $2n\cos r$ şi atunci:

$$\delta=2n\frac{e}{\cos r}\cdot\frac{\cos r}{\cos r}-2e\frac{\sin r}{\cos r}\sin i\,\frac{\cos r}{\cos r}\,\frac{\sin r}{\sin r}+\frac{\lambda}{2}=$$

$$=2ne\cos r\left(\frac{1}{\cos^2 r}-\frac{\sin^2 r}{\cos^2 r}\right)+\frac{\lambda}{2}=2ne\cos r\left(\frac{1-\sin^2 r}{\cos^2 r}\right)+\frac{\lambda}{2}=$$

$$=2ne\cos r+\frac{\lambda}{2}. \qquad (3\text{-}16)$$

De aici rezultă că toate razele paralele cu PA, deci cu aceeaşi înclinare i faţă de lama L cu feţele plane şi paralele, dau cîte două raze cu aceeaşi diferenţă de drum optic δ între ele şi se concentrează toate în punctul M,

unde interferă două cîte două. Aceeași stare de interferență o vor produce toate razele incidente, care nefiind paralele cu PA, fac însă în spațiu același unghi i cu normala la fața lamei L. Ele fiind strînse de lentila L' în punctele M', M'' ..., egal depărtate de centrul O, se formează un cerc cu raza OM. După cum δ este egal cu $k\lambda$ sau cu $(2k+1)\ \lambda/2$, vom avea o franjă circulară de intensitate maximă sau de intensitate minimă. În centrul inelelor, în O, vom avea un maximum sau un minimum, după cum $\delta = 2ne + \lambda/2$ (deoarece $i=r=0$) este egal cu $k\lambda$ sau $(2k+1)\ \lambda/2$. Considerînd un inel oarecare p, p fiind socotit de la centru, atunci ordinul său de interferență k este mai mic cu p unități decît ordinul de interferență k_0 de la centru, deoarece $2ne \cos r_p < 2ne$, astfel că vom avea:

$$2ne \cos r_p = 2ne - p\lambda. \qquad (3\text{-}17)$$

Pentru unghiuri i, și deci r, mici, adică pentru inelele de interferență care se formează aproape de centrul O, vom avea aproximativ $\sin i \approx i$ și $\sin r \approx r$, adică $i \approx nr$. Dezvoltînd în serie funcția $\cos r_p$ (Taylor), vom avea:

$$2ne \cos r_p - 2ne = -p\lambda$$

$$2ne(1 - \cos r_p) = p\lambda$$

$$2ne\left(1 - 1 + \frac{r_p^2}{2} \cdots\right) = p\lambda$$

$$2ne\frac{r_p^2}{2} = 2ne\frac{i_p^2}{n^2 \cdot 2} = p\lambda$$

$$\frac{1}{n} \cdot e\, i_p^2 = p\lambda, \qquad (3\text{-}18)$$

de unde

$$i_p = \sqrt{p}\sqrt{\frac{n\lambda}{e}}. \qquad (3\text{-}19)$$

Raza inelului de interferență, care se formează în planul focal al lentilei L', care are distanța focală f, va fi:

$$\rho_p = f\, i_p = f\sqrt{p}\sqrt{\frac{n\lambda}{e}}. \qquad (3\text{-}20)$$

Aceste raze se vor avea unele față de altele ca rădăcinile pătrate a numerelor întregi.

Aceste franje circulare concentrice se numesc *franje de egală înclinare* sau *inelele lui Haidinger*. Ele se pot forma nu numai prin reflexie, dar și prin

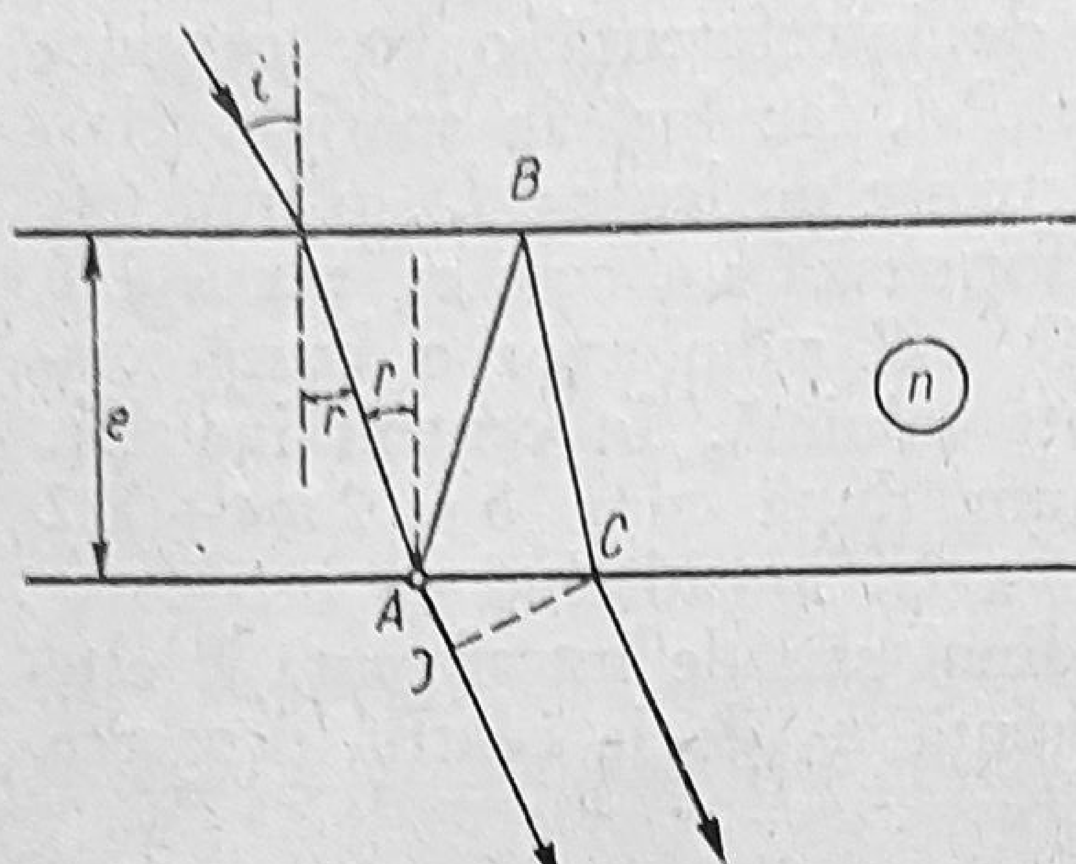


Fig. 179.

transmisie, după cum se vede în figura 179. Diferenţa de drum optic este dată de $\delta = 2\ n\ e \cos r$, însă aici nu mai intervine surplusul de $\lambda/2$, deoarece la reflexia razei incidente atît în A cît şi în B nu apare saltul de $\lambda/2$. Franjele obţinute prin reflexie sînt mult mai nete decît cele obţinute prin transmisie, deoarece cele două raze reflectate AE şi CD din figura 178 au aproape aceeaşi amplitudine. În franjele prin transmisie (fig. 179), interferă raza AD, transmisă cu amplitudinea de aproximativ 4/5 din amplitudinea razei incidente, cu raza BC, reflectată, care are amplitudinea mult mai mică, 1/5, din cea incidentă. În felul acesta, franjele de interferenţă apar pe un fond luminos.

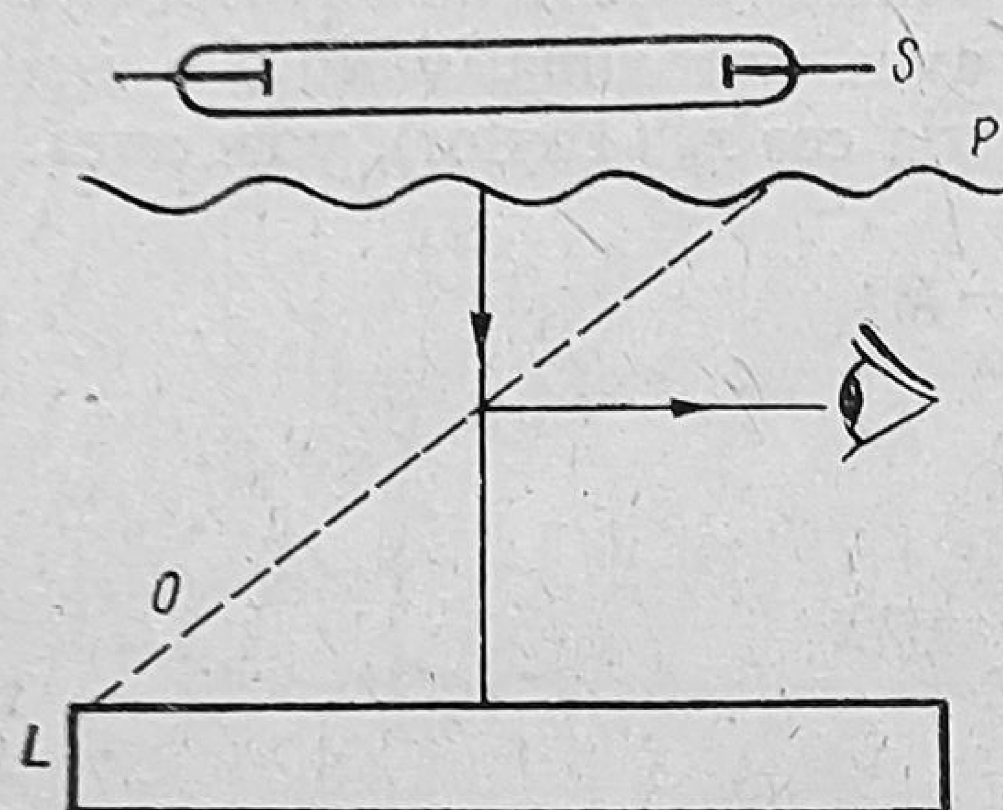


Fig. 180.

Franjele lui Haidinger servesc la verificarea plăcilor plan paralele în atelierele de optică fină. Dispozitivul experimental este format din lampa cu lumină monocromatică S, (fig. 180), geamul mat difuz P, oglinda semiargintată O, lama de cercetat L. Cu ochiul acomodat pentru infinit, observăm franjele lui Haidinger şi prin plimbarea ochiului, vom observa diferitele porţiuni ale lamei. Dacă lama este bine confecţionată, inelele observate nu trebuie să-şi schimbe dimensiunile.

3.13. Franjele de egală grosime

Un strat foarte subţire de ulei întins pe apă sau pe pămînt, sau stratul subţire de oxid de pe o lamă de oţel sau peliculele (baloanele de săpun, sideful etc.) prezintă coloraţii, irizaţii, cînd sînt luminate în lumina albă, sau dungi luminoase şi întunecoase cînd sînt luminate în lumină monocromatică, pe care le observăm chiar pe suprafaţa stratului.

Aceste fenomene sînt datorită interferenţei luminii, care se reflectă şi se refractă la cele două (sau mai multe) feţe ale stratului (straturilor) subţire. O anumită coloraţie corespunde unei aunmite grosimi ale stratului şi de aceea ele se numesc *coloraţiile lamelor subţiri* sau *franjele de egală grosime (franjele grosimilor egale).*

Cum am arătat, de la izvorul P, (fig. 181) pornesc două raze care interferă în punctul A. Cum grosimea lamei în acel loc este foarte mică,

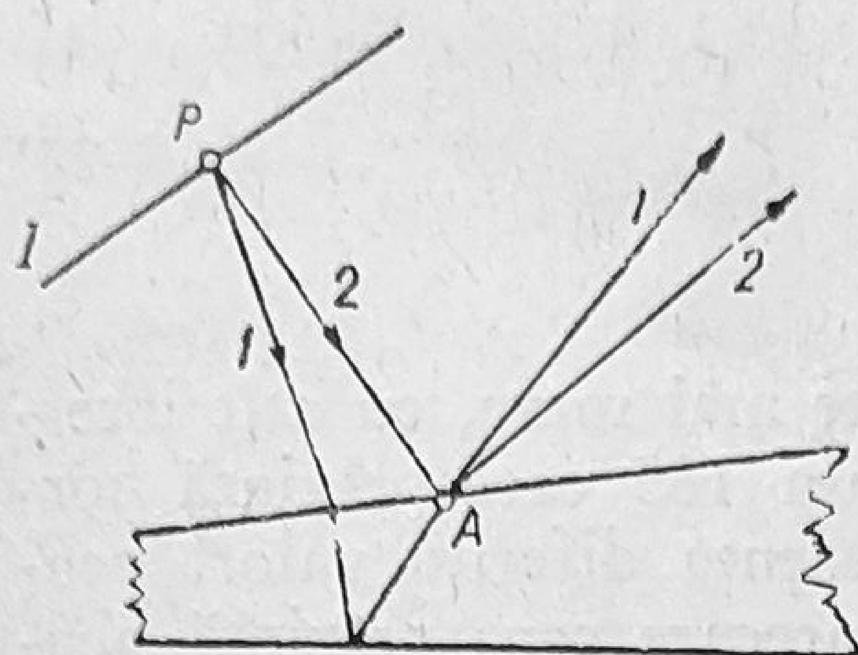


Fig. 181.

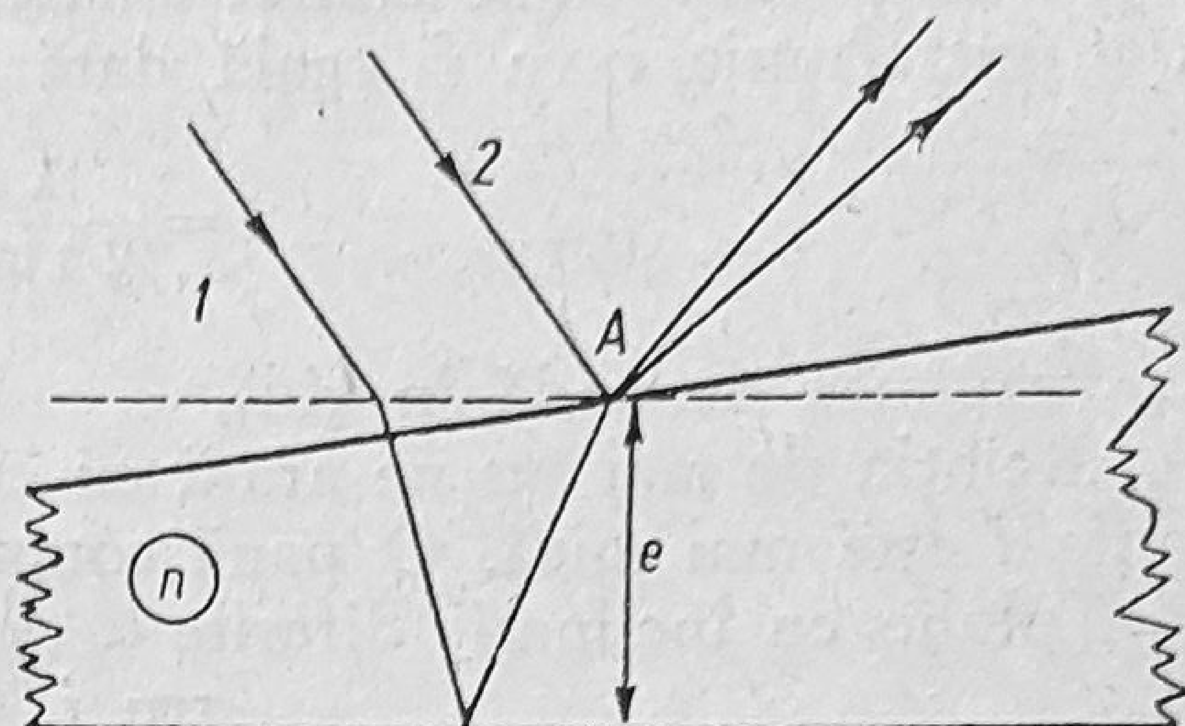


Fig. 182.

atunci cele două raze 1 şi 2 sînt apropiate, ele pot fi considerate ca fiind paralele şi regiunea foarte mică din jurul lui A ca fiind o lamă cu feţe plane şi paralele (fig. 182), ceea ce face ca să se obţină pentru diferenţa de drum optic dintre cele două raze care interferă expresia :

$$\delta=2\,n\,e\cos r+\frac{\lambda}{2}. \qquad (3\text{-}21)$$

În cazul incidenţei normale, $i=r=0$, razele 1 şi 2 se confundă şi

$$\delta=2\,n\,e+\frac{\lambda}{2}. \qquad (3\text{-}22)$$

O pană optică plană este formată prin suprapunerea a două plăci plane care se ating (sau nu) după muchia AB şi formează între ele un unghi α foarte mic (fig. 183). Această pană este o pană de aer. Vom observa atît în lumina monocromatică cît şi în lumina albă franje de interferenţă. Aceste franje sînt drepte, paralele şi echidistante. La linia de contact $e_0=0$ şi cum $n\approx 1$ (pentru aer), $\delta=2\;ne_0+$ $+\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{2}$ ceea ce face ca să apară o franjă întunecoasă în lumina reflectată. A doua franjă întunecoasă va apare la $\delta=(2k+1)$ $\lambda/2=3\;\frac{\lambda}{2}$ deci la o grosime a panei dată de $\delta=2e_1+\frac{\lambda}{2}=3\frac{\lambda}{2}$ adică pentru $2e_1=$ $=3\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{2}=\lambda$, deci pentru $e_1=\frac{\lambda}{2}$ (fig. 184). Urmează că interfranja i va fi dată de relaţia:

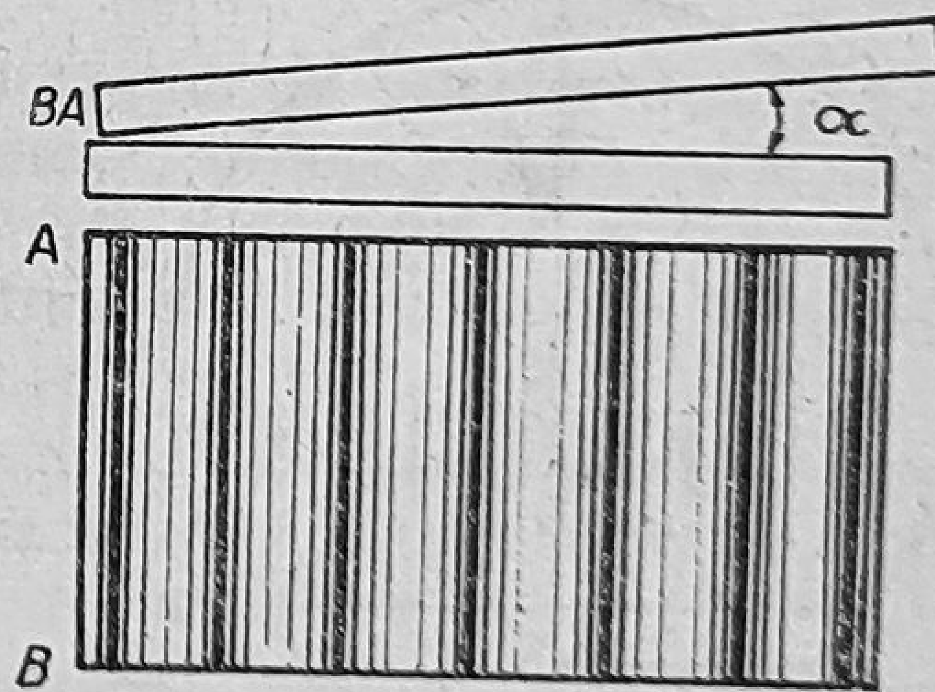


Fig. 183.

$$\frac{e_1}{i}=\operatorname{tg}\alpha=\frac{\lambda}{2i}\;;\; i=\frac{\lambda}{2\operatorname{tg}\alpha}\approx\frac{\lambda}{2\alpha}. \qquad (3\text{-}23)$$

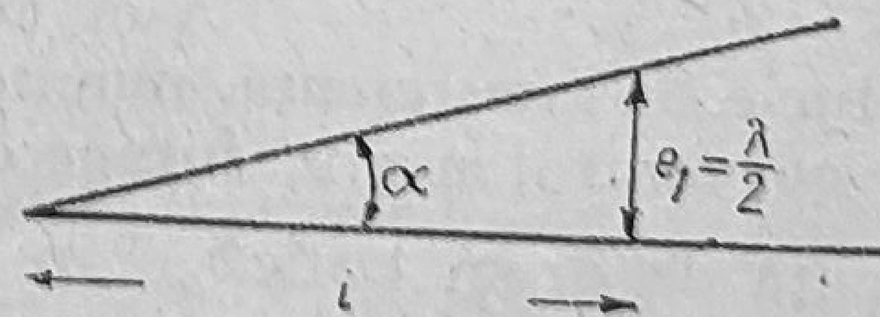


Fig. 184.

În cazul unei pane confecţionate dintr-un material cu indicele de refracţia n, intrefranja i va fi egală dată de:

$$i = \frac{\lambda}{2\,n\,\mathrm{tg}\,\alpha} \approx \frac{\lambda}{2\,n\,\alpha} \tag{3-24}$$

(λ = lungimea de undă în vid).

Relaţia de mai sus ne arată cu cît unghiul α este mai mare, cu atît interfranja i este mai mică. O pană compusă ca în figura 185 care prezintă porţiuni plane cu înclinaţii diferite α_1, α_2, α_3 ... va prezenta diferite valori pentru i. O suprafaţă oarecare care prezintă abateri de la forma plană, va prezenta franjele neregulate, dar care ne indică topografia lamei „relieful optic" al suprafeţei, căci variaţia în denivelare de la o franjă la alta este egală cu $\lambda/2$. În felul acesta se şi verifică modul de prelucrare al suprafeţelor optice cu ajutorul panei optice, formate între suprafaţa plană a etalonului (calei, calibrului) şi suprafaţa de verificat. Cum se pot aprecia variaţii de interfranjă de ordinul $i/10$, urmează că se pot aprecia denivelări de $\lambda/20$, ceea ce face ca lucrînd cu radiaţia cu lungimea de undă $\lambda = 0{,}60\ \mu$, să putem aprecia denivelări de $0{,}60/20 = 0{,}03\ \mu$.

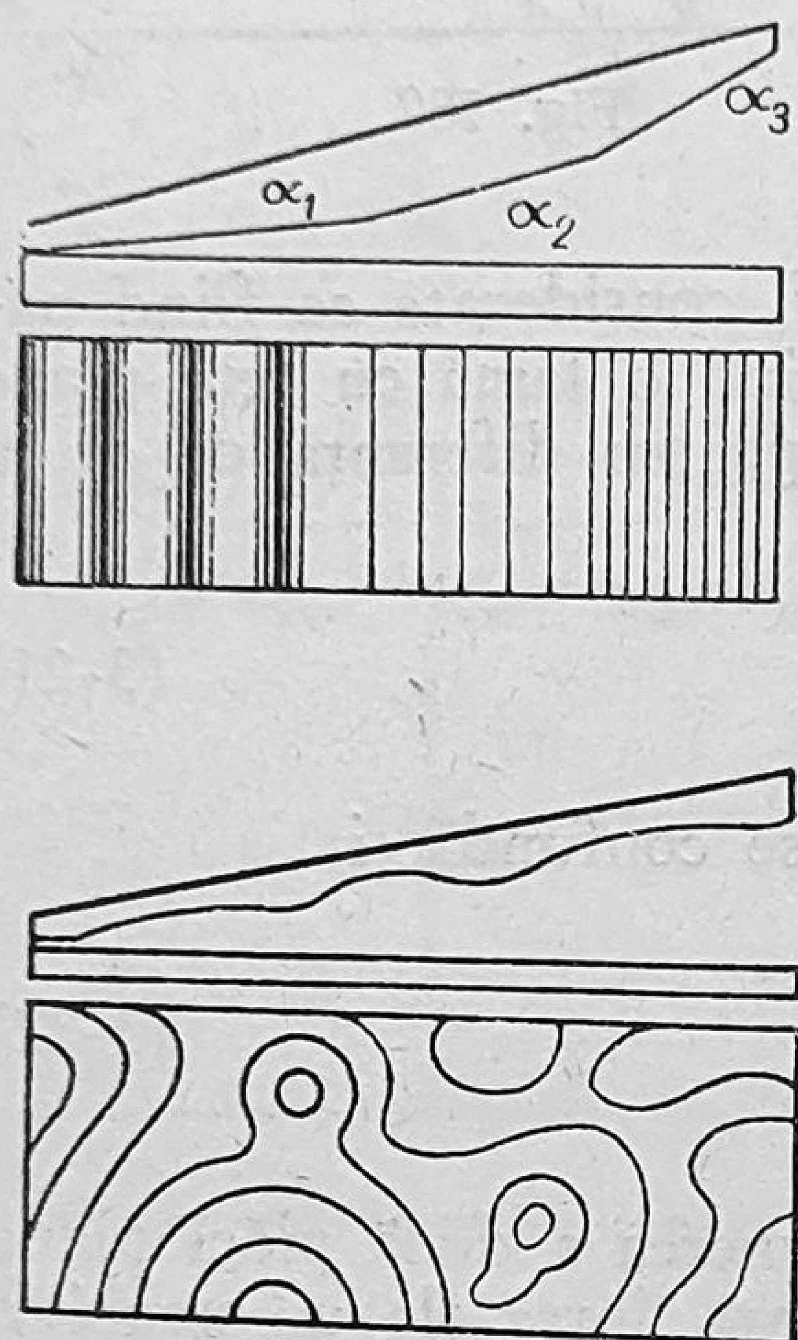


Fig. 185.

3.14. Inelele lui Newton

Dacă pe o faţă plană P (fig. 186, aşezăm o placă L slab sferică, adică cu o rază R mare, de exemplu $R = 40$ m, se formează o pană optică de aer cu unghiul α variabil, simetrică în jurul axului OC, O fiind punctul de contact între L şi P. Prin iluminarea panei (cu lumină monocromatică sau albă) normal pe faţa panei, se vor forma franje sub forma de inele concentrice cu O, care corespund, fiecare, la o egală grosime a panei. Acestea se formează prin interferenţa razelor reflectate pe faţa superioară a lui P şi pe faţa inferioară a lui L, ambele raze provenind din aceeaşi rază incidentă.

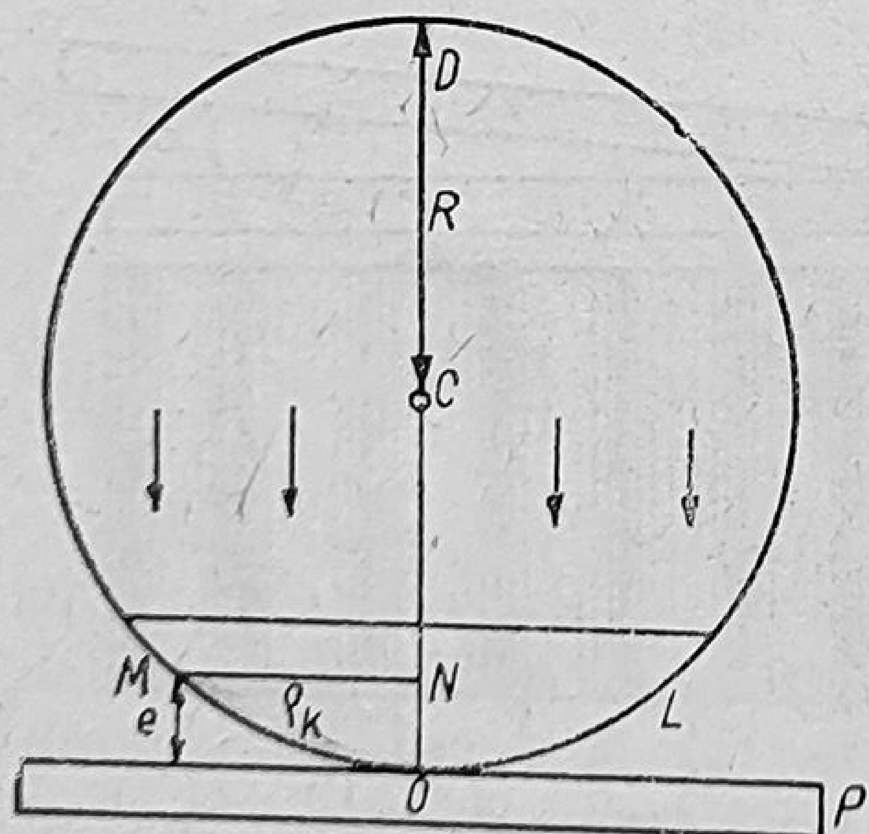


Fig. 186.

Inele de interferenţă, numite inelele lui Newton, formate în lumina reflectată, au centrul negru, întunecos, căci dacă $n \approx 1$, $i = r = 0$ şi $e_0 = 0$, atunci diferenţa de drum optic δ, care este dată de $\delta = 2\,n\,e \cos r + \frac{\lambda}{2}$ este egală cu $\delta = \frac{\lambda}{2}$.

Într-un punct M la distanţa $MN=\rho_k$ de axa OC, unde grosimea panei este e, vom avea $\delta=2e+\frac{\lambda}{2}$. Grosimea e este dată de

$$\rho_k^2=MN^2=ON\cdot ND=e\ (2R-e)\approx e\cdot 2R, \qquad (3\text{-}25)$$

deoarece $R \gg e$. Urmează că

$$e=\frac{\rho_k^2}{2R}, \qquad (3\text{-}26)$$

de unde:

$$\delta=2\frac{\rho_k^2}{2R}+\frac{\lambda}{2}=\frac{\rho_k^2}{R}+\frac{\lambda}{2}. \qquad (3\text{-}27)$$

Dacă prin M, trece un inel întunecos (fenomenul este simetric în jurul axei CO), atunci $\delta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$,
de unde:

$$\delta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}=\frac{\rho_k^2}{R}+\frac{\lambda}{2}=2k\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}=\frac{\rho_k^2}{R}+\frac{\lambda}{2} \qquad (3\text{-}28)$$

şi deci

$$\rho_k^2=k\lambda R \text{ sau } \rho_k=\sqrt{k}\sqrt{\lambda R}, \qquad (3\text{-}29)$$

adică razele franjelor întunecoase (succesive) se au între ele ca rădăcinile pătrate ale numerelor întregi (succesive).

În lumina transmisă vom avea de asemenea franje de interferenţă. Inelele Newton vor avea centrul luminos, în cazul contactului optic între cele două suprafeţe. De asemenea, franjele vor fi mai puţin nete (contrast mai mic), din cauza fondului omogen luminos care se formează din cauza diferenţei mari de amplitudini a razelor care interferă.

În lumina albă, la distanţe mai mari de centrul O, franjele de diferite culori şi ordine se vor suprapune şi vor da un alb de ordin superior, care analizat la un spectroscop, va indica un spectru canelat.

Franjele panei găsesc aplicaţii la măsurarea micilor deplasări sau deformări.

3.15. Dilatometria interferenţială

S-au construit diferite tipuri de *dilatometre interferenţiale*, cu ajutorul cărora s-au putut determina coeficienţii de dilatare a corpurilor amorfe şi cristaline.

La dilatometrul interferenţial Fizeau-Abbe (fig. 187), se formează franjele panei între faţa plană inferioară a plăcii P şi faţa superioară plană a corpului C. Corpul C, ca şi placa P, se aşază pe suporturile L şi S din cuarţ. Faţă de un reper x (o trăsătură făcută pe faţa lamei P), se observă deplasarea franjelor cînd întreg dispozitivul se încălzeşte, deoarece corpul C are o dilatare diferită faţă de suportul de cuarţ S. Lucrînd cu diferite corpuri C se pot afla, comparativ, coeficienţii de dilatare ai acestor materiale.

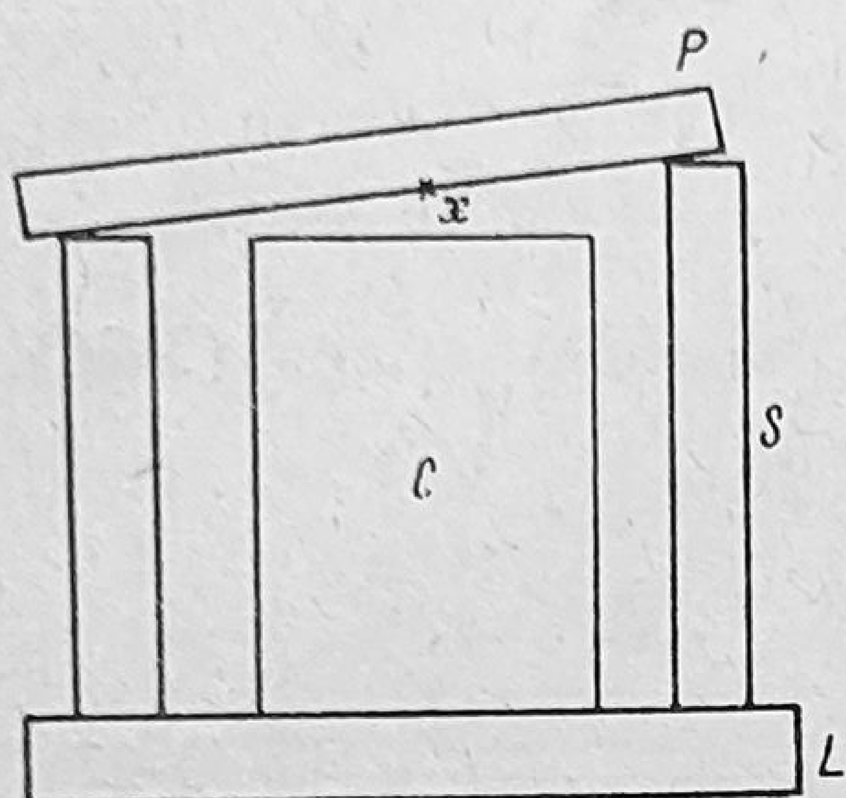


Fig. 187.

În alte dilatometre atît franjele liniare (metoda Zaharevski) cît şi cele circulare ale lui Newton (metoda Arnulf), sînt înregistrate automat, prin fotografierea lor, pe o peliculă fotografică mobilă. Din aspectul benzilor căpătate prin deplasarea franjelor se găseşte numărul de franje deplasate pentru un interval de temperatură cunoscut. Cum pentru fiecare înlocuire a unei franje (liniare sau circulare) cu altă franjă alăturată avem o variaţie de $\frac{\lambda}{2}$ în grosimea panei, putem afla care este deformaţia sau dilatarea totală şi deci să obţinem apoi coeficienţii de dilatare respectivi, din numărul total de franje care s-au deplasat în dreptul reperului.

3.16. Optica albastră

Interferenţa luminii pe straturile subţiri este folosită în ultima vreme la obţinerea de *straturi antireflectante* sau *straturi puternic reflectante*.

Raza incidentă de intensitate $J=1$, care, cade pe suprafaţa de separare a două medii transparente este în parte reflectată şi în parte transmisă, facem abstracţie de absorbţie, în aşa fel că:

$$1=R+T,$$

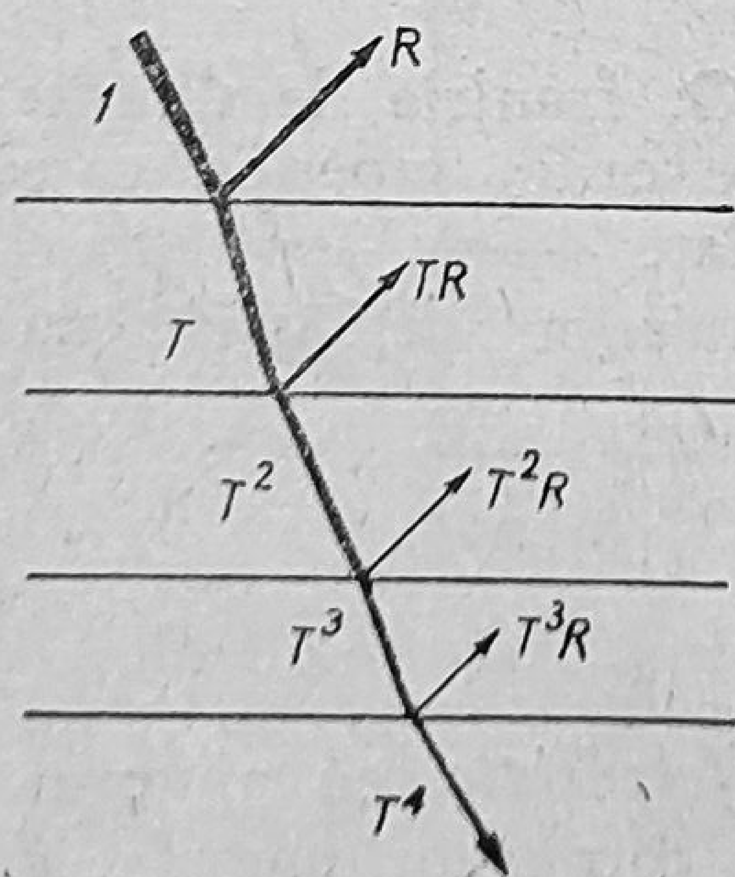


Fig. 188.

unde R şi T sînt factorii de reflexie şi de transmisie, definiţi ca fiind egali cu raportul dintre intensitatea luminii reflectate, respectiv transmise, către intensitatea luminii incidente. Admiţînd că avem mai multe straturi dintr-un material neabsorbant, atunci la fiecare trecere printr-o suprafaţă de separare, vom avea numai o fracţiune din raza incidentă, care va fi reflectată şi o fracţiune care va fi transmisă. După p reflexii (fig. 188), adică după trecerea prin p suprafeţe de separare, fluxul luminos iniţial ($J=1$) scade la T^p. Acest fapt devine supărător la unele instrumente optice

prevăzute cu obiective complicate formate din multe lentile. Luînd de exemplu pentru R, valoarea $R=0{,}05$, deci pentru $T=0{,}95$, atunci după p reflexii, fluxul transmis are valoarea $T^p=(0{,}95)^p$. Lumina reflectată reintră în aparat şi produce o iluminare parazitară.

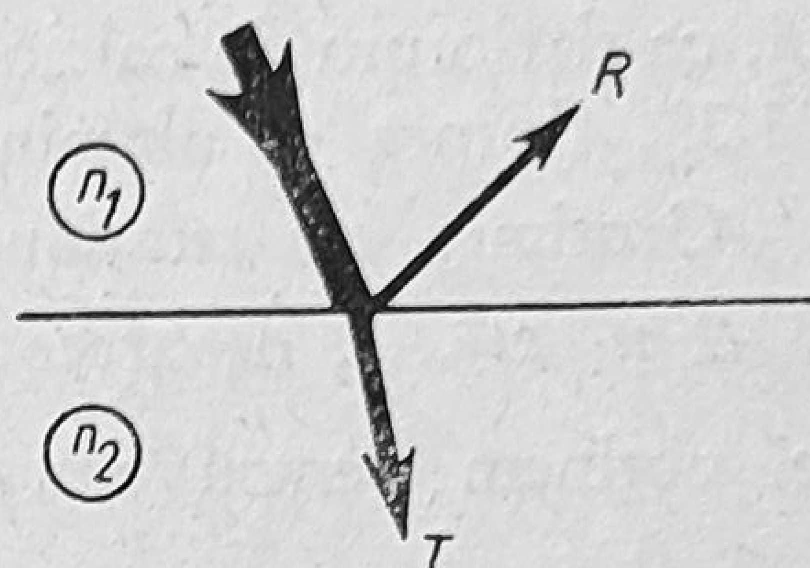


Fig. 189.

Pentru reflexia la suprafaţa de separare a două medii cu indicii de refracţie n_1 şi n_2 (fig. 189), *Fresnel* deduce pentru R valoarea:

$$R=\left(\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}\right)^2. \qquad (3\text{-}31)$$

În cazul aerului ($n_1\approx 1$) şi sticlei ($n=$ 1,45 ... 1,80) R este dat de:

$$R=\left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2, \qquad (3\text{-}32)$$

adică valoarea lui R va fi cuprinsă între: $R=0{,}035 \ldots 0{,}08$ (3,5% ... 8%). R nu depinde de sensul de propagare a razei incidente (de exemplu aer → sticlă sau sticlă → aer), fapt care duce la obţinerea expresiei din paranteză, care este la puterea a doua.

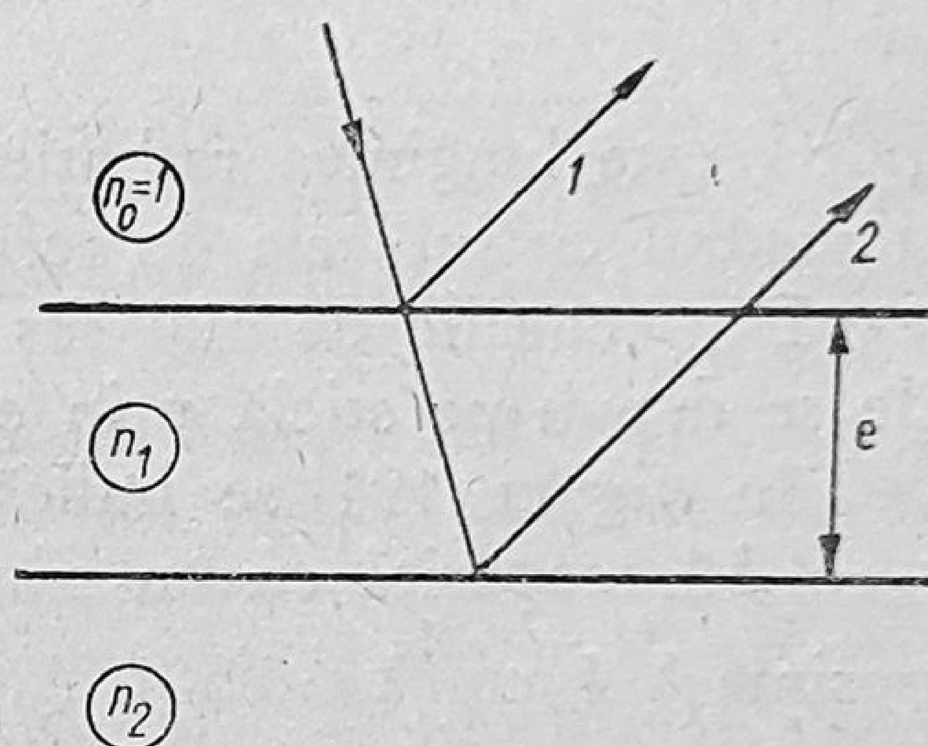


Fig. 190.

Dacă se depune un strat subţire dintr-un dielectric transparent cu indicele de refracţie n_1 pe o lamă de sticlă cu indicele de refracţie n_2 (fig. 190), atunci prin reflexia razei incidente (socotind incidenţa normală) pe cele două feţe reflectătoare, se obţin două raze coerente 1 şi 2 (căci provin din aceeaşi rază incidentă) care interferă între ele. Dacă intensitatea acestor două raze, 1 şi 2, este aceeaşi, adică $R_1=R_2$ şi diferenţa de drum optic între aceste două raze este egală cu $\lambda/2$, atunci aceste raze, 1 şi 2, se anihilează reciproc şi pentru acea lungime de undă, λ, vom avea un minim nul. În lumina albă reflectată va lipsi tocmai această radiaţie. Dacă alegem ca această radiaţie să fie situată cam spre mijlocul spectrului vizibil, adică $\lambda\approx 0{,}555\ \mu$, care se găseşte în galben-verde, atunci în lumina reflectată nu se va mai găsi această radiaţie. Lumina reflectată va apare de culoare purpurie. Astfel de straturi subţiri se întebuinţează la obiectivele de la aparatele optice şi optica respectivă este denumită „optica albastră".

Deoarece pentru eliminarea radiaţiei cu lungimea λ din fasciculul de lumină reflectat, trebuie ca $R_1=R_2$, adică

$$\left(\frac{1-n_1}{1+n_1}\right)^2=\left(\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}\right)^2, \qquad (3\text{-}33)$$

atunci rezultă imediat şi condiţiile care trebuie să le îndeplinească valorile indicilor de refracţie pentru a obţine acest efect, adică:

$$(1-n_1)(n_1+n_2)=(1+n_1)(n_1-n_2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$n_1=\sqrt{n_2}. \qquad (3\text{-}34)$$

Luînd pentru n_2 (sticlă)$=1{,}50 - 1{,}80$, obţinem pentru $n_1=1{,}22 - 1{,}35$. Criolitul se poate întrebuinţa deoarece are indicele de refracţie $n_1=,130 - 1{,}31$. Florura de magneziu cu $n_1=1{,}38 - 1{,}40$ este de asemenea întrebuinţată, ca şi florura de calciu cu $n_1=1{,}23 - 1{,}28$, florura de litiu cu $n_1=1{,}36 - 1{,}37$, florura de aluminiu cu $n_1=1{,}38 - 1{,}39$.

Grosimea e a stratului este dată de condiţia:

$2\, n_1\, e=\frac{\lambda}{2}$, deoarece pe ambele suprafeţe avem cîte un salt de $\lambda/2$. De aici obţinem pentru e valoarea:

$$e=\frac{\lambda}{4n_1}=\frac{\lambda_1}{4}, \tag{3-35}$$

unde λ este lungimea radiaţiei respective în vid, iar λ_1 este lungimea de undă în mediul cu indicele de refracţie n_1.

Din relaţiile de mai sus se constată că aceste straturi sînt foarte subţiri. Ele se depun pe sticlă prin evaporarea substanţelor respective în vid.

În figura 191 se indică valorile lui R în cazul unei lame de sticlă $n_2=1{,}52$ acoperită cu un film de florură de magneziu MgF_2 cu $n_1=1{,}38$, de grosime $\lambda/4$ cu $\lambda=5\,500$ Å.

De asemenea se pot prepara suprafeţe puternic reflectătoare pentru o anumită lungime de undă. În acest caz, grosimea stratului respectiv va trebui să corespundă acelei grosimi, pentru care se va obţine un maximum în interferenţa celor două raze reflectate, procedîndu-se la fel ca şi în cazul obţinerii minimului de reflexie.

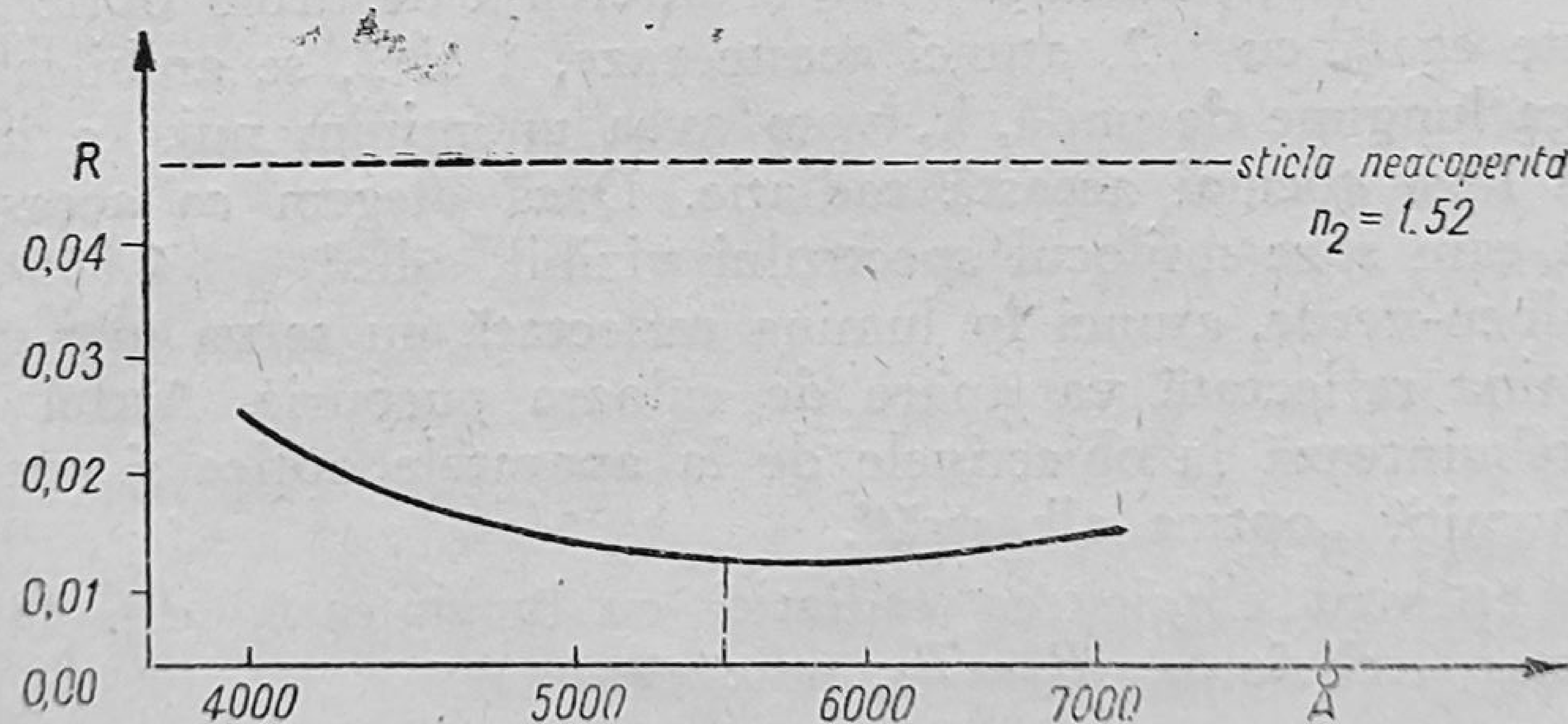


Fig. 191.

În acest caz se depune un film dintr-un material cu indice de refracţie mare, de grosime $\lambda/4$ pentru lungimea de undă λ. Indicele de refracţie al filmului trebuie să fie mai mare decît al substratului, pentru ca fasciculele reflectate de suprafaţa aer-film şi film-substrat să fie în fază. Există materiale cu indice pînă la 2,6 în domeniul vizibil şi care să posede o absorbţie neglijabilă.

În tabelul de mai jos se dau coeficienţii de reflecţie cînd depunerea filmului de grosime $\lambda/4$ se face pe sticlă cu $n_2=1,50$ (Heavens).

Film	n_1	λ	R
ZnS	2,30	5 461 Å	0,31
TiO_2	2,6	5 461 Å	0,40
Sb_2S_3	2,7	1 μ	0,43
Ge	4,0	2 μ	0,69
Te	5,0	4 μ	0,79

Întrebuinţarea unui strat dublu de peliculă oferă însă avantajele faţă de stratul simplu, deoarece duce la o condiţie a indicilor de refracţie mai uşor de realizat decît în cazul stratului simplu.

Dacă ar fi posibil să se acopere suprafaţa cu un film al cărui indice de refracţie ar varia continuu de la n la 1, într-o grosime nu mare, comparativ cu lungimea de undă întrebuinţată, atunci s-ar obţine o reflexie zero pentru toate lungimile de undă.

Un astfel de strat complex, indicat schematic în figura 192, este format dintr-un strat de criolit cu indicele n_1 şi un strat de sulfură de zinc cu n_2, n_2 fiind mai mare decît n_1 şi decît n_3 ($n_2 > n_1$; $n_2 > n_3$).

Deoarece prin reflexii multiple, razele transmise devin din ce în ce mai slabe, atunci şi razele reflectate corespunzătoare sînt din ce în ce mai slabe, adică razele 2 şi 3 sînt mai slabe decît 1. Se poate face însă astfel ca suma intensităţilor razelor 2 şi 3 să fie egală cu intensitatea razei 1. Făcînd deci ca razele 2 şi 3 să fie în fază şi prin interferenţa lor, să dea un maxim, atunci se poate face ca raza 1 să fie în opoziţie de fază cu razele 2+3 şi din interferenţa lor să rezulte un minim nul.

Condiţia intensităţilor duce la $R_1=R_2+R_3$, deci la relaţia:

$$\left(\frac{1-n_1}{1+n_1}\right)^2=\left(\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}\right)^2+\left(\frac{n_2-n_3}{n_2+n_3}\right)^2. \quad (3\text{-}36)$$

. . . .

adică la condiţia indicilor:

$$\frac{n_2}{n_1}=\sqrt{n_3}. \quad (3\text{-}37)$$

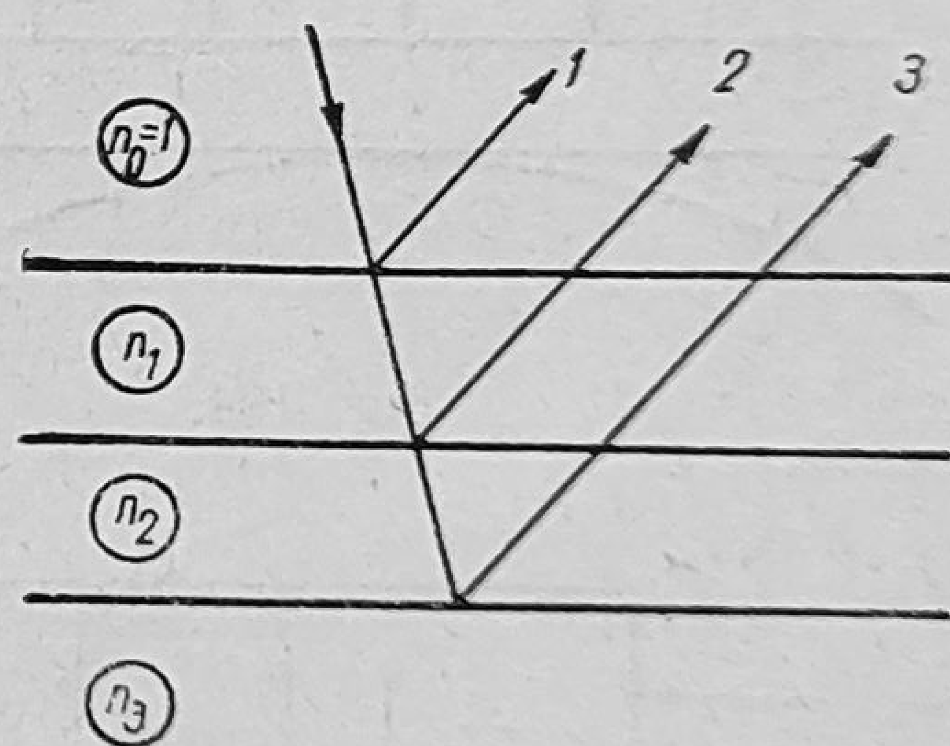


Fig. 192.

Aici n_1 şi n_2 apar sub formă de raport, ceea ce face ca această condiţie să fie mult mai uşor de obţinut, deoarece se pot găsi mult mai multe substanţe, ai căror indici de refracţie să poată duce la satisfacerea condiţiei de mai sus.

Cu ajutorul straturilor multiple se poate ajunge la eliminarea prin interferenţă a două radiaţii (strat acromat) sau a mai multora, sau chiar la eliminarea unei regiuni întinse din spectru. Astfel s-au realizat „oglinzile reci", care reflectă foarte puţin radiaţiile infraroşii şi reflectă în schimb mult în domeniul vizibil.

3-D. UNDELE STAȚIONARE PRODUSE CU LUMINA

3.17. Experiența Wiener

Wiener a făcut o experiență în felul următor (fig. 193): a trimis un fascicul paralel de lumină (o radiație din violet) pe o suprafață plană de sticlă O. Înclinată pe oglindă cu un unghi φ foarte mic, a montat o placă de sticlă L ce are un strat foarte subțire ($\lambda/30$) de colodiu cu emulsie de bromură de argint (AgBr). Din suprapunerea undei incidente cu cea reflectată se formează unde staționare, cu noduri și ventre, iar distanța între nodurile (sau ventrele) consecutive este de $\lambda/2$. Placa fotografică a fost impresionată la ventre și apar o serie de dungi paralele între ele. Cum λ violet este de aproximativ 0,4 μ aceste fîșii au fost distanțate între ele cu $\frac{\lambda/2}{\sin\varphi} = M_1M_2$, care era de aproximativ 1—2 mm. Pentru a se ști dacă pe suprafața oglinzii O există un nod sau un ventru, s-a repetat această experiență cu o placă fotografică așezată pe o oglindă slab sferică, ca în figura 194. S-au format inelele circulare corespunzătoare ventrelor, dar în centru, în punctul de contact între placa fotografică și oglindă, bromura a rămas neatacată, ceea ce dovedește că aici s-a format un nod. Deci în cazul reflexiei luminii dintr-un mediu cu indice de refracție mai mic pe un mediu dielectric cu indice de refracție mai mare are loc un salt în fază de π, deci un salt de $\lambda/2$.

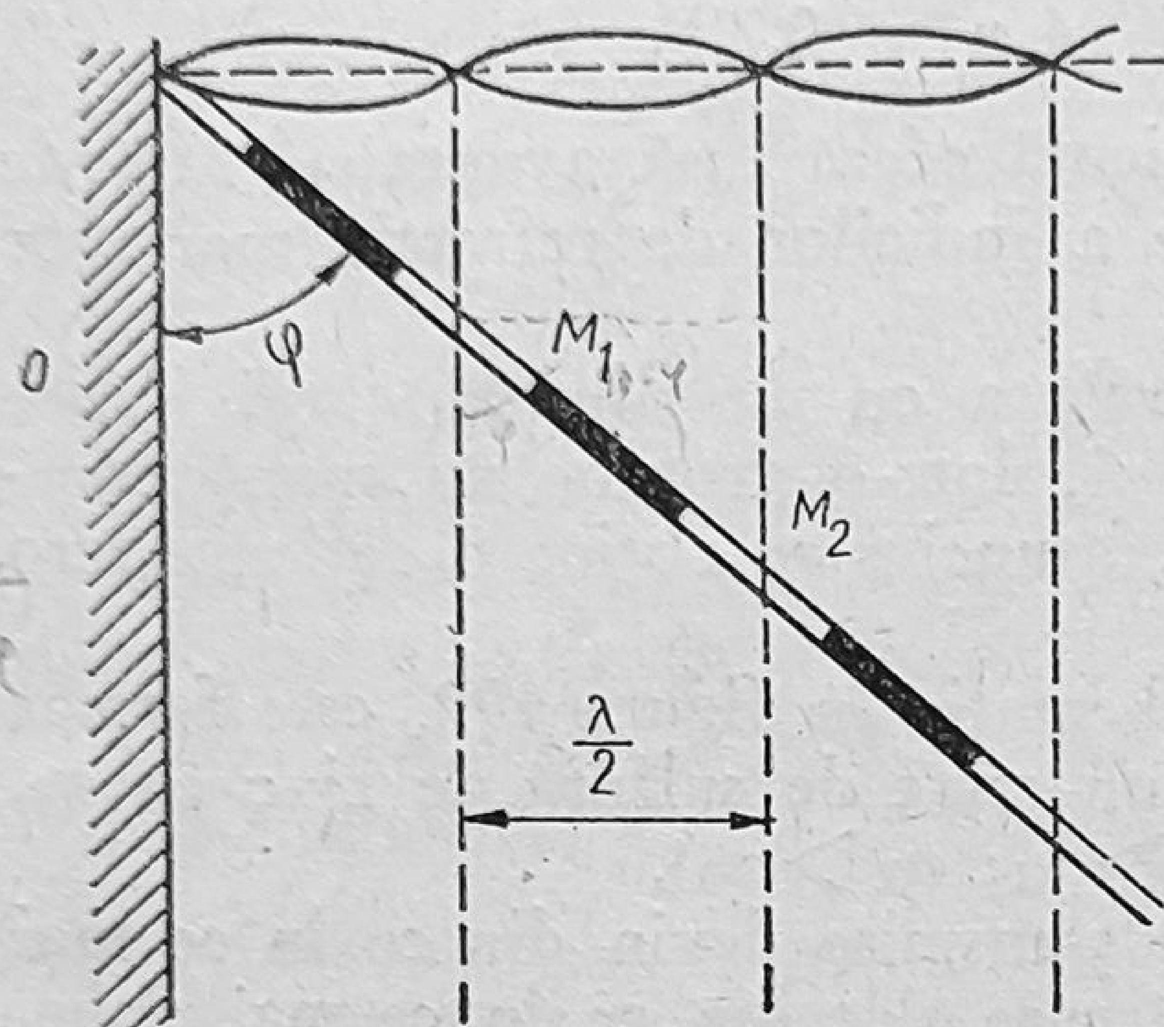


Fig. 193.

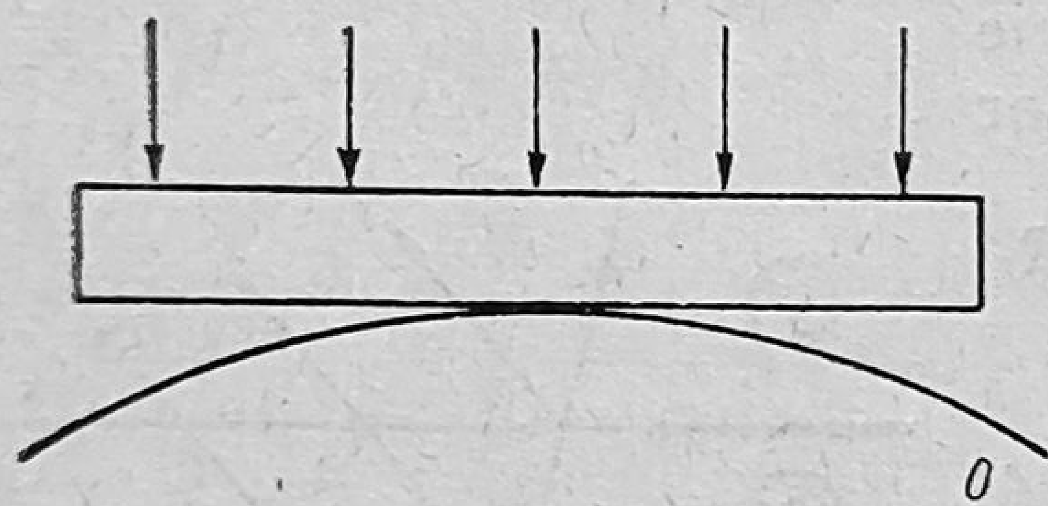


Fig. 194.

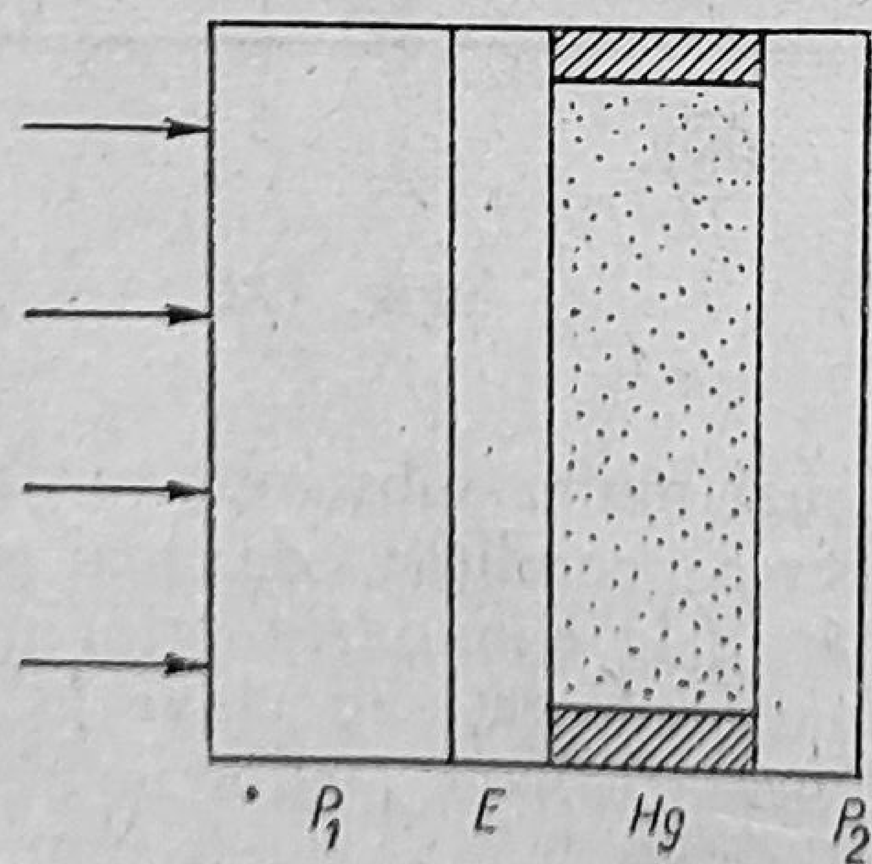


Fig. 195.

În cazul reflexiei pe o suprafață metalică se constată un salt de fază cuprins între $\pi/2$ și π radiani. Radiația pătrunde în argint, pînă la $\lambda/20$, în interiorul metalului, unde formează un nod.

Experiențele lui Wiener pot fi repetate și cu ajutorul unei plăci cu substanță fluorescentă sau cu o peliculă fotoelectrică, care ne pot pune în evidență apariția undelor staționare.

3.18. Fotografia în culori

Metoda lui Lippmann se bazează pe formarea undelor staționare ale luminii. Lumina incidentă de la obiectul colorat este proiectată pe placa fotografică, P_1 — cu emulsia fotografică E (fig. 195). Razele trec prin P_1 și E și se reflectă pe suprafața stratului de mercur, strat format cu ajutorul unei plăci P_2 (E și P_2 constituesc fețele unei cuve). Se formează unde staționare între undele incidente și cele reflectate. Prin developare și fixare, în emulsia E rămîn straturi de argint paralele echidistante, corespunzătoare fiecărei radiații în parte.

Prin iluminarea cu lumină albă menținîndu-se aceleași condiții de incidență, vor fi reflectate numai acele radiații care sînt admise de către sistemul de straturi din emulsie.

Capitolul 4

INTERFEROMETRIE

4-A. GENERALITĂŢI

Fenomenele de interferenţă ale luminii au servit şi servesc la construirea de dispozitive interferenţiale, numite interferometre, cu ajutorul cărora se determină indicele de refracţie sau se pot măsura de asemenea distanţele mari şi mici. Aceste metode interferometrice se caracterizează prin înalta lor sensibilitate şi precizie.

Deosebim două feluri de interferometre:

a) interferometre unde are loc interferenţa a două raze (fascicule sau unde) luminoase;

b) interferometre, la care se obţine interferenţa mai multor raze coerente (interferenţa multiplă).

4-B. INTERFEROMETRE CU DOUĂ FASCICULE

Pînă acum pentru simplitate şi o mai bună înţelegere a fenomenului de interferenţă am prezentat interferenţa a două fascicule coerente (dispozitivele Young, Fresnel, Lloyd, etc.).

În aceste dispozitive, care pot deveni şi interferometre, se obţine o diferenţă de drum optic, δ, variabilă între două fascicule coerente, fascicule care pornind de la acelaşi izvor urmează în spaţiu, cel puţin o porţiune, drumuri separate, iar apoi sînt readuse să interfere şi se obţin în felul acesta franjele de interferenţă.

Dacă printr-un dispozitiv oarecare se face ca această diferenţă de drum să se schimbe pe unul din drumurile interferometrului, adică pe una din ramurile interferometrului, atunci apare o diferenţă de drum optic suplimentară, care face ca sistemul de franje să se deplaseze sau să se schimbe. Această diferenţă suplimentară de drum optic este dată de expresia $l \cdot \Delta n$ sau $n \cdot \Delta l$ sau $\Delta l \cdot \Delta n$, unde l şi n sînt drumul optic geometric şi indicele de refracţie al mediului în acest interval de drum. Cum pentru o variaţie a lui δ egală cu o lungime de undă corespunde o deplasare a sistemului de franje cu o interfranje i, atunci la variaţia $\Delta\delta$ $(= l \cdot \Delta n; = n \cdot \Delta l; = \Delta l \cdot \Delta n)$ va corespunde o deplasare i.

Se vede imediat că în felul acesta putem afla fie pe Δn, fie pe Δl şi astfel interferometrul să poată servi la măsurarea fie a variaţiei indicelui de refracţie n, fie a variaţiei lungimii l. Dacă lucrăm în lumină albă, atunci franja centrală, care este albă, va fi uşor de observat şi dacă prin variaţia lui l sau n, se capătă o deplasare totală a franjei albe, pe care o notăm cu d, atunci deplasarea totală a numărului N de lungimi de undă va fi dată de $N=\frac{d}{i_\lambda}$, unde i_λ este interfranja obţinută, cînd se lucrează numai în lumina monocromatică λ. Urmează deci că $\delta=N\lambda$ şi cum $\Delta\delta=l\cdot\Delta n$ sau $\Delta\delta=n\cdot\Delta l$, putem calcula variaţia Δn sau Δl.

În dispozitivele experimentale descrise mai jos, drumurile razelor interferente sînt cît mai mult separate între ele, pentru a permite introducerea de aparate sau dispozitive în drumul lor.

4.1. Interferometrul Jamin

Este format din două blocuri groase de sticlă optică omogenă B_1 şi B_2 (de aproximativ 4 cm grosime) cu feţe plane şi paralele (fig. 196). Feţele posterioare F_1 şi F_2 sînt argintate. Ele sînt aşezate ca în figură. O rază de lumină SA se reflectă şi se refractă la blocul B_1, dînd naştere la două raze coerente 1 şi 2 depărtate între ele; cu cît blocurile sînt mai groase, cu atît şi depărtarea razelor 1 şi 2 este mai mare. Razele 1 şi 2 cad pe blocul B_2 unde suferă reflexii şi refracţii, astfel că razele 1 şi 2 ies confundate prin punctul D şi la fel de intense, fiecare dintre ele suferind acelaşi număr de reflexii şi refracţii la feţele simple şi argintate ale celor două blocuri. Cum acest fenomen se petrece pentru toate razele SA sub diferite incidenţe i, şi cum razele 1-2 la ieşirea prin D nu prezintă nici o diferenţă de drum optic, ele vor interfera şi privite printr-o lunetă vor da un maxim, o tentă uniformă peste tot cîmpul de interferenţă. O rotire slabă, într-un sens oarecare a celor două blocuri, schimbă situaţia iniţială de egalitate a celor două drumuri şi vor apare franje de interferenţă. În lumina albă, franja centrală se va situa pe direcţia unde diferenţa de drum optic între razele interferente de tipul 1-2 va fi nulă. Introducînd în drumul razelor două cuve C_1 şi C_2 identice, cu feţe plane şi paralele, şi egale în grosime l, atunci sistemul de franje nu se va deplasa. Prin introducerea unui gaz într-o cuvă, avem o

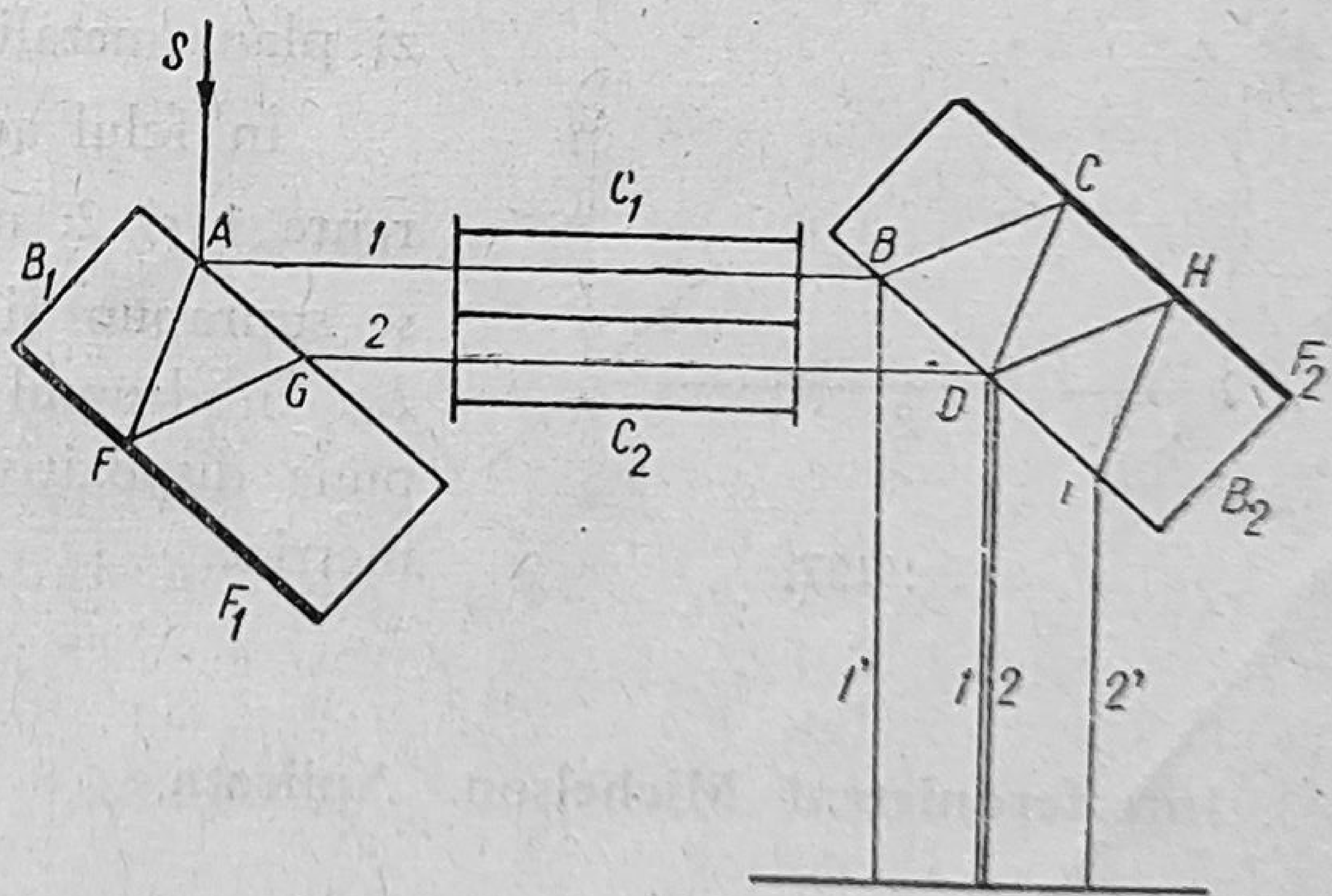


Fig. 196.

variație $\Delta\delta$ a drumului optic între razele 1 și 2 și deci o deplasare de N interfranje i a franjei centrale albe. Vom avea deci :

$$N = \frac{\Delta\delta}{\lambda} = \frac{l\,(n_g - n_a)}{\lambda}, \tag{4-1}$$

de unde cunoscînd pe λ pe l și n_a și numărînd sau calculînd pe N, vom găsi valoarea lui n_g față de n_a a aerului. Scoțînd aerul dintr-o cuvă, atunci putem determina valoarea absolută n_a din:

$$N' = \frac{\Delta\delta'}{\lambda} = \frac{l\,(n_a - 1)}{\lambda}. \tag{4-2}$$

4.2. Interferometrul Rojdestvenski

În interferometrul Rojdestvenski (realizat de *E. Bădărău*) se înlătură dificultatea de la interferometrul Jamin, de a utiliza două blocuri groase de sticlă optică, greu de realizat, prin folosirea a două lame semitransparente L_1 și L_2 de sticlă, cuarț sau alt material și a două oglinzi plane metalice O_1 și O_2 (fig. 197).

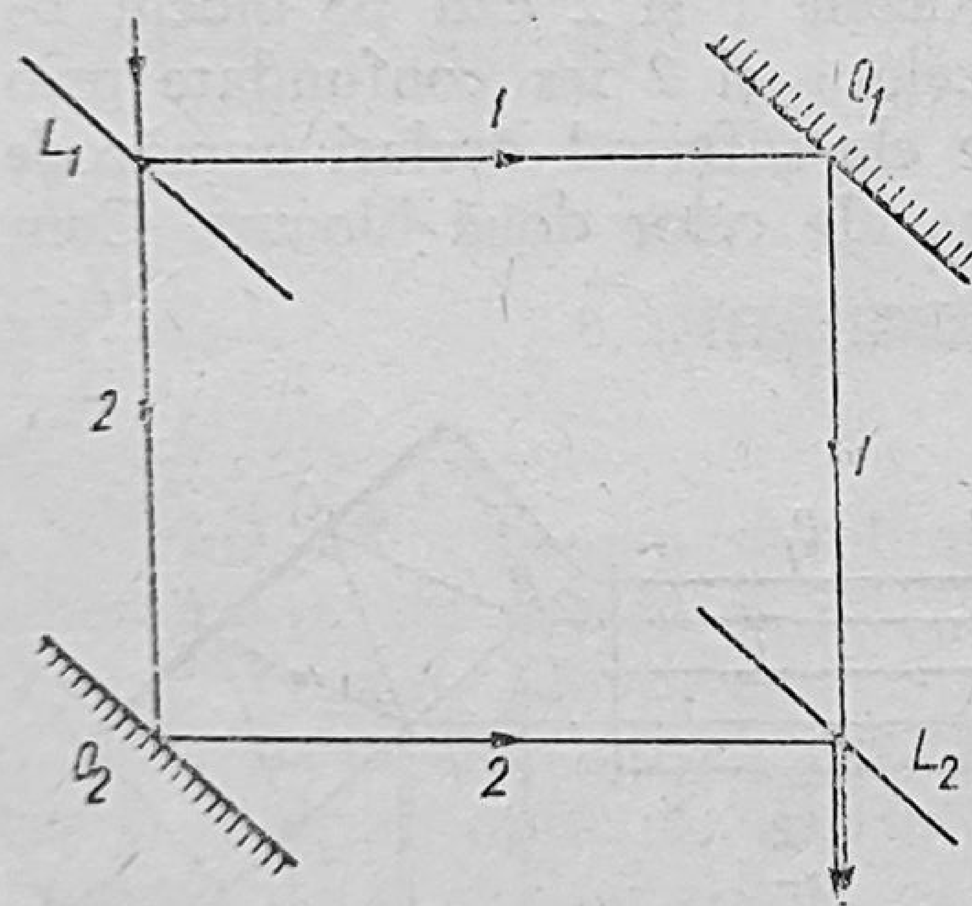


Fig. 197.

În felul acesta se obțin două raze coerente 1 și 2, mult depărtate între ele, care se suprapun și interferă la părăsirea lamei L_2. În drumul razelor 1 și 2 se pot interpune dispozitive pentru cercetări interferometrice.

4.3. Interferometrul Michelson. Aplicații

Și în acest caz avem o separare completă a celor două raze interferente: raza IA cade pe lama L cu fețe plane și paralele, omogenă și semiargintată, se refractă în A, se reflectă în parte în B, iese prin C, se reflectă pe oglinda plană metalică O_1 așezată normal, revine la lama L pe care o traversează, iese prin B și pătrunde în luneta l (fig. 198). Cealaltă parte (2) a razei

1A-AB părăseşte lama *L* şi pătrunde printr-o lamă *L'* identică cu *L*, se reflectă pe oglinda O_2 şi prin traversarea lamei *L'* în sens invers şi prin reflexia ei în *B*, intră paralel şi suprapusă cu raza (1) în luneta *l*; în cîmpul lunetei *l*, observăm fenomenul de interferenţă.

Se observă că raza 1, începînd din punctul *B*, a străbătut lama *L* de două ori; pentru ca şi raza 2 să parcurgă acelaşi drum optic, s-a interpus lama *L'* (lamă compensatoare), identică cu lama *L*.

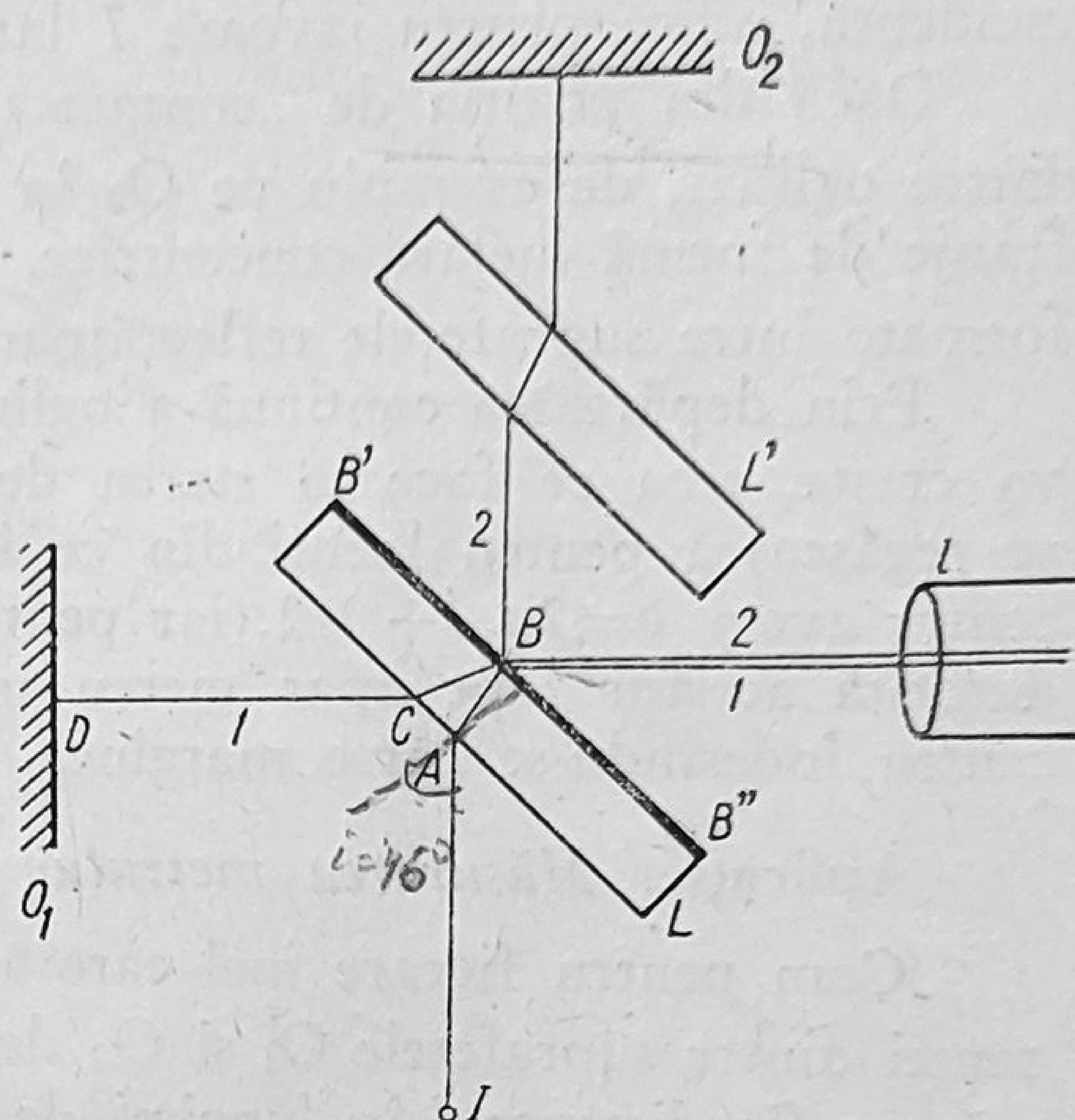


Fig. 198.

Se observă de asemenea, că raza *1* are numai un singur salt de fază (π), deci de $\lambda/2$ la reflexia pe oglinda O_1; raza 2 suferă saltul de fază π atît la reflexia pe oglinda O_2 cît şi pe lama *L* în punctul *B*. De aici rezultă că cele două raze coerente, la părăsirea punctului *B* sînt în opoziţie de fază. Prin deplasarea uneia dintre oglinzi, de exemplu O_2, putem face ca drumurile optice ale celor două raze care pornesc din *B* şi se reîntîlnesc în *B* să fie egale. În acest caz, în lunetă vom observa o tentă uniformă întunecată a cîmpului de interferenţă. Spunem că oglinzile O_1 şi O_2 sînt în „contact optic", lucru de altfel justificat, deoarece imaginile oglinzilor O_1 şi O_2 faţă de suprafaţa semiargintată *B'B''* a lamei *L* coincid reciproc cu oglinzile O_2 şi O_1.

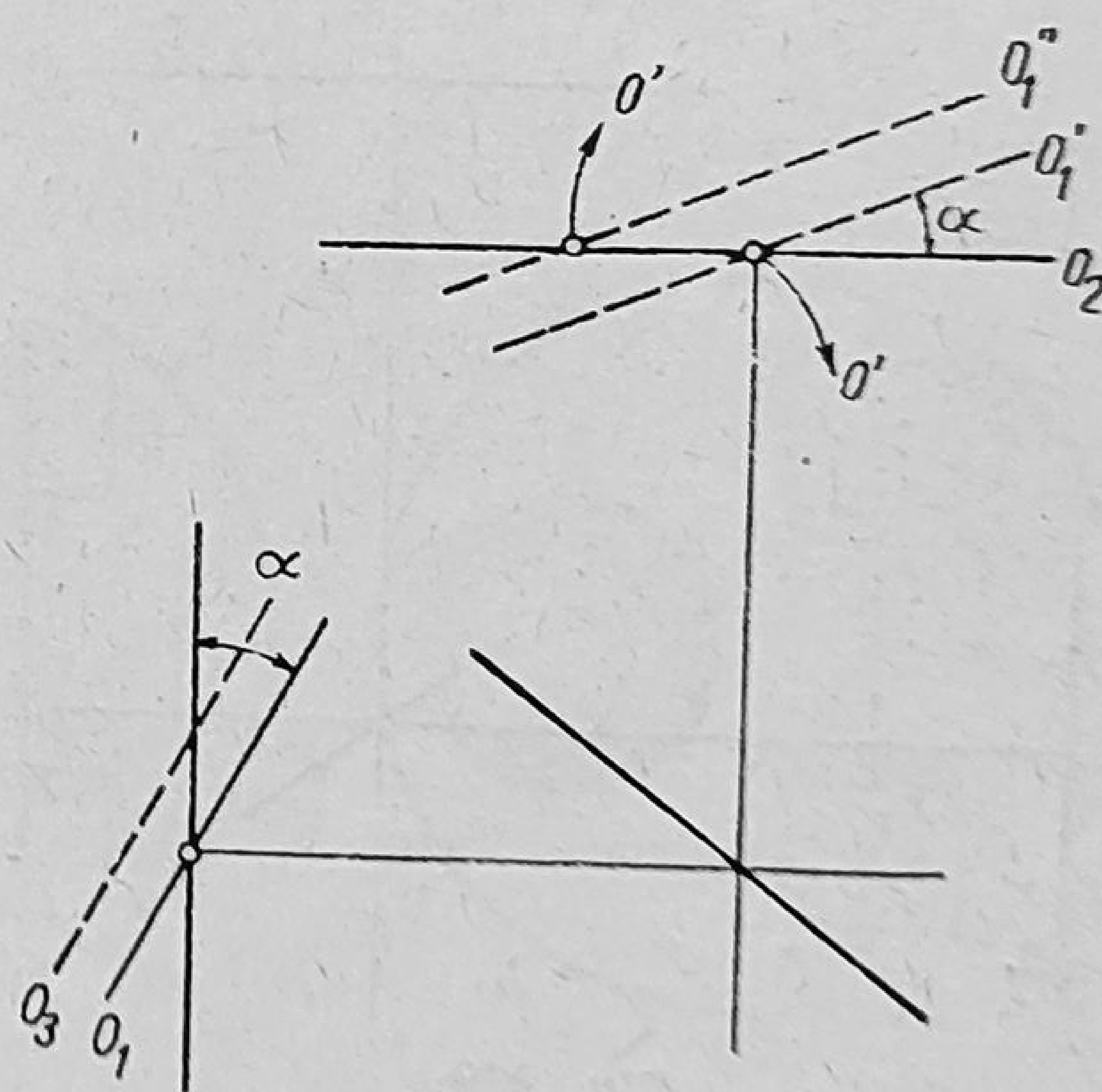


Fig. 199.

În această situaţie, înclinînd una din oglinzi, O_1 de exemplu (fig. 199), atunci şi imaginea ei O_1' va fi înclinată faţă de O_2, cu care va face un unghi α. Acesta este echivalent cu formarea unei pane optice de unghi α şi în lunetă vor apare franjele acestei pane optice, franje drepte, echidistante şi paralele cu dreapta de intersecţie *O'* a celor două plane O_2 şi O_1'.

În lumina albă, în *O'* va apare o franjă neagră bine conturată, şi de o parte şi de alta franje colorate, din ce în ce mai şterse cu cît ne depărtăm de această poziţie centrală.

Prin deplasarea oglinzii O_1 înclinată, paralel cu ea însuşi, în O_3, vom obţine imaginea O_1'' cu intersecţia O'', deci franja neagră centrală se deplasează din O' în O''.

Acelaşi rezultat îl obţinem şi cu alte raze care fac unghiuri diferite de incidenţă, adică pentru izvoare I largi.

Dacă din poziţia de „contact optic" deplasăm paralel cu ea însăşi una dintre oglinzi, de exemplu pe O_2 în poziţia O_1', atunci în lunetă vom observa franje de formă inelară concentrice, numite inelele sau franjele lui Haidinger, formate între suprafeţele reflectătoare paralele O_2 şi O_1'.

Prin depărtarea continuă a oglinzii O_2, ordinul de interferenţă la centru va creşte, ceea ce face ca starea de interferenţă precedentă de la centru să se regăsească pentru locuri din ce în ce mai îndepărtate de centru (căci la centru avem $\delta = 2n.\, l + \lambda/2$, iar pentru un inel oarecare $\delta = 2n\, l \cos r + \lambda/2$) şi datorită acestui fapt apar mereu inele din centru, care se vor depărta de centru îndesîndu-se către margine.

Aplicaţie. *Măsurarea metrului etalon în lungimi de undă.*

Cum pentru fiecare inel care apare sau dispare, avem o variaţie a distanţei dintre suprafeţele O_1' şi O_2 de $\lambda/2$, urmează că avem posibilitatea de a măsura fie distanţa l în lungimi de undă λ, fie λ în funcţie de l. Aceasta a dat posibilitatea lui Michelson să măsoare metrul etalon în lungimi de undă a radiaţiei roşii de Cd.

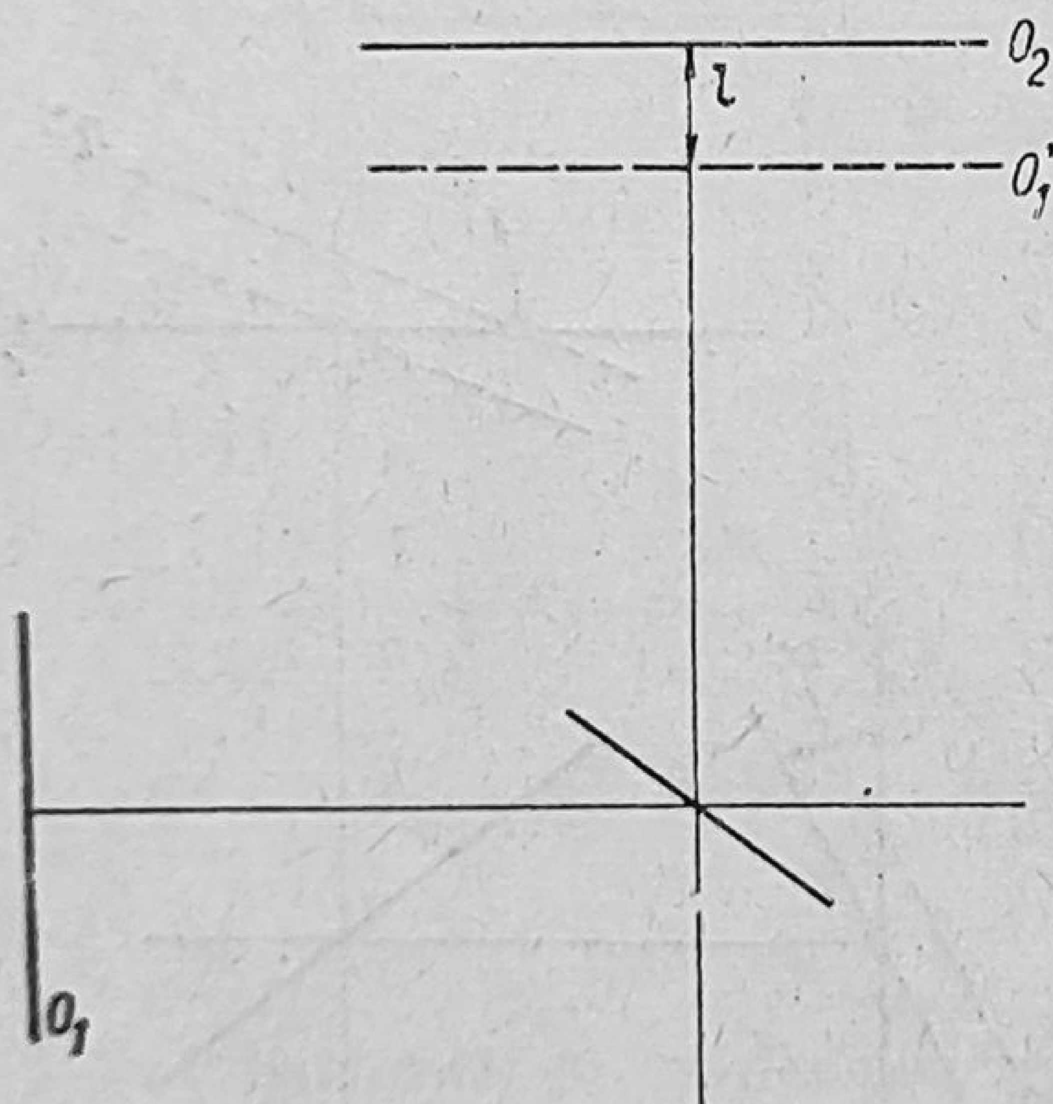


Fig. 200.

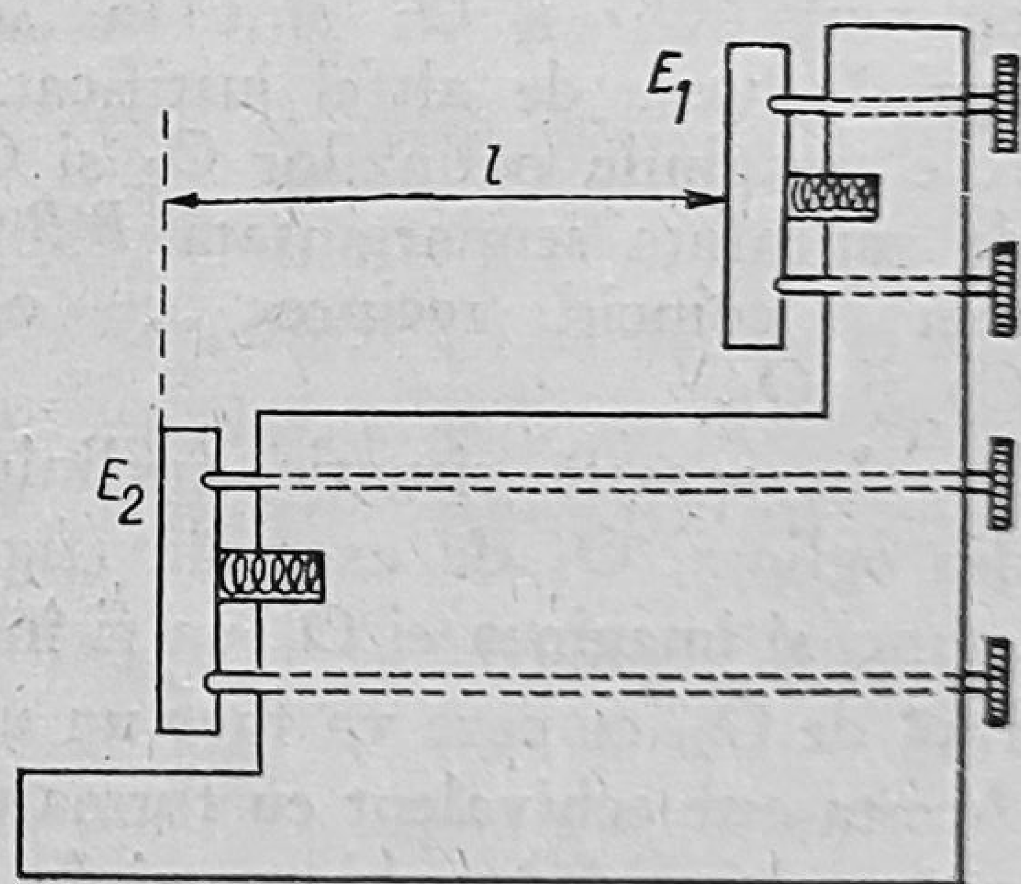


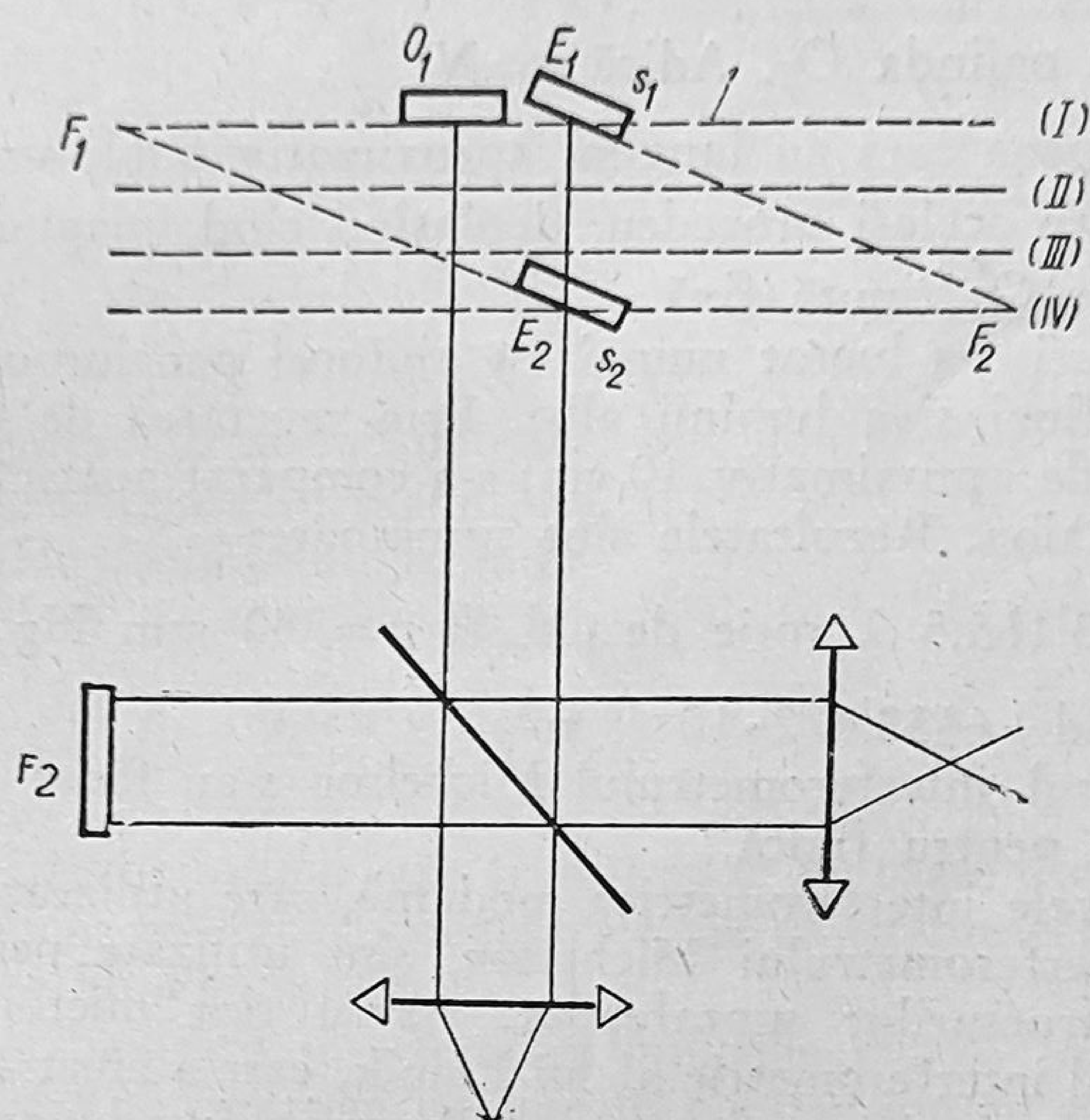
Fig. 201.

În acest scop, Michelson a luat o serie de etaloane de grosimi de la 0,39 mm pînă la 10 cm aproximativ şi a măsurat interferometric lungimile acestora.

Un etalon este format din două oglinzi plane montate paralel pe acelaşi suport, ca în figura 201. Lungimea etalonului este distanţa l dintre feţele plane

reflectătoare. Oglinda O_2 are un cadrilaj; se alege o trăsătură *T-T* ca reper (fig. 202).

Etalonul se aşază într-unul din braţele interferometrului de exemplu lîngă O_1 (fig. 202), astfel ca să facă un unghi mic α cu imaginea oglinzii O_2, deci să formeze o pană optică. Să aranjăm astfel interferometrul ca imaginea oglinzii O_2, adică O_2, să ocupe poziţia (I), adică în contact optic cu O_1



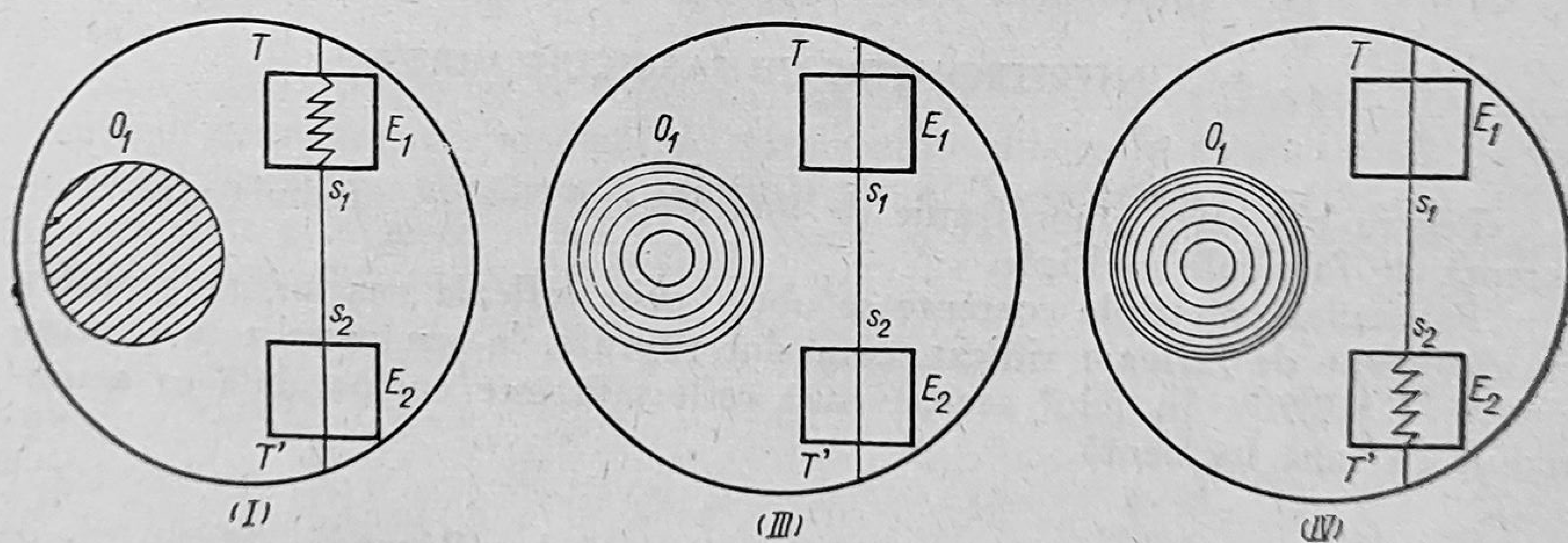


Fig. 202.

cînd apare întunecarea completă a cîmpului interferenţial. În lumina albă facem ca franja centrală neagră care se formează în s_1, un reper de pe oglinda etalonului E_1, să coincidă şi cu reperul *T-T'*. Pe E_2 se formează albul de ordin superior, franja centrală neagră formîndu-se la intersecţia planelor E_2 şi (I) tocmai în F_1. Prin deplasarea oglinzii O_2, imaginea sa va ocupa poziţiile (II),

(III): pe oglinda O_1 vor apare franjele lui Haidinger în lumina monocromatică de cadium, care se pot număra, iar pe E_1 și E_2, în lumina albă, apare albul de ordin superior. În poziția (IV) peste O_1 se formează în continuare inelele lui Haidinger, pe E_1 albul de ordin superior, însă pe E_2 apare franja centrală neagră din lumina albă, care apare în dreptul poziției reperului s_2 (franja neagră care corespunde oglinzii E_1 se formează tocmai în poziția F_2). În felul acesta, prin deplasarea imaginii O_2' cu distanța l s-a putut număra N inele Haidinger la oglinda O_1. Adică $l = N\frac{\lambda}{2}$.

Celelalte etaloane care au lungimi aproximativ duble unele față de altele s-au determinat prin același procedeu, deplasînd cînd imaginea O_2' cînd fețele etaloanelor față de O_2' ținută fixă.

În aceste cazuri s-a lucrat numai cu ajutorul panelor optice, a reperelor s_1 și s_2 de pe oglinzi și a luminii albe. Prin repetarea de 10 ori a distanței ultimului etalon (de aproximativ 10 cm) s-a comparat această distanță cu lungimea metrului etalon. Rezultatele sînt următoare:

$$1\ \text{m} = 1\,553\,165{,}5\ \lambda\ \text{roșie de Cd. la } p = 760\ \text{mm Hg și } t = 0°\text{C}$$

sau: λ roșie de Cd $= 6438{,}472 \cdot 10^{-10}$ m

— Cu ajutorul interferometrului Michelson s-au făcut o serie de experiențe importante pentru fizică.

— Dispozitivele interferometrice moderne, care utilizează razele coerente după modelul interferometrului Michelson, sînt utilizate pentru verificări și măsurători ale structurilor suprafețelor. Astfel sînt microinterferometrul și microprofilometrul interferometric al lui Linnik, care a creat astfel microscopia interferențială, precum și interferometrul Twyman, întrebuințat pentru studiul interferențial al aberațiilor sistemelor optice.

4-C. INTERFEROMETRE CU FASCICULE MULTIPLE

Pentru obținerea unor franje de interferență fine se întrebuințează interferența de fascicule multiple.

Fasciculele multiple coerente se obțin prin reflexia razelor pe suprafețe cu coeficient de reflexie ridicat, cum sînt suprafețele semimetalizate (semiargintate $R = 0{,}90$). În felul acesta, raza reflectată este comparabilă ca amplitudine cu raza incidentă.

I. Interferometrul și etalonul Fabry-Pérot

4.4. Formarea franjelor

Interferometrul și etalonul Fabry-Pérot întrebuințează astfel de suprafețe puternic reflectătoare. Partea principală o constituie două plăci plane paralele cu fețele interioare semiargintate. Din raza incidentă IA se obțin razele

paralele cu amplitudine descrescîndă 1, 2, 3, 4 din figura 203 şi care prezintă una faţă de alta aceeaşi diferenţă de drum optic:

$$\delta = 2nd\cos r, \qquad (4\text{-}3)$$

deci aceeaşi diferenţă de fază:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{4\pi nd\cos r}{\lambda} \qquad (4\text{-}4)$$

şi deoarece între plăci avem aer cu $n \approx 1$,

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi d\cos r}{\lambda} \qquad (4\text{-}5)$$

unde d este grosimea stratului de aer. Aceste raze paralele strînse în planul focal al lentilei L dau fenomenul de interferenţă în punctul M de maxim sau minim, după cum $\delta = k\lambda$, respectiv $(2k+1)\lambda/2$.

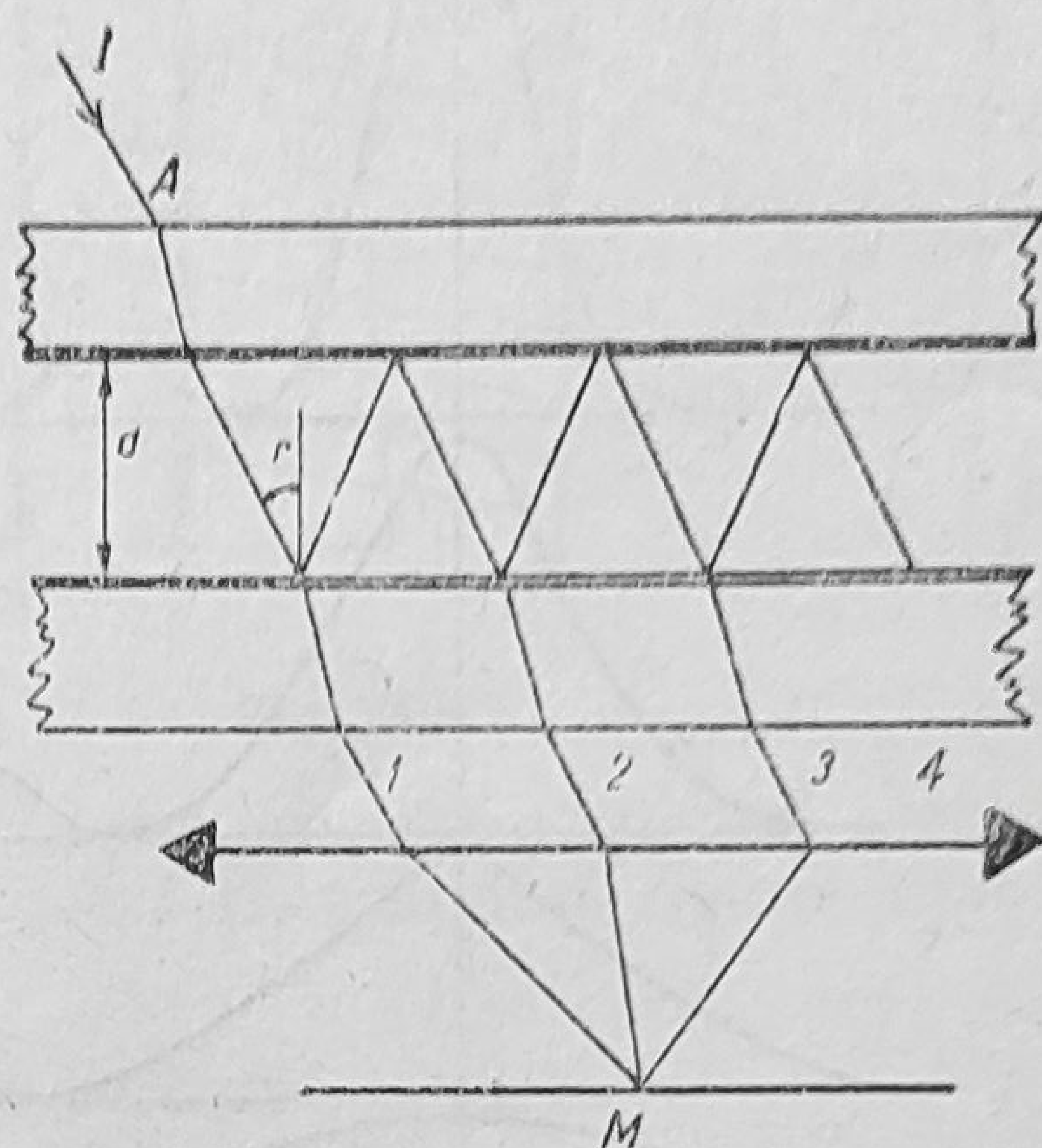


Fig. 203.

În cazul unui izvor întins, care trimite raze în toate direcţiile, totalitatea punctelor M se găsesc pe cercuri concentrice ale căror proiecţii sînt cele corespunzătoare inelelor lui Haidinger.

Avantajul întrebuinţării interferenţei multiple constă în faptul că aceste franje de interferenţă sînt extrem de fine în comparaţie cu inelele lui Haidinger, obţinute prin interferenţa numai a două fascicule. În figura 204, *a*, aplicînd construcţia grafică a lui Fresnel şi admiţînd amplitudinile razelor reflectate multiplu ca fiind egale, se dau rezultatele interferenţei a 2-3-4 şi 5 fascicule.

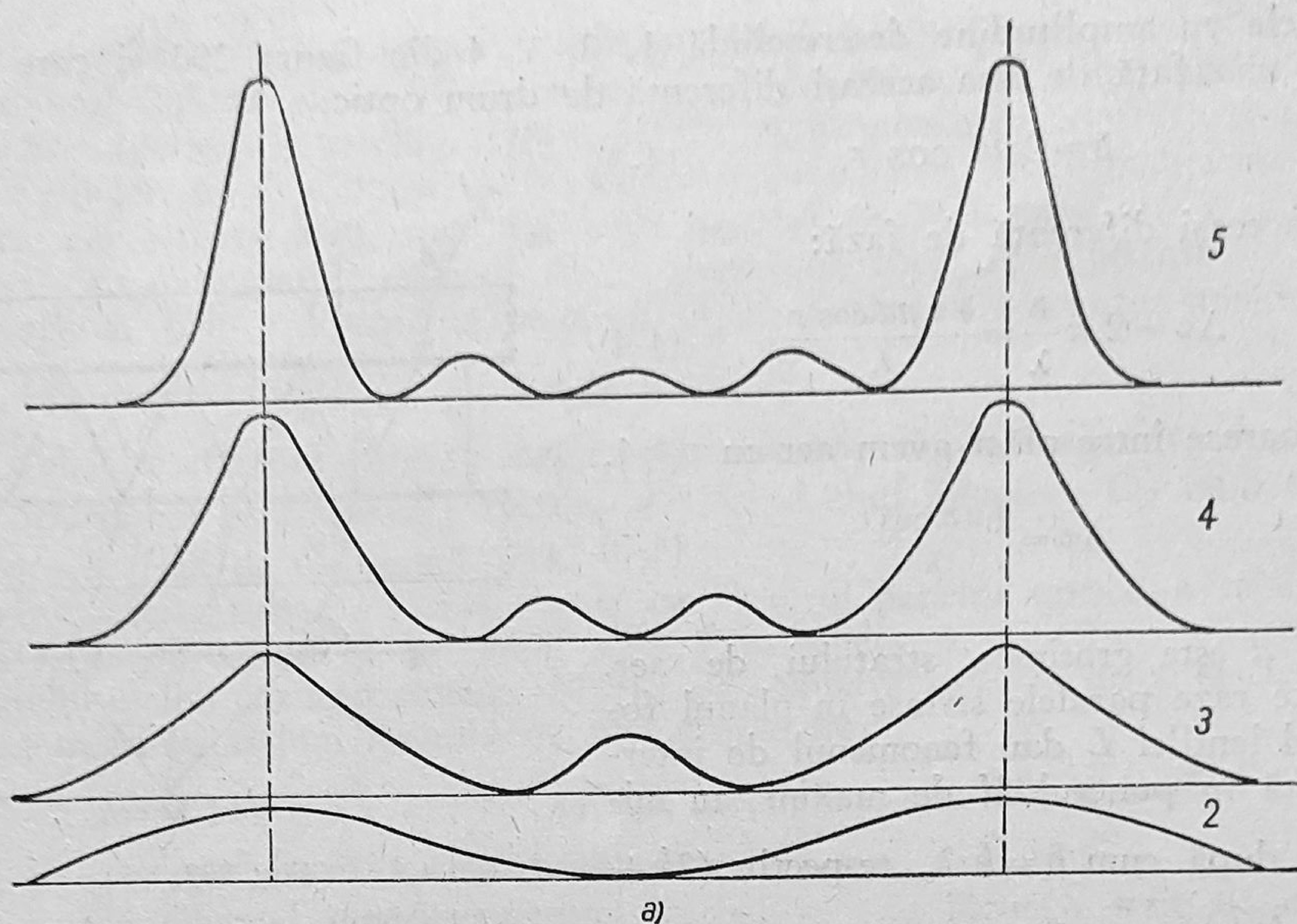
Se observă imediat că se formează maximele principale la $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 2k\pi$ şi maxime secundare intermediare de amplitudine din ce în ce mai mică cu cît numărul fasciculelor interferente este mai mare. Totodată se observă că între două maxime principale, avem N-1 minime şi N-2 maxime secundare. Minimele corespund pentru $\Delta\varphi$ dat de relaţia:

$$N\Delta\varphi = 2k\pi, \qquad (4\text{-}6)$$

adică:

$$\Delta\varphi = 2\pi k/N. \qquad (4\text{-}7)$$

Maximele principale sînt cu atît mai intense şi mai înguste, iar cele secundare cu atît mai slabe cu cît N este mai mare. Se ajunge ca la un N mare (20-60), maximele secundare să fie atît de slabe încît să formeze un fond foarte puţin luminos, în schimb maximele principale să fie foarte intense şi înguste. Aceasta face ca franjele să poată fi reperate cu mult mai multă uşurinţă şi interfranja să poată fi evaluată cu precizia pînă la 1/100 (şi mai mult) dintr-o interfranjă.



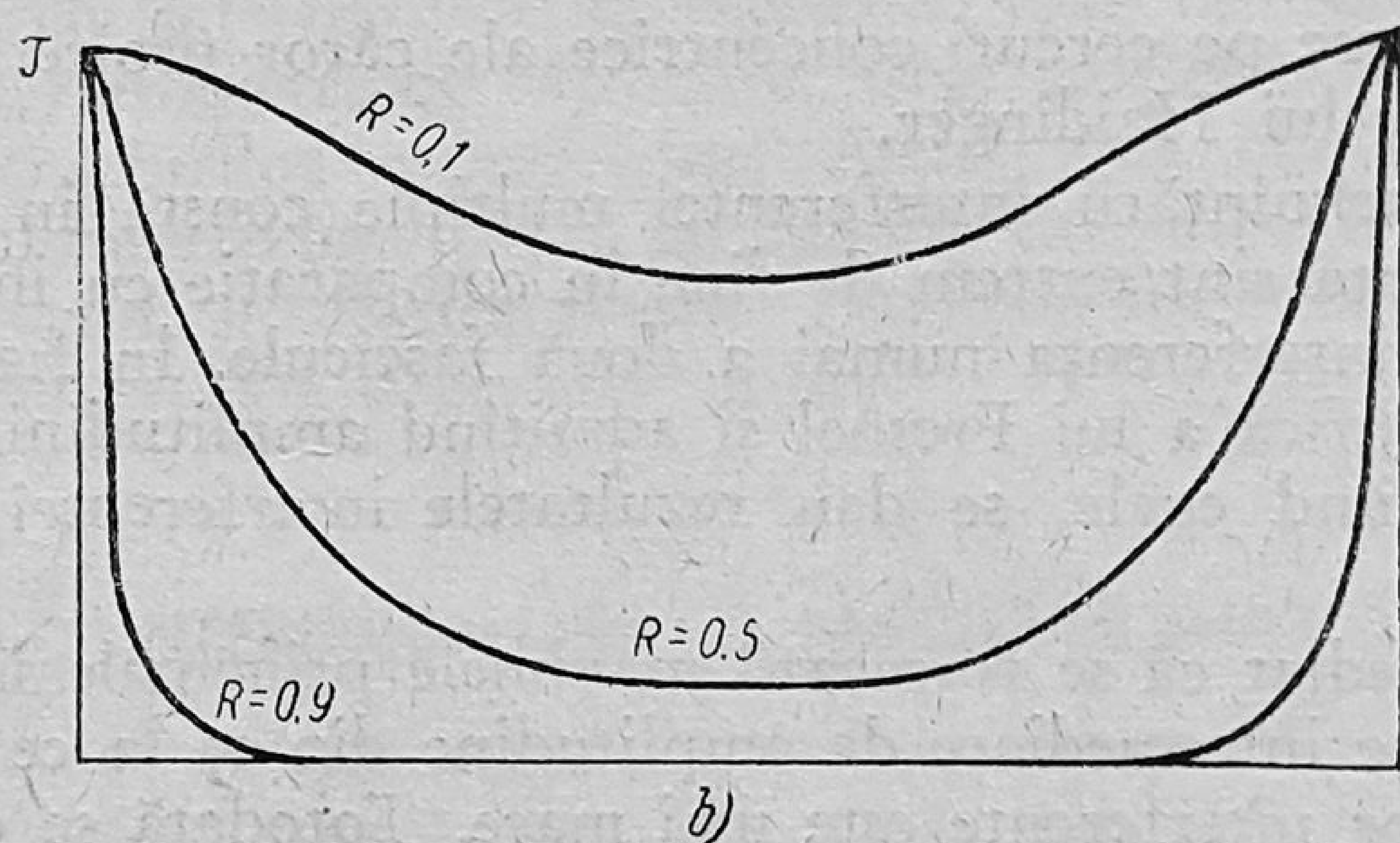


Fig. 204.

Pentru a mări şi mai mult intensitatea franjelor, se micşorează pierderile prin transmisie, mărindu-se totodată reflexia, prin întrebuinţarea de straturi subţiri multiple de dielectrici.

La interferenţa multiplă, razele reflectate multiplu scad în intensitate şi distribuţia intensităţii între două franje alăturate este redată în figura 204, *b*, pentru diferite valori ale factorului de reflexie.

Interferometrul, ca şi etalonul Fabry-Pérot, este format din două astfel de plăci plane cu feţele lucrate la $\lambda/100$ şi cu distanţele între ele de la cîţiva milimetri pînă la 1 m. Feţele exterioare sînt puţin înclinate faţă de cele interioare (cele semiargintate) pentru a evita formarea de inele parazitare de interferenţă.

Cu ajutorul lentilei L, (fig. 205) se formează, în planul focal P, inele de interferență concentrice. La interferometru, distanța între plăci este variabilă ; la etalon, aceasta este ținută fixă cu ajutorul unor distanțatoare de invar (aliaj de oțel cu nichel) sau cuarț topit, a căror lungime variază neglijabil la variațiile de temperatură din cameră. Pentru anumite scopuri, etaloanele se introduc în vase cu pereți din plăci plane, în care se variază presiunea aerului astfel ca distanța optică (*nd*) a etalonului să poată fi menținută riguros exact.

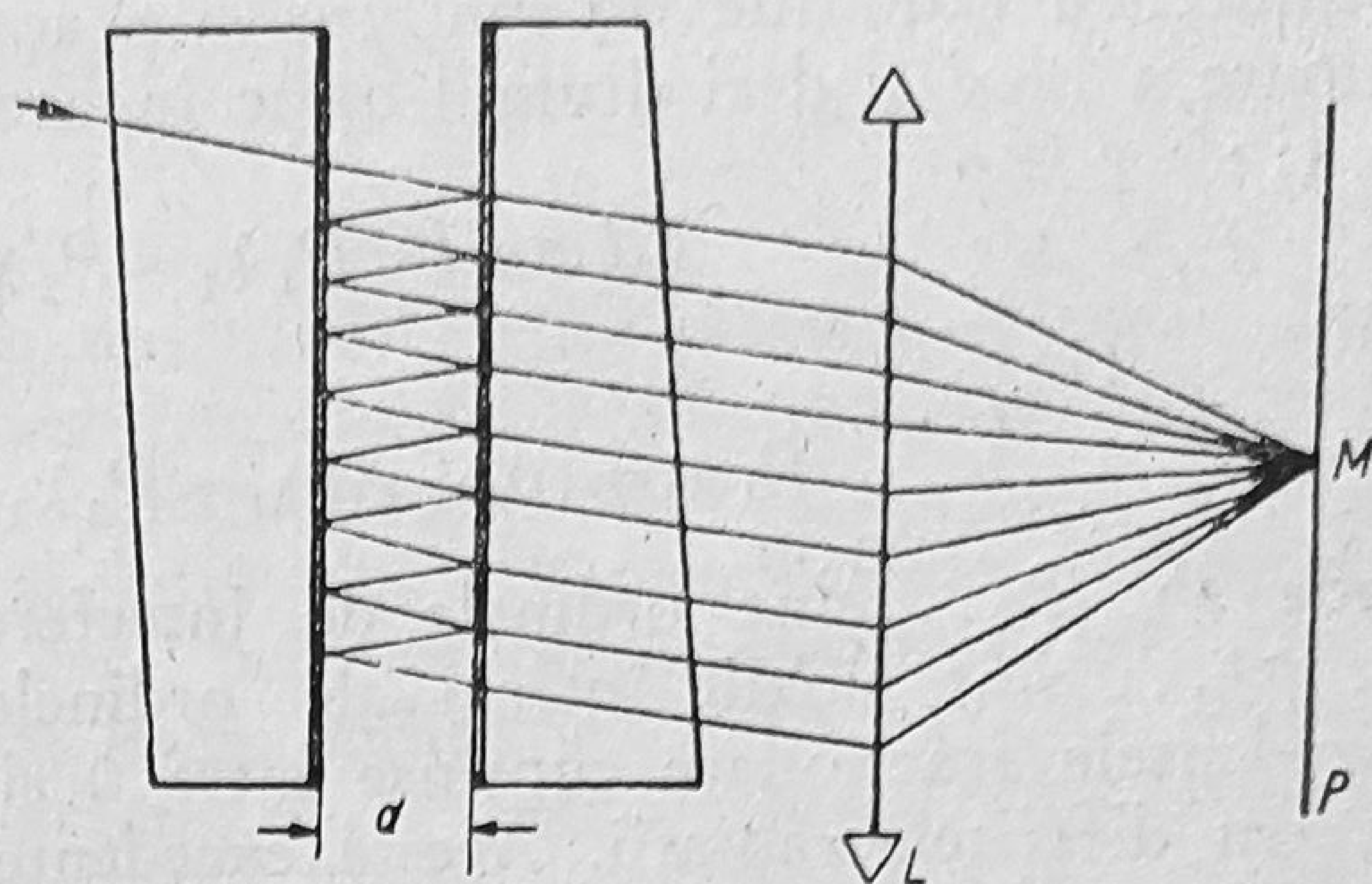


Fig. 205.

4.5. Măsurători de lungimi cu etalonul Fabry-Pérot

Determinarea distanței d a etalonului se poate face și exprima în lungimi de undă λ cunoscute. Invers, cunoscînd grosimea d a etalonului, se poate determina o lungime de undă λ necunoscută a unei radiații. Diferența de drum optic la centrul inelelor de interferență este dată de relația :

$$\delta = 2d = P\lambda, \qquad (4\text{-}8)$$

unde P este un număr întreg sau fracționar, adică: $P = p + \varepsilon$ unde p este un număr întreg, iar ε = excedentul fracționar, care ia valori cuprinse între 0 și 1 : $0 < \varepsilon < 1$.

Dacă $\varepsilon = 0$, $p = P$, deci în centru avem un maxim de interferență; dacă $\varepsilon = 0{,}5$; $P = p + 0{,}5$ deci în centru avem un minim. Cum imaginea din centru este întinsă, nu putem stabili cu exactitate starea de interferență de maxim, minim sau intermediară. De aceea vom putea afla ordinul de interferență P la centru dacă vom cunoaște ordinul de interferență al inelului prim, al doilea, al treilea, . . . de la centru. Trecerea de la un inel la altul următor spre exterior se face prin micșorarea ordinului de interferență cu o unitate. Dacă luăm primul inel, atunci $p_1 = P_1$. El se formează după direcția razelor incidente, care fac unghiul i_1 cu fața etalonului, astfel că:

$$2d \cos i_1 = p_1 \lambda = P_1 \lambda. \qquad (4\text{-}9)$$

Va trebui deci să cunoaștem valoarea lui p_1 pentru ca apoi să găsim valoarea lui d din relația de mai sus, după ce se face măsurarea unghiului i_1.

Pentru a afla valoarea lui P_1 se întrebuințează *metoda excedentelor fracționare.* În acest scop se alege un punct A între inelele de interferență formate succesiv cu diferitele radiații care au lungimile de undă λ_1, λ_2, λ_3, λ_4. Acest punct A poate să coincidă cu un maxim de interferență, peste un inel, obținut pentru o anumită lungime de undă, dar în genere se va situa între inelele

obţinute cu radiaţiile de mai sus. La acest punct A corespunde o anumită valoare a lui i şi deci drumul optic în acel loc, acelaşi pentru toate radiaţiile va fi:

$$2d\cos i = P_1\lambda_1 = P_2\lambda_2 = P_3\lambda_3 = \ldots$$

sau:

$$P_1\lambda_1 = (p_1+\varepsilon_1)\lambda_1 = P_2\lambda_2 = (p_2+\varepsilon_2)\lambda_2 = \ldots$$

unde P_1, $P_2 \ldots$ sînt ordinele de interferenţă pentru λ_1, $\lambda_2 \ldots$ în acel loc; p_1, $p_2 \ldots$ sînt părţile întregi ale ordinelor de interferenţă şi ε_1, $\varepsilon_2 \ldots$ sînt excedentele fracţionare cuprinse între 0 şi 1 corespunzătoare acelui punct A pentru diferitele radiaţii. Aceste excedente fracţionare ε_1, $\varepsilon_2 \ldots$ se determină experimental prin citirea (aprecierea) lor cu o lupă. Se dă apoi lui p_1, de exemplu, o serie de diferite valori întregi diferind cu cîte o unitate una de alta şi prin adăugarea excedentului fracţional ε_1, se obţine un tablou cu date cu privire la valorile calculate pentru P_2, P_3 etc. Se observă pentru care valoare a lui P_1 se obţin valori pentru P_2, P_3, cu excedentele fracţionare ε_1', ε_2', care coincid (sau se apropie foarte mult) simultan cu excedentele fracţionare ε_1, ε_2 determinate experimental. În felul acesta, fiind determinat ordinul de interferenţă P_1 în punctul A, se poate afla din relaţia:

$$2d\cos i = P_1\lambda_1, \tag{4-12}$$

valoarea lui

$$d = \frac{P_1\lambda_1}{2\cos i}. \tag{4-13}$$

Valoare lui p_1 se alege aproximativ egală cu cea obţinută din evaluarea aproximativă a distanţei d printr-o măsurare simplă mecanică. Cu cît se aleg mai multe radiaţii, cu atît valorile lui p_1 pentru care avem coincidenţa excedentelor fracţionare

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2'; \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_3' \ldots \tag{4-14}$$

sînt mai îndepărtate una de alta şi determinarea lui d se face fără ambiguitate.

Cu ajutorul unor serii de etaloane Fabry-Pérot de lungimi aproximative duble unele faţă de altele, ultimul etalon fiind aproximativ egal cu un metru, printr-o metodă a cărei descriere iese din cadrul acestui curs, s-a determinat metrul etalon în lungimi de undă a radiaţiei roşii de cadmiu. Rezultatele sînt:

1 m = 1 553 164,13 λ roşie de cadmiu,

deci λ roşie de cadmiu = 6 438, 4 696 Å cu o precizie de 1/10.000.000 corespunzătoare preciziei de 0,1 μ la 1 m cu care s-a repetat prin zgîrieturi metrul etalon pe tija de platin-iridium.

În prezent valoarea acceptată pentru metru este:

1 m = 1 650 763,73 λ_{vid} kripton tranziţia $2p_{10} - 5d_5$.

Prin metoda etaloanelor Fabry-Pérot, Väisälä a reuşit să măsoare distanţe de zeci de metri (192 m) cu precizia de 1μ/m, iar Honkasolo, în 1950, a ajuns la 864,12 m cu precizia de ± 0,05 mm.

4.6. Utilizarea în spectroscopie a interferometrului și a etalonului Fabry-Pérot

Determinarea lungimii de undă a radiațiilor cu interferometrul sau etalonul Fabry-Pérot, se poate face mai ușor prin compararea între ele a lungimilor de undă a diferitelor radiații. Aceste radiații trebuie să aibă lungimi de undă apropiate pentru a le putea compara între ele, deoarece fiecare radiație dă cîte un sistem de franje circulare, care prin suprapunerea lor face imposibilă o comparare a lor. Astfel dacă avem radiațiile λ_1 și λ_2 $\lambda_1 > \lambda_2$ atunci la distanțe mici, începînd de la contactul între plăcile interferometrului se poate identifica ordinea inelelor respective. Pentru o distanță anumită însă inelele radiației cu λ_1 mărindu-și razele mai repede, vor ajunge ca să se suprapună peste inelele celuilalt sistem, după care prin amestecarea lor nu se va mai putea face comparație între ele. În momentul primei suprapuneri a inelelor vom avea:

$$k\lambda_1 = (k+1)\lambda_2, \tag{4-15}$$

unde k este ordinul de interferență, de unde rezultă:

$$k\lambda_1 - k\lambda_2 = \lambda_2 \tag{4-16}$$

sau:

$$\delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{k} \tag{4-17}$$

și cum $\delta\lambda$ este mic, $\lambda_1 \approx \lambda_2$,
vom avea:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{k}. \tag{4-18}$$

Cum de obicei se lucrează cu inelele apropiate de centru și cum k este în general mare (pentru un etalon de 0,5 cm pentru $\lambda = 5\,000$ Å, $k = 2\,10^4$) atunci în relația de mai sus putem pune:

$$2d\cos i \approx 2d \approx k\lambda, \tag{4-19}$$

deci $k = \frac{2d}{\lambda}$ și prin urmare:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{k} = \frac{\lambda^2}{2d}, \tag{4-20}$$

care ne arată că intervalul $\delta\lambda$ nu trebuie să depășească valoarea dată de mai sus, funcție de λ și de d. De exemplu pentru $d = 0{,}5$ cm, $\lambda = 5\,000$ Å, $\delta\lambda = 0{,}25$ Å.

$\delta\lambda$ ia numirea de constanta etalonului Fabry-Pérot.

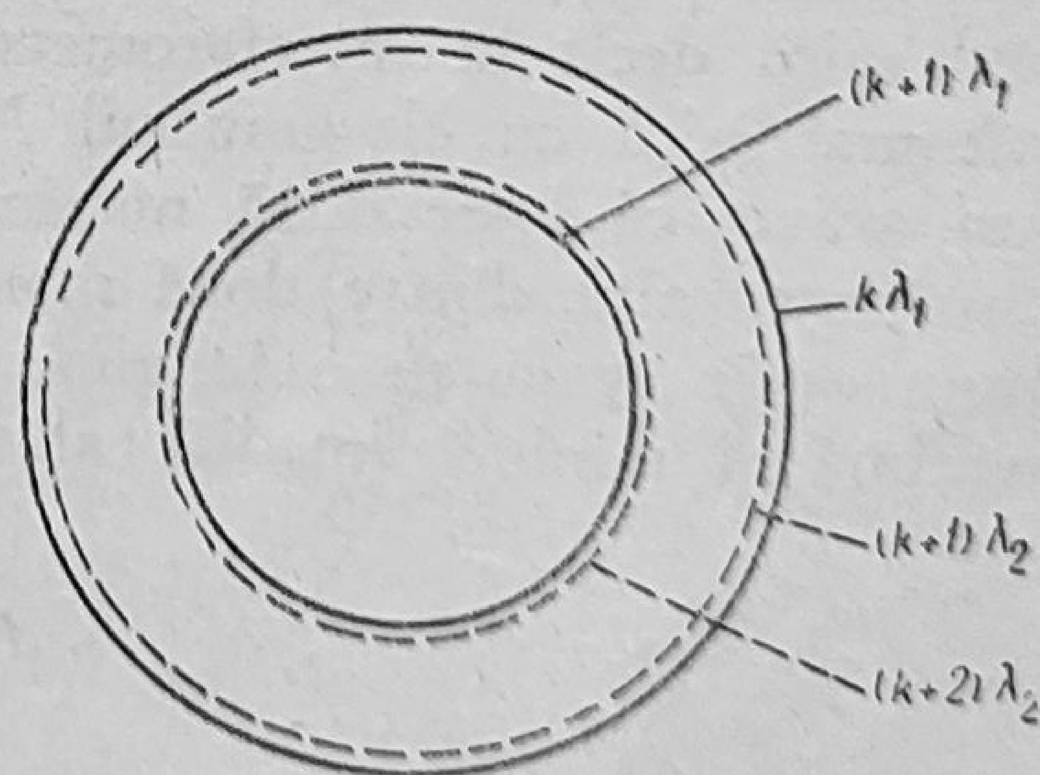


Fig. 206.

La această variaţie, în această situaţie corespunde o variaţie δr în mărimea inelelor corespunzătoare celor două radiaţii λ_1 şi λ_2 pentru acelaşi ordin de interferenţă, de exemplu $(k+1)$. După cum se vede din figura 207, δr este tocmai diferenţa razelor consecutive ale sistemelor de franje în λ_1.

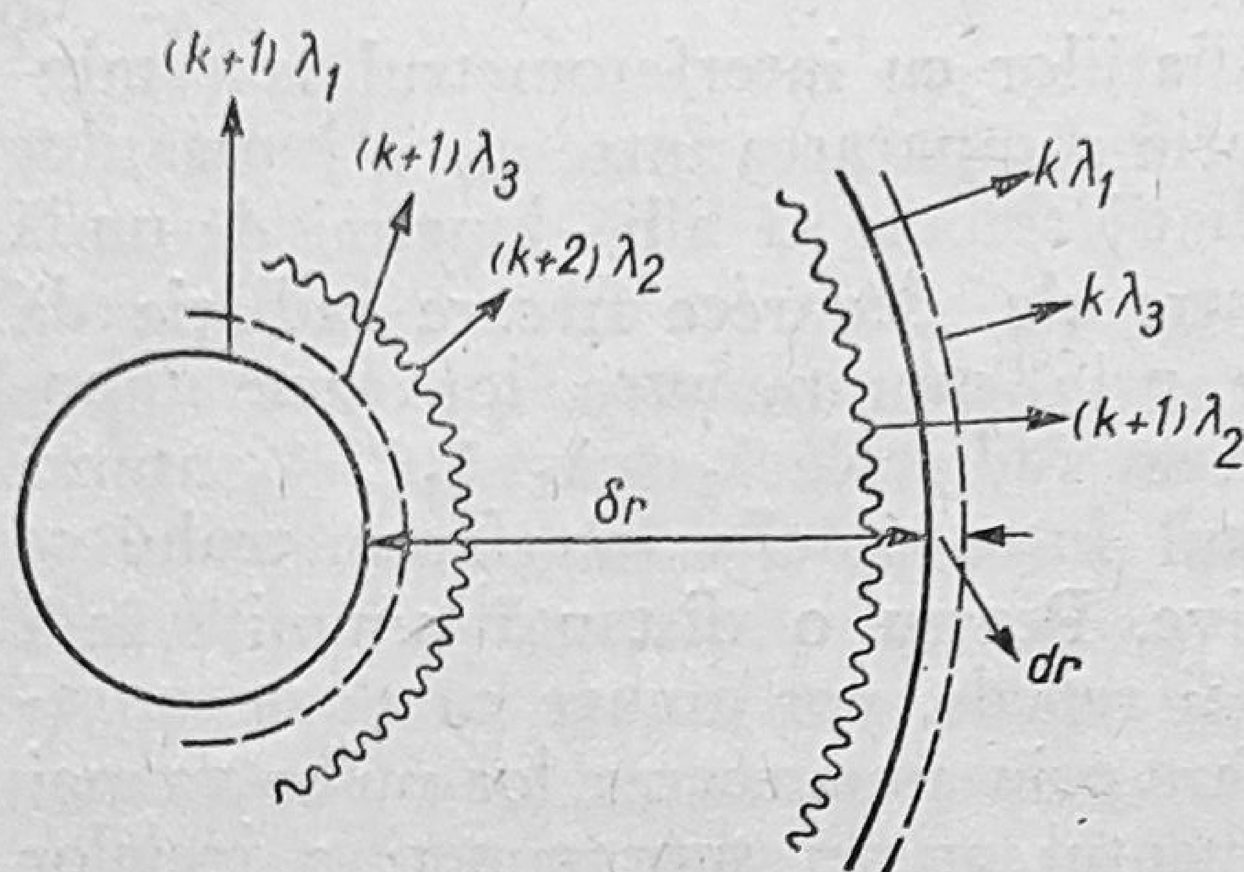


Fig. 207.

Dacă acum avem o radiaţie λ_3 foarte apropiată de λ_1, adică $\lambda_1 = \lambda_3 + d\lambda$, unde $d\lambda < \delta\lambda$ (constanta etalonului), atunci inelele de interferenţă datorită radiaţiei cu λ_3 vor fi apropiate de inelele de interferenţă datorită lui λ_1 şi deoarece $\lambda_3 < \lambda_1$ inelele respective se vor găsi aproape de inelele pentru λ_1, însă în afara lor — în figură punctat — prezentînd o variaţie dr a razei inelului de ordinul k. Cum pentru ordine k mari şi pentru inele mai îndepărtate de centru se poate face o interpolare liniară, vom avea:

$$d\lambda = \delta\lambda \frac{dr}{\delta r} = \frac{\lambda^2}{2d} \cdot \frac{dr}{\delta r}. \qquad (4\text{-}21)$$

În cazul cînd pe lîngă radiaţia λ_1, avem şi alte radiaţii λ_1', λ_1'', λ_1''' etc. foarte apropiate de λ_1 adică linia spectrală respectivă este complicată, un multiplet, atunci aceste radiaţii sateliţi pot fi puse în evidenţă cu etalonul Fabry-Pérot, prin inelele de interferenţă fine care se formează şi pot fi evaluate valorile lui $d\lambda$. Astfel linia verde a mercurului $\lambda = 5\,461$ Å este compusă din 8 sateliţi.

Se poate însă ca cele două radiaţii să fie atît de mult apropiate încît maximele inelelor de interferenţă corespunzătoare să fie aproape confundate. Să presupunem că cele două radiaţii sînt strict monocromatice. Chiar prin interferenţă multiplă, maximele de interferenţă au totuşi o lărgime (mult mai mică decît în interferometrele cu două unde). Această lărgime este cu atît mai mică cu cît numărul N de fascicule care interferă este mai mare. Am arătat că între două maxime există $N - 1$ minime nule echidistante. Cum intervalul dintre două maxime alăturate corespunde la o diferenţă de drum optic egală cu o lungime de undă λ atunci intervalul între poziţia maximă şi minimă imediat alăturată va corespunde la:

$$d\lambda = \frac{\lambda}{N-1} \approx \frac{\lambda}{N} \qquad (4\text{-}22)$$

(presupunem că cele N fascicule interferente au aceeaşi intensitate).

Aceasta reprezintă semiintervalul de lungimi de undă peste care se întinde maximul corespunzător lui λ. În regiunea respectivă, pentru a observa separat inelele de ordin k pentru λ_1 şi λ_2 va trebui ca intervalul optic

$$k\lambda_1 - k\lambda_2 = k\cdot\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N}, \qquad (4\text{-}23)$$

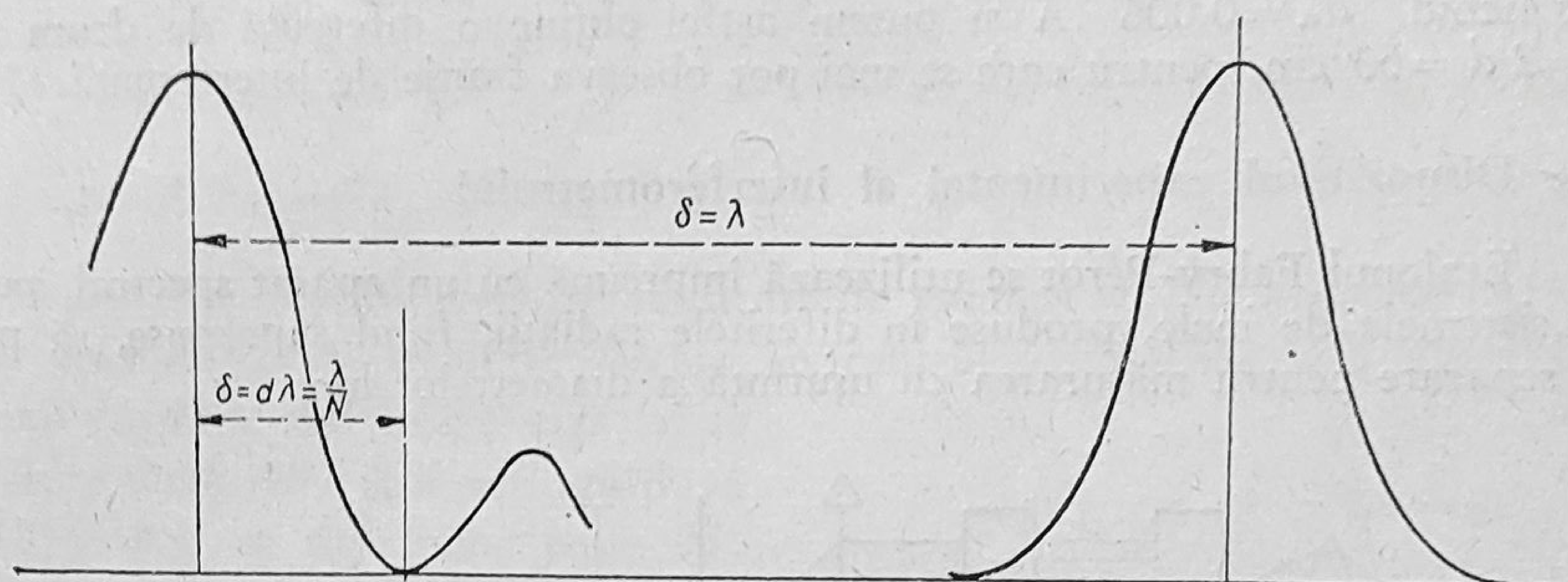


Fig. 208.

de unde rezultă:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \qquad (4\text{-}24)$$

unde constanta A, numită putere de *rezoluţie sau rezolvare* (separare) spectrală a etalonului, ne indică posibilitatea pe care o oferă instrumentul respectiv de a mai putea observa distinct franjele a două radiaţii cu lungimi de undă foarte apropiate între ele.

4.7. Lărgimea liniei spectrale

Putem considera linia monocromatică ca fiind formată din două radiaţii cu lungimile de undă λ_1 şi λ_2 unde $\lambda_2 = \lambda_1 + d\lambda$ (fig. 209).

La un ordin mare de interferenţă k, sistemele de inele se îndesesc şi se suprapun dînd o tentă uniformă. În locul unde se ating inelele, avem:

$$(k+1)\lambda_1 = k\lambda_2 \qquad (4\text{-}25)$$
$$(k+1)\lambda_1 = k(\lambda_1 + d\lambda),$$

de unde

$$k\lambda_1 + \lambda_1 = k\lambda_1 + kd\lambda \qquad (4\text{-}26)$$

sau

$$k = \frac{\lambda_1}{d\lambda} \approx \frac{\lambda}{d\lambda}. \qquad (4\text{-}27)$$

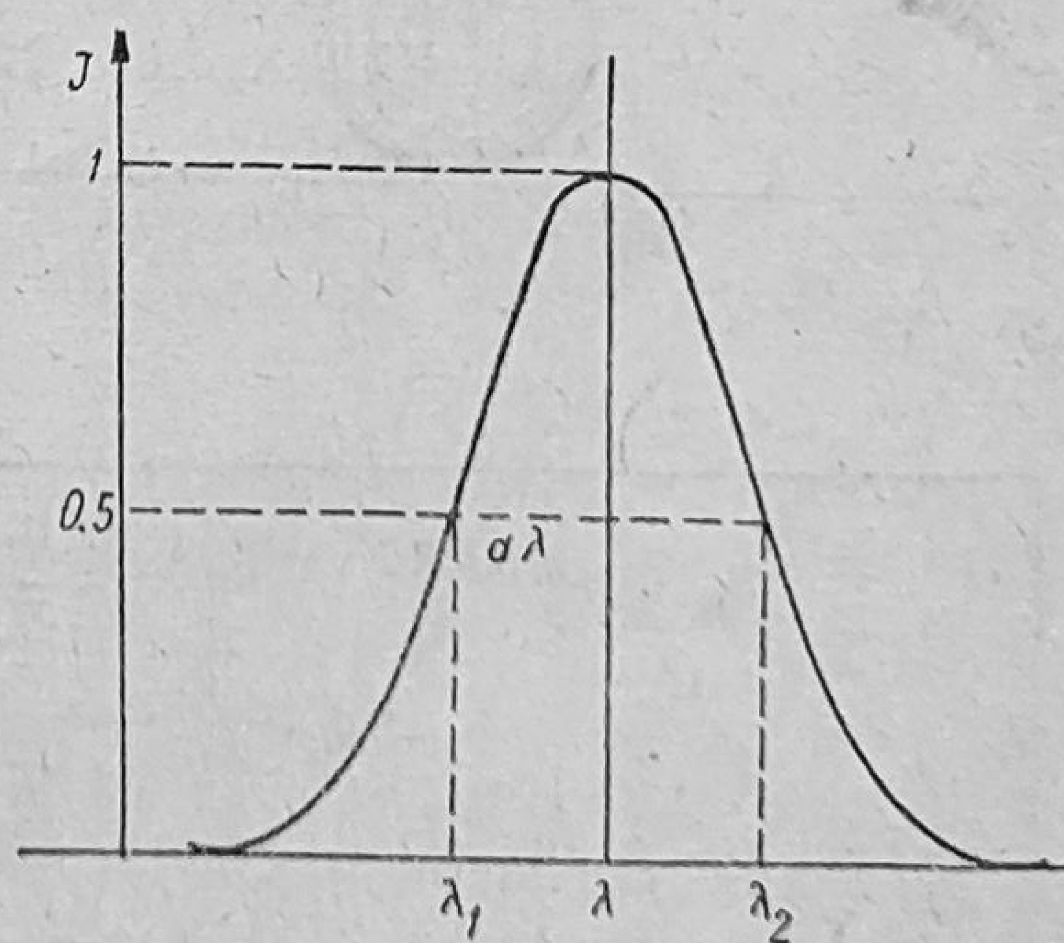


Fig. 209.

Din valoarea lui k astfel obţinută, putem calcula care este diferenţa de drum optic maximă, pentru care se mai pot observa încă franje de interferenţă. Astfel pentru radiaţia verde a mercurului avem: $\lambda = 5\,461$ Å, $d\lambda = 0{,}007$ Å şi deci $k = 77\,000$.

Pentru radiaţia verde a kriptonului, emisă într-un tub de descărcare în aer lichid $d\lambda = 0{,}006$ Å şi putem astfel obţine o diferenţă de drum optic $\delta = 2\,d = 53$ cm, pentru care se mai pot observa franje de interferenţă.

4.8. Dispozitivul experimental al interferometrului

Etalonul Fabry-Pérot se utilizează împreună cu un aparat spectral, pentru ca sistemele de inele, produse în diferitele radiaţii, fiind suprapuse, să poată fi separate pentru măsurarea cu uşurinţă a diametrelor lor.

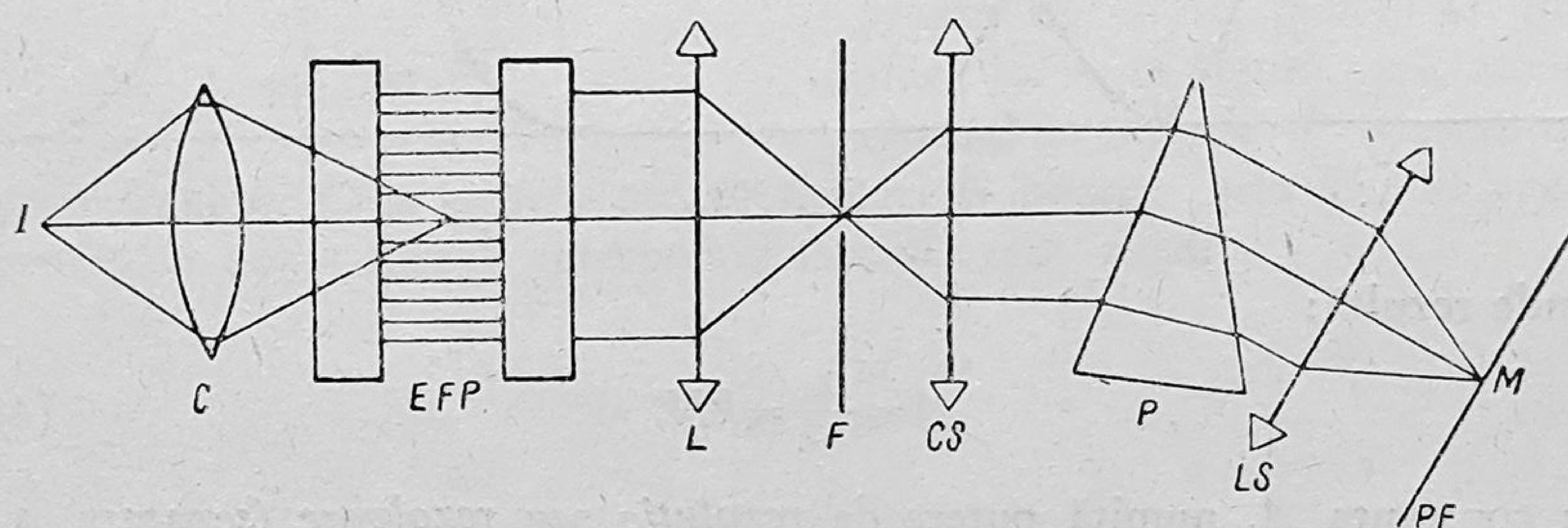
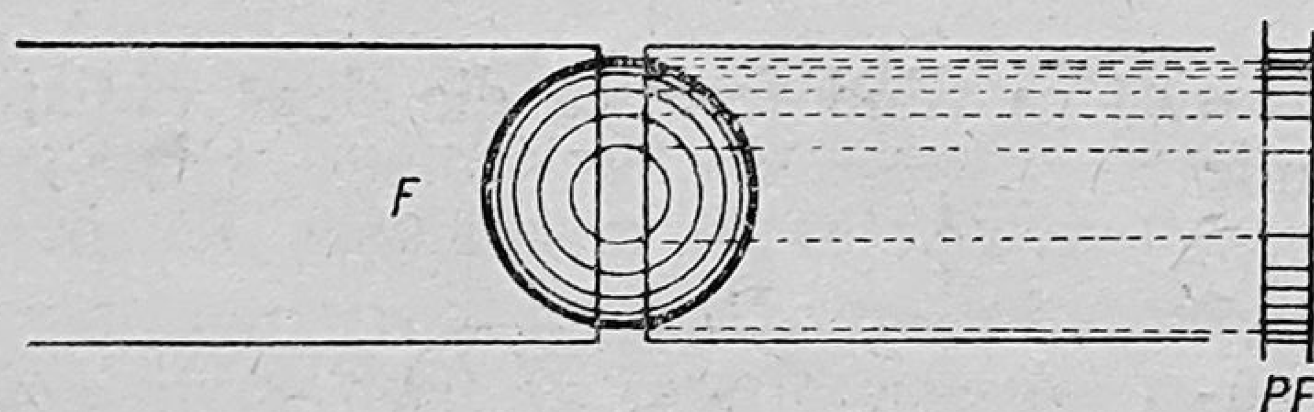
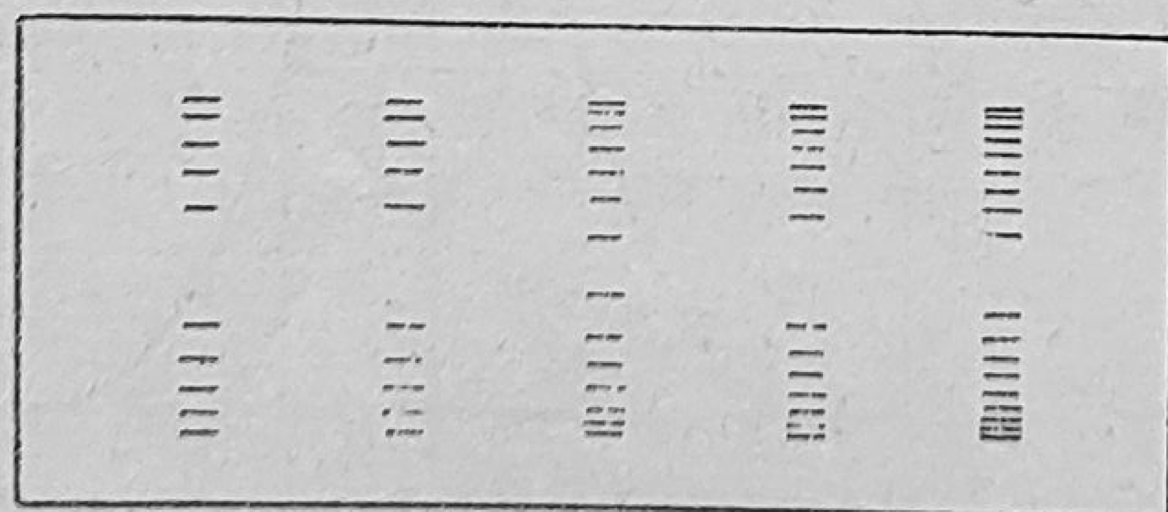


Fig. 210.

În figura 210 avem:
I este izvorul luminos a cărui lumină o analizăm;
C — condesatorul care trimite lumina de la I în interiorul etalonului Fabry-Pérot, E.F.P.




Fig. 211.

Etalonul Fabry-Pérot formează franjele de interferenţă circulare cu ajutorul obiectivului L;

L este un obiect bine corijat care formează sistemul de franje inelare al razelor paralele, în planul său focal, care se găseşte în F;

F este o fantă, peste care se formează sistemele de inele. Prin F, care este totodată şi fanta spectografului (*F-CS-P-IS-PF*), nu trec mai departe decît arce din inelele de interferenţă, ca în figura 211.

F-CS este colimatorul spectrografului şi care formează fasciculul de raze paralele.

P este prisma spectrografului (sau reţeaua optică).

LS este lentila care proiectează spectrele care se formează în planul focal al lentilei, unde se aşază şi placa fotografică *PF* pe care se imprimă spectrele. Pe placa fotografică vom avea pentru fiecare radiaţie cîte o imagine a sistemului de arce de inele ca în figura 211.

În locul plăcii fotografice se poate întrebuinţa celula fotomultiplicatoare.

4.9. Etalonul Fabry-Pérot sferic

Etalonul Fabry-Pérot sferic construit de Connes (1955) este format din două oglinzi sferice montate fiecare cu centrul de curbură pe suprafaţa oglinzii din faţă, astfel că o rază *IA* se transmite după *ABT* şi se reflectă după *B-C-D-A-B* şi se suprapune peste *BT*. Potrivind indicele de refracţie al mediului dintre plăci şi semimetalizînd numai partea inferioară a etalonului s-au obţinut franje numite franje de sfericitate mult mai luminoase decît la un etalon Fabri-Pérot plan (fig. 212).

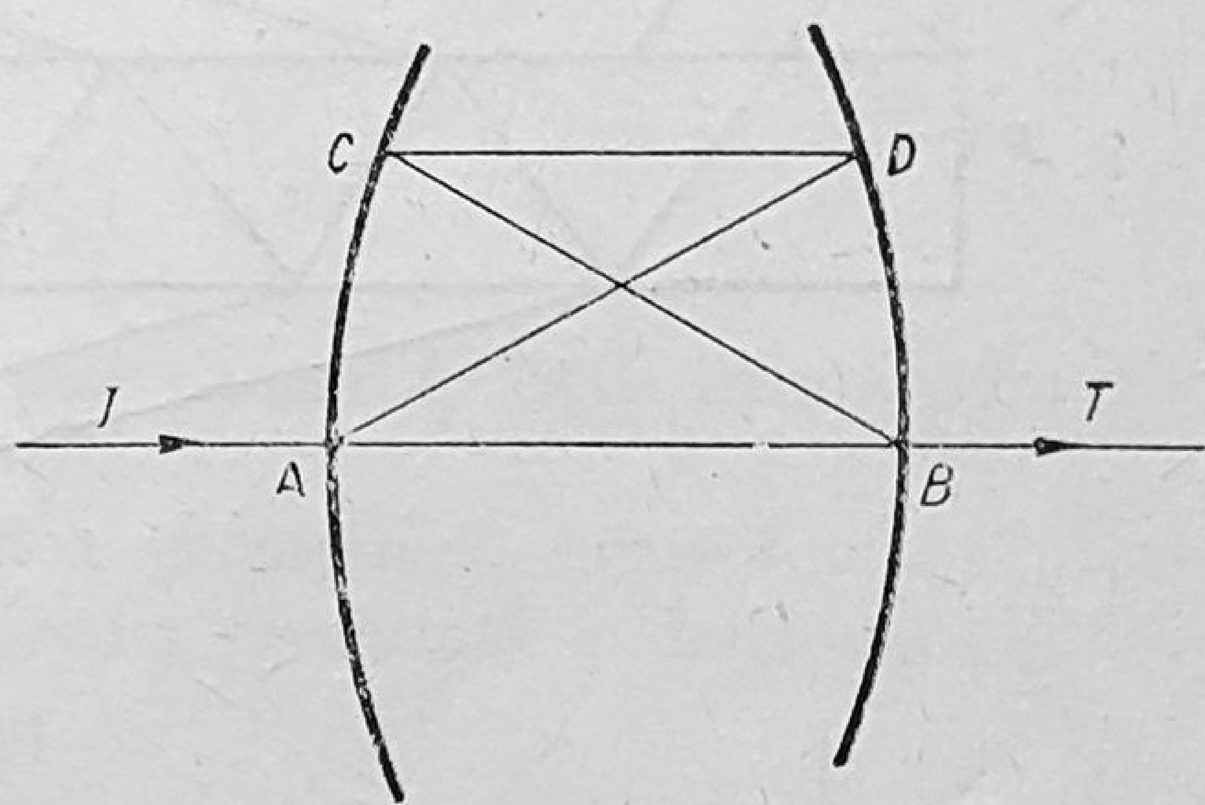


Fig. 212.

4.10. Filtrul interferenţial

O aplicaţie a interferenţei de fascicule multiple o constituie *filtrul interferenţial* care funcţionează ca şi un etalon Fabry-Pérot.

Dacă pe un astfel de sistem se trimite un fascicul paralel, sub incidenţă normală, prin reflexia multiplă a fasciculului se va obţine după aceeaşi direcţie normală la faţa stratului, un fascicul care conţine numai acea radiaţie pentru care grosimea optică δ a filtrului este egală cu un număr întreg de λ, adică $\delta = 2nd = k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 = k_3\lambda_3$.

În felul acesta din lumina albă se selectează numai radiaţiile λ_1, λ_2, λ_3, depărtate ca valori între ele şi maxime foarte înguste sub formă de bande cu lărgimea cuprinsă între 50—250 Å.

II. Franjele Fizeau-Tolanski de fascicule multiple

O altă aplicaţie a interferenţei de fascicule multiple o constituie obţinerea de franje foarte fine prin metoda panei optice şi care duce la studierea de microprofile, de structuri ale suprafeţelor, cu punerea în evidenţă a denivelărilor de ordin molecular. Metoda Tolanski se pretează la multe alte măsurători interferometrice.

III. Lama Lummer-Gehrke

Produce franje de interferenţă multiple şi se întrebuinţează în spectroscopia cu mare putere de rezoluţie.

Lama P este o lamă cu feţe plane şi paralele, constituită din sticlă optică omogenă, adică cu acelaşi indice de refracţie în toată masa ei (fig. 213). O

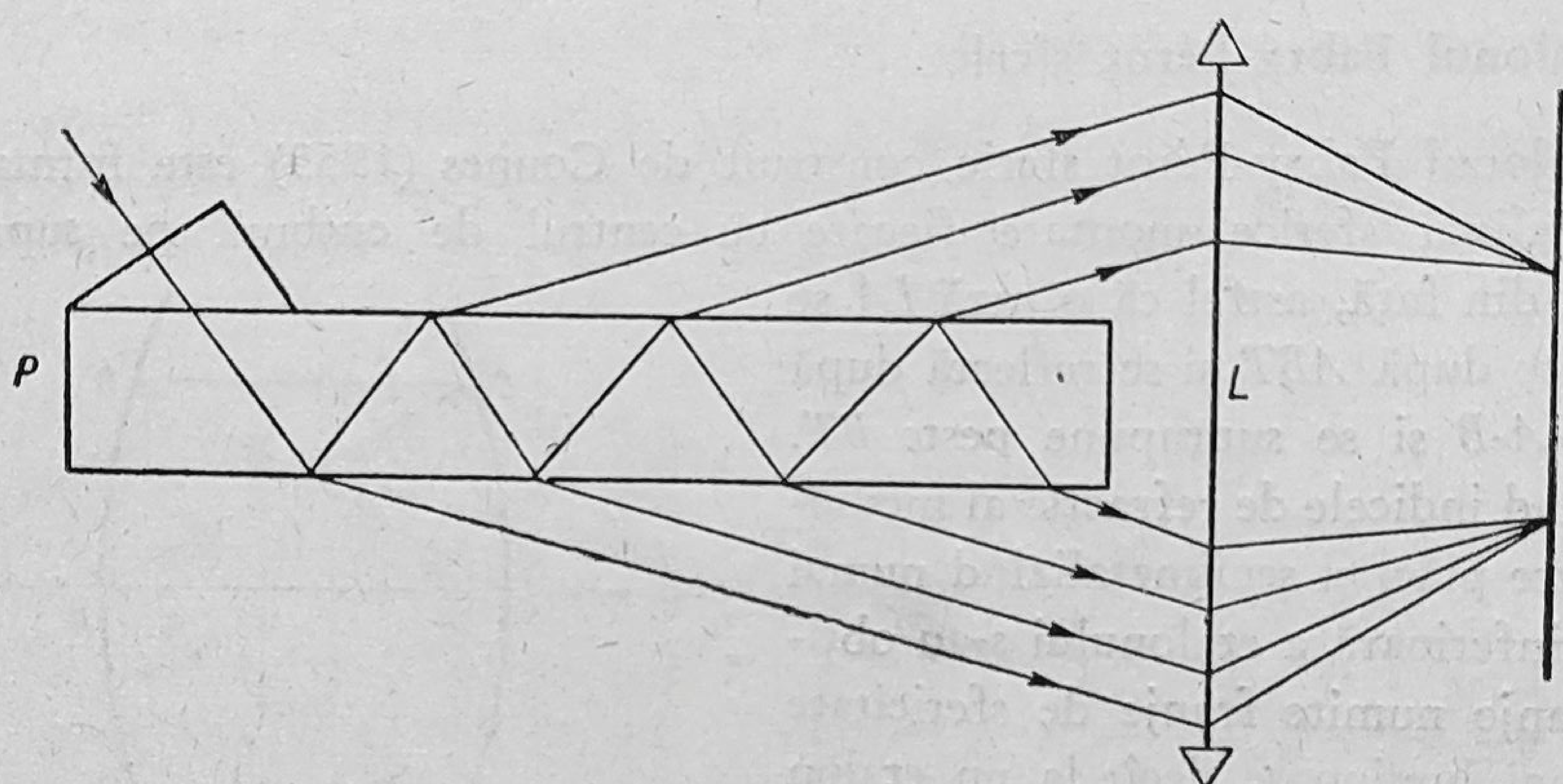


Fig. 213.

rază de lumină suferă reflecţii multiple pe cele două feţe semiargintate ale lamei şi se formează de fiecare parte a celor două feţe cîte un fascicul de lumină paralelă. Acestea sînt strînse de lentila L în planul ei focal F, unde dau maxime sau minime, după cum diferenţa de drum între două raze alăturate este sau nu un număr întreg de λ.

Capitolul 5

DIFRACŢIA

5-A. DIFRACŢIA ÎN LUMINA DIVERGENTA (DIFRACŢIA FRESNEL)

5.1. Generalităţi

Lumina care porneşte de la izvorul punctiform I, trece prin diafragma D şi pe ecranul E se observă umbra $U—U'$.

După optica razelor de lumină, optica geometrică, această umbră trebuie să aibă marginile nete, reproducînd forma proiectată a deschiderii OO'. Ori se observă că lumina pătrunde şi în afara conului de lumină şi de asemenea iluminarea este schimbată în interiorul acestui con, la marginea conturului umbrei formîndu-se franje luminoase, denumite franje de difracţie. Apariţia acestor franje de difracţie se explică prin interferenţa undelor emise de izvoarele coerente ale undei Fresnel, care se formează pe suprafaţa de undă OO'. Fresnel face următoarele ipoteze: fie o undă S a izvorului punctiform I. Vibraţia care porneşte din I ajunge în orice punct P de pe această undă în aceeaşi fază şi cu aceeaşi

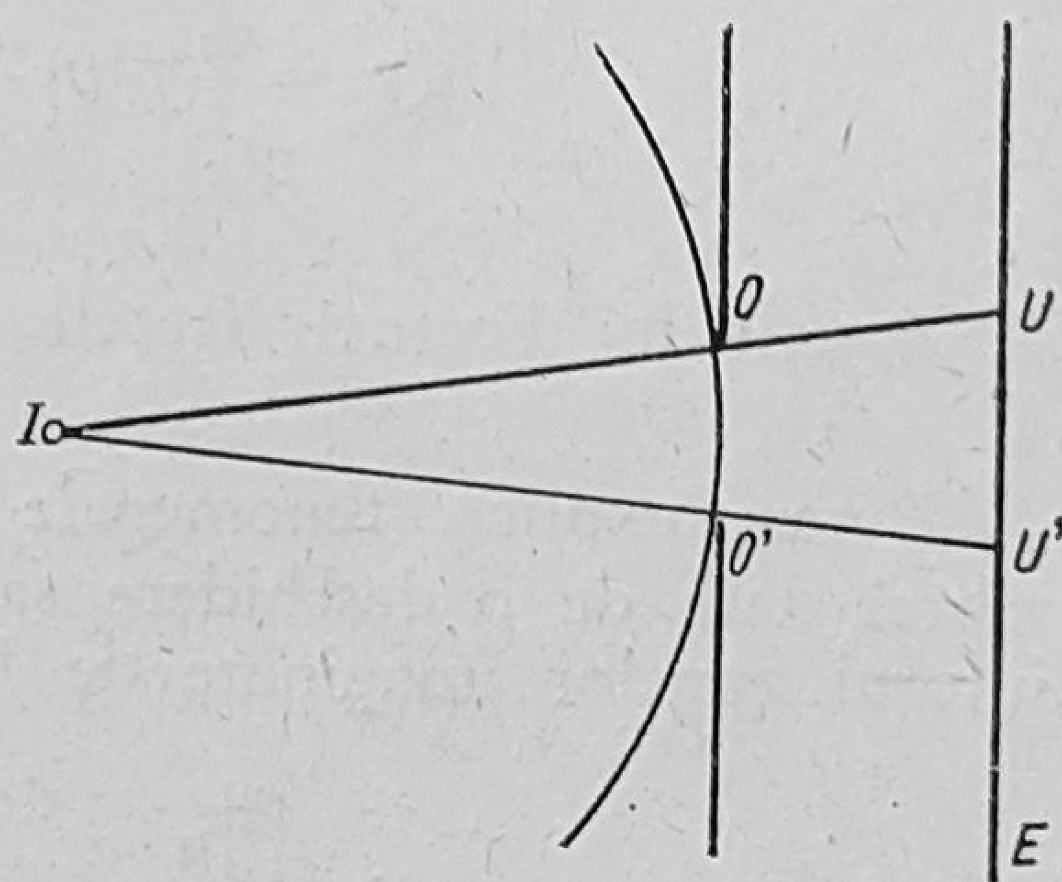


Fig. 214.

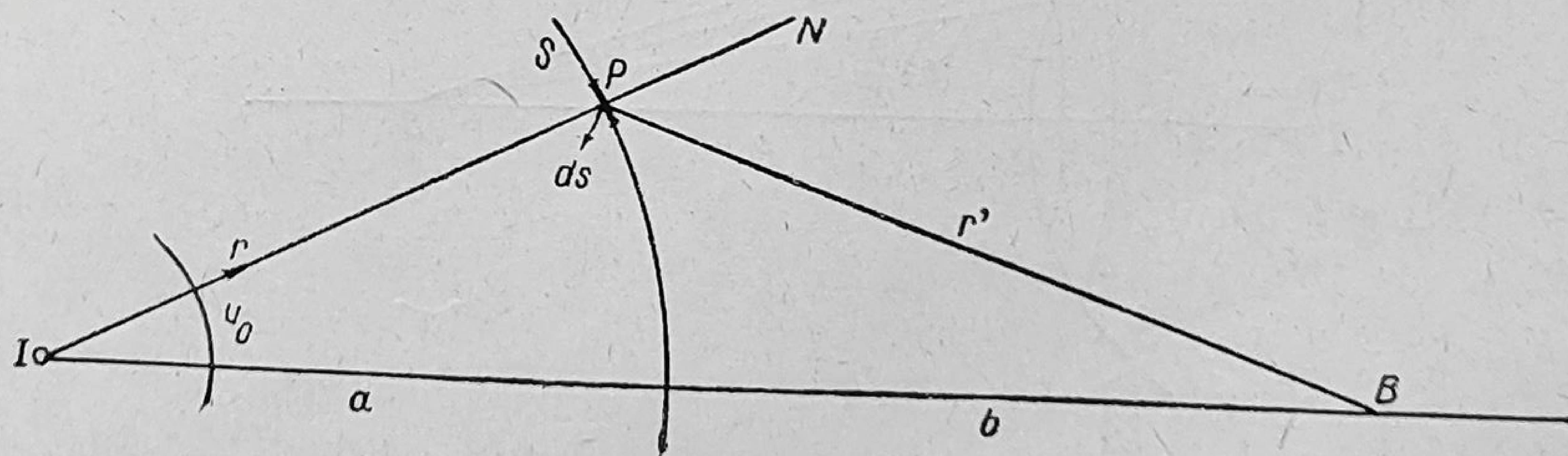


Fig. 215.

amplitudine, vibrația trecînd mai departe după normala SN, cu elongația

$$y_P = \frac{u_0}{r} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right),$$

unde u_0 este amplitudinea vibrației la distanța unitate de izvorul I. Vibrația se propagă astfel mai departe. Amplitudinea vibrației va fi proporțională cu aria dS a elementului de suprafață, iar la distanța r' ea va fi dată de $\frac{dS}{r'}$. Unda elementară însă nu este emisă cu aceeași amplitudine după toate direcțiile: după direcția normală PN va avea valoarea maximă și va scade pînă la 0 după direcția $\theta = \frac{\pi}{2}$ astfel că raportul dintre amplitudinea undei secundare față de amplitudinea undei incidente este $f = f(\theta)$. Pentru $\theta > \frac{\pi}{2}$ nu avem propagare de unde secundare. În felul acesta, în punctul B vibrația venită din P va fi reprezentată prin

Fig. 216.

$$dy_B = \frac{u_0}{r} f(\theta) \frac{dS}{r'} \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r + r'}{\lambda} \right). \quad (5\text{-}1)$$

5.2. Zonele lui Fresnel. Rețele zonale Soret

Putem explica fenomenele de difracție care se observă la marginile umbrei date de o deschidere sau de un ecran (circular sau altă formă) cu ajutorul zonelor imaginate de Fresnel.

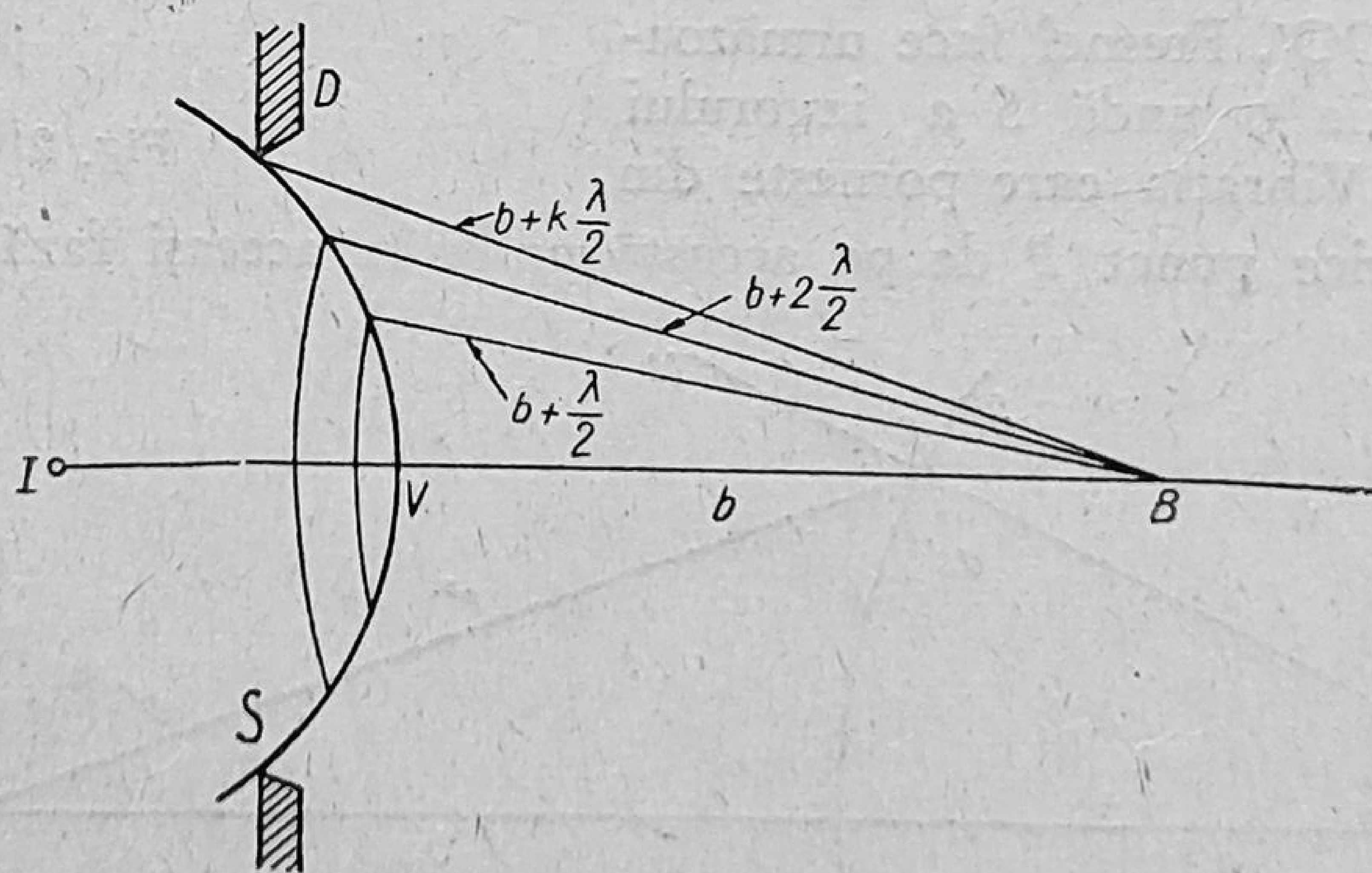


Fig. 217.

Fresnel împarte suprafața de undă S, în zone pe care le obține în funcție de distanța b a punctului B față de vîrful V al undei S, trasînd sfere cu razele $b, b+\lambda/2, b+2\lambda/2, b+3\lambda/2... b+k\lambda/2$, care secționează unda sferică după niște zone.

Zona primă din jurul vîrfului V conține izvoarele elementare care în punctul B trimit unde cu diferența de fază cuprinsă între 0 și π față de

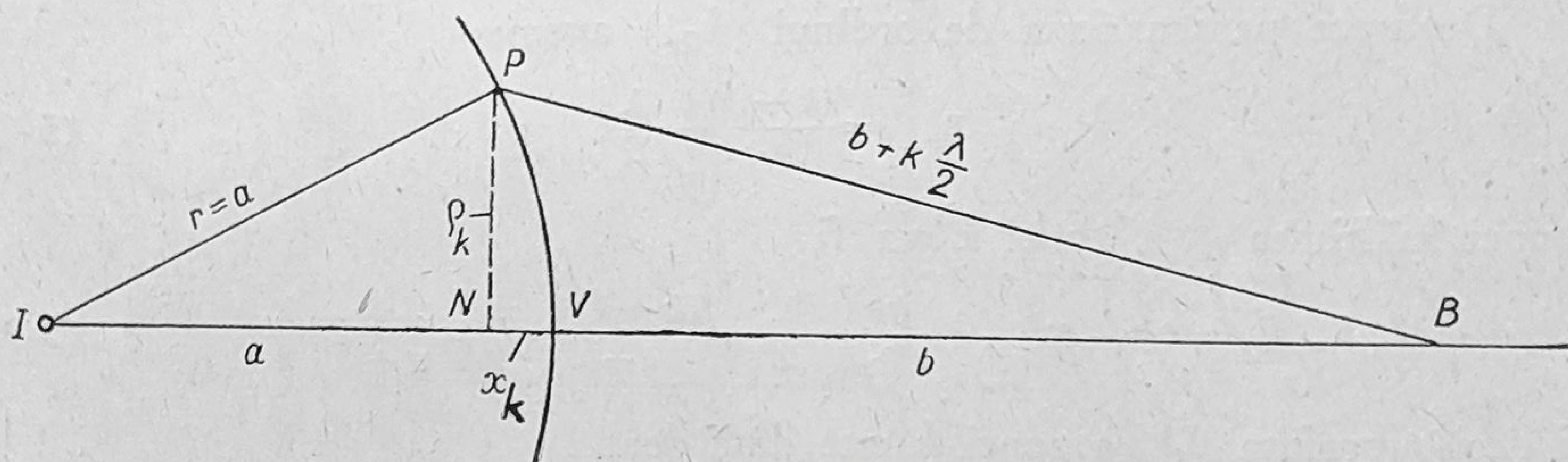


Fig. 218.

unda din V. Fresnel face simplificarea că toate aceste izvoare care se găsesc pe o zonă trimit raze care sosesc în fază în punctul B. În felul acesta, zonele alăturate trimit raze în opoziție de fază în punctul B însă cu amplitudinile din ce în ce mai mici, cu cît θ este mai mare.

Mărimea zonelor lui Fresnel se află astfel:

Raza ρ_k a zonei k este dată de — (vezi figura nr. 218):

$$\rho_k^2 = a^2 - (a - NV)^2 = a^2 - (a - x_k)^2$$

$$\rho_k^2 = \left(b + k\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x_k)^2. \tag{5-2}$$

Din egalarea celor două expresii de mai sus rezultă:

$$a^2 - (a - x_k)^2 = \left(b + k\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x_k)^2. \tag{5-3}$$

și neglijînd termenii în x^2 și $(\lambda/2)^2$, deoarece a și b sînt mari față de x și λ vom avea:

$$a^2 - a^2 + 2ax_k - x_k^2 = b^2 + 2bk\frac{\lambda}{2} + k^2\frac{\lambda^2}{4} - b^2 - 2bx_k - x_k^2$$

$$2ax_k = kb\lambda - 2bx_k$$

$$2(a+b)x_k = kb\lambda, \tag{5-4}$$

deci

$$x_k = \frac{kb}{(a+b)} \cdot \frac{\lambda}{2} \tag{5-5}$$

de unde:

$$\rho k^2 = a^2 - (a - x_k)^2 = a^2 - a^2 + 2ax_k - x_k^2 = 2ax_k = 2a\frac{kb}{a+b}\frac{\lambda}{2}, \tag{5-6}$$

deci

$$\rho_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}\,\lambda}\cdot\sqrt{k} \tag{5-7}$$

adică razele zonelor lui Fresnel se raportă între ele ca radicalii numerelor întregi.

Deoarece pentru zona de ordinul $(k$-1) avem:

$$x_{k+1} = \frac{(k-1)\,b}{a+b}\cdot\frac{\lambda}{2}, \tag{5-8}$$

atunci înălţimea h a zonei k va fi

$$h_k = x_k - x_{k-1} = \frac{kb}{a+b}\cdot\frac{\lambda}{2} - \frac{(k-1)\,b}{a+b}\cdot\frac{\lambda}{2} = \frac{b}{a+b}\cdot\frac{\lambda}{2} \tag{5-9}$$

şi deci suprafaţa ΔS_k a zonei k este dată de:

$$\Delta S_k = 2\pi\, a h_k = 2\pi a\,\frac{b}{a+b}\,\frac{\lambda}{2} = \pi\,\frac{ab}{a+b}\,\lambda, \tag{5-10}$$

adică zonele lui Fresnel au aceeaşi suprafaţă ΔS, care depinde numai de poziţile lui I şi B faţă de obstacolul dat.

Starea de iluminare în B va fi determinată de suprapunerea tuturor undelor emise de zonele lui Fresnel, adică elongaţia rezultantă $y_B = \sum_1^k \Delta y_B$, unde k este numărul de zone care se cuprinde în deschiderea D. Efectul amplitudinii u_k al fiecărei zone este din ce în ce mai mic ca intensitate cu cît k este mai mare, deoarece $f\,(\theta)$ devine din ce în ce mai mic.

Amplitudinea produsă de unda întreagă în punctul B va fi dată de:

$$u = u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \cdots\cdots \pm u_k \tag{5-11}$$

şi cum termenii descresc lent vom putea spune că u_k este media aritmetică a termenilor u_{k-1} şi u_{k+1},
deci

$$u = \frac{1}{2}u_1 + \left(\frac{1}{2}\,u_1 - u_2 + \frac{1}{2}\,u_3\right) + \left(\frac{1}{2}\,u_3 - u_4 + \frac{1}{2}\,u_5\right)\cdots \pm \frac{1}{2}\,u_k. \tag{5-12}$$

În felul acesta parantezele sînt nule şi

$$u = \frac{1}{2}\,u_1 \pm \frac{1}{2}\,u_k. \tag{5-13}$$

În cazul undei întregi $u_k = 0$ şi deci $u = \frac{1}{2}\,u_1$,

Dacă se obturează toate zonele, lăsîndu-se numai prima zonă atunci $u = u_1$, ceea ce duce la o iluminare de 4 ori mai mare în punctul B decît în cazul cînd ar acţiona întreaga undă.

Dacă obturăm însă k zone centrale — cazul unui disc opac — (în loc de o deschidere), atunci în punctul B acţionează numai zonele marginale de la ordinul k în sus. Efectul total este dat de amplitudinea $\frac{1}{2}u_{k+1}$ ceea ce conduce la faptul că în centrul umbrei vom avea întotdeauna lumină.

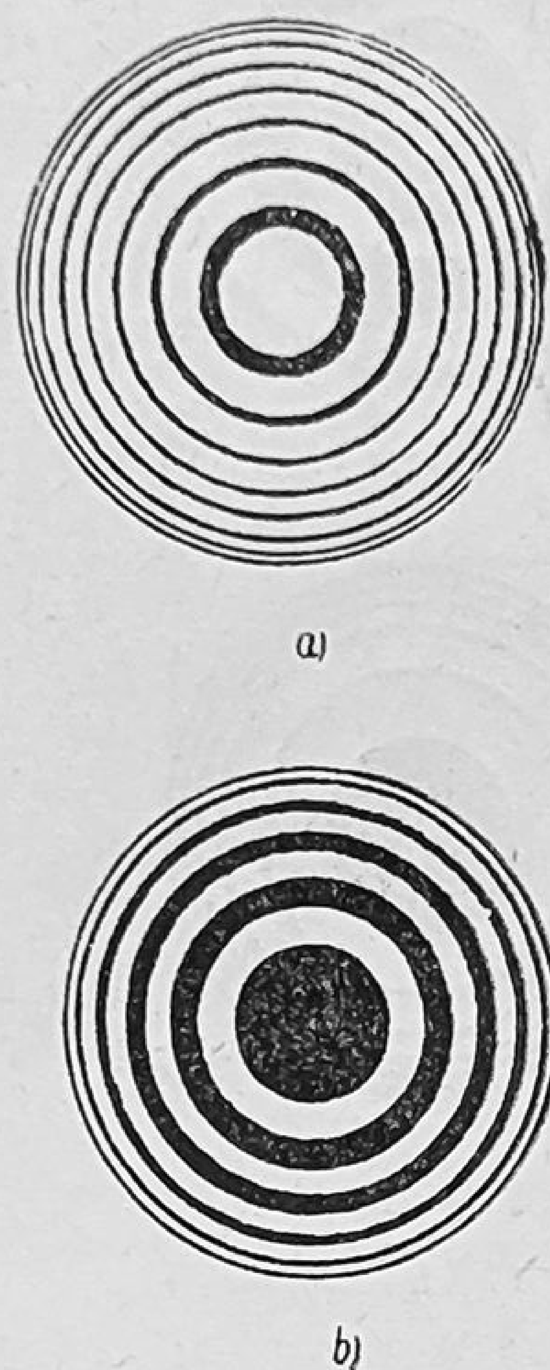


Fig. 219.

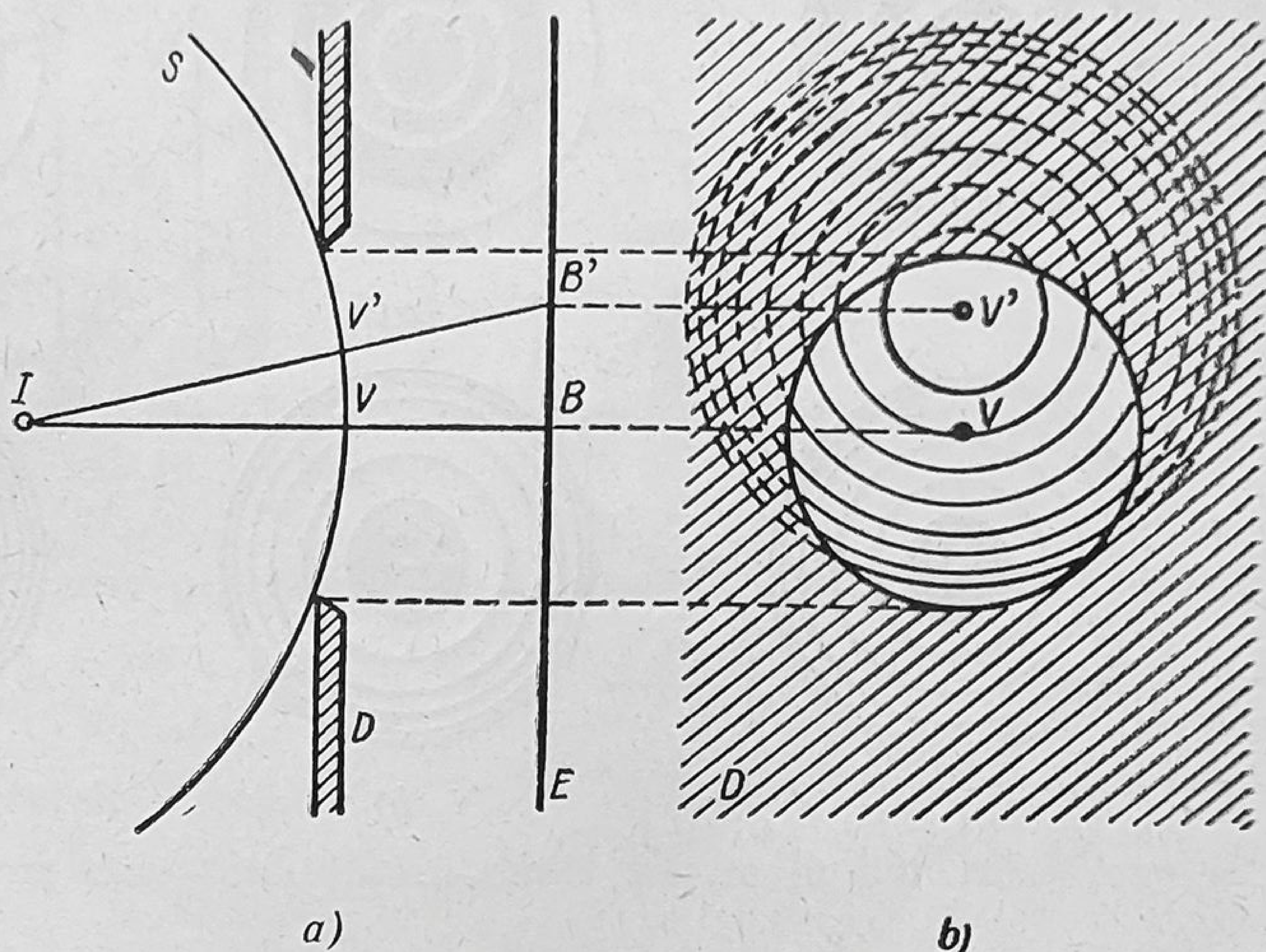


Fig. 220.

Reţelele zonale ale lui Soret se obţin dacă pe o placă de sticlă aşezată în dreptul deschiderii D se trasează (cu tuş) cercurile concentrice care să obtureze fie zonele pare, fie cele impare, ale lui Fresnel. Aceasta face ca în punctul B, pentru care s-au calculat aceste zone, să avem o iluminare puternică căci toate zonele acţionează în fază. Astfel reţeaua zonală acţionează ca o lentilă care produce imaginea lui I în punctul B. Însă aceste cercuri trasate pe suprafaţa sticlei pentru punctul B, pot să acopere cîte trei zone succesive corespunzătoare unui alt punct axial B' (rămînînd active mai puţine zone şi ca urmare şi iluminarea să fie mai puţin intensă în B'). Astfel reţeaua zonală a lui Soret lucrează ca o lentilă multifocală, de-alungul axei existînd puncte luminoase B, B', B'' etc.

5.3. Franjele de difracţie

Pînă acum am arătat ce se întîmplă într-un punct luat pe dreapta IV, deschiderea circulară D fiind aşezată normal şi centrată cu IV.

Punctul V să-l numim polul sau vîrful undei S referitoare la punctul B (fig. 220), Pentru un alt punct B' aşezat pe ecranul E, normal pe IB, vom obţine polul V' şi procedînd la fel ca şi cu punctul B, se trasează zonele lui Fresnel concentrice cu V'. Se observă imediat că aceste zone nu sînt concen-

trice cu deschiderea circulară D, (fig. 220, b) şi starea de iluminare în B' va depinde de efectul de interferenţă al tuturor undelor emise de izvoarele care se găsesc în zonele şi porţiunile de zonă care se situează în interiorul deschi-

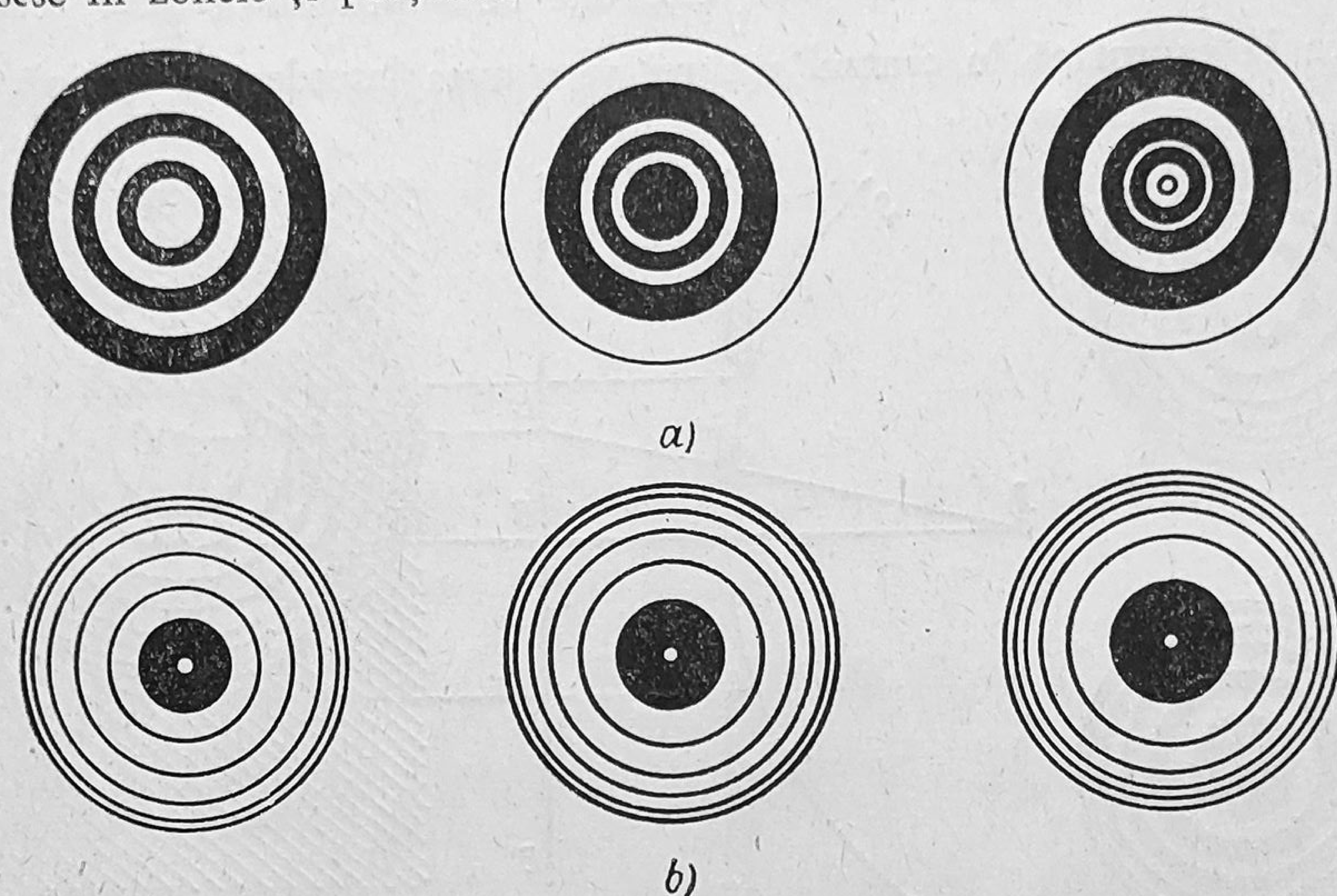


Fig. 221.

derii D. Vom avea deci în punctele asemănătoare lui B' un maxim sau un minim etc. de difracţie. În cazul deschiderii circulare, franjele de difracţie obţinute pe ecran vor fi şi ele circulare, fapt constatat experimental, (fig. 221). Acelaşi fenomen se observă şi pentru un disc circular (fig. 221, b). În genere pentru orice altă formă de ecran sau deschidere se obţin franje de difracţie, care oarecum însoţesc umbra ecranului sau a deschiderii.

Pentru observarea şi studierea mai comodă a acestor franje de difracţie şi pentru obţinerea de iluminări mai puternice, deci pentru întrebuinţarea de fluxuri luminoase intense se întrebuinţează ca izvor luminos o fantă fină rectiliniară şi franjele se observă la umbra marginii unui ecran, al unei fante cu deschiderea reglabilă, a unor fire rectiliniare, care se aşază paralel cu direcţia fantei.

Franjele formate sînt intense şi paralele cu marginea obstacolului.

5.4. Integralele lui Fresnel

Întrebuinţarea unei fante dreptunghiulare şi un izvor rectiliniar paralel cu fanta duce la unele simplificări şi completări în tratarea problemelor de difracţie. În locul efectelor de difracţie a zonelor circulare de pe suprafaţa de undă sferică vom avea suprapunerea efectelor luminoase ale unor fîşii dreptunghiulare PP' de pe suprafaţa de undă cilindrică, fîşii paralele cu fanta DD', deci paralele şi cu izvorul rectiliniar II'.

Franjele obținute sînt rectiliniare, paralele cu fanta.

Calculul elongației în B a undelor elementare, care pornesc de pe suprafața de undă cilindrică elementară PP' de ordinul k și simetrica ei față de V,

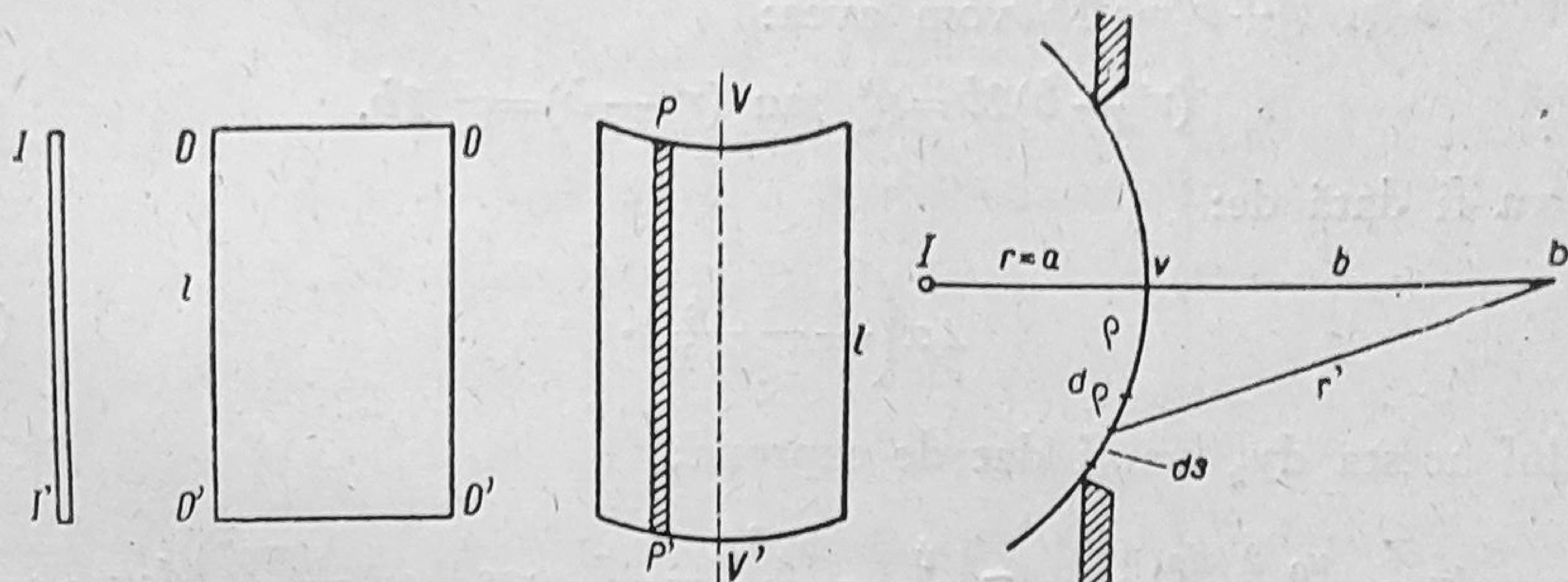


Fig. 222.

se face întrebuințînd relația generală dată de Fresnel pentru undele sferice:

$$dy_k=\frac{u_0}{r}\cdot\frac{dS}{r}\cdot f(\theta_k)\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+r'}{\lambda}\right), \tag{5-14}$$

unde vom face următoarele înlocuiri:

— expresia $\frac{u_0}{r}$ care este amplitudinea undei sferice în punctul V, va fi înlocuită cu $\frac{u_0}{\sqrt{r}}=\frac{u_0}{\sqrt{a}}$ în cazul undelor cilindrice;

— dS în cazul nostru va fi dat de $dS=2ld\rho$, unde l este lungimea fantei dreptunghiulare și ρ este distanța fîșiei față de vîrful undei V. În relația de mai sus în loc de $\frac{dS}{r'}$ vom avea acuma $\frac{2ld\rho}{\sqrt{r'}}\approx\frac{2ld\rho}{\sqrt{b}}$, (5-15)

deoarece fanta D este îngustă și deci putem lua $r'\approx b$;

— avînd în vedere că vom lucra cu fante puțin deschise, $f(\theta)$ va avea aproximativ aceeași valoare pentru valorile diferite ale lui ρ și-l putem lua egal cu 1, deoarece ne interesează valorile relative în descrierea fenomenului;

— faza este dată de

$$2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+r'}{\lambda}\right). \tag{5-16}$$

Deoarece toate razele care au plecat de la I ajung în fază la suprafața de undă cilindrică, diferența de fază o vom socoti față de razele din V. În funcție de depărtarea ρ_k a fîșiei dS_k față de vîrful undei V vom avea pentru fază următoarea expresie:

$$2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r'-b}{\lambda}\right). \tag{5-17}$$

Ori din figură se vede că:

$$r'^2\approx\rho_k^2+b^2 \quad \text{sau} \quad r'^2-b^2=\rho_k^2 \tag{5-18}$$

Univ. „Al. I. Cuza" Bibl. de Fizică

adică

$$(r' - b)(r' + b) = \rho_k^2. \tag{5-19}$$

Cum $r' \approx b$ şi $r' + b \approx 2b$ vom avea:

$$(r' - b)2b = \rho_k^2 \text{ sau } (r' - b) = \rho_k^2/2b. \tag{5-20}$$

Faza va fi dată de:

$$2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\rho_k^2}{2b\lambda}\right). \tag{5-21}$$

În felul acesta dy_k va fi dat de expresia:

$$dy_k = \frac{u_0}{\sqrt{a}} \frac{2\,l d\rho}{\sqrt{b}} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\rho_k^2}{2b\lambda}\right) = \frac{2u_0 l}{\sqrt{ab}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi\rho_k^2}{\lambda b}\right) d\rho =$$

$$= \frac{2u_0 l}{\sqrt{ab}}\left[\cos\omega t \cos\frac{\pi\rho_k^2}{\lambda b} + \sin\omega t \sin\frac{\pi\rho_k^2}{\lambda b}\right] d\rho. \tag{5-22}$$

Efectul tuturor fîşiilor din suprafaţa de undă cilindrică şi cuprinse între limitele ρ_1 şi ρ_2 va fi dată de:

$$y_{1-2} = \frac{2u_0 l}{\sqrt{ab}}\left[\cos\omega t \int_{\rho_1}^{\rho_2} \cos\frac{\pi\rho_k^2}{\lambda b} d\rho + \sin\omega t \int_{\rho_1}^{\rho_2} \sin\frac{\pi\rho_k^2}{\lambda b}\right] d\rho. \tag{5-23}$$

Pentru obţinerea unei expresii mai simple se face schimbarea de variabilă

$$\rho = \sqrt{\frac{\lambda b}{2}}\, v \tag{5-24}$$

şi deci

$$d\rho = \sqrt{\frac{\lambda b}{2}}\, dv, \tag{5-25}$$

adică

$$\frac{\pi\rho^2}{\lambda b} = \frac{\pi v^2}{2} \tag{5-26}$$

şi dacă facem şi notaţiile:

$$\int_0^{\rho_k} \cos\frac{\pi v^2}{2} dv = \xi_k \quad \text{şi} \quad \int_0^{\rho_k} \sin\frac{\pi v^2}{2} dv = \eta_k \tag{5-27}$$

vom avea:

$$y_{1-2} = C[\cos\omega t \cdot (\xi_2 - \xi_1) + \sin\omega t \cdot (\eta_2 - \eta_1)], \tag{5-28}$$

unde în constanta C am introdus toate constantele rezultate din calculul expresiei y. Expresia de mai sus se mai poate scrie şi sub forma

$$y_{1-2}=C(\xi_2-\xi_1)\cos\omega t+C(\eta_2-\eta_1)\sin\omega t=C(\xi_2-\xi_1)\cos\omega t+$$
$$+C(\eta_2-\eta_1)\cos(\omega t-\pi/2)=A\cos(\omega t-\varphi), \quad (5\text{-}29)$$

unde φ este egal cu $\pi/2$, adică y este rezultatul unei suprapuneri a două vibrații paralele cu diferența de fază $\varphi=\pi/2$. Amplitudinea rezultată va fi dată de:

$$A^2=C^2(\xi_2-\xi_1)^2+C^2(\eta_2-\eta_1)^2+2C^2(\xi_2-\xi_1)(\eta_2-\eta_1)\cos\frac{\pi}{2}, \quad (5\text{-}30)$$

adică intensitatea luminoasă în B' va fi dată de

$$J=A^2=C^2[(\xi_2-\xi_1)^2+(\eta_2-\eta_1)^2]. \quad (5\text{-}31)$$

Integralele ξ şi η — integralele lui Fresnel — au fost calculate şi valorile lor trecute în nişte tabele.

5.5. Spirala lui Cornu

Să reluăm figura anterioară, în figura 223 *a* şi să admitem că pornind de la vîrful V al undei incidente către marginea diafragmei D, avem o serie de elemente de fîşii de suprafaţă ΔS_1, ΔS_2,... alese astfel că undele trimise în B să prezinte una faţă de alta aceeaşi diferenţă de fază.

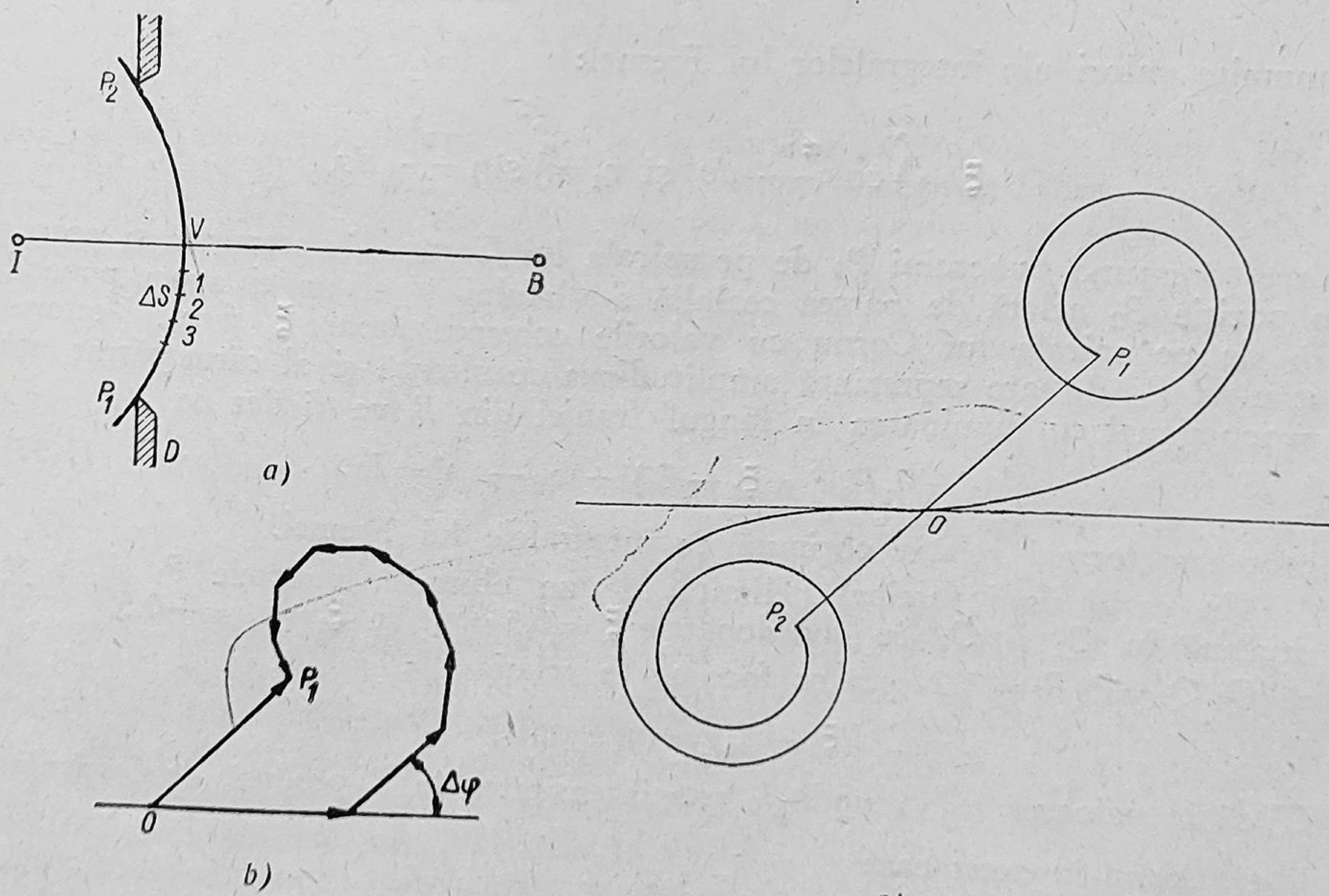


Fig. 223.

Vom utiliza reprezentarea grafică a lui Fresnel de compunere a amplitudinilor componente pentru a afla amplitudinea rezultată. Pornind de la un punct O, arbitrar ales (fig. 223, *b*), vom desena vectori amplitudine cu lungimea din ce în ce mai mică şi deviaţi cu acelaşi unghi $\Delta\varphi$. Se vede că vectorul OP_1 reprezintă amplitudinea rezultată în *B* pentru porţiunea VP_1 a undei cilindrice. Dacă însă vom avea elemente de suprafaţă ΔS, atunci linia frîntă devine o curbă în formă de spirală, numită spirala lui Cornu, care ne dă valoarea amplitudinei totale P_1P_2 rezultată din amplitudinile parţiale OP_1 şi OP_2 corespunzătoare celor două porţiuni de undă VP_1 şi VP_2.

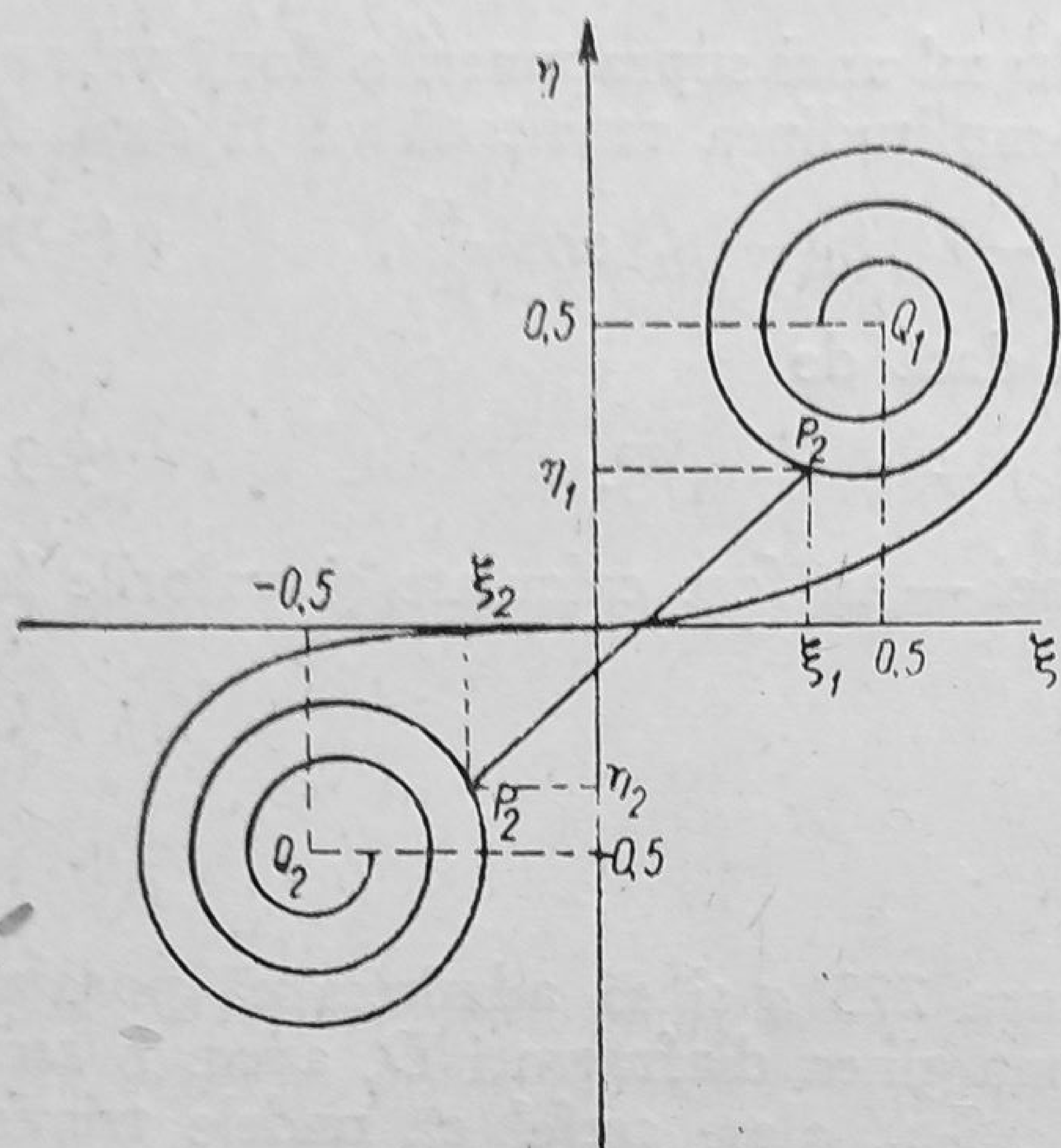


Fig. 224.

Spirala lui Cornu se obţine cu ajutorul intregralelor lui Fresnel, dacă se reprezintă η în funcţie de ξ în coordonate carteziene (fig. 224).

Pentru fiecare poziţie P_1 de pe unda cilindrică corespunde o anumită valoare a lui ρ deci a lui *v*, $\left(\text{din substituţia } \rho = \sqrt{\frac{\lambda b}{2}}\, v\right)$, deci anumite valori ale integralelor lui Fresnel:

$$\xi_1 = \int_0^{\rho_1} \cos \frac{\pi v_1^2}{2}\, dv \quad \text{şi} \quad \eta_1 = \int_0^{\rho_1} \sin \frac{\pi v_1^2}{2}\, dv, \tag{5-32}$$

care corespund punctului P_1 de pe spirala lui Cornu. De asemenea şi pentru o poziţie P_2 aflată de partea cealaltă a vîrfului *V* al undei avem punctul P_2 de pe spirala lui Cornu cu valorile corespunzătoare ξ_2 şi η_2. Vectorul rezultat $P_1\, P_2$ care reprezintă amplitudinea rezultantă şi al cărui pătrat este proporţional cu iluminarea în lungul franjei din *B* va fi dat de

$$(P_1P_2)^2 = (\xi_2 - \xi_1)^2 + (\eta_2 - \eta_1)^2 = J, \tag{5-33}$$

care este tocmai relaţia obţinută cu integralele lui Fresnel.

În cazul unui fascicul nelimitat de un obstacol, punctele P_1 şi P_2 se situează în Q_1 şi Q_2 cu coordonatele $\xi_1 = 0{,}5 = \eta_1$ şi $\xi_2 = \eta_2 = -0{,}5$, astfel că $Q_1\, Q_2 = P_1\, P_2 = \sqrt{2}$ ceea ce face ca în relaţia:

$$J = C^2\,[(\xi_2 - \xi_1)^2 + (\eta_2 - \eta_1)^2] = C^2 \cdot P_1P_2^2 \tag{5-34}$$

C^2 să ia valoarea $\frac{J_0}{2}$, unde J_0 este intensitatea în *B* produsă de fasciculul liber. Avem în acest caz:

$$J = C^2 \cdot P_1P_2^2 = C^2Q_1Q_2^2 = \frac{J_0}{2\,(\sqrt{2})^2} = \frac{J_0}{2} \cdot 2 = J_0. \tag{5-35}$$

Cu ajutorul spiralei lui Cornu putem rezolva şi explica aspectul franjelor de difracţie Fresnel în diferite cazuri.

a) **Cazul marginii unui ecran.** În acest caz, cînd B coincide cu punctul B_0 din figura 225 numai jumătate din spirală Cornu ne redă fenomenul: punc-

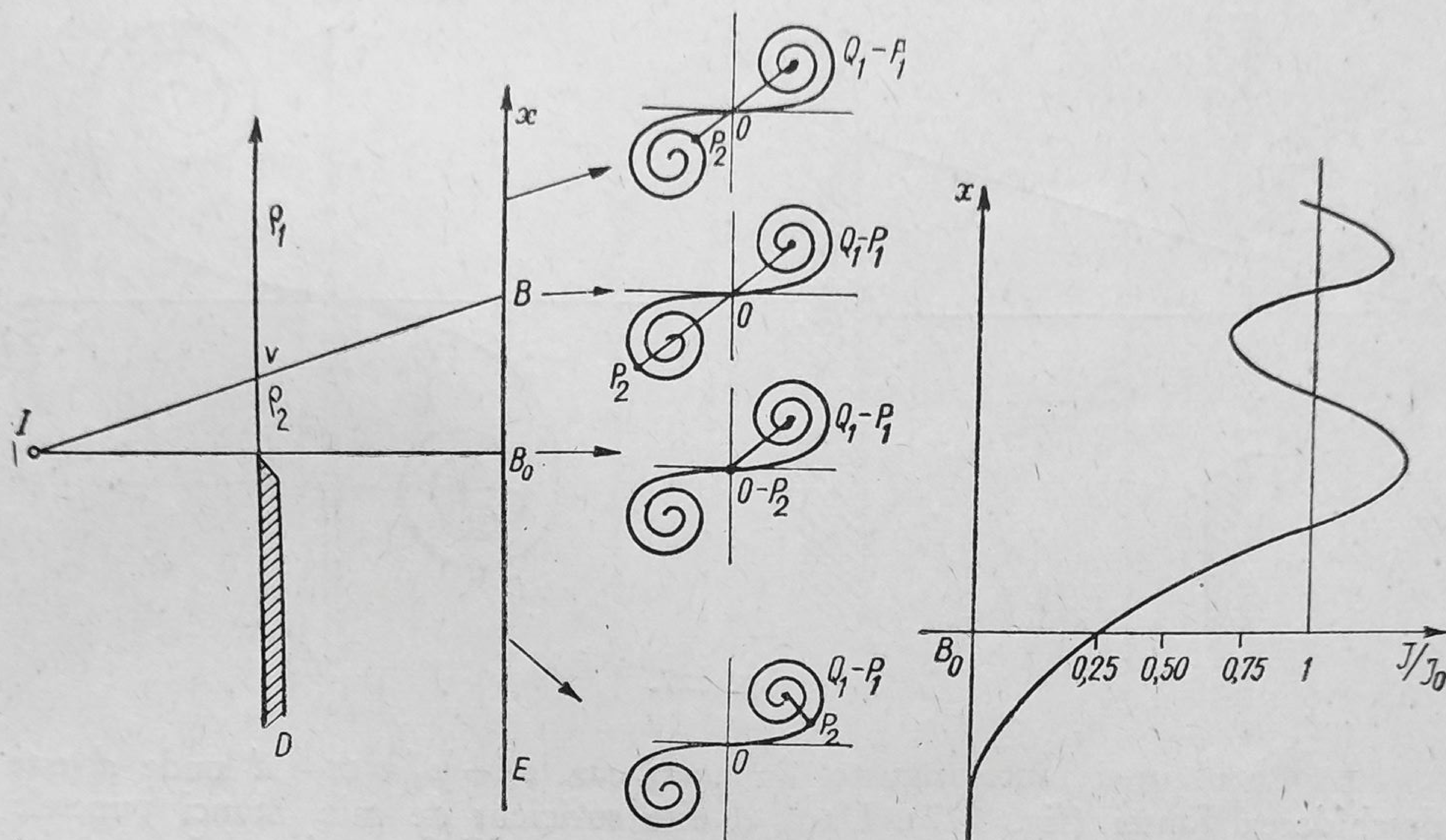


Fig. 225.

tul P_1 al spiralei corespunde lui $\rho_1 = \infty$ şi coincide pe spirală cu punctul Q_1 iar vîrful undei, V, care corespunde lui B_0, atinge marginea fantei D şi deci punctul P_2 al spiralei va coincide cu punctul O de pe spirala lui Cornu. Amplitudinea în B_0 de pe ecranul E va fi dată de OQ_1 şi deci intensitatea va fi.

$$J=\frac{J_0}{2}\cdot OQ_1^2=\frac{J_0}{2}\left(\sqrt{(0,5)^2+(0,5)^2}\right)^2=$$

$$=\frac{J_0}{2}\left(\sqrt{0,5}\right)^2=0,25\ J_0. \qquad (5\text{-}36)$$

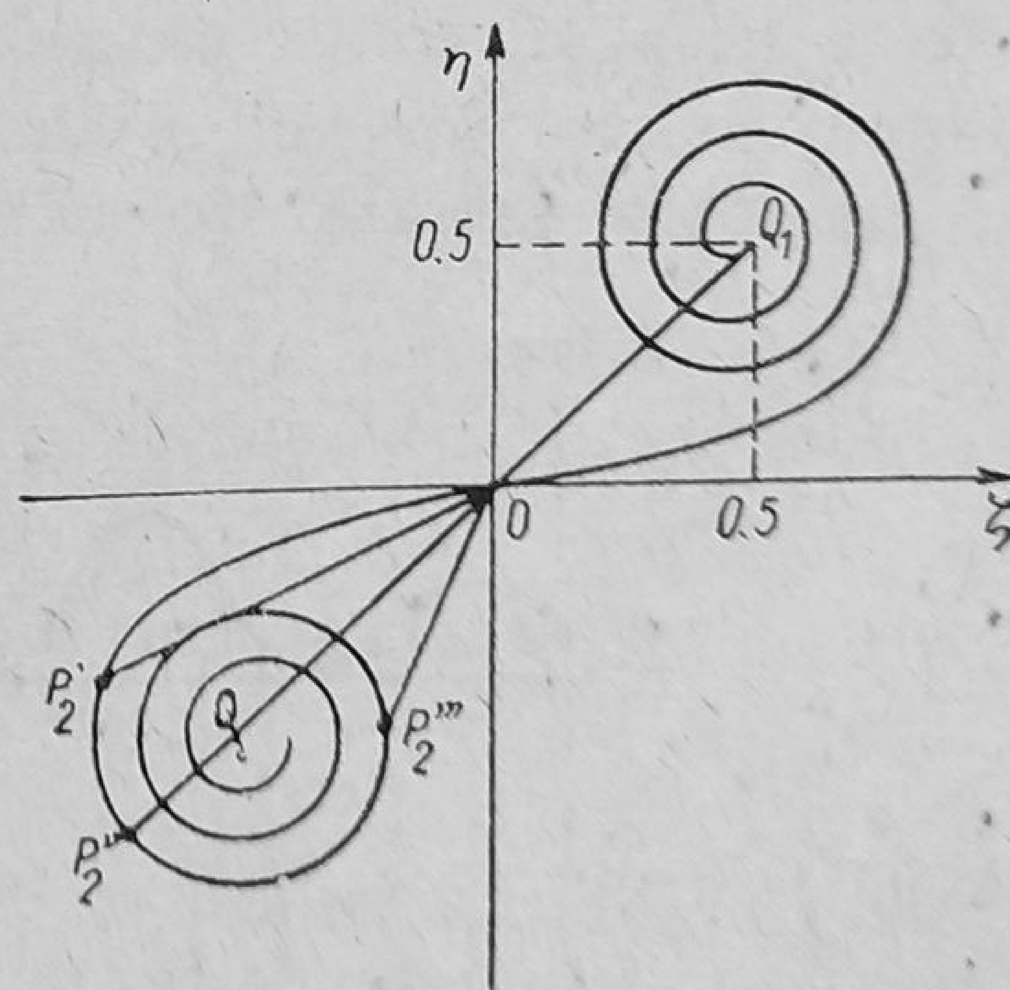


Fig. 226.

Dacă punctul B se deplasează în partea luminoasă a ecranului, atunci ρ_2 este negativ şi punctul P_2 corespunzător trece pe ramura negativă a spiralei lui Cornu ocupînd, prin îndepărtarea lui B de B_0 poziţiile P_2', P_2'' P_2''' (fig. 226), ceea ce face ca J să treacă prin maxime şi minime după cum segmentul OP_2 este mai mare sau mai mic. Variaţiile în intensitate scad din ce în ce mai mult şi tind să ia valoarea lui J_0 pentru poziţia de la infinit a lui B faţă de B_0 (cînd P_2 ajunge în Q_2, fig. 226).

Dacă B trece în umbra geometrică dincolo de B_0, punctul P_2 alunecă pe spirala pozitivă, apropiindu-se lent de P_1 confundat cu Q_1. Segmentul P_1P_2 se micşorează continuu, ceea ce face ca J să scadă continuu cu cît B intră mai adînc în umbra geometrică.

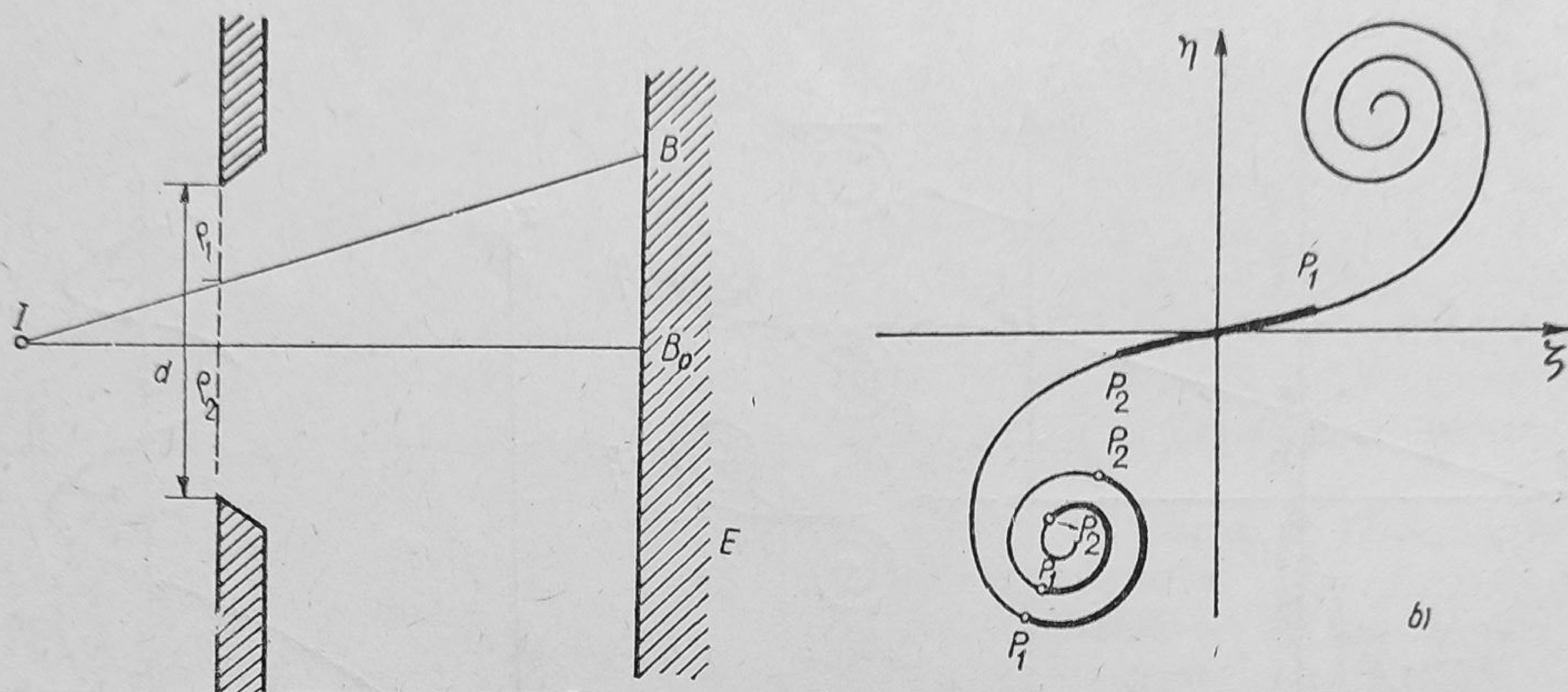


Fig. 227.

b) **Cazul unei fante înguste.** În acest caz $|\rho_1|+|\rho_2|=ct=d$ unde d este deschiderea fantei (fig. 227). Dacă d este suficient de mic, atunci punctele P_1 şi P_2 de pe spirală, corespunzătoare marginilor diafragmei, se găsesc apropiate şi arcul P_1P_2 — care are o lungime constantă — alunecă pe această spirală atunci cînd punctul B se deplasează faţă de B_0.

Cum segmentul de dreaptă P_1P_2 ne dă amplitudinea rezultantă, se vede uşor că dacă punctul B se depărtează de B_0, arcul P_1P_2 intră în interiorul spi-

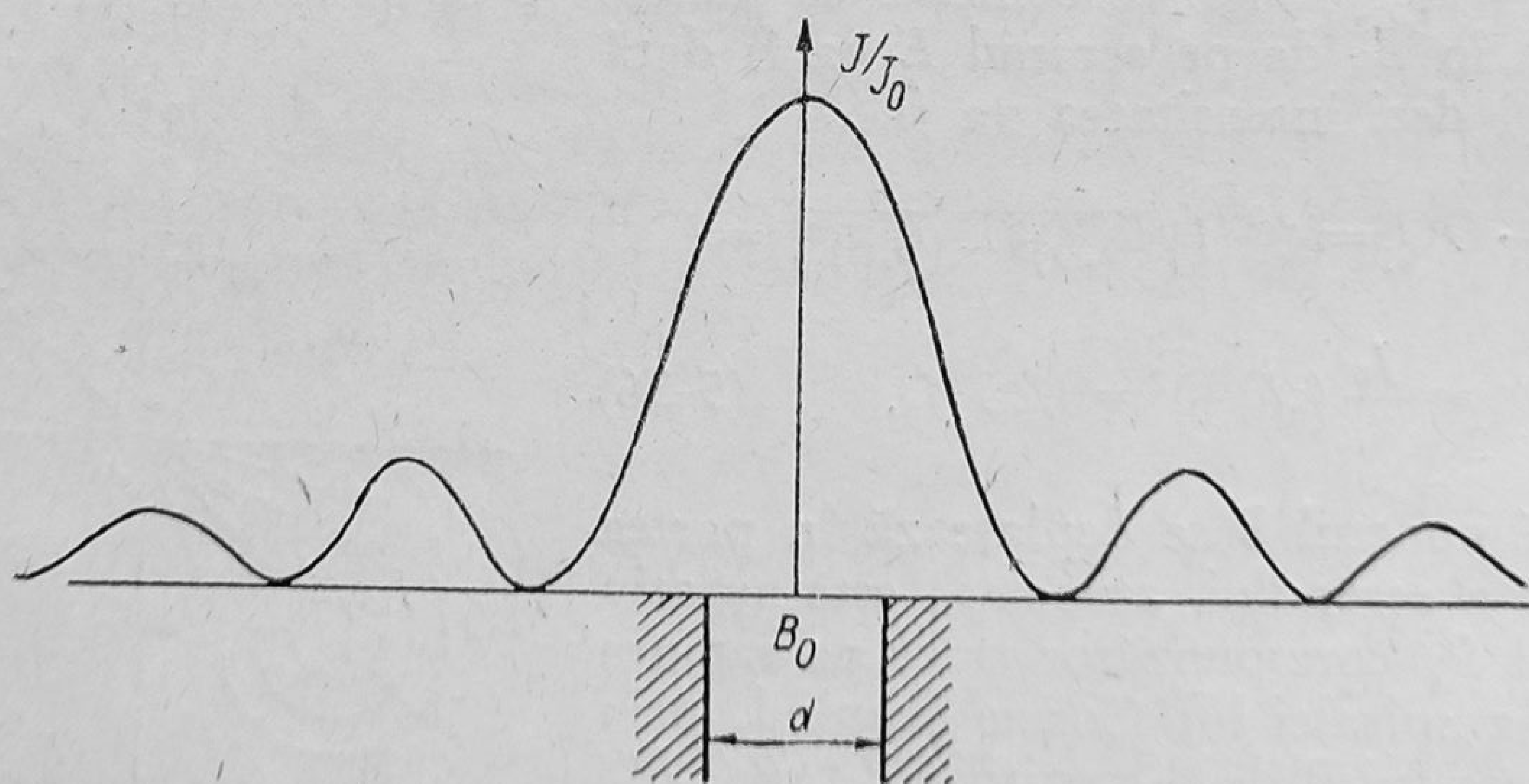


Fig. 228.

ralei şi segmentul P_1 P_2 capătă valori mai mari sau mai mici, ceea ce explică apariţia maximelor şi minimelor pe ecranul E. Ele sînt cu atît mai îndepărtate de maximul central cu cît fanta este mai îngustă (fig. 228).

c) **Cazul unui fir de grosime mică.** Dacă firul este suficient de subţire, avînd grosimea d, punctle P_1 şi P_2 de pe spirala Cornu, corespunzătoare marginilor firului şi în cazul cînd B coincide cu B_0, cînd $|\rho_1|=|\rho_2|$, se vor găsi pe buclele interioare ale spiralei în poziţii simetrice (fig. 229). Capetele vec-

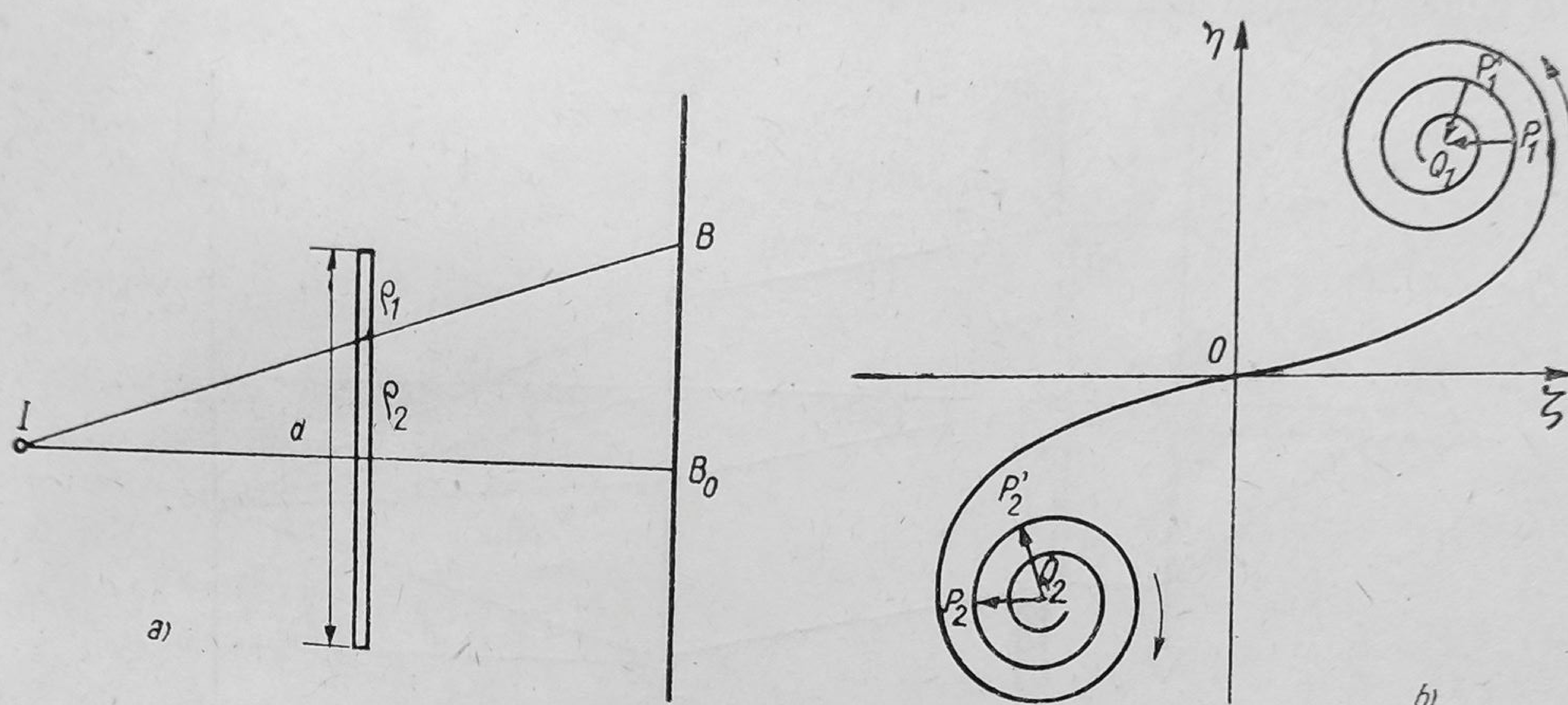


Fig. 229.

torilor amplitudine vor fi în Q_1 şi în Q_2. Vectorii Q_2P_2 şi P_1Q_1 vor fi egali paraleli şi de acelaşi sens: însumarea lor ne dă un maxim de iluminare pe ecranul E, maxim care se va găsi întodeauna în centrul umbrei firului. Dacă punctul B se va depărta de B_0, atunci punctele P_1' şi P_2' corespunzătoare noilor poziţii ale marginilor firului se vor deplasa în sens invers pe spirală, ceea ce va face ca vectorii Q_2P_2' şi $P_1'Q_1$ să varieze puţin nu numai în mărime, dar să se schimbe şi ca direcţie şi sens. Din compunerea lor vor rezulta amplitudini maxime şi minime, care corespund franjelor de difracţie observate şi experimental.

5-B. DIFRACŢIA ÎN LUMINA PARALELĂ (DIFRACŢIA FRAUNHOFER)

În instrumentele optice se întrebuinţează de multe ori fascicule de raze paralele. Trecerea acestor fascicule prin deschideri dreptunghiulare sau circulare este însoţită de fenomenele de difracţie. În felul acesta, studiul difracţiei în lumina paralelă, difracţia Fraunhofer, ne dă o serie de rezultate cu aplicaţii teoretice şi experimentale deosebite. Cazul cel mai simplu îl prezintă:

5.6. Difracţia pe o fantă dreptunghiulară

Prin întrebuinţarea fasciculului de unde cilindrice care porneşte de la un izvor filiform I şi prin întrebuinţarea unui colimator C se obţine un fascicul de raze paralele. Luăm cazul cînd acest fascicul cade normal pe fanta F, o fantă dreptunghiulară.

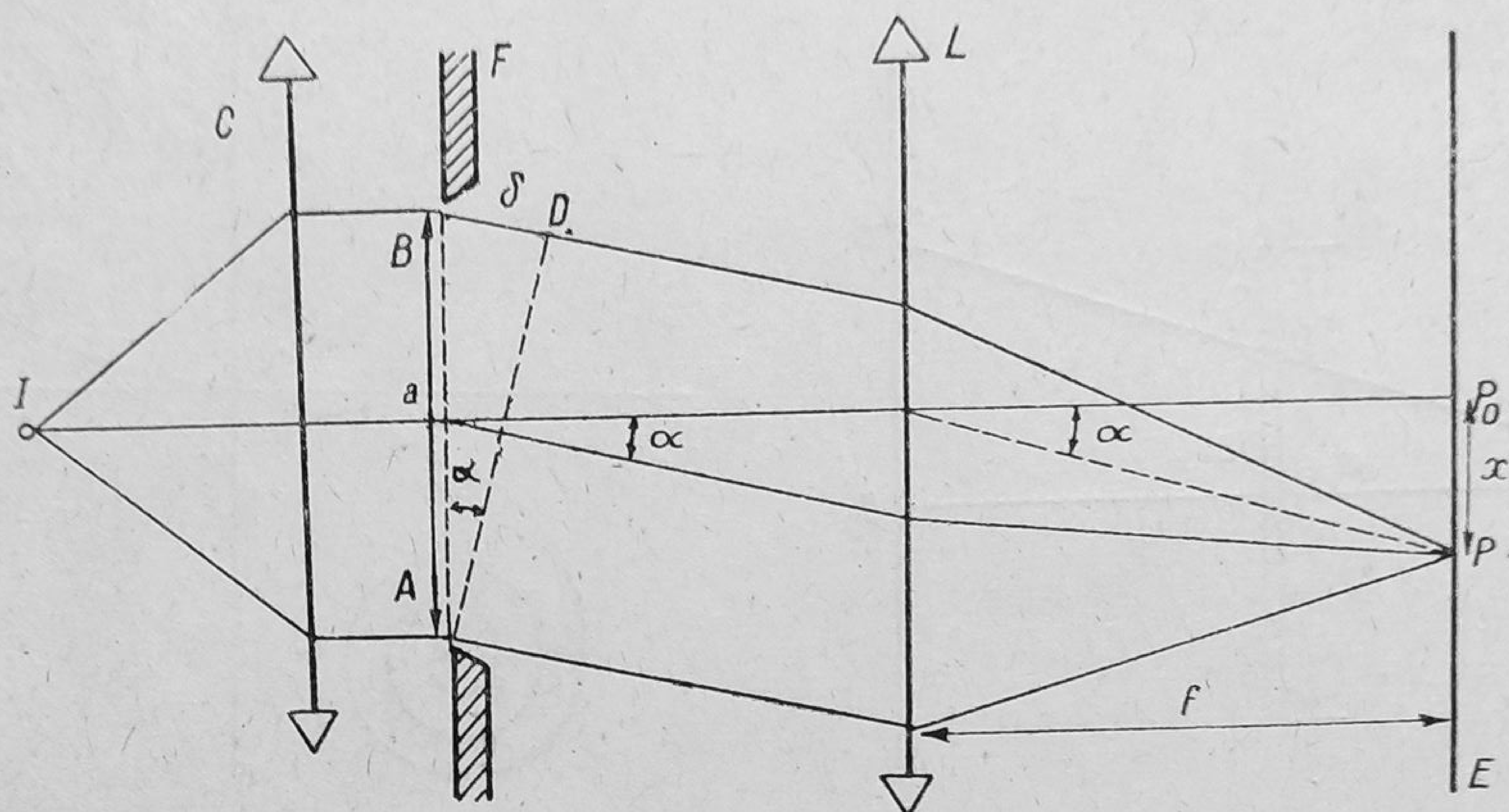


Fig. 230.

Suprafaţa de undă plană AB, de lăţime a, conform principiului lui Huygens-Fresnel, este sediul izvoarelor elementare care emit unde elementare coerente şi în fază, astfel că prin lentila L se pot focaliza în punctul P din planul focal E razele paralele după direcţia α. Diferenţa de drum între raza marginală care porneşte din A şi raza ce porneşte din B este:

$$\delta = BD + (DP) - (AP) = BD = a \sin \alpha \approx a\,\alpha, \qquad (5\text{-}37)$$

deoarece drumurile optice de la frontul de undă AD pînă la P prin lentila L sînt egale, conform teoremei lui Malus, din optica geometrică, iar unghiul α este mic. Diferenţa de fază între aceste două raze extreme este dată de:

$$\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi \frac{a \sin \alpha}{\lambda} \approx 2\pi \frac{a\,\alpha}{\lambda}. \qquad (5\text{-}38)$$

Pentru a afla intensitatea franjei în punctul P (de fapt de-a lungul dreptei ce trece prin P şi este paralelă cu fanta F) vom împărţi suprafaţa undei plane AB, de exemplu, în p fîşii înguste paralele cu fanta izvor I şi vom utiliza construcţia grafică a lui Fresnel.

Fiecare fîşie din suprafaţa undei din F va trimite în P un fascicul de amplitudine Δu, după direcţia α şi care prezintă o diferenţă de fază $\Delta\varphi$ faţă de fasciculele alăturate. În aceste condiţii, pentru cazul cînd $\alpha = 0$, deci $\Delta\varphi = 0$, cele p segmente sînt în prelungire (fig. 231) şi se obţine amplitudinea u_0 a maximului central. Dacă $\Delta\varphi \neq 0$, atunci se obţin construcţii de

felul ON unde ultimul vector ($p=p$) face unghiul $p\Delta\varphi=\varphi$ cu primul vector ($p=1$), iar segmentul ON reprezintă amplitudinea franjei de difracție după direcția respectivă α.

Dacă fîșiile de suprafață se iau din ce în ce mai înguste, atunci și Δu este din ce în ce mai mic, ca și $\Delta\varphi$, deci mărimi infinitezimale și se obține arcul de cerc ON de rază R, (fig. 232). Lungimea arcului de cerc ON este u_0 amplitudinea franjei centrale, iar coarda $ON=u$ este amplitudinea franjei după direcția α. Se vede din figură că:

$$u_0 \approx R\varphi \quad \text{deci} \quad R=\frac{u_0}{\varphi} \quad \text{și}$$

$$u=2R\sin\frac{\varphi}{2}=2\frac{u_0}{\varphi}\sin\frac{\varphi}{2}. \qquad (5\text{-}39)$$

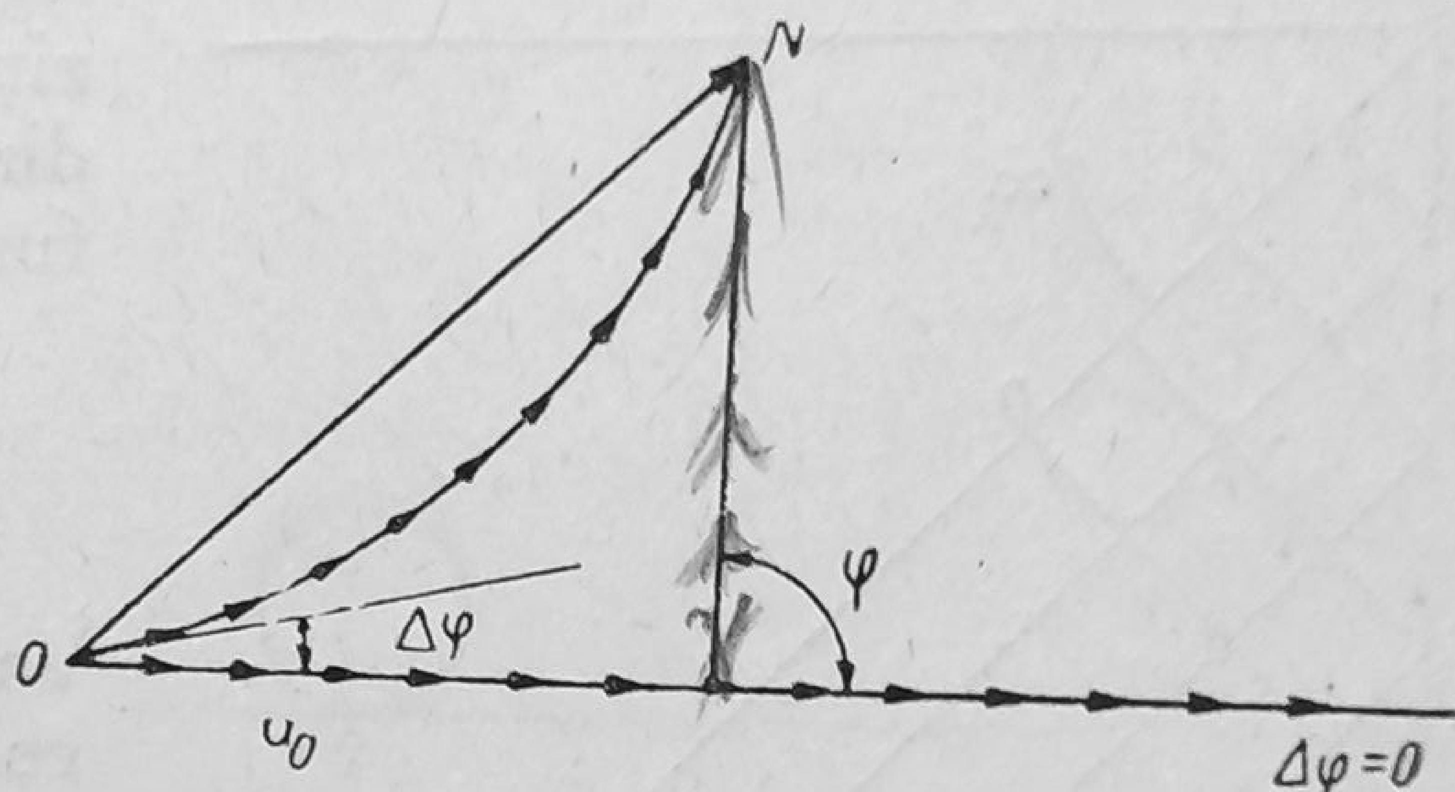


Fig. 231.

Intensitatea franjei $J=u^2$ este dată deci de:

$$J=u_0^2\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}=J_0\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}, \qquad (5\text{-}40)$$

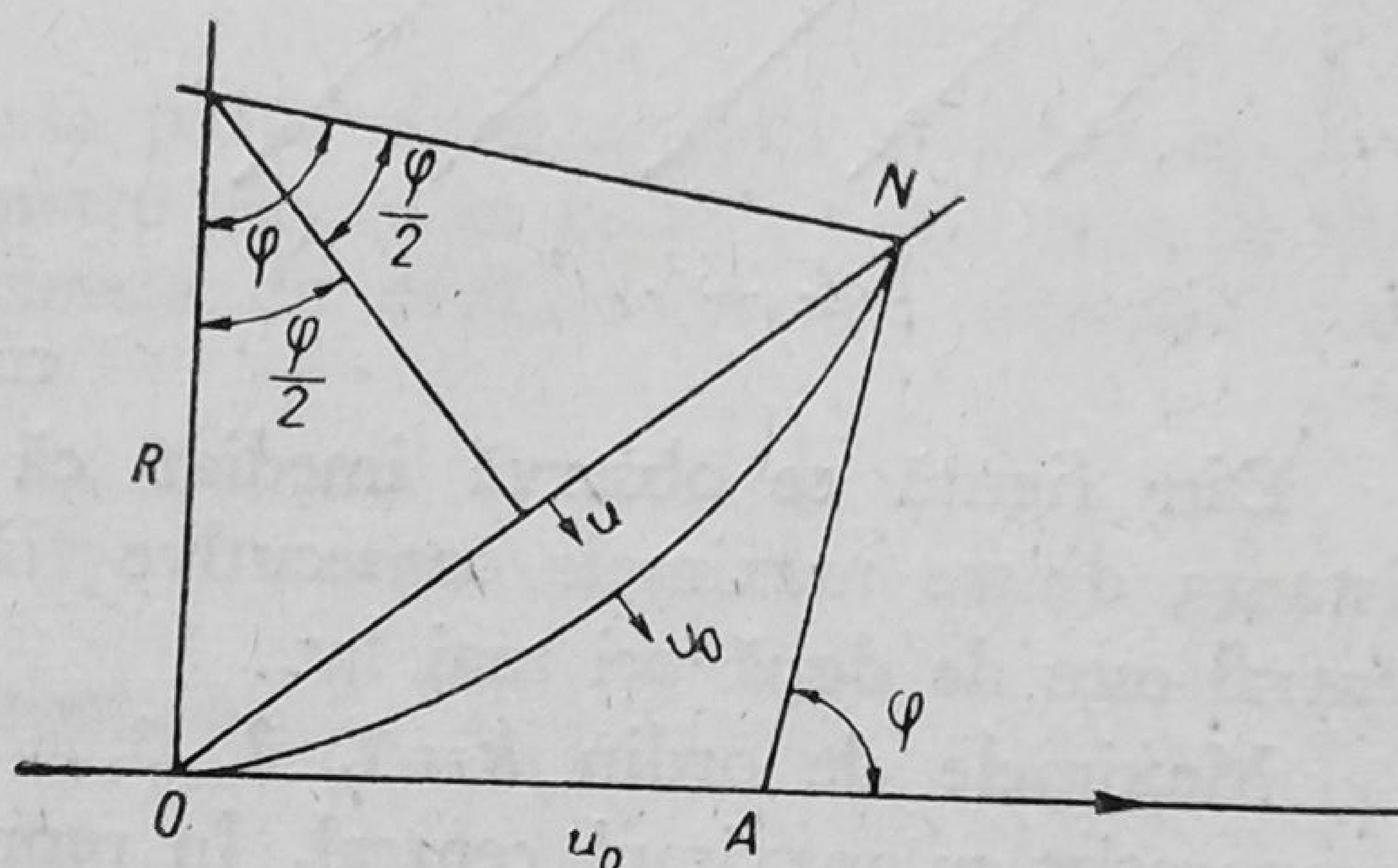


Fig. 232.

unde J_0 este intensitatea franjei centrale (pentru $\alpha=0$), deoarece la limită cînd α tinde către zero, deci cînd $\alpha/2$ tinde către zero avem

$$\lim_{\frac{\varphi}{2}\to 0}\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}=1 \qquad (5\text{-}41)$$

și deci $J=J_0$.

Din expresia de mai sus se observă imediat că vom avea maxime și minime de intensitate ale franjelor de difracție.

Cum $\varphi=2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ vom avea

$$J=J_0\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}=J_0\frac{\sin^2\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)^2}. \qquad (5\text{-}42)$$

Minimele vor fi minime nule pentru $\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}=0$, adică pentru $\delta=k\lambda$,

unde $k=1, 2, 3, \ldots$ afară de cazul $k=0$ cînd $\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}=1$ și corespunde

maximului central. Astfel pentru cazul $k=2$, BD din figura 233 va fi: $\delta = BD = 2\lambda$, ceea ce duce la împărţirea suprafeţei de undă plană în porţiuni egale AA', $A'A''$, $A''A'''$, $A'''B$, care îşi anulează efectele două cîte două reciproc şi deci după direcţia aceasta α_k se obţine un minim în intensitatea franjei.

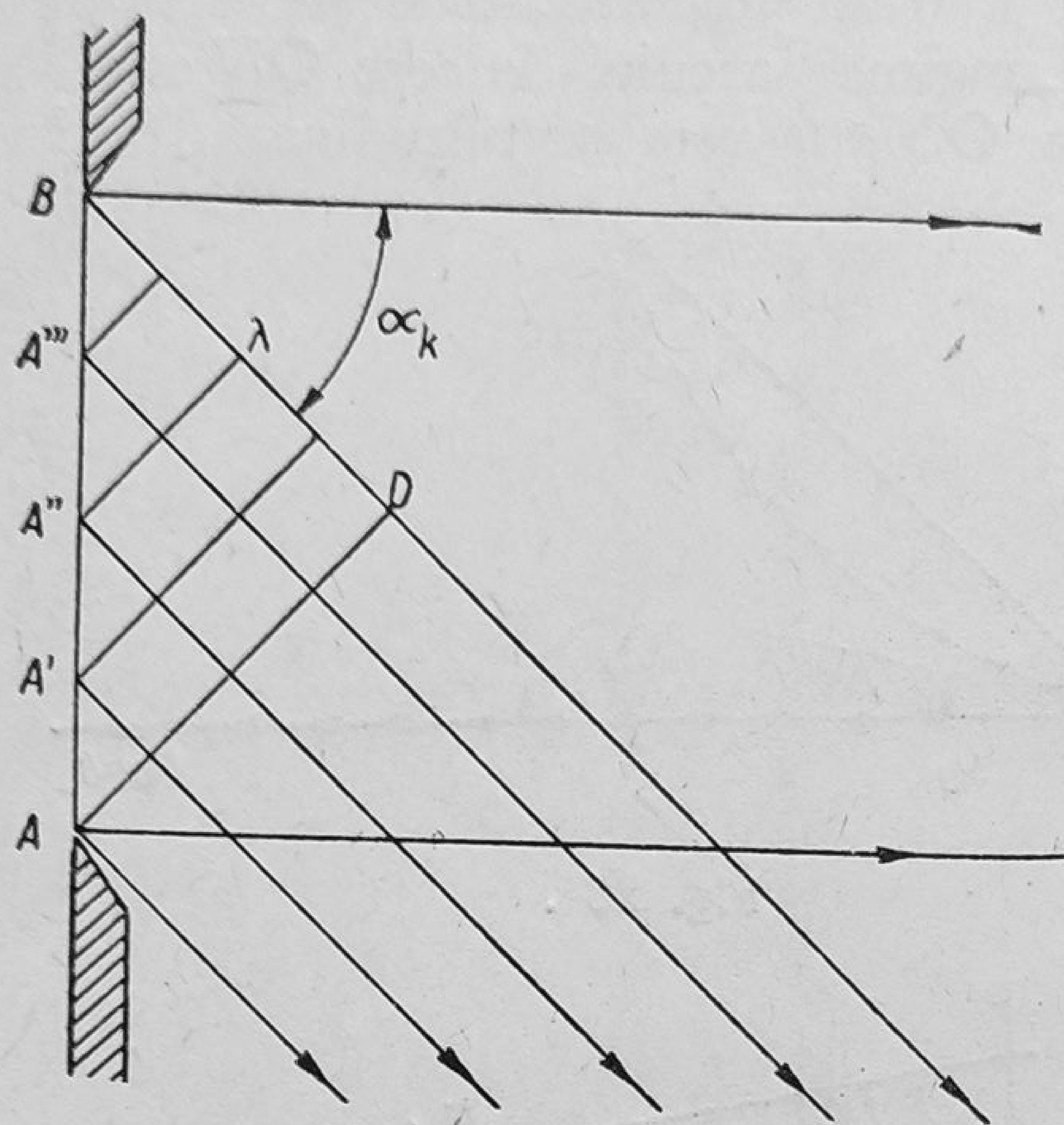


Fig. 233.

Pentru a stabili poziţia şi pentru a calcula şi intensitatea franjelor în figura de difracţie pentru diferitele poziţii x faţă de franja centrală din P_0 din figura 230 vom obţine relaţiile în funcţie de x;

$$\delta = a \sin\alpha \approx a\,\alpha = a\frac{x}{f}, \qquad (5\text{-}43)$$

unde f este distanţa focală a lentilei colectoare şi deci

$$J = J_0 \frac{\sin^2 \pi\frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)^2} = J_0 \frac{\sin^2 \frac{\pi a}{f\lambda}x}{\left(\frac{\pi a}{f\lambda}x\right)^2}, \qquad (5\text{-}44)$$

cu reprezentarea grafică din figura 234.

Din figură se observă imediat că lărgimea maximelor este aceeaşi, distanţa dintre maximele consecutive fiind egală cu $\lambda f/a$ pe cînd maximul central este de două ori mai lat.

Maximele de ordin $k=1, 2, 3, \ldots$ sînt mult mai slabe în intensitate comparativ cu maximul central. În reprezentaţia grafică a lui Fresnel, arcul

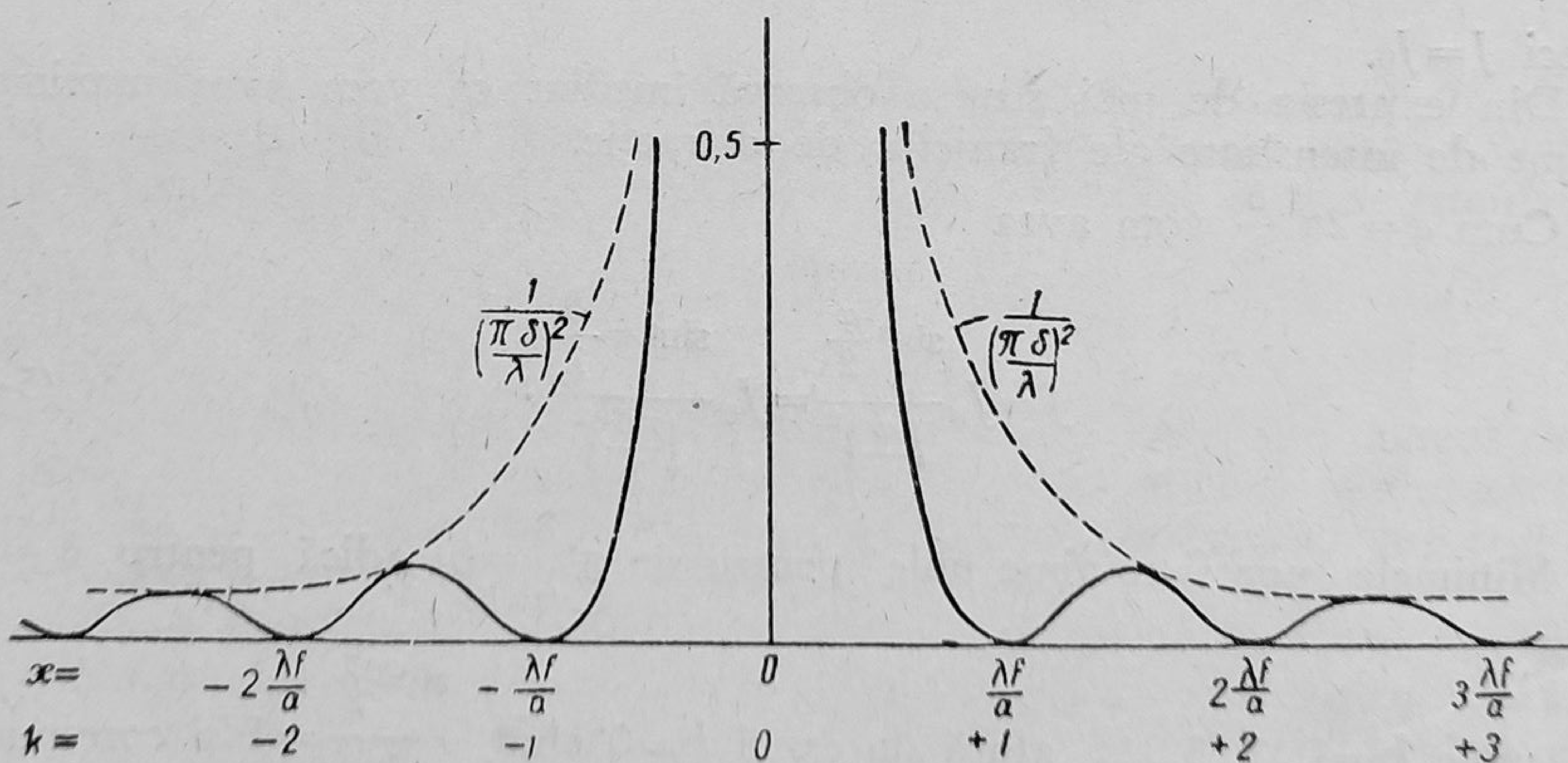


Fig. 234.

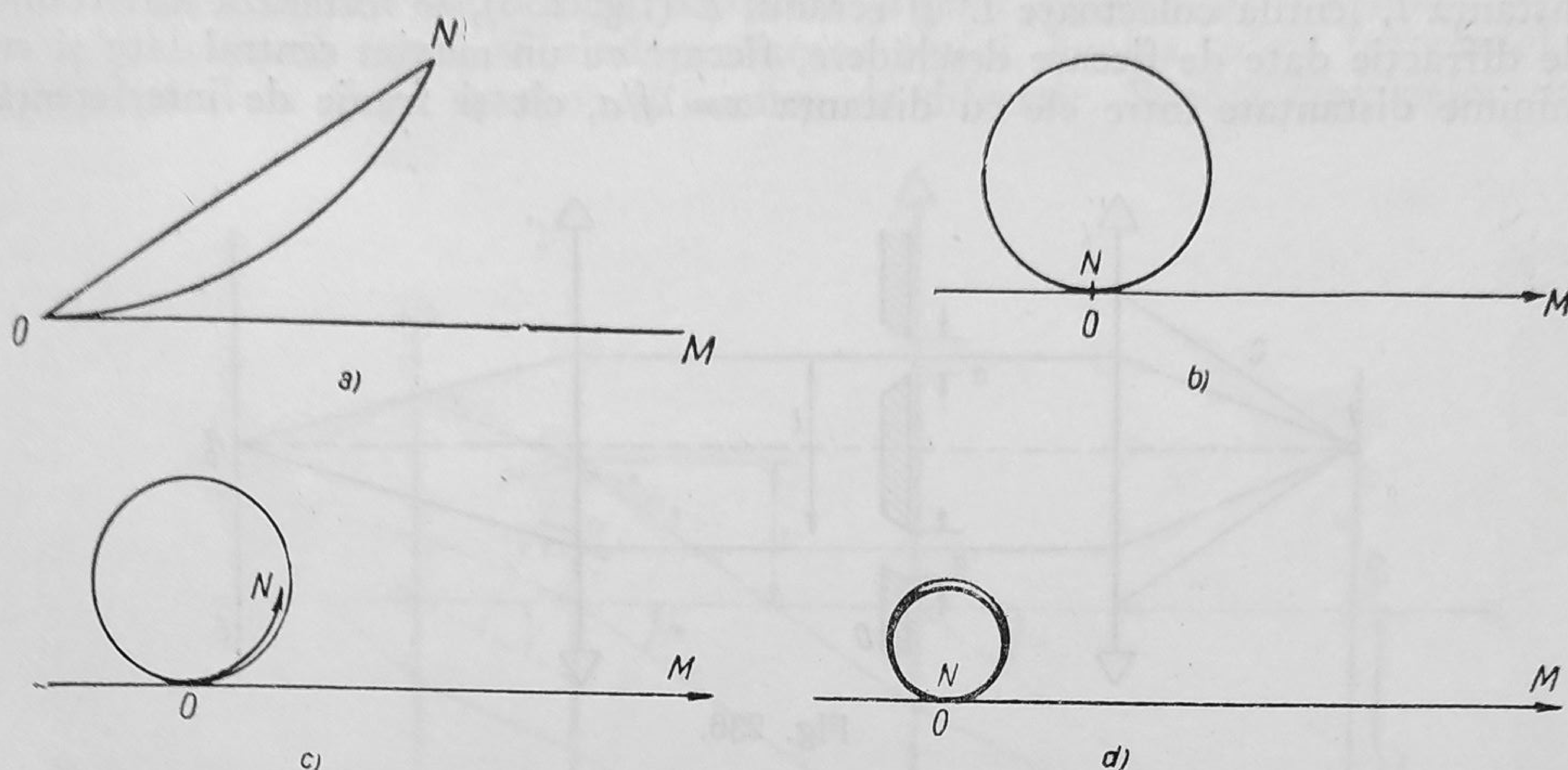


Fig. 235.

de cerc ON curbîndu-se (fig. 235), însă păstrîndu-şi aceeaşi lungime egală cu OM, se va închide pe cercuri cu diametre din ce în ce mai mici, ceea ce ilustrează rapiditatea cu care scad maximele de ordin superior, datorită creşterii rapide a numitorului: $\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)^2$.

5.7. Difracţia printr-o deschidere circulară

În lumina paralelă provenită de la un izvor punctiform, o deschidere circulară dă naştere la franje de difracţie circulare. Raza r a primului inel întunecat este dată de: $r = 1{,}22 \frac{\lambda}{d} f$, unde d este diametrul deschiderii circulare, f este distanţa focală a lentilei colectoare. În multe cazuri interesează însă unghiul sub care se formează şi apare primul inel întunecos, care va fi dat de:

$$\gamma = 1{,}22 \frac{\lambda}{d}, \tag{5-45}$$

acest inel întunecos fiind privit din centrul deschiderii circulare.

5.8. Difracţia prin două fante

În dispozitivul experimental format din colimatorul CL (I izvorul şi L lentila), fanta dublă D formată din două fante de lărgimea a, depărtate cu

distanţa l, lentila colectoare L' şi ecranul E (fig. 236), se formează atît franje de difracţie date de fiecare deschidere, fiecare cu un maxim central larg şi cu minime distanţate între ele cu distanţa $x=\lambda f/a$, cît şi franje de interferenţă

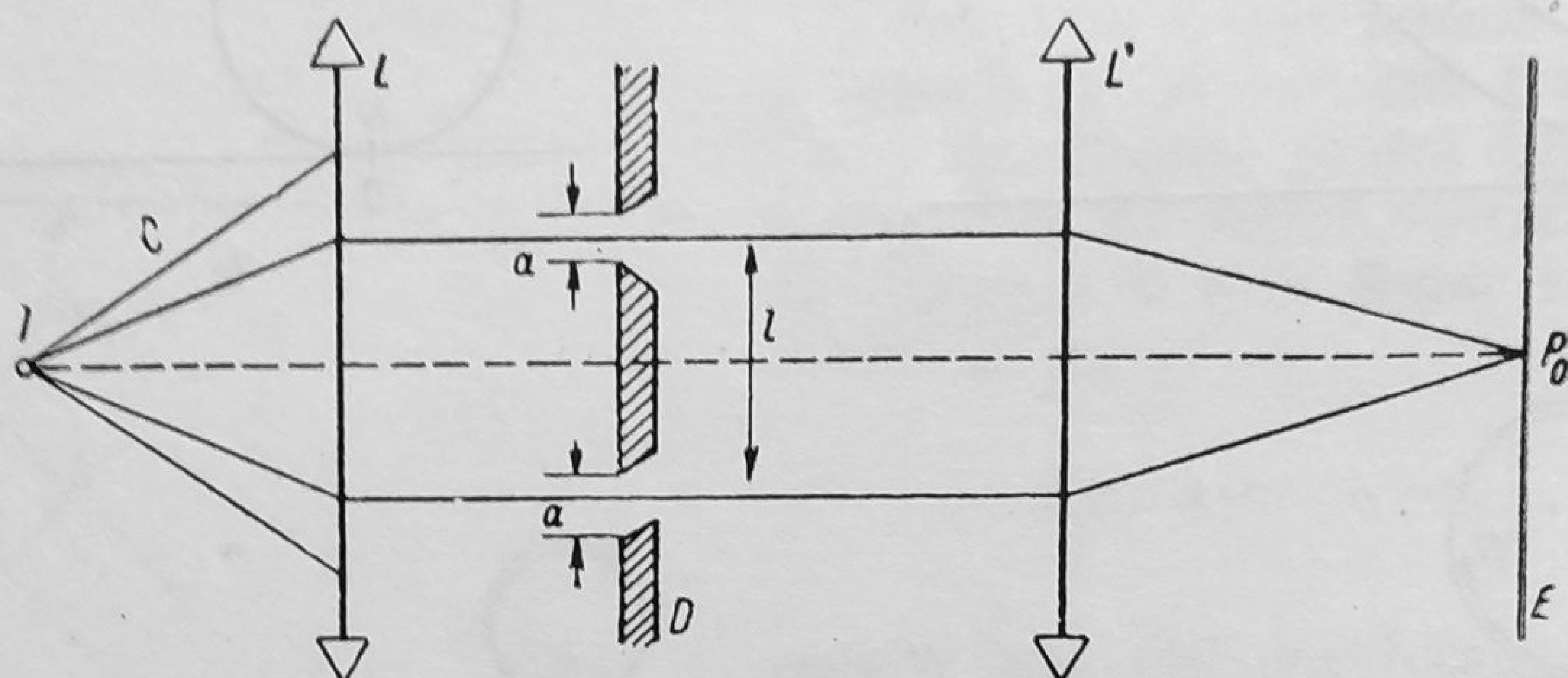


Fig. 236.

ca la dispozitivul Young, franje echidistante cu interfranja $i=\lambda f/l$. În figura compusă, franjele de interferenţă vor fi „modulate" după funcţia care redă intensitatea franjelor de difracţie, aşa cum reiese din figura 237.

Prin întrebuinţarea unor deschideri fine $a \ll l$, maximele centrale de difracţie sînt foarte largi şi deci slabe în intensitate ceea ce face ca pe acest fond să apară franjele de interferenţă bine conturate.

✱ 5.9. Reţeaua de difracţie.

Reţeaua de difracţie plană se realizează prin trasarea cu ajutorul unui diamant a unor zgîrieturi fine, drepte, paralele şi echidistante. Astfel, dacă pe o distanţă L sînt trasate N trăsături pe unitatea de lungime vom avea $m=N/L$ trăsături, iar distanţa între două trăsături $l=L/N=1/m$ ia numirea de *constanta reţelei*.

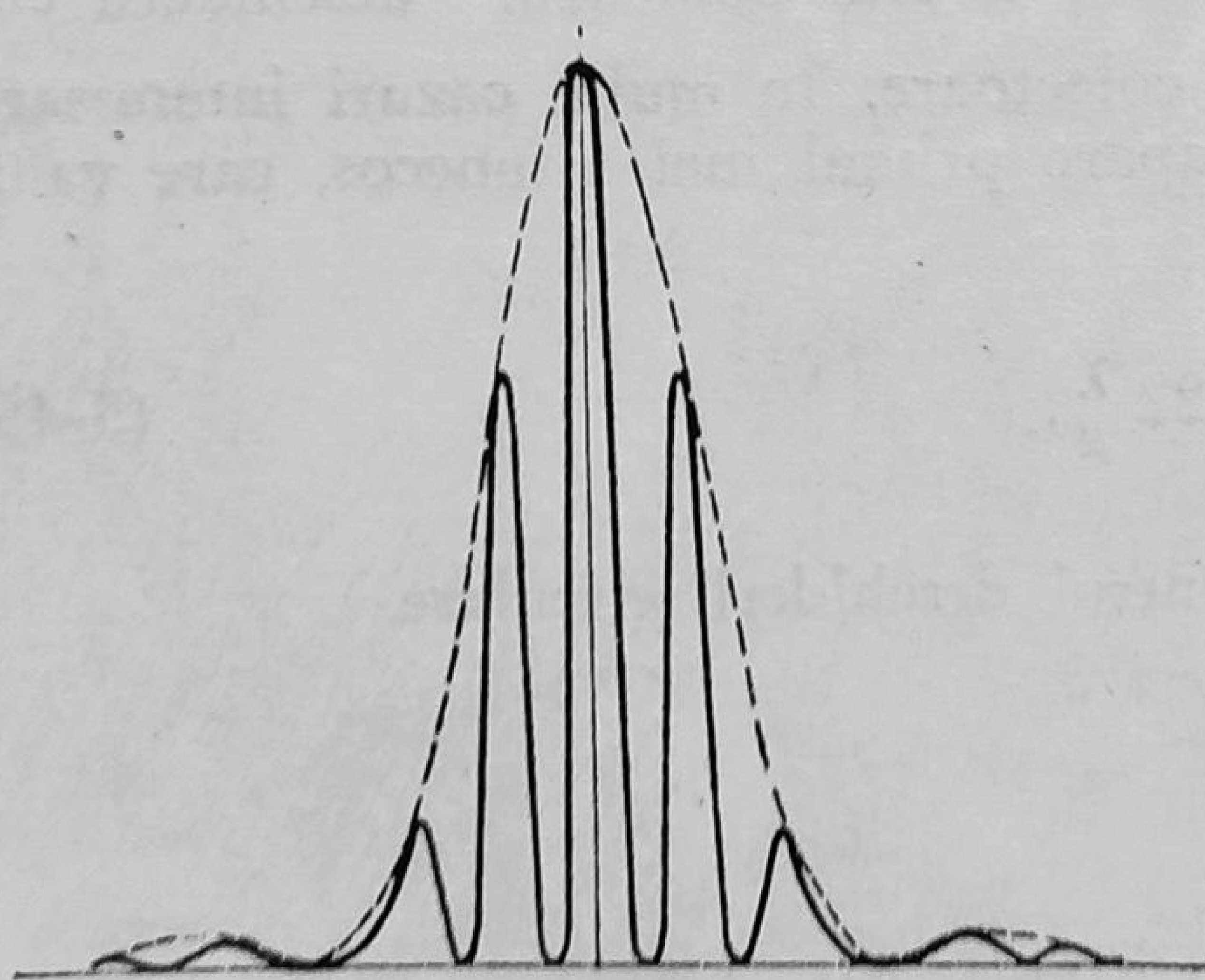


Fig. 237.

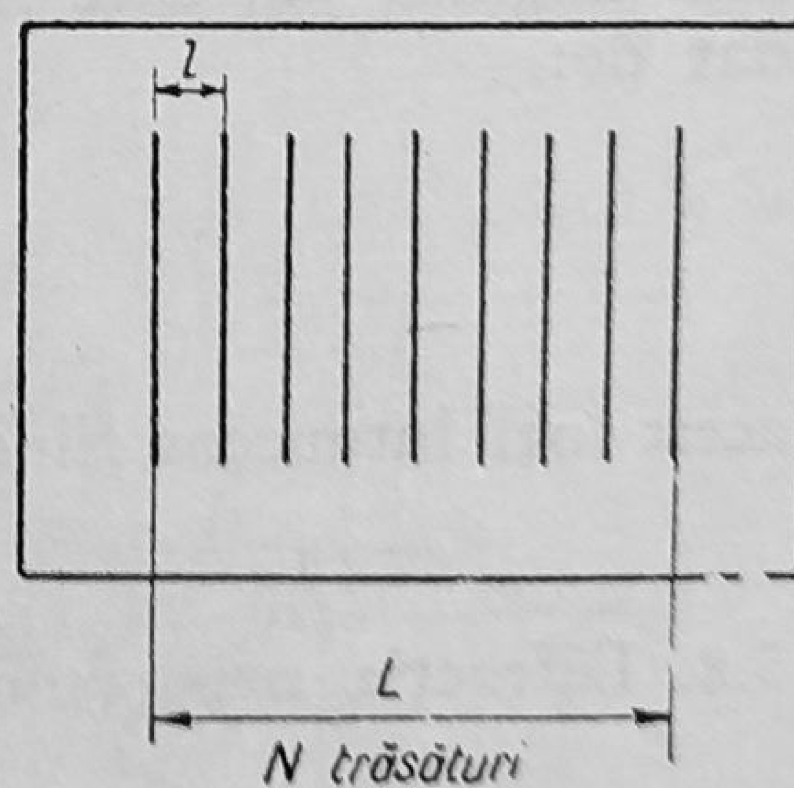


Fig. 238.

Partea opacă joacă rolul ecranelor (firelor opace); partea limpede are rolul deschiderii fantei. Căzînd pe rețeaua optică, lumina suferă fenomenul de difracție și se obțin maxime și minime de difracție. Poziția maximelor date

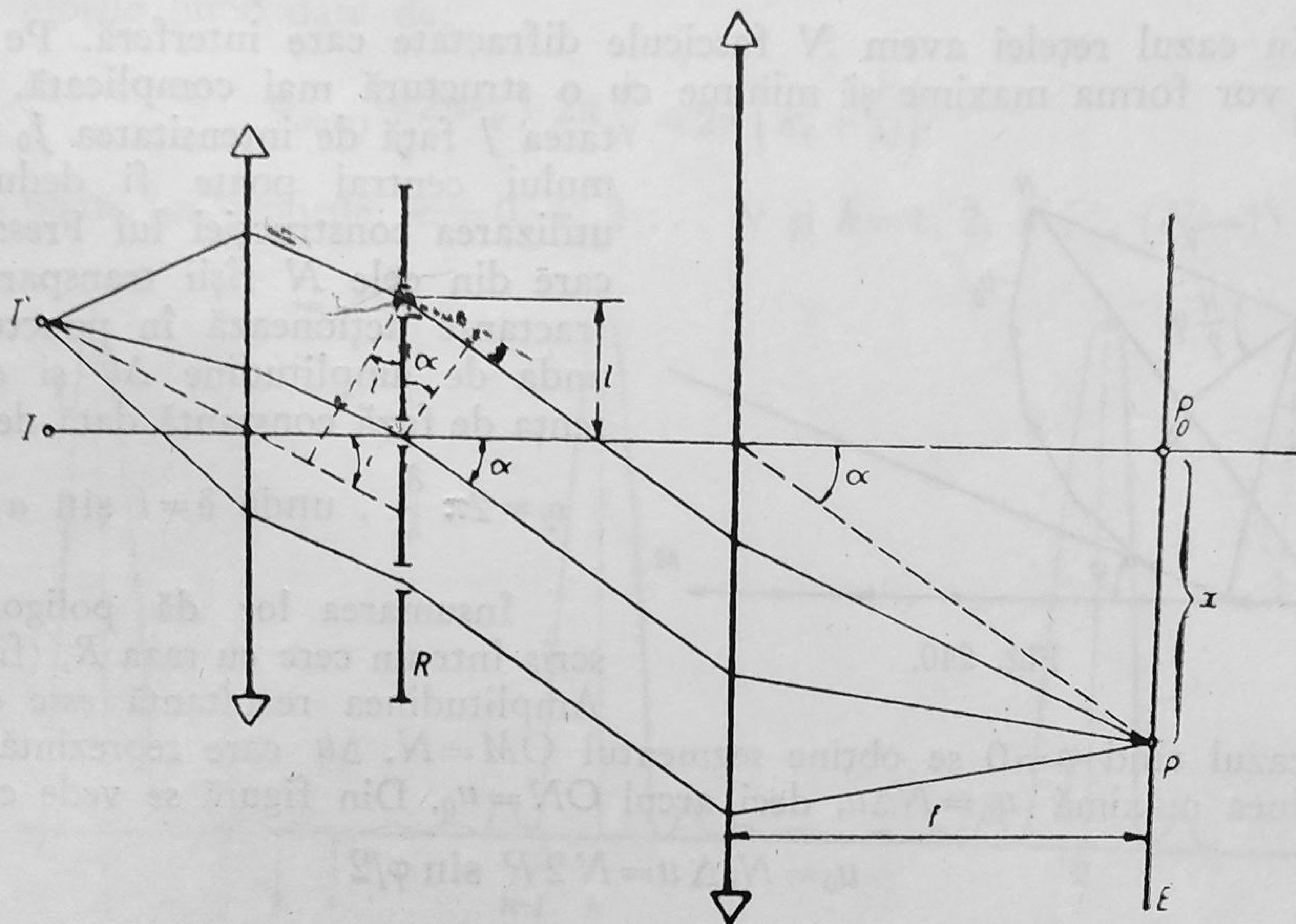


Fig. 239.

de rețea se obține astfel: fasciculul de lumină paralelă cade sub unghiul de incidență i pe fața rețelei R și se cercetează fenomenul de difracție după unghiul ales α, în punctul P de pe ecranul E (fig. 239).

Starea de interferență va depinde de valoarea lui δ, dat de

$$\delta = l \sin\alpha - l \sin i = l(\sin\alpha - \sin i), \tag{5-46}$$

adică de diferența de drum între două raze provenite de la două deschideri alăturate ale rețelei R. Maximele se vor forma pentru $\delta = k\lambda$, unde $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Pentru incidență normală, $i = 0$ și pentru unghiuri α mici vom putea scrie:

$$\delta = k\lambda = l \sin\alpha \approx l\alpha, \tag{5-47}$$

deci

$$\alpha = \frac{k\lambda}{l}. \tag{5-48}$$

În punctul P_0 se va forma franja centrală (maximul central) și față de aceasta, maximele celelalte (principale) se vor forma la distanțele:

$$x_{(max)} = \alpha_{(max)} f = \frac{k\lambda}{l} \cdot f = k\lambda m f, \tag{5-49}$$

adică avem interfranja:

$$i=\frac{\lambda f}{l}. \tag{5-50}$$

În cazul reţelei avem N fascicule difractate care interferă. Pe ecranul E se vor forma maxime şi minime cu o structură mai complicată. Intensitatea J faţă de intensitatea J_0 a maximului central poate fi dedusă prin utilizarea construcţiei lui Fresnel. Fiecare din cele N fîşii transparente difractante acţionează în punctul P cu unda de amplitudine Δu şi cu diferenţa de fază constantă dată de relaţia:

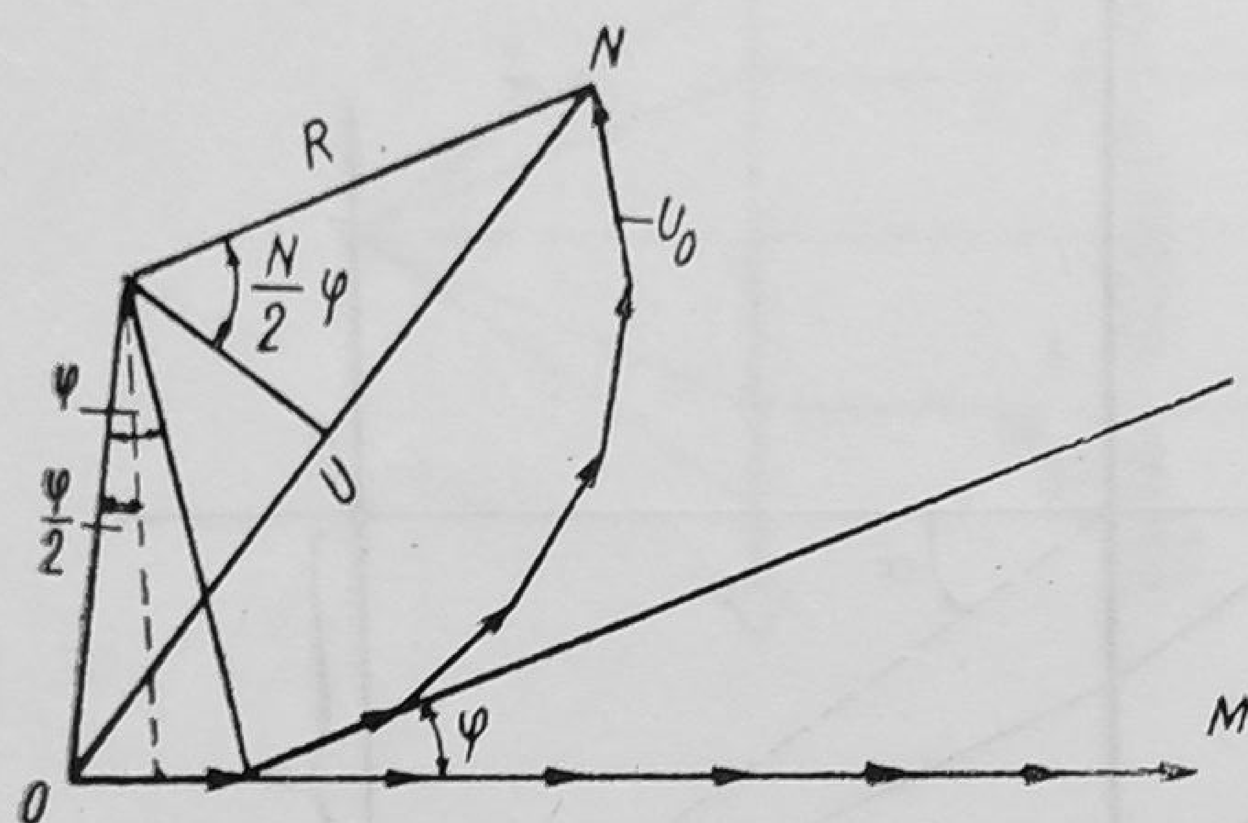


Fig. 240.

$$\varphi=2\pi\frac{\delta}{\lambda}, \text{ unde } \delta=l\sin\alpha\approx l\alpha. \tag{5-51}$$

Însumarea lor dă poligonul înscris într-un cerc cu raza R, (fig. 240). Amplitudinea rezultantă este $u=ON$. În cazul cînd $\varphi=0$ se obţine segmentul $OM=N.\ \Delta u$ care reprezintă amplitudinea maximă $u_0=N\Delta u$, deci arcul $ON=u_0$. Din figură se vede că:

$$u_0=N.\Delta u=N\,2R\ \sin\varphi/2 \tag{5-52}$$

şi

$$u=2R\sin\frac{N}{2}\ \varphi. \tag{5-53}$$

Prin înlocuirea lui

$$2R=\frac{u_0}{N\sin\frac{\varphi}{2}} \tag{5-54}$$

în valoarea lui u obţinem:

$$u=u_0\frac{\sin N\frac{\varphi}{2}}{N\sin\frac{\varphi}{2}} \tag{5-55}$$

şi deci intensitatea franjei de difracţie va fi dată de:

$$J=J_0\frac{\sin^2 N\frac{\varphi}{2}}{N^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}. \tag{5-56}$$

Minimele (nule) se obţin în primul rînd pentru toate cazurile cînd $\sin\varphi/2=0$, deci pentru valorile lui $N\varphi/2=k\pi$ deci pentru

$$\varphi_{(\min)}=2\pi\ k/N. \tag{5-57}$$

Numărătorul ca și numitorul se mai anulează și pentru $\sin\frac{\varphi}{2}=0$, adică pentru $\varphi/2=k_0\,\pi$. Însă în acest caz $J=J_0$, adică se obține tocmai condiția pentru obținerea maximului principal. Deci vom avea minime care sînt nule, pentru valorile lui φ date de:

$$\varphi_{(min)}=2\pi k_0+2\pi\frac{k}{N}=2\pi\left(k_0+\frac{k}{N}\right), \tag{5-58}$$

unde k_0 poate lua valorile: $k_0=0, 1, 2 \ldots N$ și $k=1, 2, 3 \ldots (N-1)$.

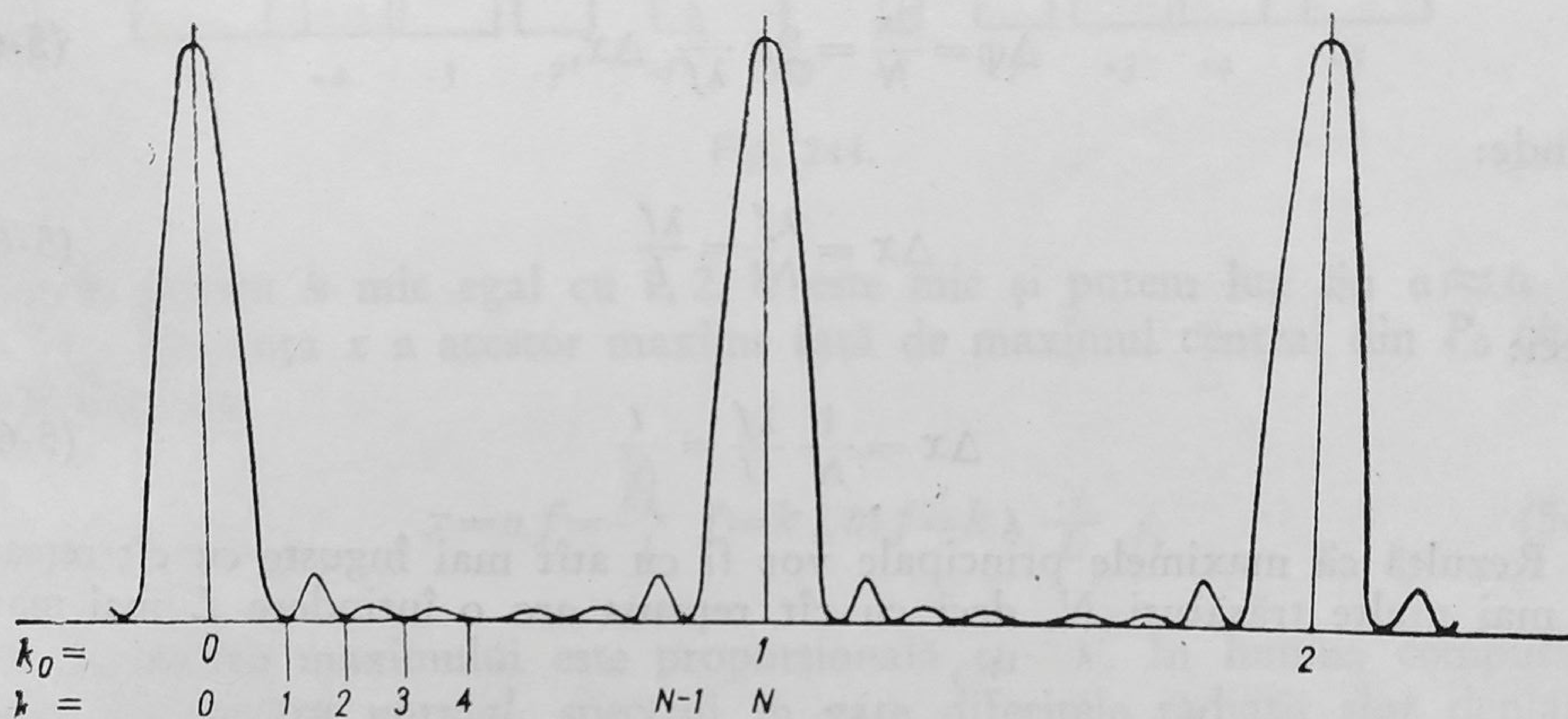


Fig. 241.

Cum la $k_0=0$ (1, 2 ...) și $k=N$ avem $J=J_0$, deci maximele principale, urmează că între două maxime principale consecutive avem $(N-1)$ minime (nule) și deci $(N-2)$ maxime secundare.

Întocmai ca la interferența multiplă, maximile principale vor fi intense și înguste, maximele secundare vor fi slabe, astfel că cu cît N — numărul de trăsături — va fi mai mare, cu atît maximele principale vor fi mai intense și mai subțiri, observabile pe un fond întunecos, (fig. 241).

Putem calcula întinderea Δx a franjei centrale cuprinsă între maximul franjei și primul minim (fig. 242), care se observă pe ecranul E în sistemul de franje format de lentila L' cu distanța focală f, (fig. 239).

Vom avea în acest caz din relația:

$$\varphi_{(min)}=2\pi\left(k_0+\frac{k}{N}\right), \tag{5-59}$$

pentru cele două poziții A și B din figura 242:

$$\Delta\varphi=2\pi\left(0+\frac{1}{N}\right)=\frac{2\pi}{N}. \tag{5-60}$$

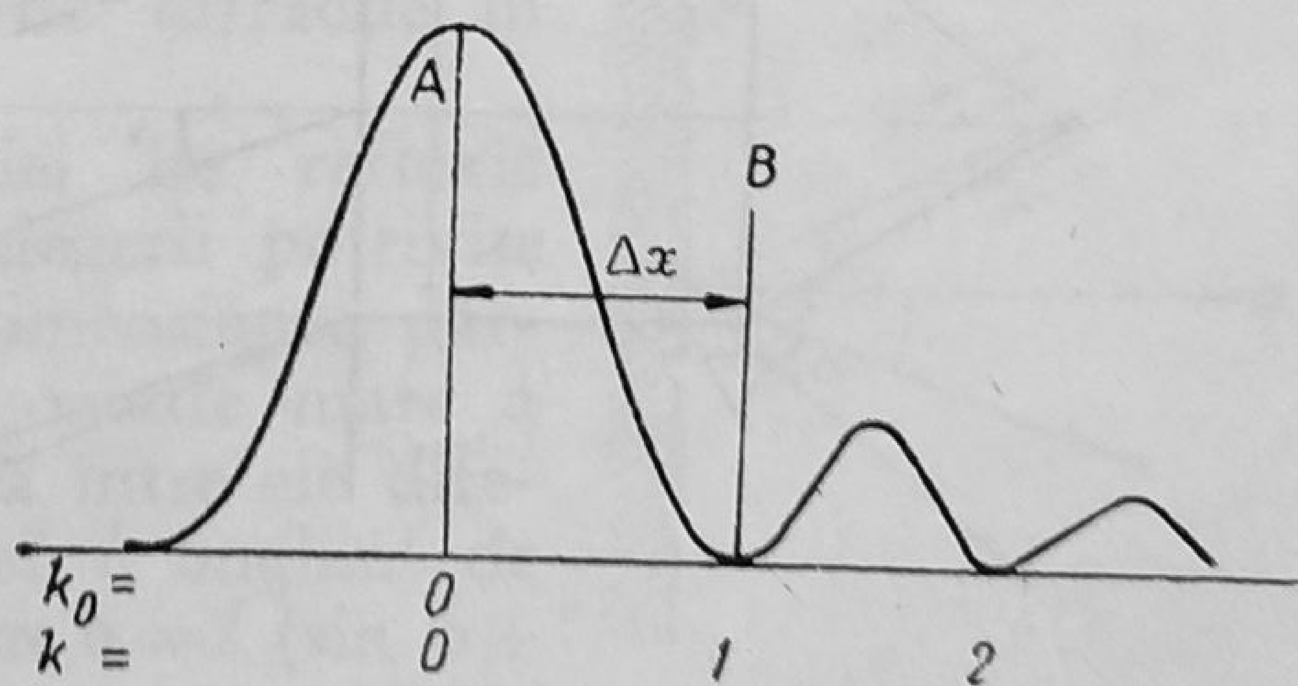


Fig. 242.

Dar din relaţia:

$$\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi \frac{l \sin \alpha}{\lambda} \approx 2\pi \frac{l\alpha}{\lambda} = 2\pi \frac{lx}{\lambda f} \qquad (5\text{-}61)$$

rezultă:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{l}{\lambda f} \Delta x. \qquad (5\text{-}62)$$

Urmează deci că:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N} = 2\pi \frac{l}{\lambda f} \Delta x, \qquad (5\text{-}63)$$

de unde:

$$\Delta x = \frac{\lambda f}{Nl} = \frac{\lambda f}{L} \qquad (5\text{-}64)$$

şi deci:

$$\Delta x = \frac{1}{N} \frac{\lambda f}{l} = \frac{i}{N} \qquad (5\text{-}65)$$

Rezultă că maximele principale vor fi cu atît mai înguste cu cît reţeaua are mai multe trăsături N, deci cu cît reţeaua are o întindere L mai mare.

5.10. Spectrograful cu reţea

Reţeaua de difracţie poate fi întrebuinţată la construirea unui spectrograf cu reţea. Razele de lumină care pornesc de la izvorul — fanta liniară dreaptă I, ies paralel din colimatorul $I—C$ şi cad pe întreaga suprafaţă a reţelei R de lărgime L cu constanta l deci cu m trăsături pe unitatea de lungime (fig. 243).

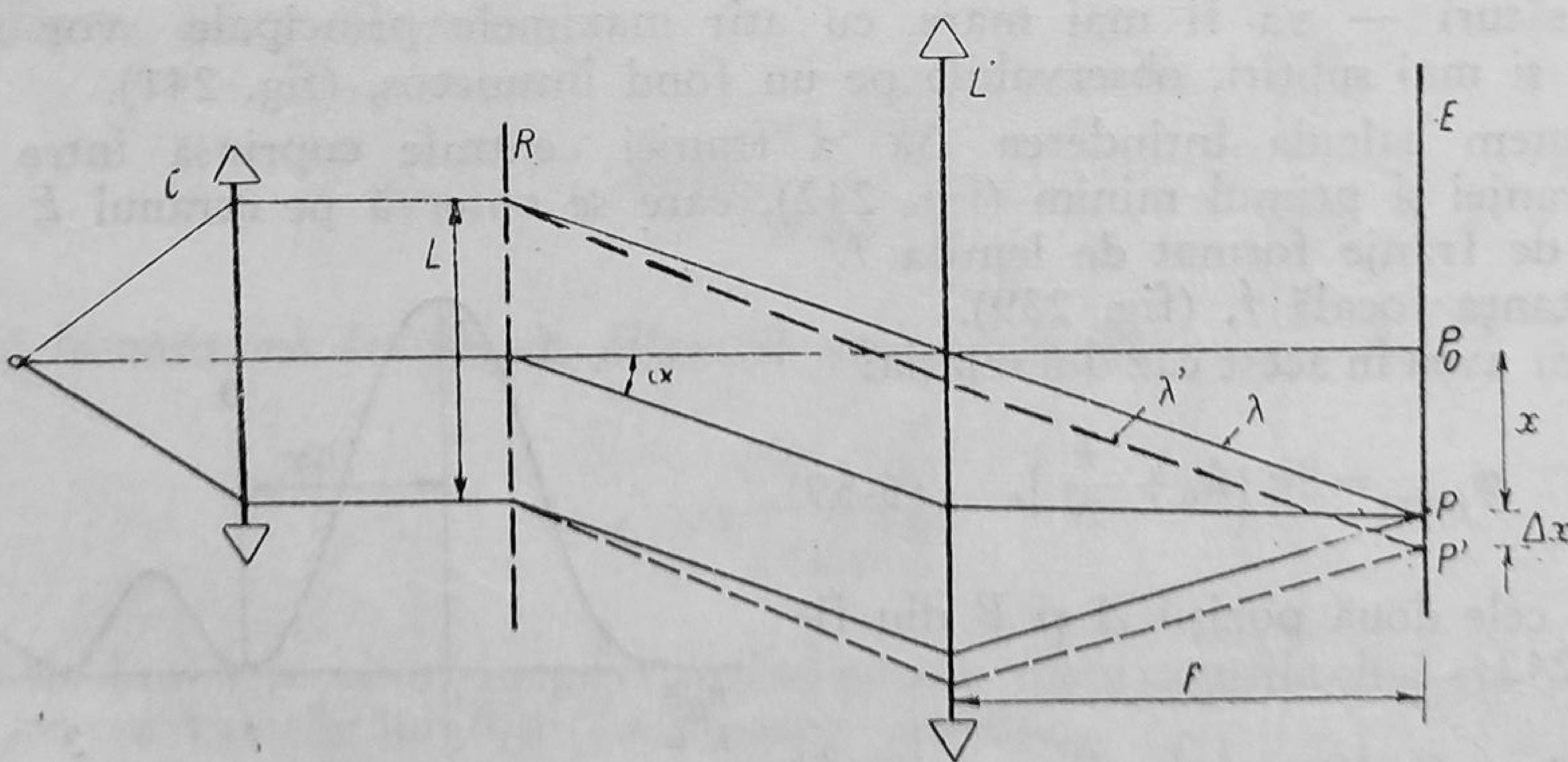


Fig. 243.

Razele cu lungimea de undă λ, difractate după unghiul α sînt focalizate de lentila L' pe planul focal E în P — imaginea difractată a izvorului I pentru λ. Pentru o altă radiaţie cu lungimea de undă λ', apropiată de λ, şi anume $\lambda' > \lambda$ se obţine la fel imaginea spectrală P', mai depărtată de P_0, la distanţa Δx de P. Din relaţia $\delta = l \sin \alpha = k\lambda$ pentru maximele de

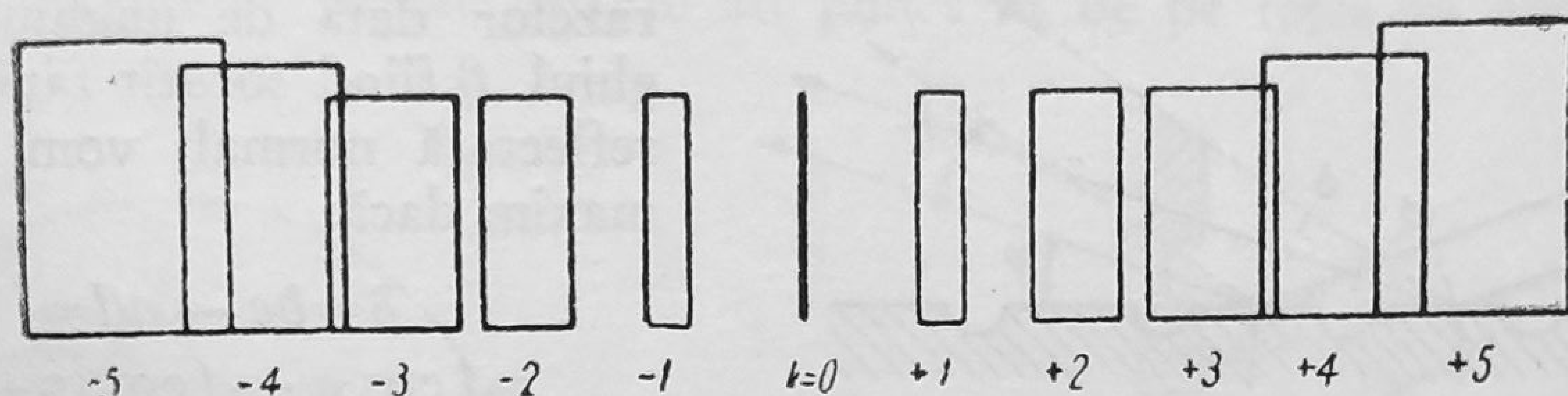


Fig. 244.

ordin k, pentru k mic egal cu 1, 2, α este mic şi putem lua $\sin \alpha \approx \alpha$ deci $\delta = l\alpha$. Distanţa x a acestor maxime faţă de maximul central din P_0 (k=0) va fi dată de:

$$x = \alpha f = \frac{k\lambda}{l} f = k\lambda m f = k\lambda \frac{N}{L} f, \tag{5-66}$$

deci deplasarea maximului este proporţională cu λ. În lumina compusă se obţine un *spectru normal,* spectrul în care diferitele radiaţii sînt deplasate proporţional cu lungimile de undă respectivă.

În lumina albă se vor obţine spectre continue. Ele însă se întind din ce în ce mai mult cu cît ordinul k de interferenţă este mai mare, ajungînd ca pentru un k mare să se suprapună şi să dea un „ alb de ordin superior" (fig. 244).

5.11. Reţelele plane reflectătoare

Deoarece sticla absoarbe mai ales radiaţiile ultraviolete, se construiesc reţelele optice prin reflexie. Pe o placă plană P de metal se trasează zgîrieturi drepte paralele echidistanţate, peste care cade fasciculul de raze paralele care sînt difractate şi, cu ajutorul unei lentile, se obţin franje de difracţie în planul ei focal.

Franja centrală corespunde direcţiei de reflexie normală. Datorită atît reflexiei cît şi alegerii potrivite a dimensiunii părţii zgîriate, faţă de dimensiunea părţii limpezi, se poate ajunge la o luminozitate mare a spectrelor de difracţie. Relaţia care leagă între ele diferenţa de drum optic δ, constanta reţelei l, unghiul de incidenţă i şi unghiul de difracţie α, este $\delta = l (\sin \alpha + \sin i)$.

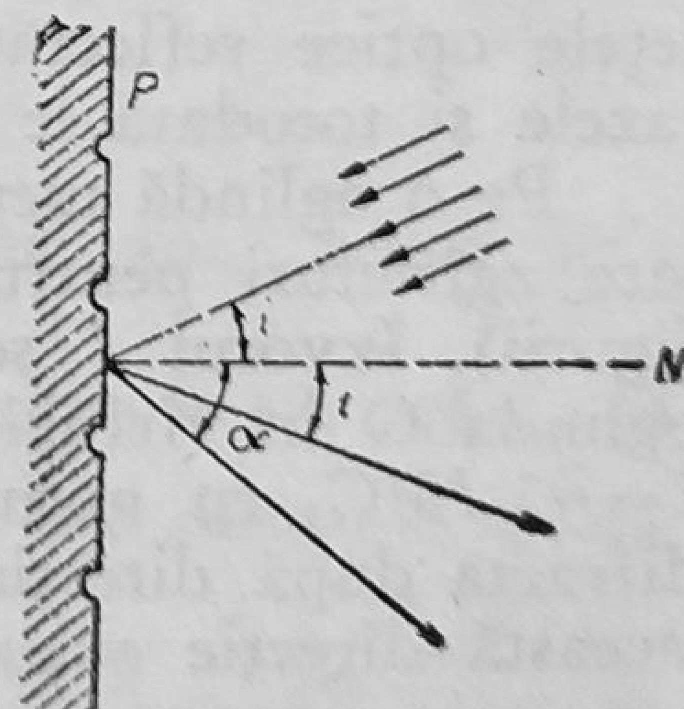


Fig. 245.

5.12. Metoda incidenţei razante

Un fascicul de raze paralele cade razant sub unghiul φ pe o reţea plană reflectătoare care are constanta l (fig. 246).

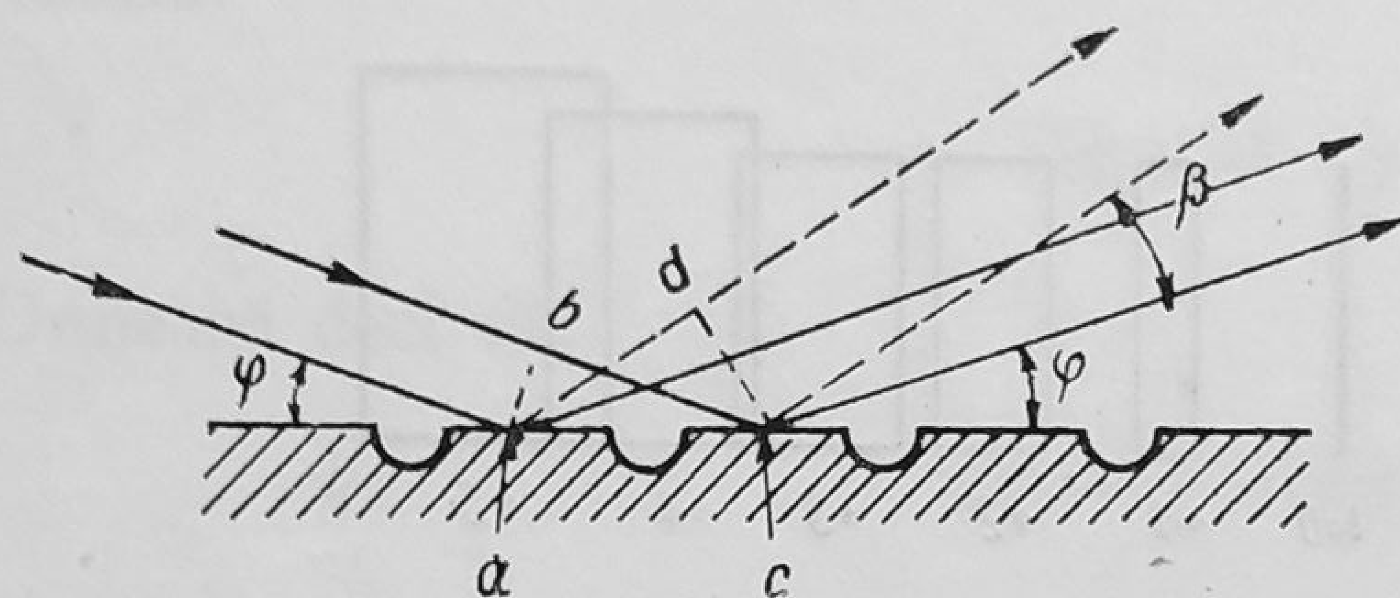


Fig. 246.

După direcţia de difracţie a razelor dată de unghiul β, unghiul β fiind socotit faţă de raza reflectată normal, vom avea un maxim dacă:

$$\delta = bc - ad = \\ = l\cos\varphi - l\cos(\varphi+\beta) = \\ l[\cos\varphi - \cos(\varphi+\beta)] = k\lambda, \quad (5\text{-}67)$$

unde $k=0,\ 1,\ 2,\ 3\ldots$

Deoarece φ şi β sînt mici putem scrie:

$$\delta = l\left(1 - \frac{\varphi^2}{2} - 1 + \frac{\varphi^2+2\varphi\beta+\beta^2}{2}\right) = l\left(\frac{\beta^2}{2}+\varphi\beta\right) = l\left(\frac{\beta}{2}+\varphi\right)\beta = k\lambda. \quad (5\text{-}68)$$

La reţelele plane prin transmisie la incidenţa normală avem :

$$\delta = l\sin\alpha = l\alpha = k\lambda$$

şi comparînd-o cu relaţia obţinută mai sus, observăm că în cazul incidenţei razante, constanta reţelei se reduce la

$$l' = l(\beta/2+\varphi) \quad (5\text{-}69)$$

ceea ce face ca prin această metodă să se poată măsura lungimi de undă $\lambda \ll l$ cum sînt cele ale razelor ultraviolete îndepărtate sau a razelor roentgen moi, pentru care nu se pot realiza reţele prin transmisie cu trăsături atît de dese pentru a se utiliza în transmisie.

5.13. Reţelele optice concave

Pentru a se elimina lentilele ca sisteme optice focalizatoare şi pentru a se înlătura absorbţia razelor ultraviolete de către aer, Rowland a construit reţele optice reflectătoare concave montate în vid, care reflectă şi difractă razele şi totodată le şi focalizează, dînd naştere la un spectru de difracţie.

Pe o oglindă metalică O, de rază de curbură $R=CV$, (fig. 247), sînt trasate zgîrieturi pentru a forma o reţea, (zgîrieturile sînt normale pe planul figurii). Izvorul I se aşază pe circumferinţa cu diametrul R, tangentă cu oglinda O în vîrful V. O rază incidentă IM care face unghiul de incidenţă $i=\sphericalangle IMC$, cu normala MC, dusă la oglinda O din acest punct M, se va difracta după direcţia MB, care face cu normala MC unghiul α. Dacă după această direcţie avem un maxim, atunci condiţia de maxim va fi dată de:

$$\delta = l(\sin i + \sin\alpha) = k\lambda, \quad (5\text{-}70)$$

conform schemei din figura 248, admiţînd că maximul obţinut este datorit regiunii de trăsături din jurul punctului M. Avem:

$$\delta = cb + bd = l \sin i + l \sin \alpha = l (\sin i + \sin \alpha). \quad (5\text{-}71)$$

Pentru ca în punctul B să avem acelaşi maxim k dat de toate regiunile reţelei O, trebuie ca pentru oricare alt punct M de pe reţea să avem satisfăcută condiţia 5-71, adică i şi α să aibă aceleaşi valori. Dacă punctul M nu se găseşte prea departe de vîrful V al oglinzii O, atunci acea regiune M poate fi practic socotită ca fiind situată pe cercul de rază $R/2$.

Fig. 247.

Fig. 248.

În acest caz, unghiurile i şi α sînt unghiurile cu vîrful pe circumferinţă şi care închid arcele IC şi BC şi deci au aceeaşi valoare oricare ar fi poziţia M a vîrfurilor lor pe cerc, deci toate razele difractate de reţea în B satisfac la condiţia indicată de 5-71, astfel că în B se produce maximul de difracţie de ordinul k, deci o „imagine“ difractată a izvorului I.

5-C. PUTEREA DE SEPARARE ŞI DIFRACŢIA LUMINII

5.14. Generalităţi. Condiţia lui Rayleigh

Prin trecerea unui fascicul de lumină prin deschideri apar fenomenele de difracţie care produc franjele de difracţie.

La difracţia în lumina paralelă printr-o fantă de lărgime a am arătat că maximul central se întinde pe distanţa $2x = 2\frac{\lambda f}{a}$, unde f este distanţa focală a lentilei focalizatoare (v. fig. 234).

Dacă acum în loc de un singur izvor I vom avea două izvoare asemănătoare I şi I', atunci pe ecranul E vom obţine cele două sisteme de franje de

difracţie cu franjele centrale în P_0 şi P'_0 (fig. 249). Cum izvoarele I şi I' nu sînt izvoare coerente, atunci pe ecranul E vom avea o simplă suprapunere a franjelor de difracţie şi iluminarea într-un punct de pe ecran va fi datorită însumării iluminărilor produse de cele două sisteme de franje.

Cele două maxime centrale ale franjelor de difracţie vor fi mai apropiate sau mai îndepărtate între ele, dacă şi cele două izvoare sînt mai apropiate sau mai îndepărtate între ele. În figura 250 se redă iluminarea rezultată din suprapunerea acestor două sisteme de franje.

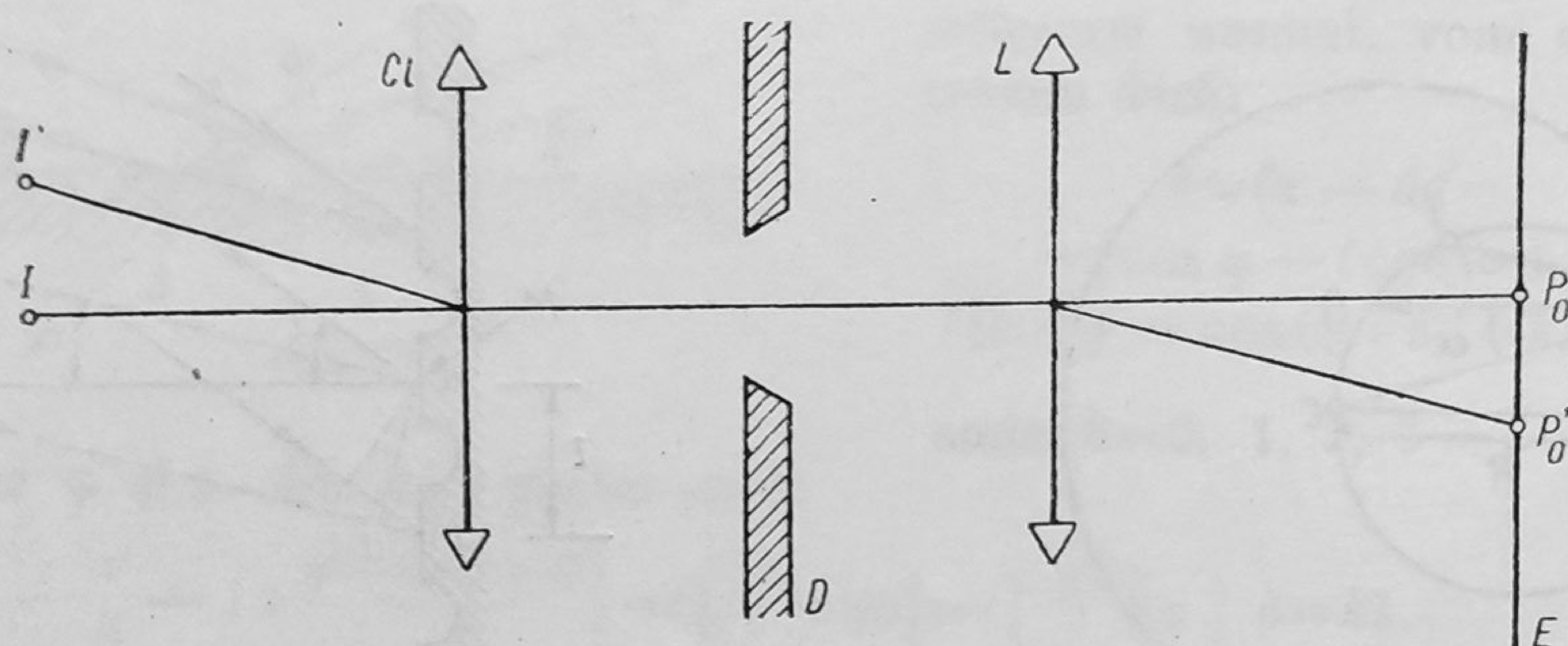


Fig. 249.

Se observă că începînd de la o apropiere mai mare între I şi I' cazul d şi f, cele două sisteme de franje nu se mai pot distinge separat, comparativ cu cazurile a şi b unde maximele centrale se observă separat. Cazul c corespunde suprapunerii maximului central peste primul minim al celui de-al doilea sistem de franje, condiţie introdusă de Rayleigh ca un criteriu minim de separare a celor două sisteme de franje şi care duc la stabilirea *puterii de separare* sau *rezolvare* sau *rezoluţie* a instrumentelor optice, unde trebuie să ţinem seama de fenomenele de difracţie.

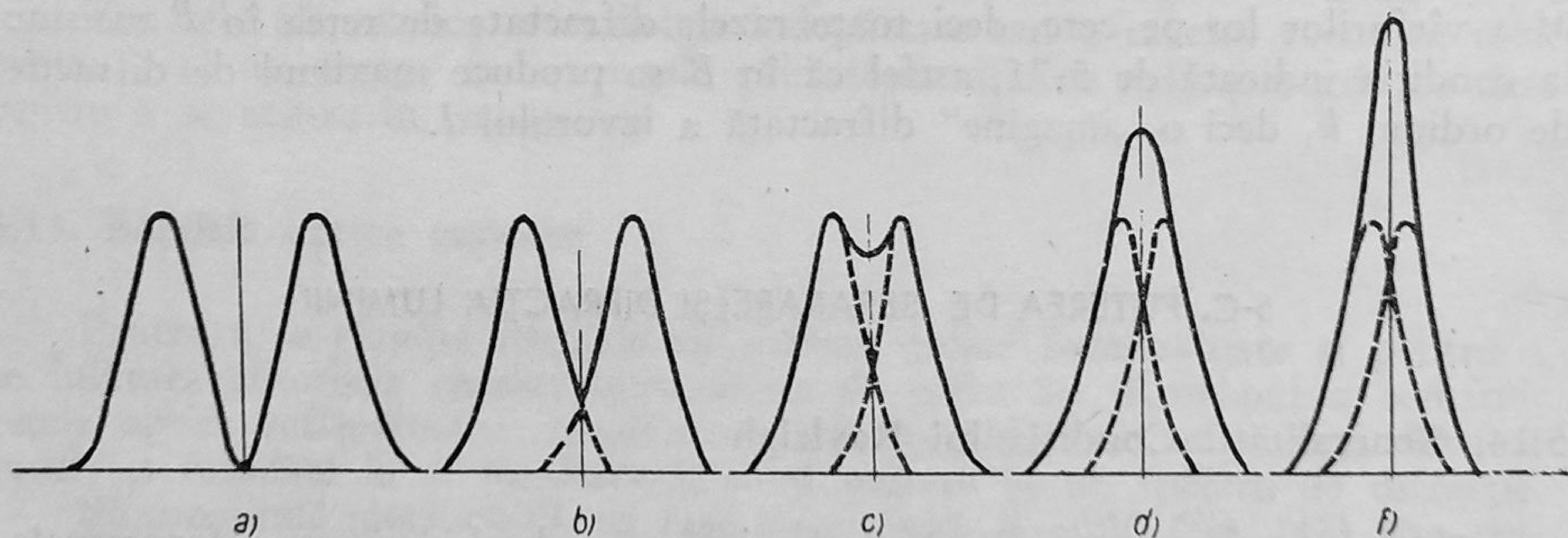


Fig. 250.

5.15. Puterea separatoare a spectroscopului cu prismă

Prin trecerea unui fascicul de lumină prin deschideri apar fenomenele de difracţie, care produc franjele de difracţie. Aceste fenomene determină o limită cu privire la puterea de separare a două radiaţii cu lungimi de undă foarte apropiate la aparatele spectrale cu prismă.

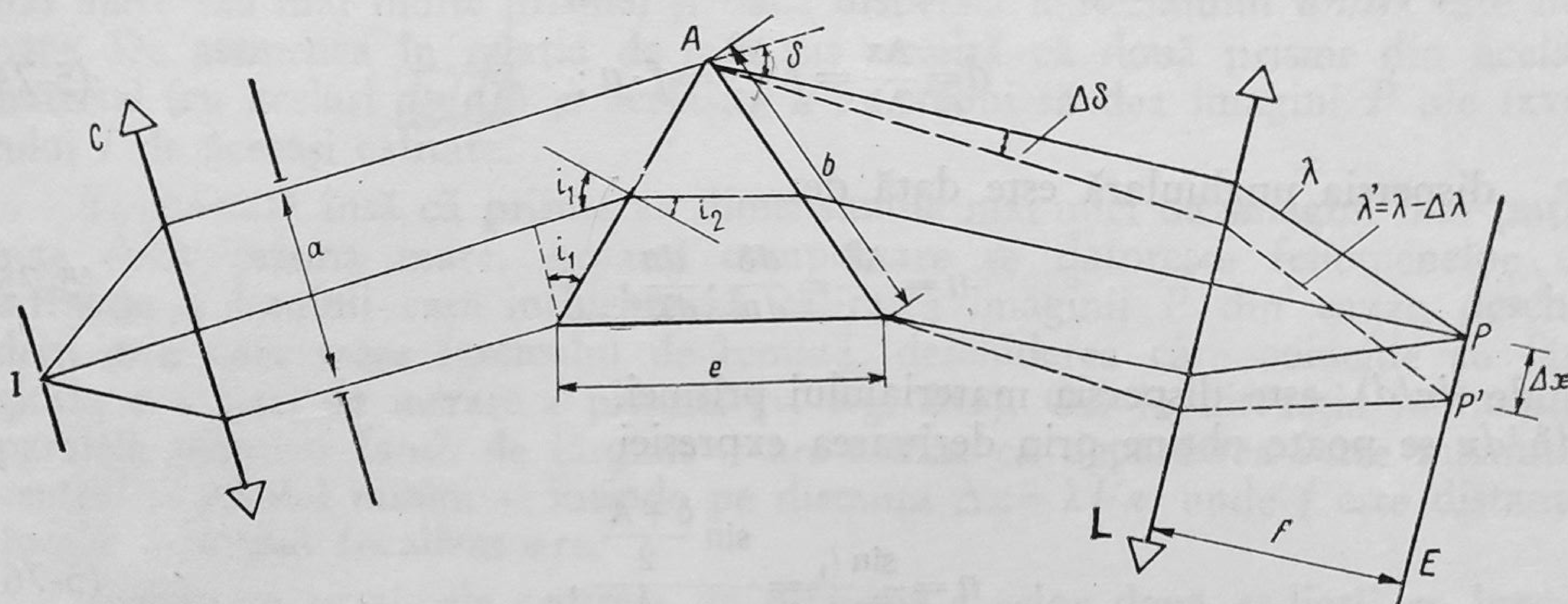


Fig. 251.

Fie două radiaţii monocromatice λ şi $\lambda' = \lambda - \Delta\lambda$. Mersul razelor într-un spectrograf cu prismă este reprezentat schematic în figura 251 unde:

$I - C$ este colimatorul;
A — prisma de unghi A şi indice de refracţie n pentru λ;
$i_1 - i'_1$ — unghiul de incidenţă şi
$i_2 - i'_2$ — unghiul de refracţie, deoarece prisma este aşezată la minimul de deviaţie pentru λ;
δ — unghiul de deviaţie minimă pentru λ;
L — lentila focalizatoare în al cărei plan focal E se formează imaginea P monocromatică a lui I pentru lungimea de undă λ.

Pentru radiaţia cu lungime de undă λ vom avea relaţiile corespunzătoare minimului de deviaţie:

$$i_2 = \frac{A}{2} \qquad i_1 = \frac{\delta + A}{2} \tag{5-72}$$

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin \frac{\delta + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \tag{5-73}$$

Pentru radiaţia cu lungimea de undă λ' mai mică decît λ vom obţine imaginea P' la distanţa Δx faţă de P egală cu: $\Delta x = \Delta\delta \cdot f$, unde $\Delta\delta$ este variaţia unghiului de deviaţie minimă δ, iar f este distanţa focală a lentilei L. Se urmăreşte ca Δx să fie cît mai mare pentru a se putea separa net două radiaţii cu lungimile de undă λ şi λ' foarte apropiate.

Vom introduce două mărimi fizice importante, şi anume: *dispersia liniară* $d=\frac{\Delta x}{\Delta\lambda}$ şi *dispersia unghiulară* $u=\frac{\Delta\delta}{\Delta\lambda}$, legate de variaţiile distanţei x şi deviaţiei δ în funcţie de λ, referitoare la o prismă cu unghiul A şi baza e, confecţionată dintr-un material de indice de refracţie n şi cu *dispersia* $dn/d\lambda$. Vom putea exprima pe Δx în funcţie de mărimile de mai sus pentru intervale spectrale înguste astfel:

dispersia liniară este dată de:

$$d=\frac{\Delta x}{\Delta\lambda}=f\frac{\Delta\delta}{\Delta\lambda}=f\cdot u; \tag{5-74}$$

dispersia unghiulară este dată de:

$$u=\frac{\Delta\delta}{\Delta\lambda}=\frac{d\delta}{dn}\cdot\frac{dn}{d\lambda}, \tag{5-75}$$

unde $dn/d\lambda$ este dispersia materialului prismei.
$d\delta/dn$ se poate obţine prin derivarea expresiei

$$n=\frac{\sin i_1}{\sin i_2}=\frac{\sin\frac{\delta+A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}, \tag{5-76}$$

adică

$$\frac{dn}{d\delta}=\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\delta+A}{2}\right)\Big/\sin\frac{A}{2}=\frac{1}{2}\,\frac{\cos i_1}{\sin i_2}. \tag{5-77}$$

Ori din figura 251 se vede că:

$$\frac{e}{2}=b\ \sin\frac{A}{2}=b\ \sin i_2 \tag{5-78}$$

de unde se obţine

$$\sin i_2=\frac{e}{2b} \tag{5-79}$$

şi

$$b=\frac{a}{\cos i_1} \tag{5-80}$$

de unde se obţine

$$\cos i_1=\frac{a}{b} \tag{5-81}$$

şi deci

$$\frac{dn}{d\delta}=\frac{1}{2}\,\frac{\frac{a}{b}}{\frac{e}{2b}}=\frac{a}{e}, \tag{5-82}$$

adică

$$u=\frac{d\delta}{dn}\cdot\frac{dn}{d\lambda}=\frac{e}{a}\,\frac{dn}{d\lambda} \tag{5-83}$$

$$d=\frac{\Delta x}{\Delta\lambda}=fu=f\frac{e}{a}\,\frac{dn}{d\lambda} \tag{5-84}$$

şi în fine

$$\Delta x = f\frac{e}{a}\frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda. \qquad (5\text{-}85)$$

Din relaţiile de mai sus urmează că putem mări dispersia liniară $d=\frac{\Delta x}{\Delta\lambda}$ dacă avem pe f mare, sau raportul e/a mare (adică raza străbate o prismă cu e mai mare sau mai multe prisme) şi dacă dispersia materialului $dn/d\lambda$ este mai mare. De asemenea în relaţia de mai sus rezultă că două prisme din acelaşi material (cu acelaşi $dn/d\lambda$) şi acelaşi e/a ar trebui să dea imagini P ale izvorului I de aceeaşi calitate.

Se constată însă că prisma cu dimensiunile mai mici dă imagini mai puţin nete decît prisma mare. Această comportare se datoreşte fenomenelor de difracţie a luminii care influenţează calitatea imaginii P din cauza deschiderii prin care trece fasciculul de lumină, deschiderea care coincide cu lărgimea a a feţei de intrare a prismei (v. fig. 251). Ori la difracţia în lumina paralelă printr-o fantă de lărgime a am arătat că depărtarea între maximul central şi primul minim se întinde pe distanţa $\Delta x = \lambda f/a$, unde f este distanţa focală a lentilei focalizatoare.

Pentru ca maximele centrale de difracţie a celor două radiaţii cu lungimile de undă λ şi λ' să se poată observa încă separat, după criteriul lui Rayleigh, trebuie ca maximul central pentru λ' să se situeze peste primul minim obţinut cu radiaţia λ.

Deci:

$$\Delta x = f\frac{e}{a}\frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda = \frac{\lambda f}{a} \qquad (5\text{-}86)$$

sau

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = e\frac{dn}{d\lambda}. \qquad (5\text{-}87)$$

$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = A$ poartă numele de *putere separatoare cromatică* sau *putere de separare sau de rezoluţie spectrală* a aparatului spectral respectiv. După cum se vede ea depinde de e (baza prismei) şi de dispersia materialului din care este confecţionată prisma.

5.16. Puterea de separare spectrală a unui spectrograf cu reţea

Din relaţia $\delta = l \sin\alpha \approx l\alpha = k\lambda$ obţinem:

$$\alpha = \frac{k}{l}\lambda, \qquad (5\text{-}88)$$

deci avem dispersia unghiulară $u = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda} = \frac{k}{l} = km = k\frac{N}{L}$ (5-89)

şi dispersia liniară:

$$d=\frac{\Delta x}{\Delta \lambda} \tag{5-90}$$

şi cum $$\Delta x=f\Delta\alpha,\ d=f\frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda}=f\,u=f\frac{k}{l}=fkm=fk\frac{N}{l}, \tag{5-91}$$

unde Δx reprezintă distanţa între cele două imagini spectrale P şi P' pe placa fotografică din E pentru radiaţiile cu lungimile de undă λ şi $\lambda'=\lambda+\Delta\lambda$ din figura 243, obţinem mai departe:

$$\Delta x=f\,km\,\Delta\lambda=f\,k\,\frac{N}{L}\,\Delta\,\lambda, \tag{5-92}$$

unde N este numărul total de trăsături, iar L lungimea reţelei optice. Aplicînd criteriul Rayleigh pentru ca cele două maxime de difracţie să se poată observa distinct, adică maximele franjelor de difracţie corespunzătoare celor două radiaţii să se situeze peste poziţia primelor minime respective, deci Δx să fie dat de $\Delta x=\frac{\lambda f}{L}$ (fig. 252), atunci egalînd cele două expresii pentru Δx obţinem:

$$\Delta x=fk\frac{N}{L}\,\Delta\lambda=\frac{\lambda f}{L} \tag{5-93}$$

se ajunge la

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN=A, \tag{5-94}$$

adică puterea de separare spectrală este proporţională cu N — numărul total de trăsături ale reţelei.

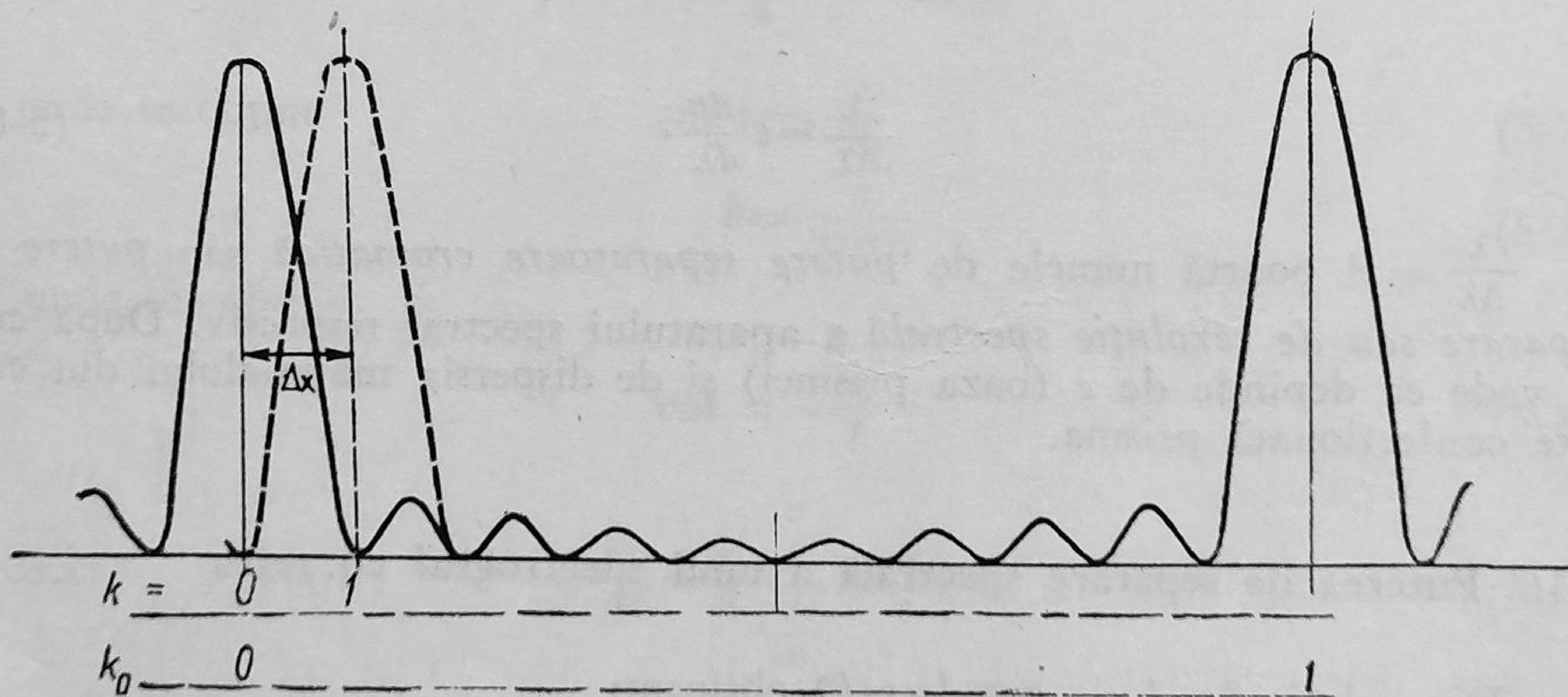


Fig. 252.

Fraunhofer a întrebuinţat reţele optice confecţionate prin înfăşurarea pe un cadru a unei sîrme subţiri. Rowland şi Michelson au ajuns să confecţioneze reţele cu 500 de trăsături pe mm şi largi de 300 mm, deci cu $N=500\times300=$

$=150\,000$ de trăsături. Aceasta duce pentru spectrul de ordinul 2 ($k=2$) la $A=kN=2\times150\,000=300\,000$, deci în cazul radiației $\lambda=5\,000\ \mathring{A}$ la un $\Delta\lambda$ dat de

$$\frac{\lambda}{A}=\Delta\lambda=\frac{5\,000}{300\,000}=0{,}016\ \mathring{A}, \qquad (5\text{-}95)$$

iar prin întrebuințarea unei lentile cu distanța focală de un metru la o dispersie liniară d dată de:

$$d=\frac{\Delta x}{\Delta\lambda}=fk\frac{N}{L}=1\,000\times2\times500=10^{6}\frac{\text{mm}}{\text{mm}}=10^{-1}\frac{\text{mm}}{\mathring{A}} \qquad (5\text{-}96)$$

Capitolul 6

POLARIZAREA LUMINII

6-A. POLARIZAREA LUMINII PRIN REFLEXIE ŞI REFRACŢIE

6.1. Lumina naturală şi polarizată

În fenomenele naturale de interferenţă şi difracţie am presupus că lumina are proprietăţi ondulatorii şi că mărimea y — elongaţia vectorului luminos — este dată de

$$y = a\cos(\omega t - \varphi) \tag{6-1}$$

fără a face vreo presupunere asupra orientării acestui vector faţă de direcţia de propagare a luminii. De altfel şi la sunet, în aer, obţinem fenomene de interferenţă şi difracţie, unde se ştie că acest vector se găseşte în lungul direcţiei de propagare, undele sonore fiind unde longitudinale.

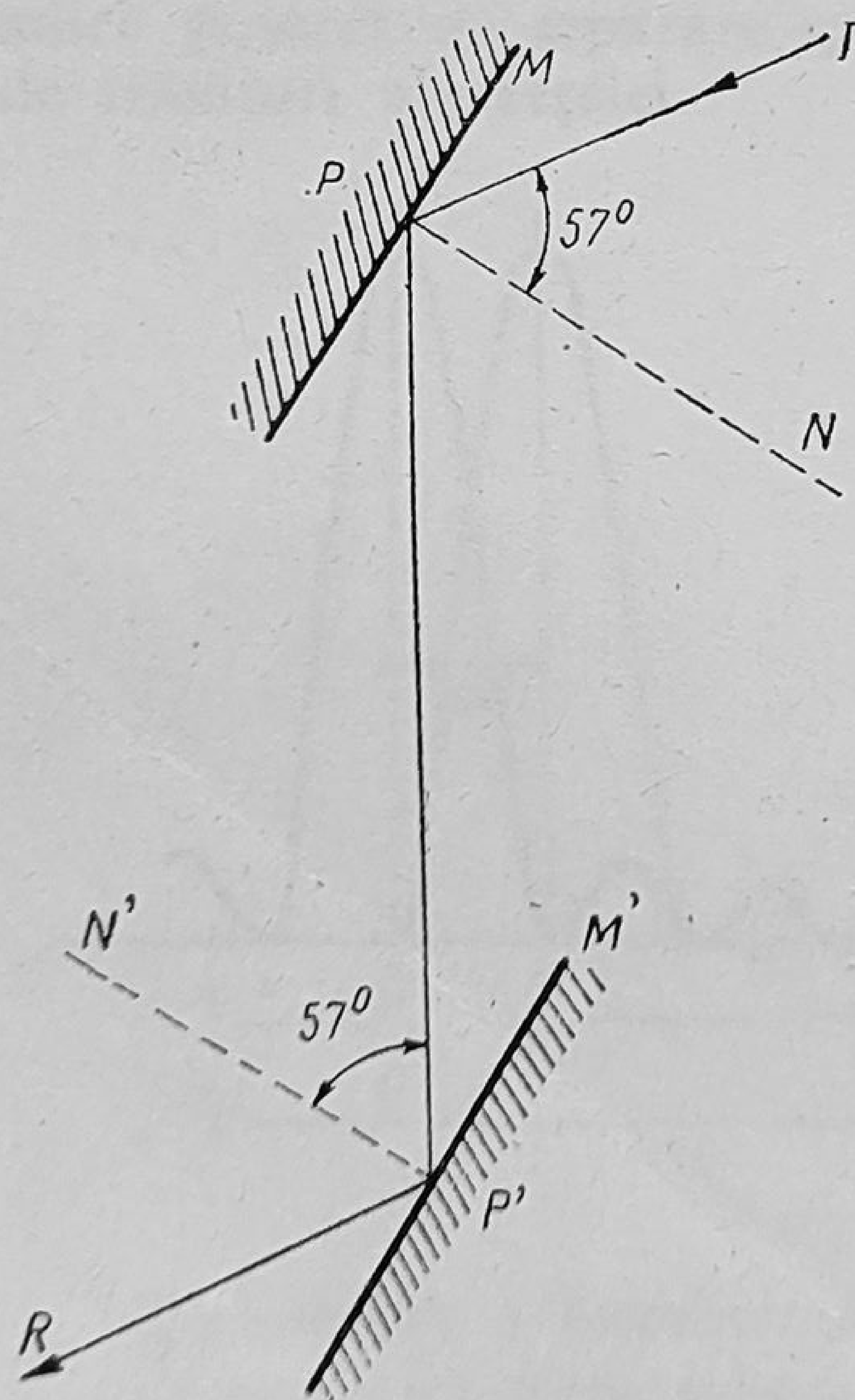


Fig. 253.

Prin reflexia consecutivă a unei raze luminoase pe două oglinzi se poate pune în evidenţă o particularitate a undelor luminoase, şi anume că ele sînt unde transversale.

Dacă o rază de lumină se reflectă pe o oglindă M de sticlă (sau alt dielectric) şi din nou se reflectă pe o altă oglindă M', atunci, rotind oglinda M' în jurul razei PP' astfel ca unghiul de incidenţă i să rămînă acelaşi, se observă că raza reflectată (a doua oară) $P'R$ nu are aceeaşi intensitate pentru orice poziţie a oglinzii M', ci atunci cînd planele de incidenţă faţă de cele două oglinzi, IP-N-PP' şi PP'-N' $P'R$ sînt paralele, intensitatea razei $P'R$ este maximă, iar cînd aceste plane de incidenţă sînt normale între ele, intensitatea razei $P'R$ este minimă. Deci la o rotire completă a oglinzii M' se observă două slăbiri şi două întăriri a intensităţii razei reflectate. De asemenea, fenomenul este mai net, cu minime nule, cînd unghiul $i \approx 57°$, pentru sticlă.

De aici se trage concluzia că raza obţinută *PP'* la prima reflexie nu-şi schimbă intensitatea prin rotirea oglinzii *M*, însă faţă de oglinda *M'* această rază *PP'* prezintă anumite particularităţi ce depinde de poziţia planului de incidenţă, poziţie care favorizează sau nu reflexia razei *PP'* pe *M'*. Această indică că vectorul luminos ocupă o anumită direcţie în raza *PP'*, direcţie care nu coincide cu direcţia propagării razei, ci este perpendiculară pe raza *PP'*.

Prin experienţa de producere a undelor staţionare, prin metoda lui Wiener, făcută cu astfel de raze s-a constatat că vectorul luminos în raza reflectată *PP'* trebuie să fie paralel cu suprafaţa oglinzii, deci perpendicular pe planul incidenţei. Un astfel de fascicul larg II, reflectîndu-se pe o oglindă, în porţiunea de lîngă ea va avea loc suprapunerea fasciculului incident cu cel reflectat şi vectorii luminoşi fiind paraleli, vor da naştere la unde staţionare (fig. 254, *a*). Dacă vectorul luminos s-ar situa în planul incidenţei atunci prin reflexie vectorul reflectat situat tot în planul de incidenţă, nu va fi paralel cu vectorul luminos al fasciculului incident şi din suprapunerea lor nu vor rezulta unde staţionare luminoase (fig. 254, *b*).

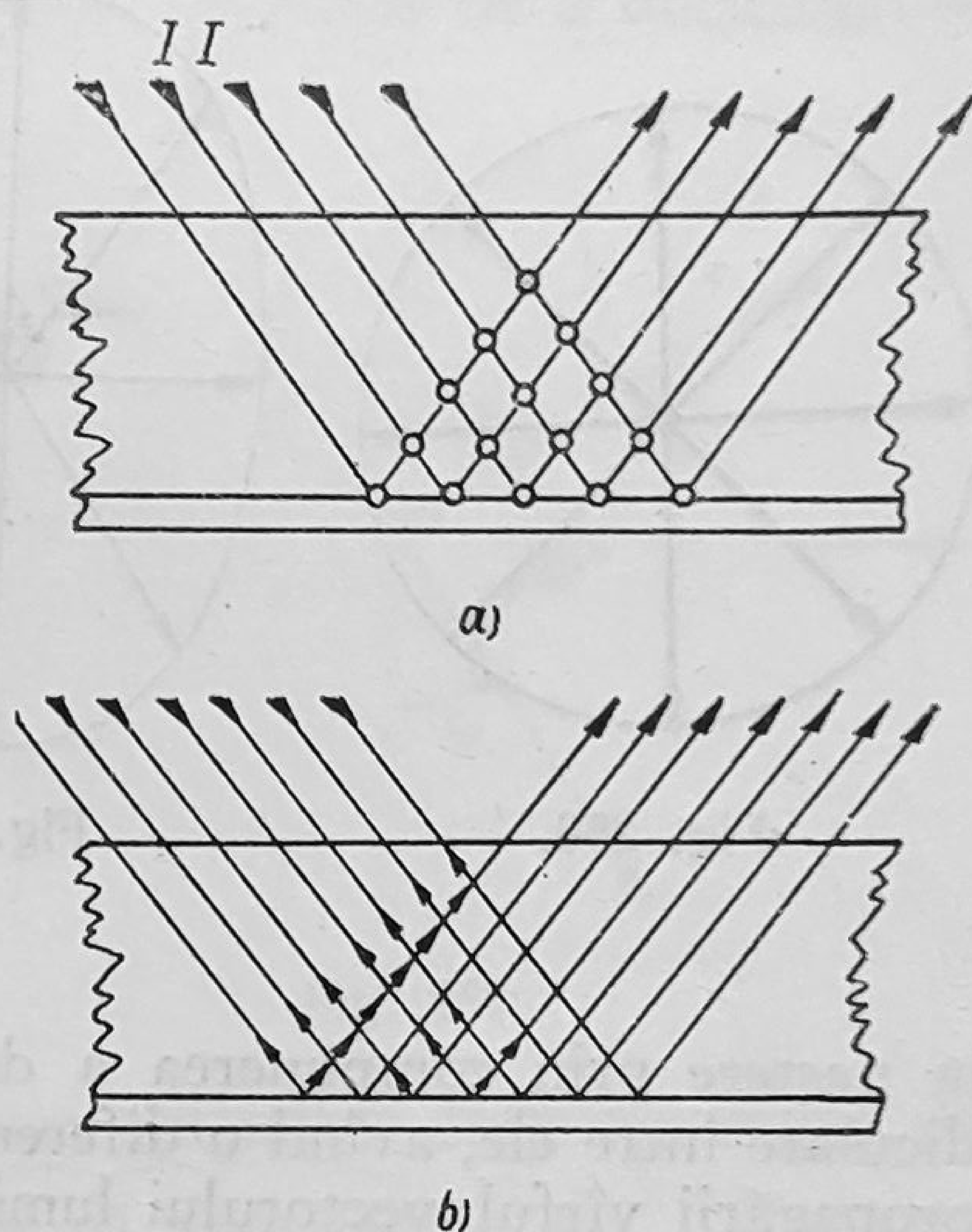


Fig. 254.

Planul în care vibrează vectorul luminos ia numirea de *plan de vibraţie*. Planul perpendicular pe acesta, în cazul reflexiei şi experienţei cu cele două oglinzi, planul de incidenţă, ia numirea de plan de *polarizaţie*. Prima oglindă fiind dispozitivul prin care producem lumină polarizată (raza *PP'*) din lumina naturală *IP* se numeşte *polarizor*. Oglinda a doua, fiind dispozitivul prin care cercetăm, analizăm, punem în evidenţă polarizarea luminii, ia numirea de *analizor*. În cazul cînd obţinem extincţia completă a razei reflectate *P'R* (cînd pentru sticlă $i \approx 57°$), unda *PP'* este o undă *liniară polarizată* vectorul luminos situîndu-se în planul normal pe planul de incidenţă, adică lumina vibrează numai într-un singur plan (fig. 255).

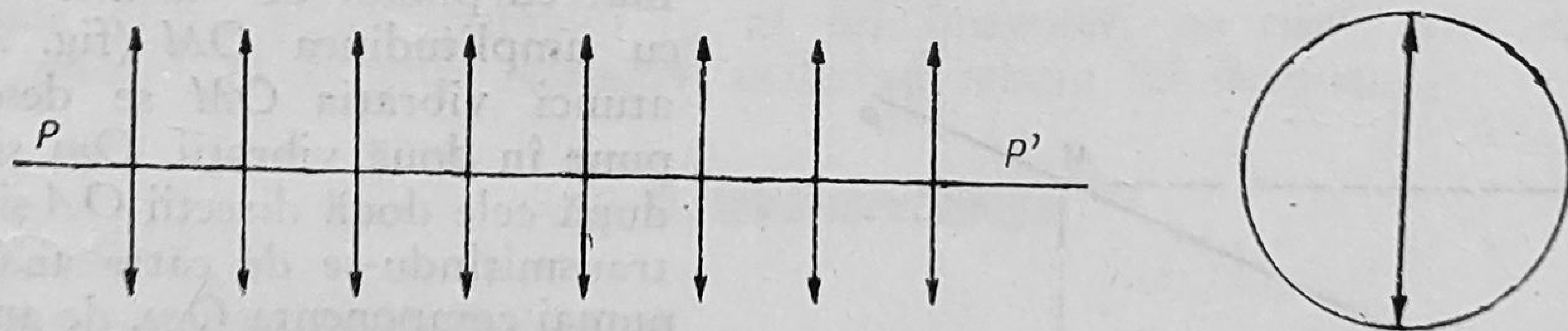
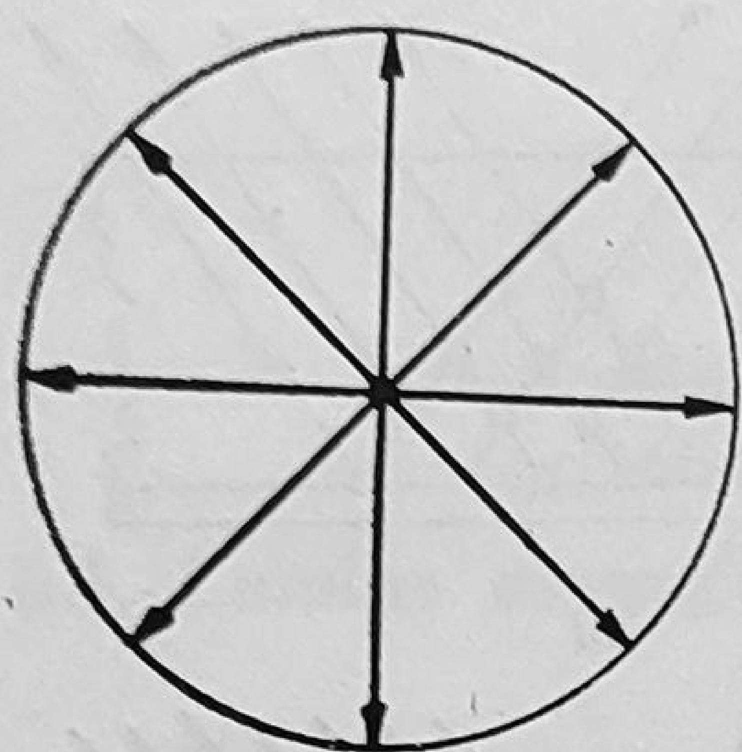


Fig. 255.

În lumina naturală, undele luminoase trimise de fiecare atom sînt unde polarizate liniar. Cum aceste plane de vibraţie sînt orientate de fiecare dată

în orice direcţie, haotic, lumina provenită de la un astfel de izvor este numită *lumină naturală*, astfel că în raza primită de polarizor toate planele de vibraţie, toate azimuturile, sînt prezente în aceeaşi măsură (fig. 256). Dacă însă prin trecerea luminii naturale prin dispozitive optice, vibraţiile care se fac după un anumit azimut (1) sînt preferate faţă de direcţia perpendiculară (2) (fig. 257), atunci apare lumina *parţial polarizată*.


Fig. 256.

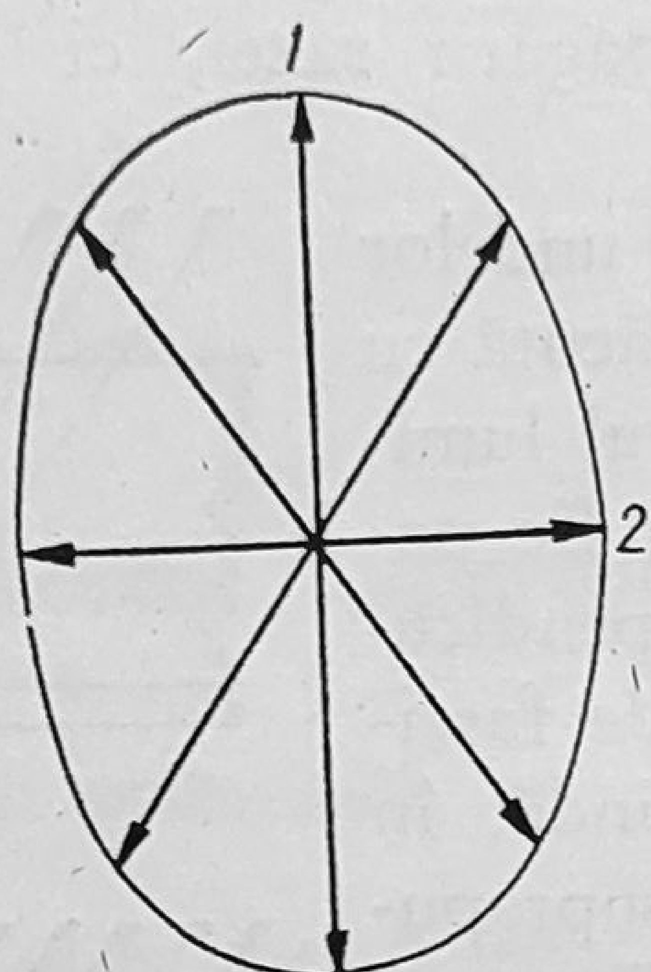


Fig. 257.

Însemnînd cu J_1 şi J_2 intensităţile vibraţiilor luminoase după azimutul preferat şi după direcţia perpendiculară acestuia, atunci raportul $P=(J_1-J_2)/(J_1+J_2)$ iar numirea de *gradul de polarizare* al luminii. Acesta poate varia de la $P=0$ pentru lumina naturală, cînd $J_1=J_2$, la $P=1$, pentru lumina liniar polarizată, cînd $J_2=0$. *Lumina polarizată* eliptic şi în cazul special, *polarizată circular*, ia naştere prin compunerea a două unde coerente polarizate liniar, perpendiculare între ele, avînd o diferenţă de fază între ele, ceea ce face ca în timpul propagării vîrful vectorului luminos rezultat să descrie în (proecţie) o elipsă pe planul normal razei.

6.2. Legea lui Malus

Acţiunea de analizor a oglinzii M' se bazează pe faptul că oglinda M' permite să se reflecteze mai bine o undă polarizată liniar după o anumită direcţie şi o anulează după direcţia perpendiculară pe prima. Astfel la un analizor avem două direcţii principale perpendiculare între ele: OA (de transmisie a undei) şi OE (de extincţie a undei). Dacă unda vine de la un polarizor sub formă de undă polarizată liniar cu planul de vibraţie OP şi cu amplitudinea OM (fig. 258), atunci vibraţia OM se descompune în două vibraţii, Om şi On după cele două direcţii OA şi OE, transmiţîndu-se de către analizor numai componenta Om, de amplitudine $Om=OM\cos\alpha$ şi de intensitate $J=OM^2\cos^2\alpha=J_0\cos^2\alpha$ unde J_0 este intensitatea undei polarizate liniar, transmisă în cazul cînd $\alpha=0$. Se vede că dacă oglinda analizoare M' va ocupa poziţia pentru care $\alpha=90°$ şi $270°$, $\cos\alpha=0$, deci $J=0$, iar pentru $\alpha=0$ şi π, $\cos^2\alpha=1$, deci $J_0=J$. Pentru poziţii intermediare J variază cu $\cos^2\alpha$.

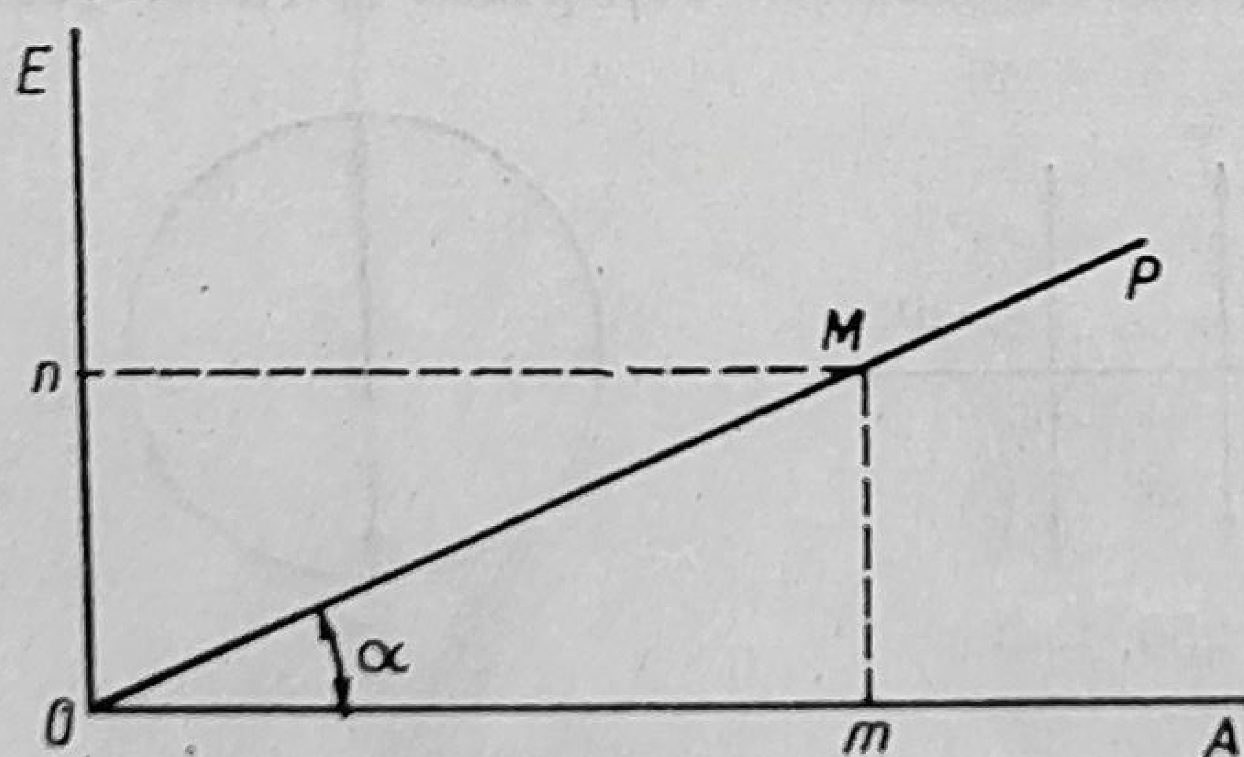


Fig. 258.

6.3. Legea lui Brewster

În experienţa cu reflexia unei raze luminoase consecutiv pe două oglinzi se poate obţine lumina polarizată.

Prin experienţă se constată că dacă unghiul de incidenţă pentru oglinzile din sticlă este de aproximativ 57°, atunci extincţia produsă de a doua oglindă prin rotirea ei, poate fi totală. Pentru alte unghiuri de incidenţă, extincţia nu este decît parţială.

Extincţia totală se poate obţine, conform legii lui Malus, numai în cazul unei vibraţii polarizate liniar, (polarizate total). Se poate obţine lumină polarizată total dacă unghiul de incidenţă i_B sub care cade lumina naturală satisface la legea găsită experimental de Brewster:

$$\operatorname{tg} i_B = n, \qquad (6\text{-}2)$$

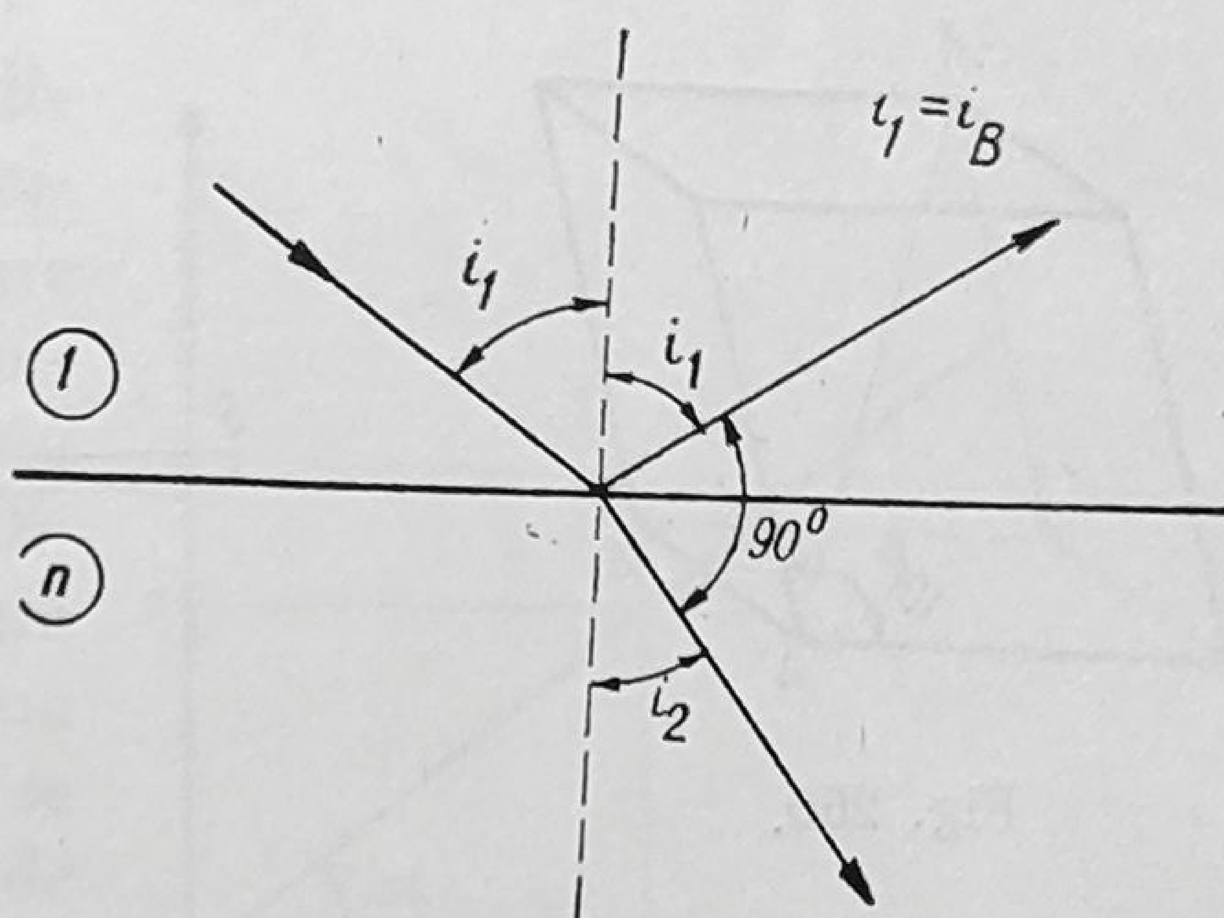


Fig. 259.

unde n este indicele de refracţie (relativ) al substanţei din care este confecţionată oglinda. La incidenţa brewsteriană raza reflectată face un unghi de $\frac{\pi}{2}$ cu raza refractată. Din figura 259 se vede că vom avea:

$$\sin i_1 = n \sin i_2 \qquad (6\text{-}3)$$

şi la incidenţa brewsteriană $i_1 = i_B$ şi $i_B + i_2 = \frac{\pi}{2}$,

$$\text{deci } \sin i_B = n \sin\left[\frac{\pi}{2} - i_B\right] = \cos i_B, \text{ deci } \operatorname{tg} i_B = n.$$

Cum indicele de refracţie n depinde de lungimea de undă a radiaţiei întrebuinţate, atunci şi unghiul lui Brewster i_B depinde de lungimea de undă.

Pentru substanţele netransparente, puternic opace, din care nu se pot confecţiona prisme pentru determinarea indicelui de refracţie, se întrebuinţează metoda determinării unghiului i_B al lui Brewster, cu care apoi vom obţine indicele de refracţie respectiv, utilizînd relaţia lui Brewster.

6—B. BIREFRINGENŢA

6.4. Fenomenul de birefringenţă

Trecerea luminii prin cristale, medii din punct de vedere optic, transparente şi omogene, a arătat un fenomen nou: dedublarea razei luminoase. Aceasta arată că acele cristale nu sînt izotrope din punct de vedere optic, ci *anizotrope*. Fenomenul acesta de dedublare a razei incidente ia numirea de *birefringenţă*. Cristalele din sistemul cristalografic cubic nu prezintă această particularitate.

Şi corpurile necristalizate, omogene, pot prezenta fenomenul de birefringenţă dacă sînt supuse la acţiuni mecanice, electrice sau magnetice, care introduc o anizotropie în propagarea luminii.

Dintre cristalele birefringente, calcitul sau spatul de Islanda (carbonat de calciu) prezintă o birefringenţă mare. El cristalizează în sistemul romboedric cu unghiul între muchii de 101°53′ (fig. 260). Cristalul de calcit cu

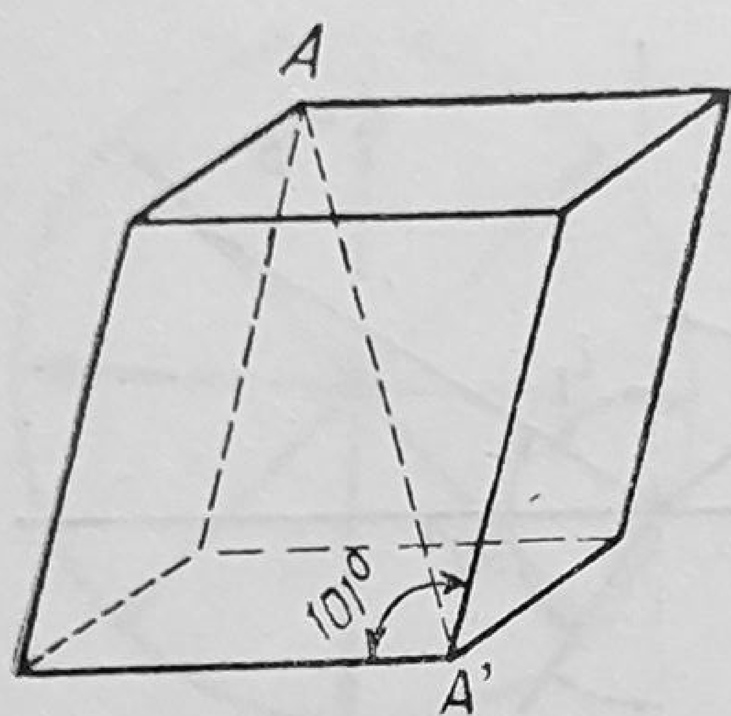


Fig. 260.

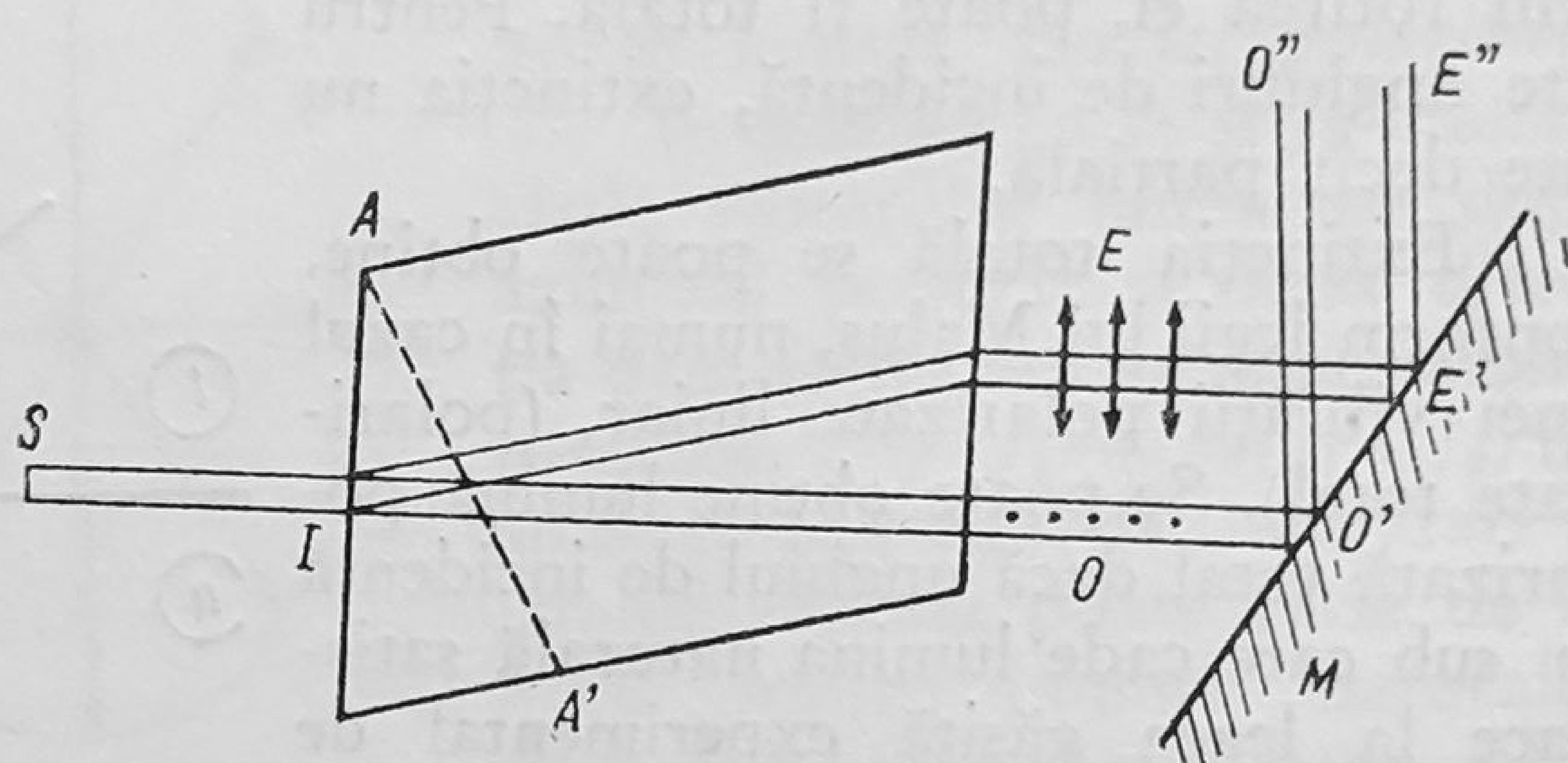


Fig. 261.

toate feţele egale (deşi nu aceasta caracterizează sistemul rombic, ci unghiul muchiilor, unele feţe ale cristalului putînd fi mai lungi şi cristalul să aibă forma unei prisme) prezintă o axă de simetrie AA' în jurul căreia, printr-o rotire completă, are loc de trei ori suprapunerea feţelor cristalului. Această axă cristalografică are şi proprietăţi optice deosebite. Ea poartă numirea de *axă optică*. O lamă cu feţe plane tăiată din cristal perpendicular pe axa optică şi străbătută apoi de un fascicul normal pe faţă, deci paralel cu direcţia axei optice, nu prezintă fenomenul de birefringenţă. Se constată că în calcit avem numai o singură direcţie AA' după care raza de lumină nu suferă birefringenţă. Astfel de cristale (cum este şi cuarţul) se numesc *cristale optice uniaxe*. Alte cristale din sistemele cristaline cu mai puţine elemente de simetrie prezintă două de astfel de direcţii şi din această cauză se numesc *cristale optice biaxe* (cum este mica, gipsul etc.).

Cele două raze nu au aceleaşi proprietăţi. Experienţa se poate face trimiţînd un fascicul de lumină naturală normal pe faţa unui cristal de spat de Islanda.

La intrarea în cristal, raza incidentă SI se desparte în două alte raze: IO şi IE care apoi ies din cristal, sub formă de fascicule deplasate — şi chiar separate complet (dacă fasciculul incident este suficient de îngust şi cristalul destul de gros) şi paralele între ele, dacă faţa de ieşire a cristalului este paralelă cu cea de intrare. OO' este în prelungirea razei incidente SI şi IO (fig.261) întocmai ca orice rază obişnuită, de aceea ea respectă legile opticii geometrice şi se numeşte *raza ordinară*. Raza IE este refractată diferit; ea nu respectă legile opticii geometrice şi se numeşte *raza extraordinară*.

Rotind cristalul în jurul razei incidente SI se constată că raza ordinară OO' îşi menţine poziţia şi direcţia iniţială, pe cînd raza EE' se roteşte o dată cu cristalul, în jurul razei ordinare OO'. Ducînd planul care trece prin

raza incidentă SI şi direcţia axului optic AA', constatăm că raza extraordinară IE se găseşte în acest plan, cu care se roteşte simultan. Acest plan se numeşte planul *secţiunii principale*.

Analizînd cele două raze cu ajutorul unei oglinzi plane M de sticlă, înclinată la incidenţa brewsteriană, se constată că prin rotirea acestei oglinzi are loc pe rînd, cînd extincţia, cînd întărirea, razelor reflectate $O'O''$ şi $E'E''$ demostrîndu-se astfel că razele OO' şi EE' sînt fiecare polarizate liniar în plane perpendiculare între ele.

Planul de vibraţie a razei extraordinare coincide cu planul secţiunii principale: planul de vibraţie a razei ordinare este perpendicular pe planul secţiunii principale. Dacă pe acest cristal trimitem nu lumină naturală, ci lumina polarizată liniar OM (fig. 262), atunci raza ordinară şi cea extraordinară care ies din cristal nu au aceeaşi intensitate. Vibraţia incidentă se va descompune după cele două plane de vibraţie permise de cristal, Oo şi Oe şi componentele respective, raza ordinară şi raza extraordinară, vor avea amplitudinile

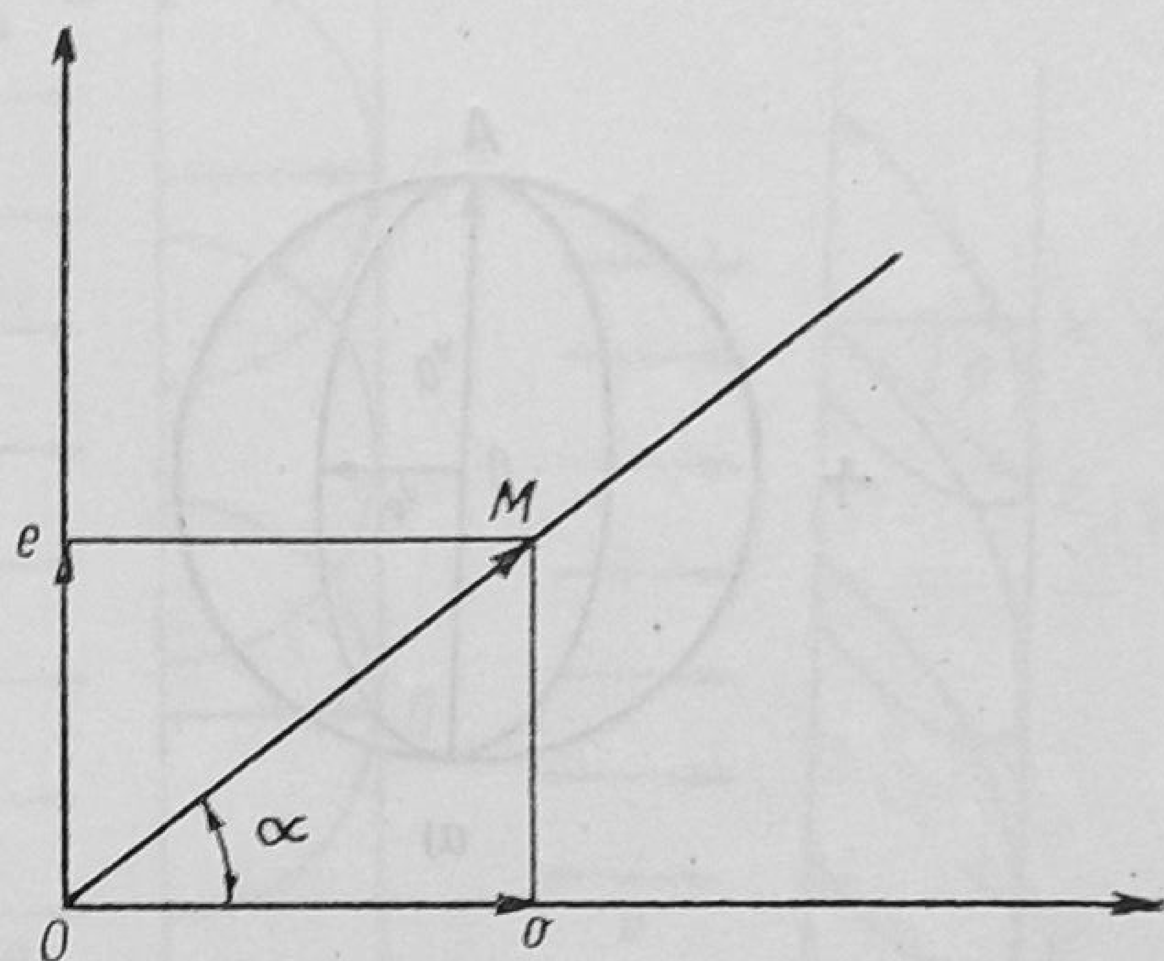


Fig. 262.

$$Oo = OM \cos\alpha, \quad Oe = OM \sin\alpha.$$

Intensităţile respective vor fi:

$$J_o = \overline{Oo^2} = OM^2 \cos^2\alpha = J \cos^2\alpha \tag{6-4}$$

$$J_e = \overline{Oe^2} = OM^2 \sin^2\alpha = J \sin^2\alpha, \tag{6-5}$$

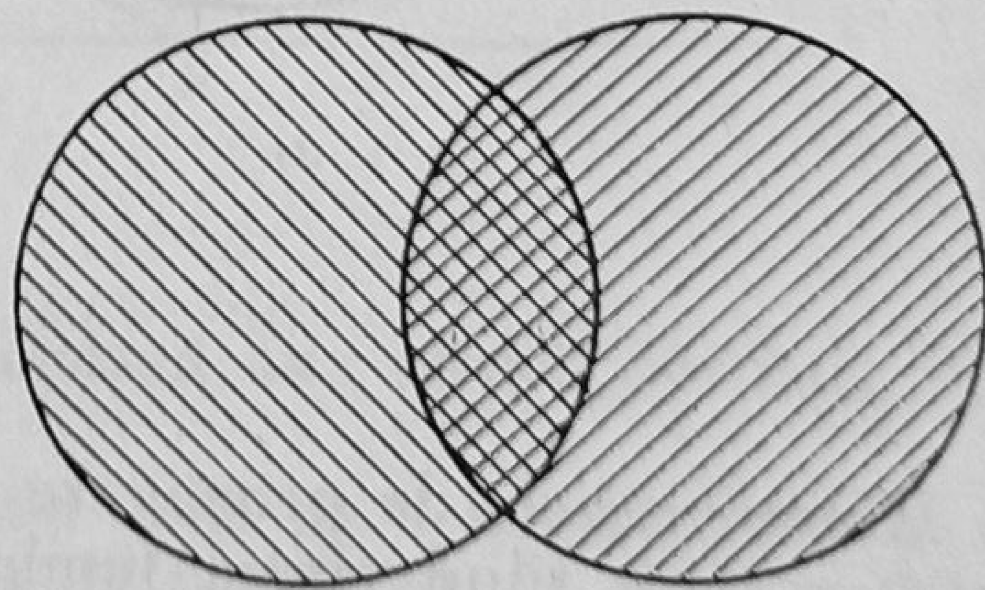
deci

$$\frac{J_e}{J_o} = \mathrm{tg}^2\,\alpha. \tag{6-6}$$

Suma intensităţilor celor două fascicule va fi:

$$J_o + J_e = J(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = J, \tag{6-7}$$

adică egală cu intensitatea fasciculului incident, aplicîndu-se legea conservării energiei. Acest fapt se poate arăta experimental dacă facem ca fasciculul incident SI să fie atît de larg încît cele două fascicule, ordinar şi extraordinar, la ieşirea lor din cristal să se suprapună în parte (fig. 263). Iluminarea părţii comune va fi egală cu suma iluminărilor parţiale. Prin întrebuinţarea de lumină naturală, cele două fascicule vor fi egale în intensitate, şi anume: $J/2$.


Fig. 263.

6.5. Suprafeţele de undă. Cristalele uniaxe pozitive şi negative

Să presupunem că în interiorul unui cristal uniax avem un izvor punctiform O (fig. 264). Dacă mediul ar fi omogen şi izotrop, după un timp dat, suprafaţa de undă se va găsi la o distanţă egală faţă de centrul emisiv, după toate direcţiile, deci suprafaţa de undă va fi o sferă concentrică cu O. În cristalul uniax vom avea însă două unde: unda ordinară şi unda extraordinară. Viteza de propagare a acestor suprafeţe de unde este diferită

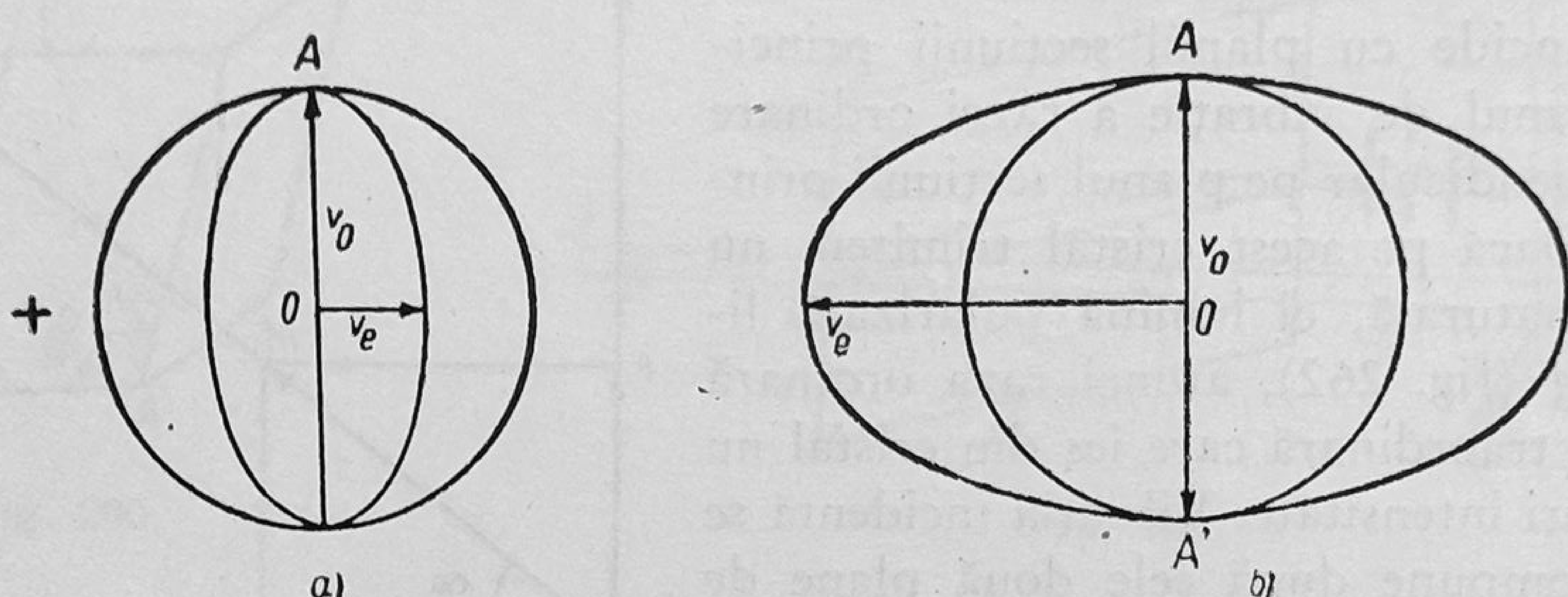


Fig. 264.

între ele după diferitele direcţii, afară de direcţia axului optic *AA'*, unde vitezele lor sînt egale: viteza de propagare a undei ordinare v_o este aceeaşi după toate direcţiile, unda ordinară comportîndu-se în cristal ca şi într-un mediu izotrop. Unda extraordinară se propagă cu viteza v_e diferită faţă de v_o, putînd fi mai mică decît v_o în care caz cristalul uniax se numeşte *pozitiv*, (fig. 264, *a)*, sau mai mare la cristalele *negative* (fig. 264, *b)*.

Reprezentarea grafică a suprafeţelor de undă este cea din figura 264, unde suprafaţa undei extraordinare este un elipsoid tangent la suprafaţa sferică a undei ordinare, axa care uneşte punctele de tangenţă fiind axa optica *AA'*.

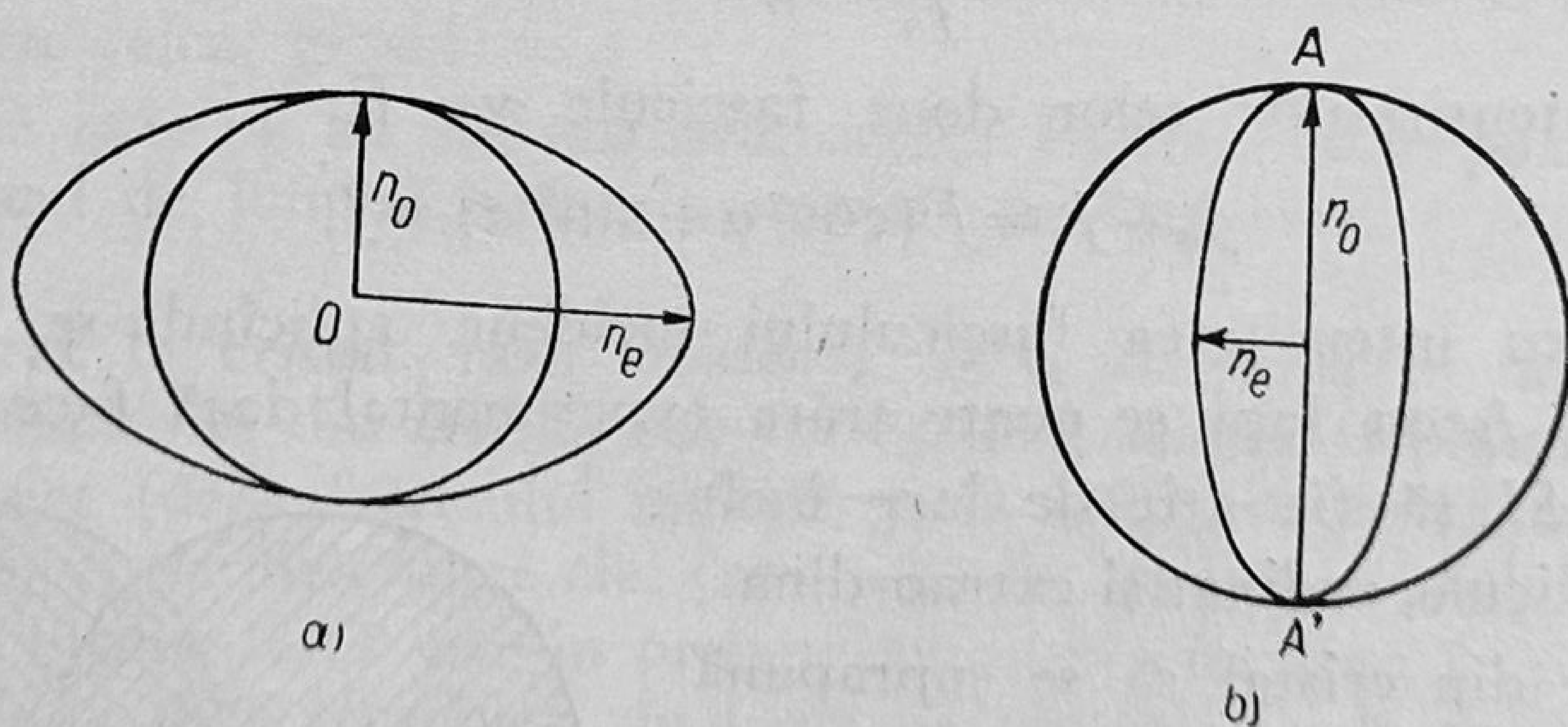


Fig. 265.

Cum vitezele de propagare sînt invers proporţionale cu indicii de refracţie, $v=c/n$, c fiind viteza luminii în vid, atunci putem construi şi elipsoizii indicilor razelor ordinare şi extraordinare n_o şi n_e (fig. 265, *a* şi *b*).

Se observă că la unda extraordinară, suprafaţa de undă nu este normală la direcţia de propagare decît numai după direcţia axului optic şi direcţia perpendiculară pe aceasta. Să construim frontul de undă al unei unde ordinare şi al unei unde extraordinare, utilizînd construcţia undelor elementare a lui Fresnel.

Prin deschiderea *AB* la faţa unui cristal birefringent intră un fascicul normal pe faţa cristalului. Învelitoarea geometrică a undelor sferice elementare este frontul de undă OO şi în acest caz direcţia de propagare a undei este normală la suprafaţa undei, deci *AO* este direcţia de propagare a undei în cristal, direcţie care coincide deci şi cu direcţia razei ordinare (fig. 266). În cazul undei extraordinare (fig. 267), undele elementare sînt nişte elipsoizi. Învelitoarea acestor elipsoizi este planul *EE*, care devine unda extraordinară, care are direcţia de propagare *AN*, care însă este diferită de direcţia razei extraordinare *AE*, făcînd între ele unghiul β.

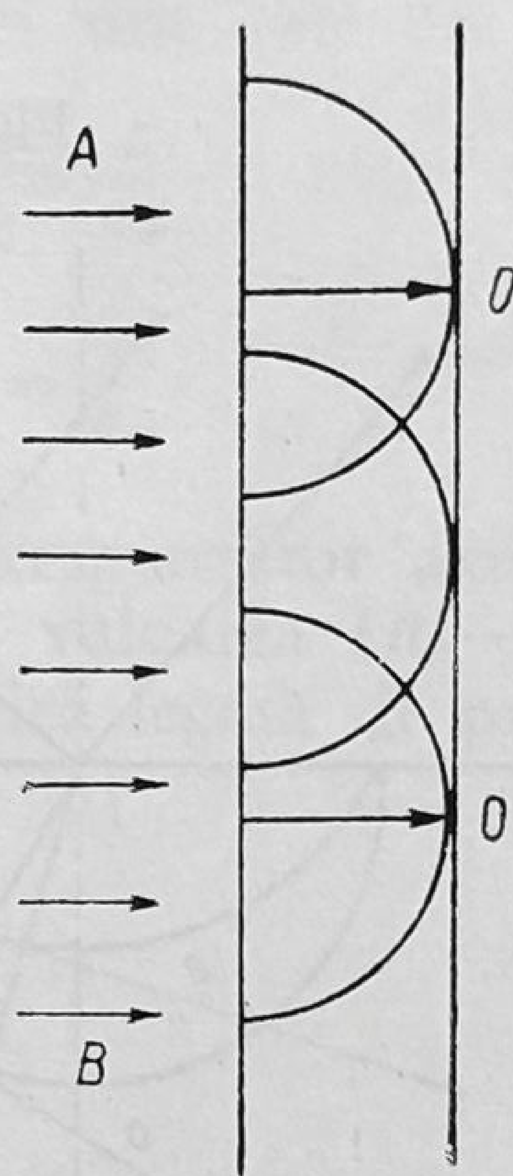


Fig. 266.

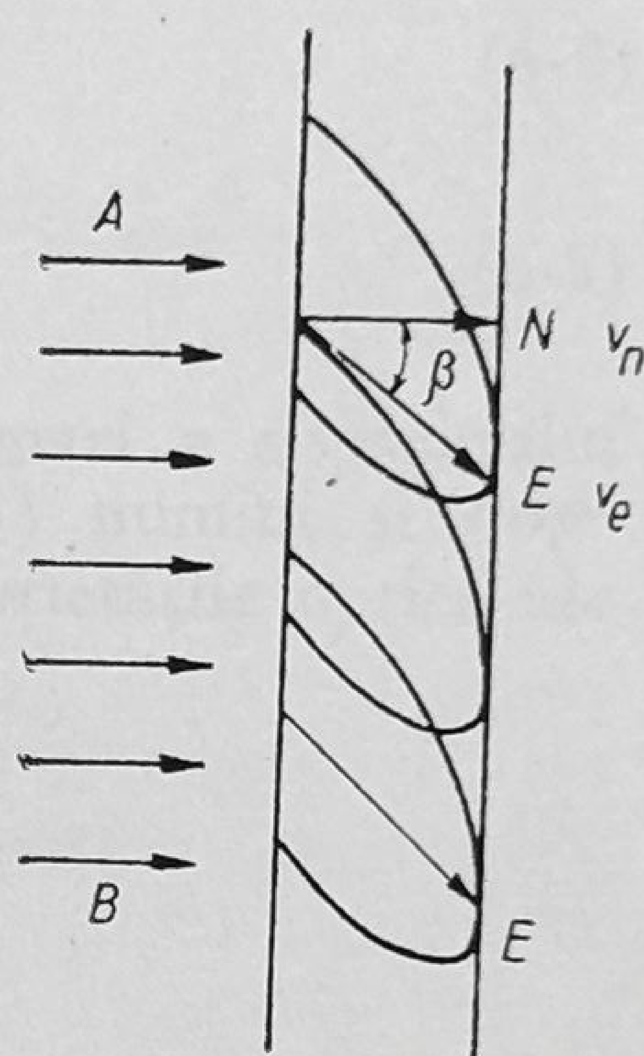


Fig. 267.

Trebuie observat însă că raza extraordinară iese din planul incidenţei dacă acesta nu coincide cu planul secţiunii principale.

Prin construcţia suprafeţelor de undă putem găsi mersul fronturilor de undă şi a razelor respective. Să luăm cazul cînd fasciculul incident cade normal pe o lamă de cristal uniax cu axa optică situată pe lamă (paralelă cu lama).

Atunci din punctele de incidenţă *I — I* trasăm suprafeţele de unde elementare sferice şi elipsoide (fig. 268). Suprafeţele tangente la elipsoizi şi la sfere dau suprafeţele plane *e—e* şi *o—o* ale undelor, extraordinară şi ordinară. Se obţin şi razele extraordinară *IL* şi ordinară *IO*, confundate.

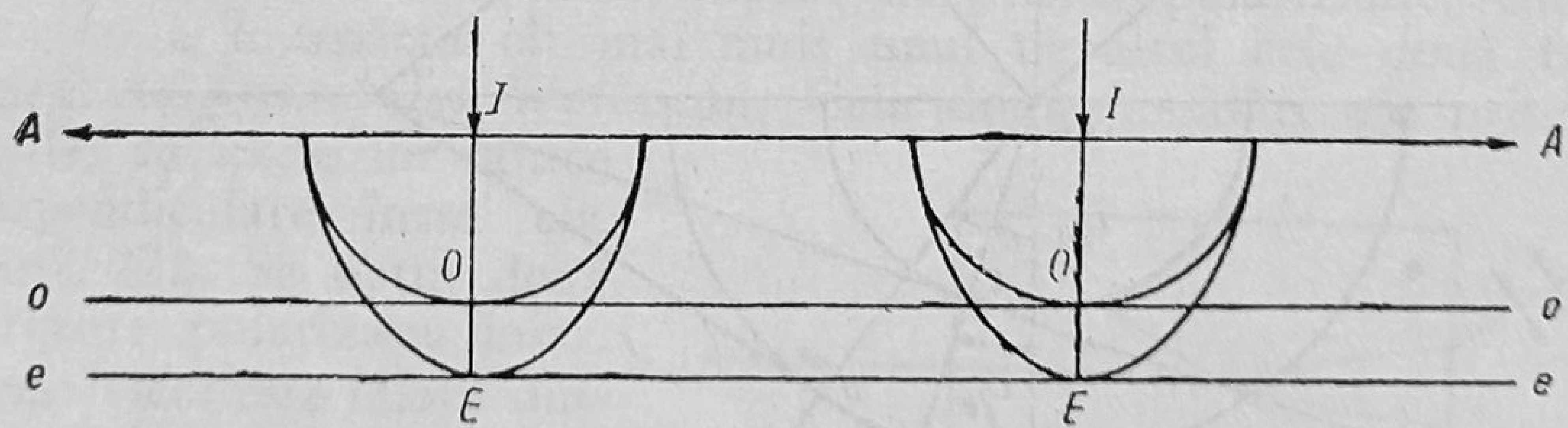


Fig. 268.

Se obţine acelaşi rezultat şi dacă se desenează axa optică normală pe figură, ca în desenul figurii 269.

Să luăm acum cazul fasciculului care cade oblic pe o lamă cristalină care conţine axa optică paralelă cu faţa lamei (fig. 270 şi 271). În timp ce frontul

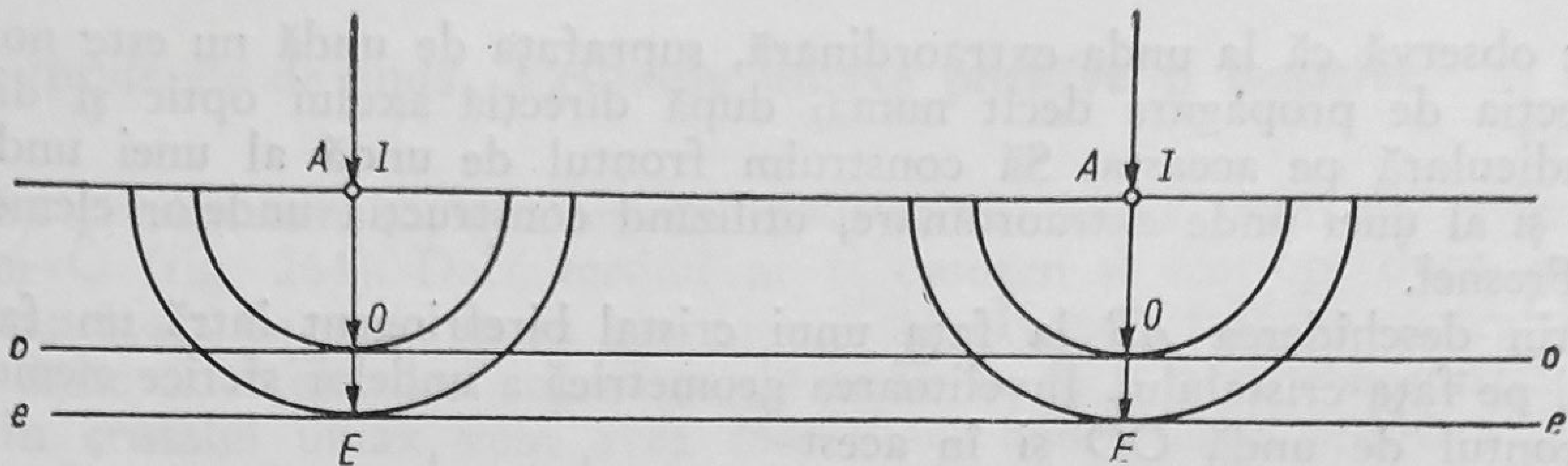


Fig. 269.

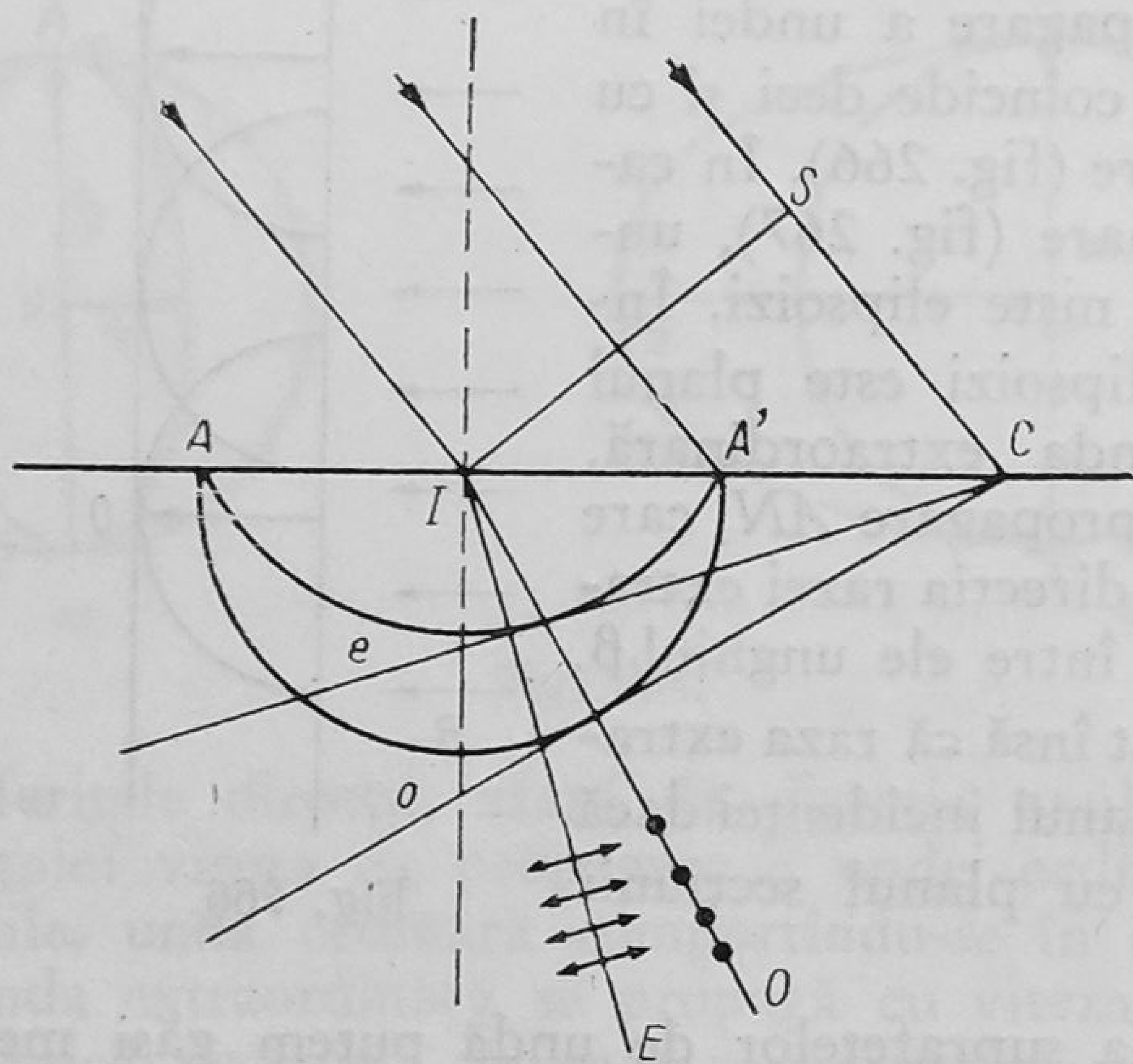


Fig. 270.

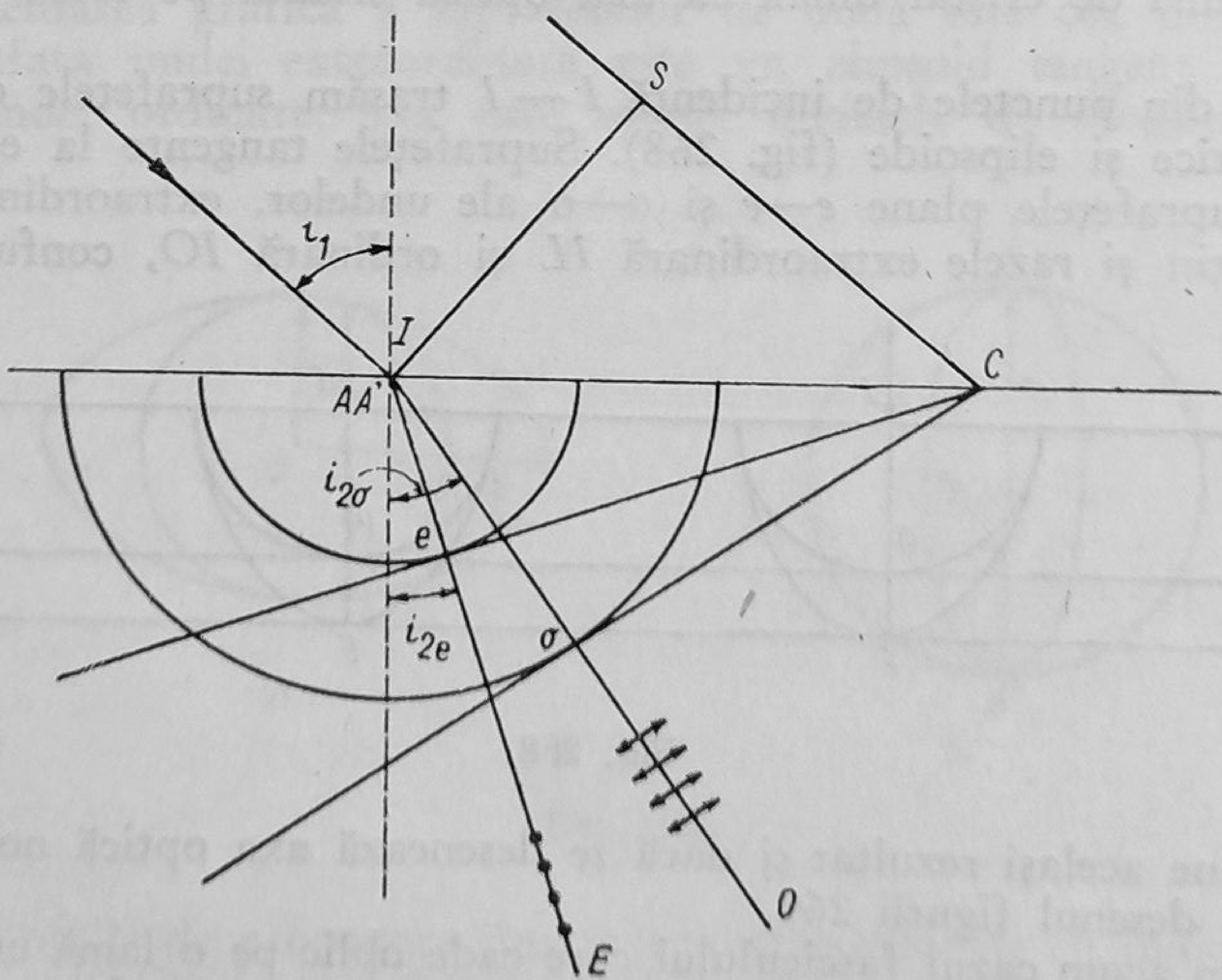


Fig. 271.

de undă IS mai are de străbătut distanţa SC, după ce a atins în I suprafaţa cristalului, undele elementare, ordinară şi extraordinară, formate în I au ajuns pe semicercul o şi semielipsoidul e. Ducînd din C, planele tangente la suprafeţele e şi o obţinem suprafeţele de undă Ce şi Co. În cazul cînd axa optică $A—A'$ paralelă cu faţa lamei este normală pe planul de incidenţă, ca în figura 271, atunci razele extraordinară şi ordinară sînt şi ele normale pe fronturile de undă Ce şi Co, raza extraordinară comportîndu-se ca o rază obişnuită, şi indicii de refracţie respectivi sînt daţi de:

$$n_e = \frac{\sin i_1}{\sin i_{2e}} = \frac{c}{v_e} \qquad (6\text{-}8)$$

$$n_o = \frac{\sin i_1}{\sin i_{2o}} = \frac{c}{v_o}. \qquad (6\text{-}9)$$

Se obţine astfel valoarea indicelui n_e corespunzător axei mari a elipsoidului indicilor şi deci se va putea determina valoarea $(n_e - n_o)$ numită şi *birefringenţa cristalului*, o mărime caracteristică legată de proprietăţile optice ale cristalului birefringent

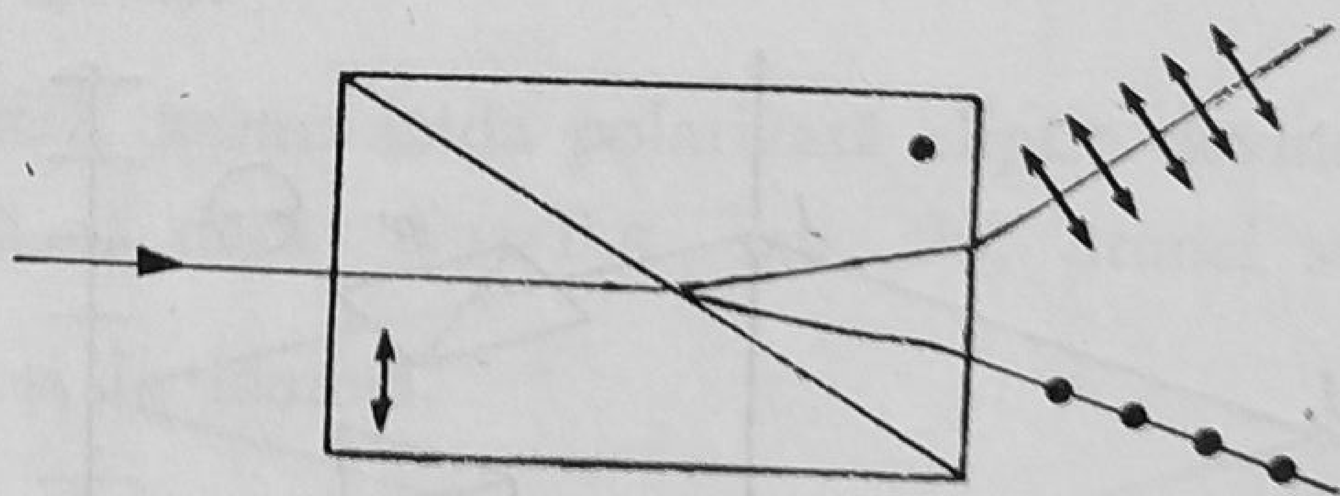
6.6. Cristalele biaxe.

Cristalele biaxe posedă două direcţii după care raza de lumină incidentă nu se descompune într-o rază ordinară şi una extraordinară. Aceste două direcţii, direcţiile axelor optice, fac un unghi între ele. La fel ca şi la cristalele uniaxe se pot construi suprafeţele de undă sferice şi elipsoidice, însă aranjarea lor faţă de axele optice este mult mai complicată.

6.7. Prismele polarizante

Pentru obţinerea unui fascicul de lumină polarizată liniar din lumină naturală s-au construit mai multe tipuri de prisme polarizante. Un procedeu constă în a îndepărta cît mai mult unul de altul cele două fascicule, cum e cazul la *prisma lui Wollaston*. Cele două jumătăţi ale prismei sînt dispuse astfel ca axele lor optice să fie perpendiculare între ele, ca în figura 272. Se obţin două raze emergente polarizate liniar.

Prisma Nicol este tăiată dintr-un spat de Islanda după anumite unghiuri şi este secţionată şi realipită cu balsam de Canada sau glicerină (fig. 273).


Fig. 272.

Raza incidentă se descompune în cele două raze: ordinară şi extraordinară. Raza ordinară se reflectă total pe stratul de balsam de Canada, pe cînd raza extraordinară, mai puţin deviată şi corespunzîndu-i alt indice de

refracţie, străbate mai departe prisma, ieşind singură din ea. Se obţine astfel un fascicul de raze polarizate liniar.

Polaroizii (geamurile polaroizi) sînt geamuri pe care s-a depus un strat de gelatină, în care sînt înglobate cristale fine de herapatit (iodosulfat de chi-

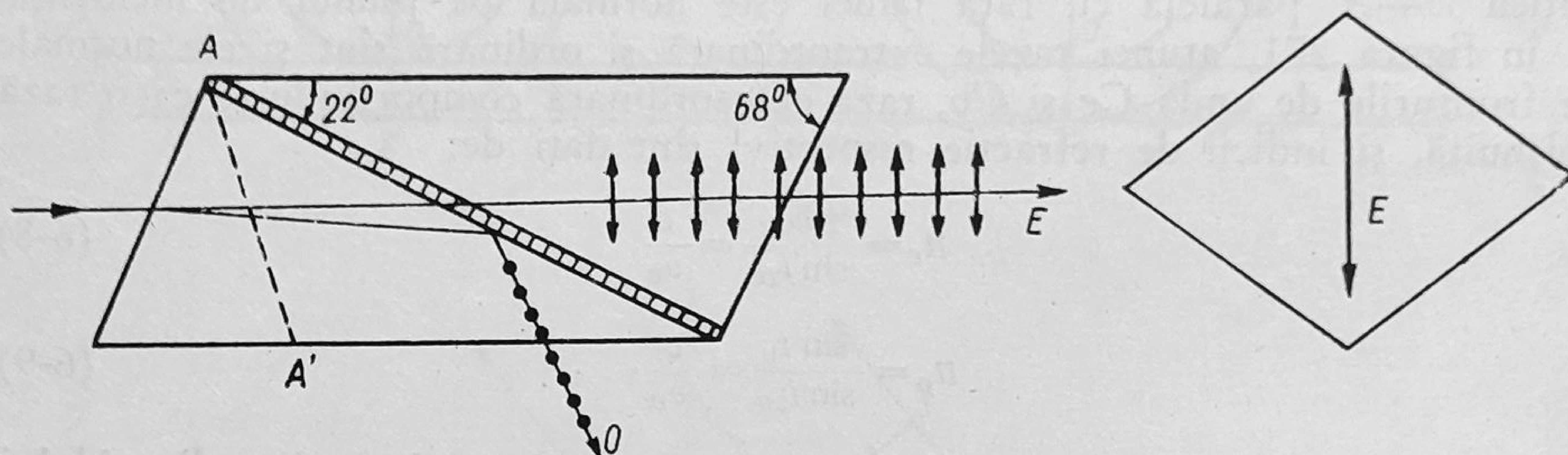


Fig. 273.

nină) orientate în acelaşi sens prin metode mecanice sau electrice. Aceste cristale prezintă fenomenul de *dicroism* ca şi cristalele de turmalină: raza incidentă se descompune în cele două raze, ordinară şi extraordinară, însă din cristal iese numai raza extraordinară, cea ordinară fiind puternic absorbită de însăşi cristalul.

Polaroizii, deşi nu au aceiaşi eficacitate optică în domeniile extreme ale spectrului vizibil, sînt totuşi mult întrebuinţaţi, deoarece se pot construi uşor şi cu suprafeţe mari.

6-C. INTERFERENŢA LUMINII POLARIZATE

6.8. Generalităţi

La interferenţa luminii, au arătat că franjele de interferenţă se obţin prin suprapunerea a două (sau mai multe) unde coerente a căror direcţii de vibraţie sînt paralele. Fresnel şi Arago au făcut experienţe cu lumină polarizantă în felul următor: într-un sistem interferenţial se introduce în drumul fiecăreia din cele două raze care interferă sistemul de polarizare al luminii (pachete de sticlă, nicoli, polaroizi) (fig. 274). Lumina naturală din cele două fascicule devine lumină polarizată liniar. Aceste două fascicule polarizate liniar pot da franje de interferenţă, la fel ca şi în absenţa polarizorilor,

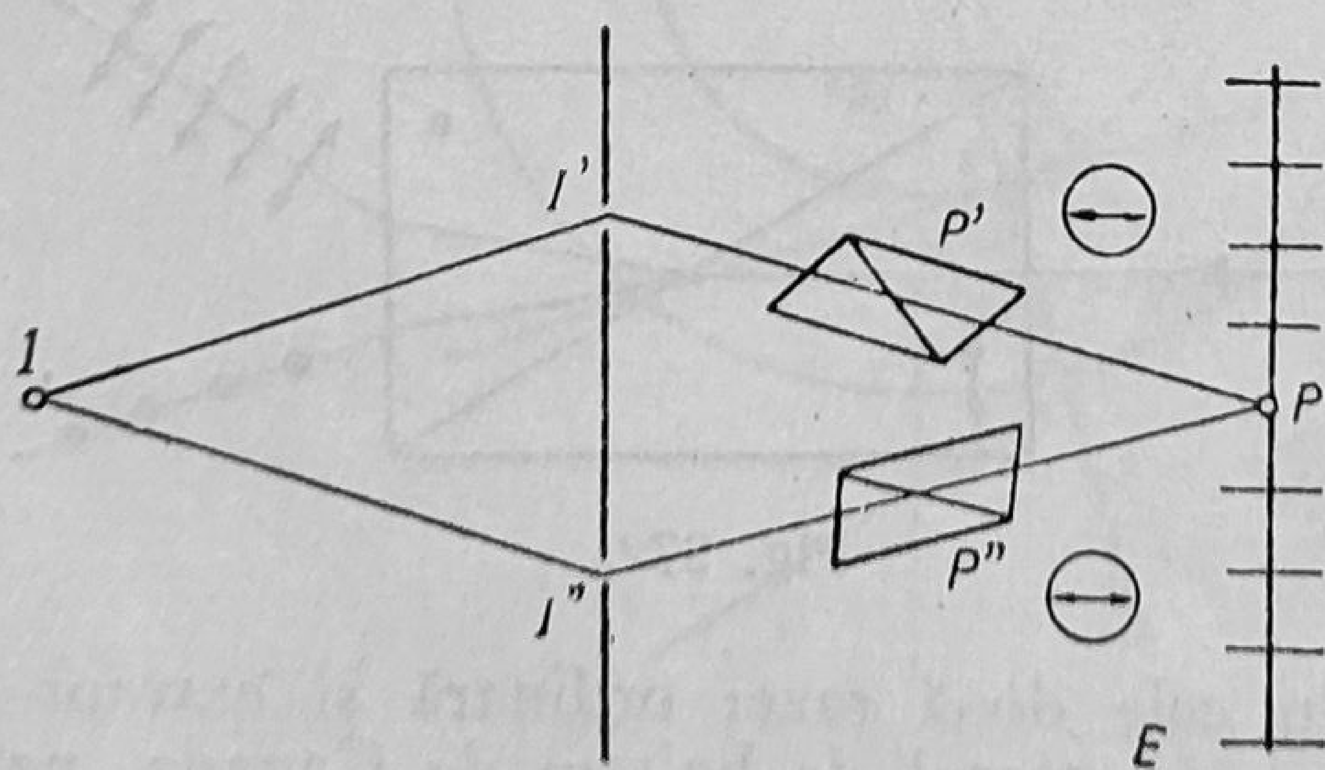


Fig. 274.

dacă polarizorii sînt paraleli, adică dacă cele două raze, care se suprapun în punctul cercetat, au aceeaşi direcţie de vibraţie ca în figura 274.

În cazul cînd cei doi polarizori sînt montaţi perpendicular unul pe altul (fig. 275), atunci undele suprapuse în punctul *P* vibrează pe direcţii perpendiculare între ele, deci nu se mai formează franje de interferenţă şi cîmpul interferenţiar apare luminat uniform. Suprapunerea a două vibraţii coerente perpendiculare nu dă minime şi maxime, deoarece se formează o vibraţie eliptică şi în cazurile particulare una circulară sau liniară, fără să se producă însă anihilarea lor. Din teoria undelor se ştie că dacă avem două unde coerente perpendiculare cu amplitudinile *a* şi *b*, suprapunerea lor dă naştere la o undă eliptică înscrisă într-un dreptunghi, cu laturile *2a* şi *2b* şi că elipticitatea şi sensul de parcurgere al elipsei este dat de diferenţa de fază între cele două unde (fig. 276).

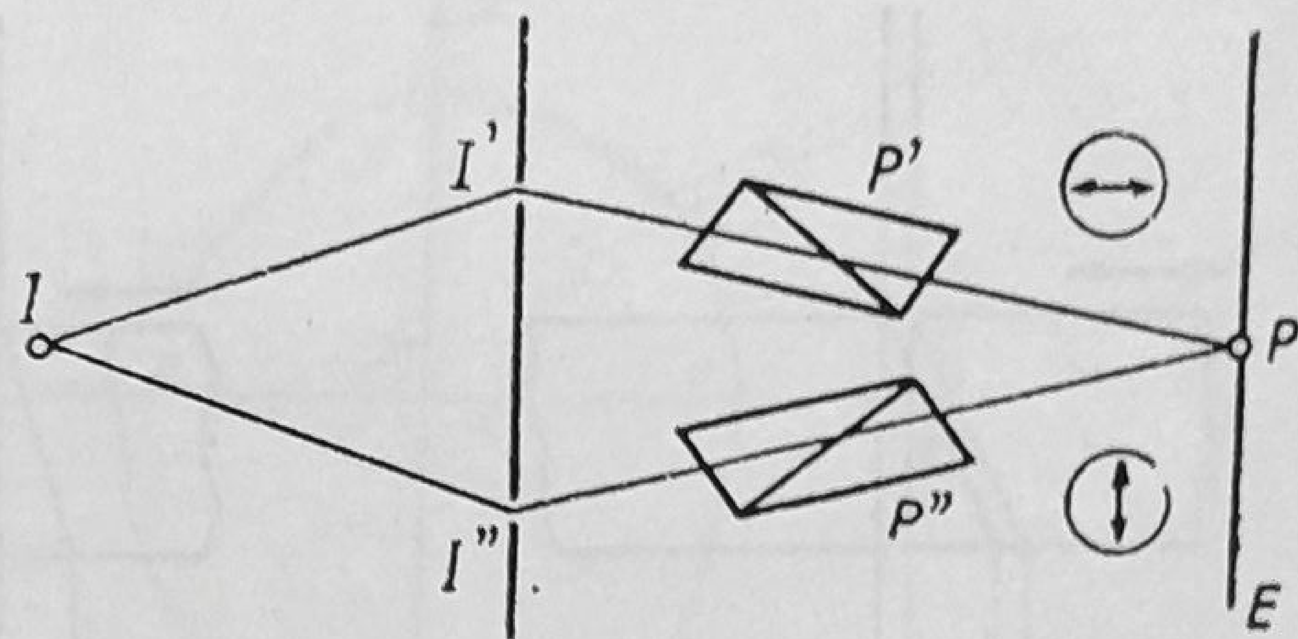


Fig. 275.

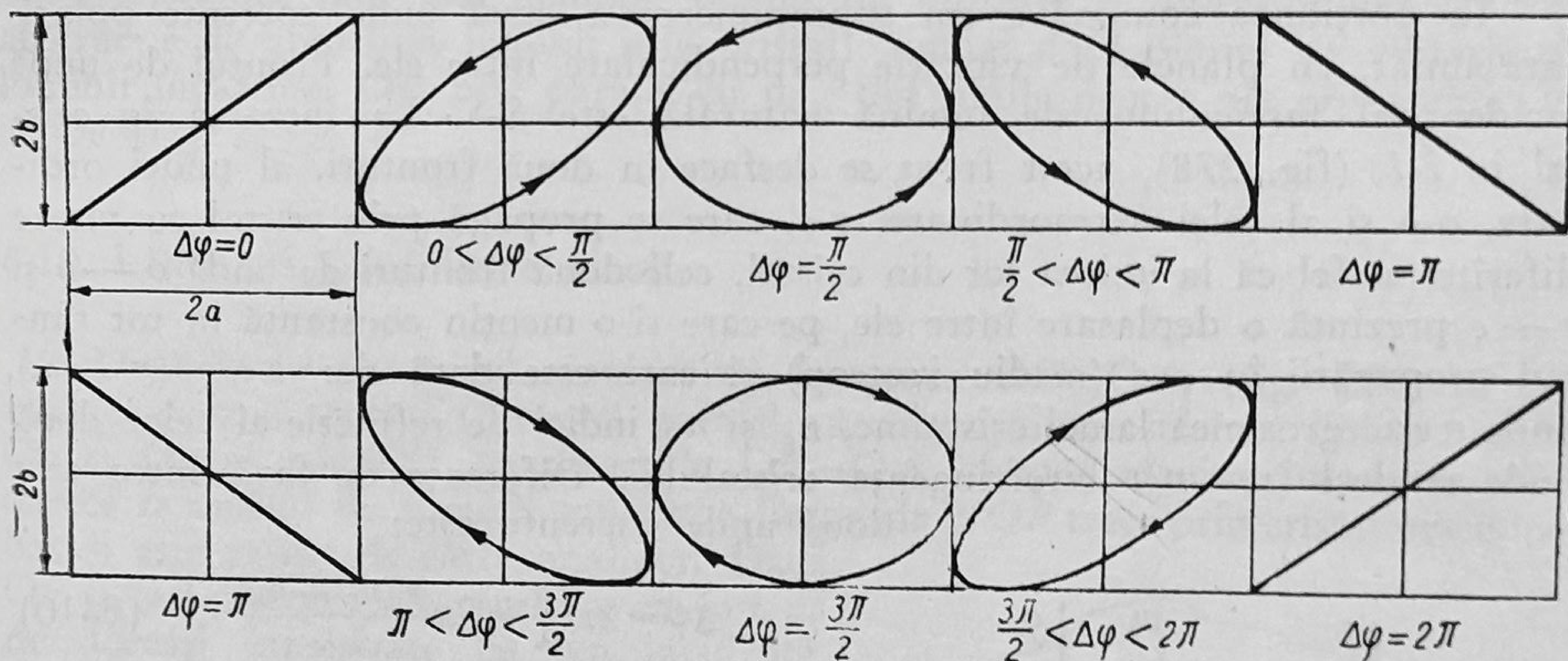


Fig. 276.

Dacă $2a=2b$ şi $\Delta\varphi$ este $\frac{\pi}{2}$ sau $3\pi/2$, atunci unda polarizată eliptic devine undă polarizată circular. Se observă că dacă $\Delta\varphi=0,\pi$ sau 2π, atunci se obţine o undă polarizată liniar.

Aceleaşi fenomene se întîmplă şi la lumină.

6.9. Lumina polarizată eliptic

Se poate produce cu ajutorul unei lame cristaline, tăiată paralel cu axa optică dintr-un cristal uniax. Un fascicul de lumină naturală, căzînd normal pe o astfel de lamă se desface în două fascicule de raze, ordinară şi extra-

ordinară, cu planele lor de vibraţie perpendiculare între ele. Dacă fasciculul incident este suficient de larg şi lama destul de subţire, atunci fasciculele emergente (care ies din lamă) sînt şi ele largi şi se acoperă în bună parte (fig. 277).

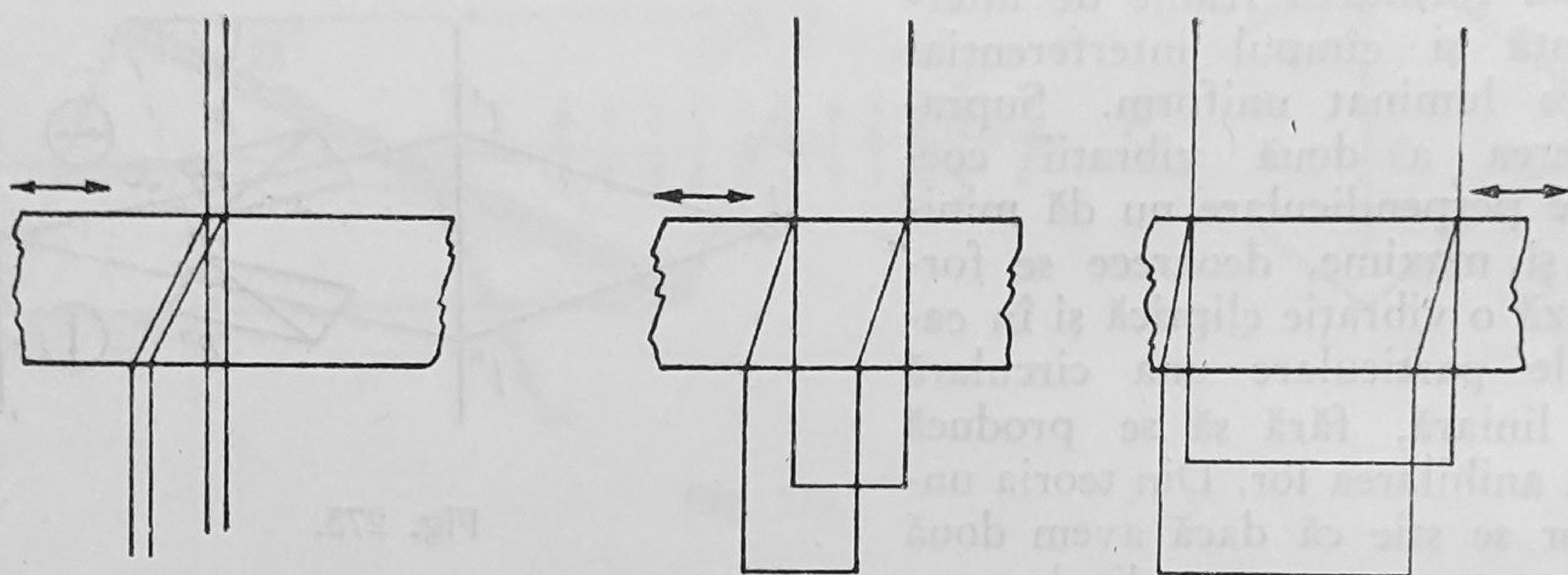


Fig. 277.

În porţiunea comună avem suprapunerea a două unde coerente polarizate liniar, cu planele de vibraţie perpendiculare între ele. Frontul de undă incident al fasciculului de lumină naturală este *S-S*. La intrarea în cristal în *I-I*, (fig. 278), acest front se desface în două fronturi, al undei ordinare, *o-o* şi al celei extraordinare, *e-e*, care se propagă prin cristal cu viteze diferite, astfel că la ieşirea lor din cristal, cele două fronturi de undă *o — o* şi *e — e* prezintă o deplasare între ele, pe care şi-o menţin constantă în tot timpul propagării în aer (mediu izotrop) şi care este dată de: $\delta = e\ (n_e - n_o)$, unde e este grosimea lamei cristaline, n_e şi n_o indici de refracţie ai celor două unde şi deci $(n_e - n_o)$ birefringenţa cristalului. Diferenţa de fază între cele două unde coerente este:

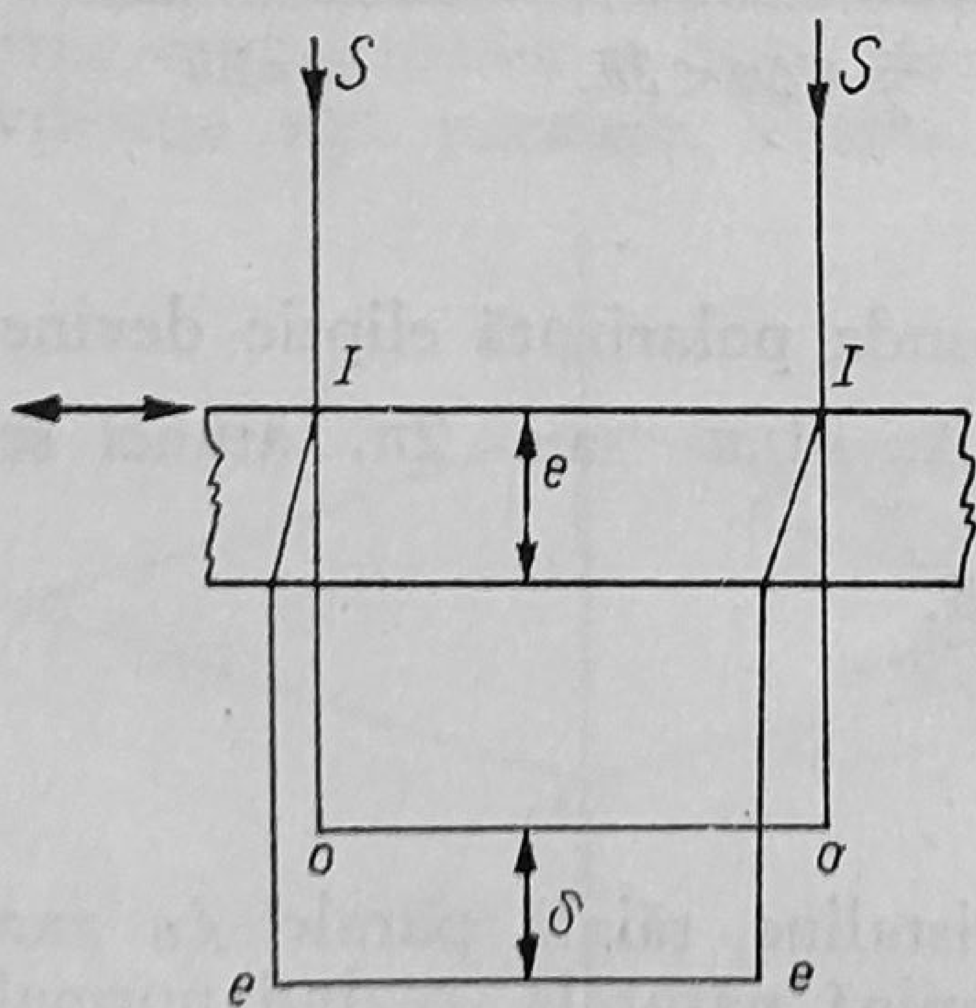


Fig. 278.

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi \frac{e\,(n_e - n_o)}{\lambda}\,. \qquad (6\text{-}10)$$

Deoarece în lama cristalină a intrat lumina naturală, amplitudinile celor două unde, ordinară şi extraordinară, sînt egale.

Din cele de mai sus se desprinde faptul că trecerea luminii printr-o astfel de lamă este permisă numai după două plane perpendiculare între ele, unul dintre aceste plane este planul secţiunii principale şi deci al razei extraordinare, iar celălalt plan al razei ordinare este planul perpendicular pe planul secţiunii principale. Secţiunile acestor plane cu faţa lamei sînt două drepte perpendicu-

lare între ele. Direcţiile lor se numesc *liniile neutre* ale lamei cristaline şi deoarece lama este tăiată paralel cu axa optică, atunci una din aceste linii este paralelă, cealaltă perpendiculară, faţă de direcţia axei optice. Dacă pe lama cristalină de mai sus cade un fascicul de lumină polarizată liniar (care vine

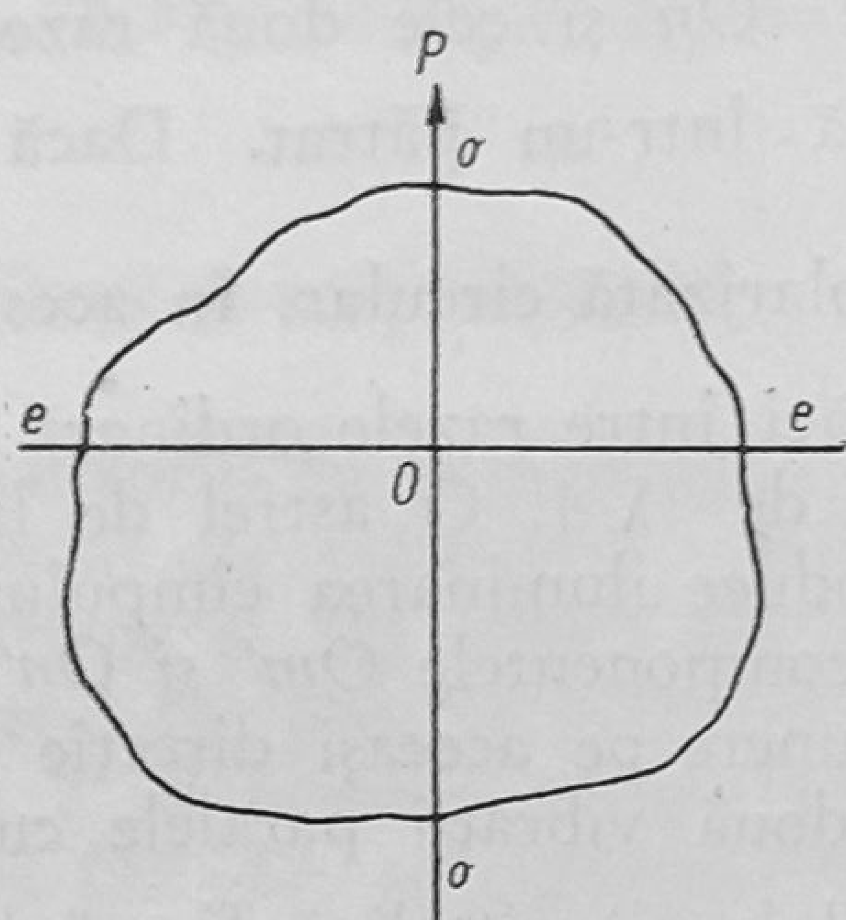


Fig. 279.

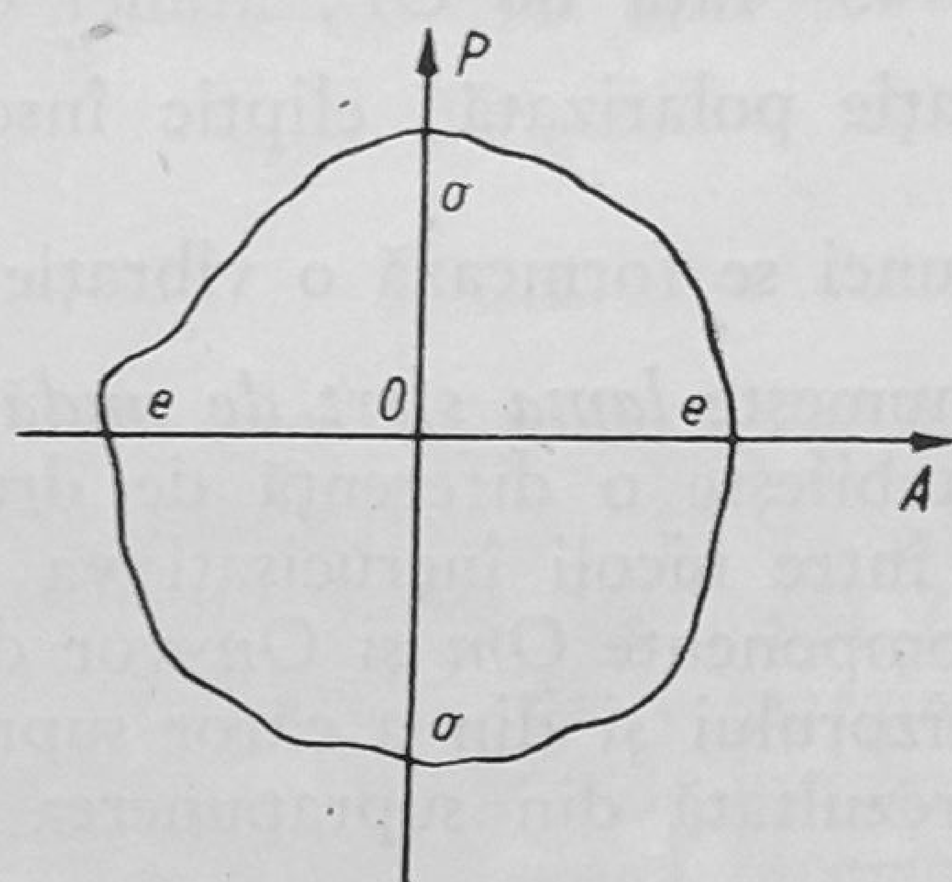


Fig. 280.

de la un polarizor), atunci această vibraţie va putea trece mai departe prin lama cristalină fără a-şi schimba planul de vibraţie şi amplitudinea (facem abstracţie de absorbţia luminii prin cristal), numai dacă planul de vibraţie al luminii incidente, *OP*, este paralel cu una din liniile neutre ale cristalului *Oo* şi *Oe* (fig. 279).

6.10. Lama cristalină între nicoli.

Dacă între doi nicoli (polaroizi) în cruce *OP*—*OA*, (fig. 280) se introduce o lamă cristalină tăiată paralel cu axa optică, astfel ca liniile neutre *Oo* şi *Oe* să coincidă cu direcţiile *OP*—*OA*, cîmpul rămîne întunecat, deoarece fasciculul de lumină polarizat liniar de la *OP* trece prin cristal neschimbat şi este extins de către analizor. Dacă *OP* şi *OA* sînt paraleli, atunci avem lumină de aceeaşi intensitate cu cea incidentă.

Dacă între nicolii încrucişaţi de mai sus rotim lama cristalină în planul ei, astfel ca liniile neutre *Oe* şi *Oo* să fie înclinate faţă de direcţia polarizorului *OP* (fig. 281), atunci vibraţia luminoasă de amplitudine *OM* se descompune după liniile neutre ale cristalului şi dă componentele $Om = OM \cos \alpha$ şi $On = OM \sin \alpha$ astfel că la ieşirea lor din lama cristalină avem două raze polarizate liniar, una ordinară şi alta extraordinară, coerente, căci provin din aceeaşi vibraţie incidentă *OM*, însă cu amplitudini diferite, *Om* şi

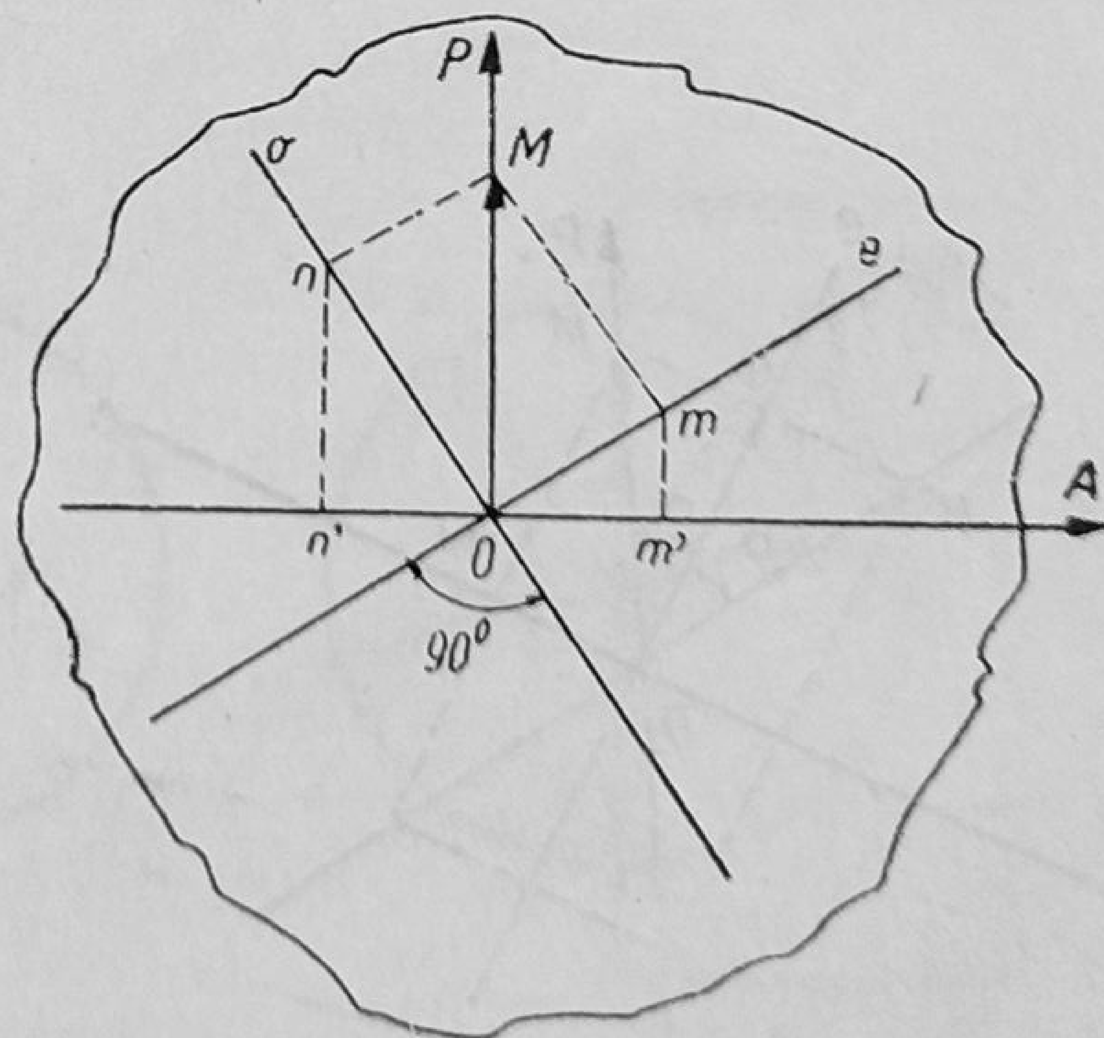


Fig. 281.

On, şi prezentînd între ele o diferenţă de drum δ, deci o diferenţă de fază

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 2\pi\frac{e\,(n_e - n_o)}{\lambda}\,. \qquad (6\text{-}11)$$

Din suprapunerea lor rezultă o vibraţie eliptică. Dacă liniile neutre se găsesc la 45° faţă de OP, atunci $Om = On$ şi cele două raze emergente dau o vibraţie polarizată eliptic înscrisă într-un pătrat. Dacă şi $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ sau $\frac{3\pi}{2}$, atunci se formează o vibraţie polarizată circular. În acest caz $\delta = \frac{\lambda}{4}$ şi lama se numeşte *lama sfert de undă*, căci între razele ordinară şi extraordinară se stabileşte o diferenţă de drum de $\lambda/4$. O astfel de lamă introdusă la 45° între nicoli încrucişaţi va produce iluminarea cîmpului, deoarece cele două componente Om şi On vor da componentele Om' şi On' pe planul OA al analizorului şi din a căror suprapunere pe aceeaşi direcţie va rezulta o vibraţie rezultată din suprapunerea a două vibraţii paralele cu diferenţa de fază de $\frac{\pi}{2}$. Rotind analizorul şi lăsînd lama cristalină fixată la 45°, sau la alt unghi α faţă de polarizor, componentele Om' şi On' îşi schimbă valoarea, însă continuu vom avea lumină dincolo de analizorul OA.

Lama jumătate de undă este lama a cărei grosime este astfel aleasă ca $\delta = \frac{\lambda}{2} = e\ (n_e - n_o)$. În acest caz, $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \pi$. Cele două componente Om şi On vor da o vibraţie rezultantă polarizată liniar, al cărei plan de vibraţie va avea direcţia diagonalei OM' (a doua a dreptunghiului format cu laturile 2 Om şi 2 On, (fig. 282). Vibraţia incidentă polarizată liniar OM va ieşi din lama cristalină sub forma unei vibraţii polarizată tot liniar OM' care face acelaşi unghi faţă de axa optică (Oe) ca şi raza incidentă OM, însă simetric faţă de axa optică. Între nicolii încrucişaţi va apare lumină. Menţinînd acum lama cristalină fixă faţă de direcţia polarizorului, OP, şi rotind analizorul OA, se va obţine extincţia completă la rotirea analizorului cu unghiul 2 α, cînd OA se aşază normal pe OM' (fig. 283).

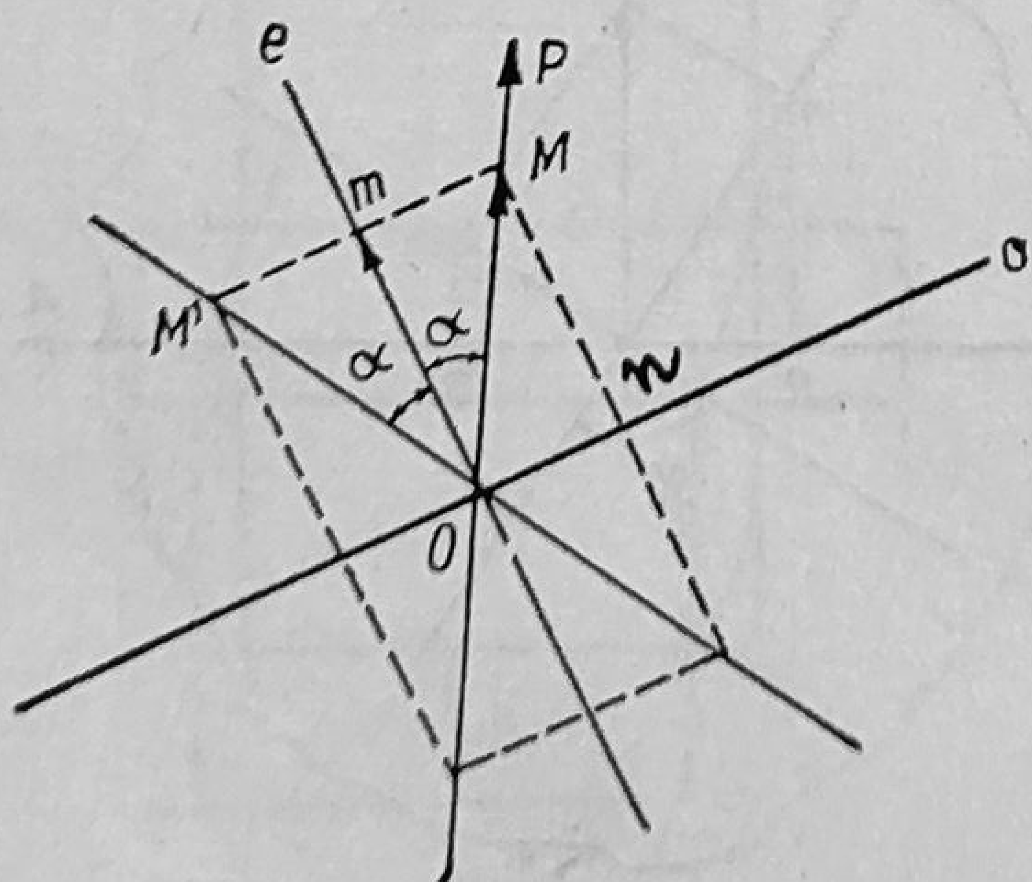


Fig. 282.

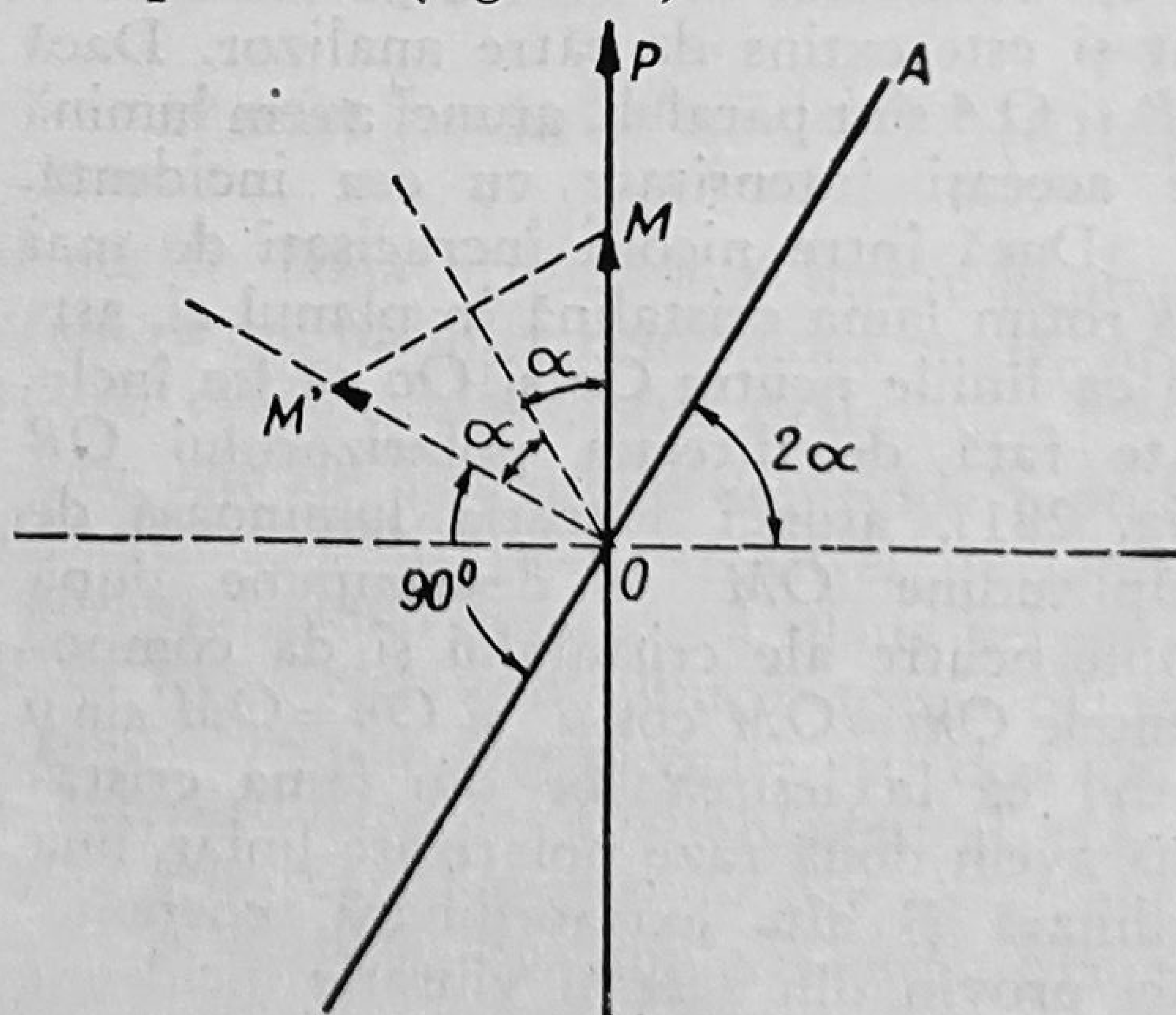


Fig. 283.

Lama undă este lama cristalină a cărei grosime e este astfel aleasă pentru ca $\delta = e\ (n_e - n_o) = \lambda$, deci $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi$. Din cele expuse mai sus va rezulta uşor că la ieşirea din lama cristalină vibraţia incidentă polarizată liniar OM, va rămîne tot polarizată liniar, păstrîndu-şi planul de vibraţie neschimbat.

6.11. Analizori şi compensatori.

a) **Analizorul cu penumbră** — tip Laurent — serveşte la reperarea poziţiei planului de vibraţie a luminii polarizate liniar. El se compune dintr-un polarizor P fix, (fig. 284, *a*), lama jumătate de undă L, analizorul A şi ocularul Oc (sau luneta) cu care se pune la punct marginea lamei L.

Lama L obturează numai jumătate din fasciculul incident polarizat liniar după OP dat de polarizorul P. Axa optică a lamei face un unghi mic α cu direcţia OP (fig. 284, *b*).

Fasciculul care trece prin lama L va ieşi tot polarizat liniar după direcţia simetrică faţă de axa optică Oe a lamei L, adică după OP'.

Analizorul OA se aşază normal pe direcţia Oe, astfel că prin ocularul Oc vom observa cîmpul luminos împărţit în două părţi a şi b, la fel de intens luminate (fig. 284, *c*), deoarece cele două componente, adică Op şi Op', proiecţii ale vectorilor OP şi OP' pe direcţia OA, sînt egale. La o rotire mică a analizorului OA într-un sens sau altul de exemplu în OA', (fig. 284, *d*)

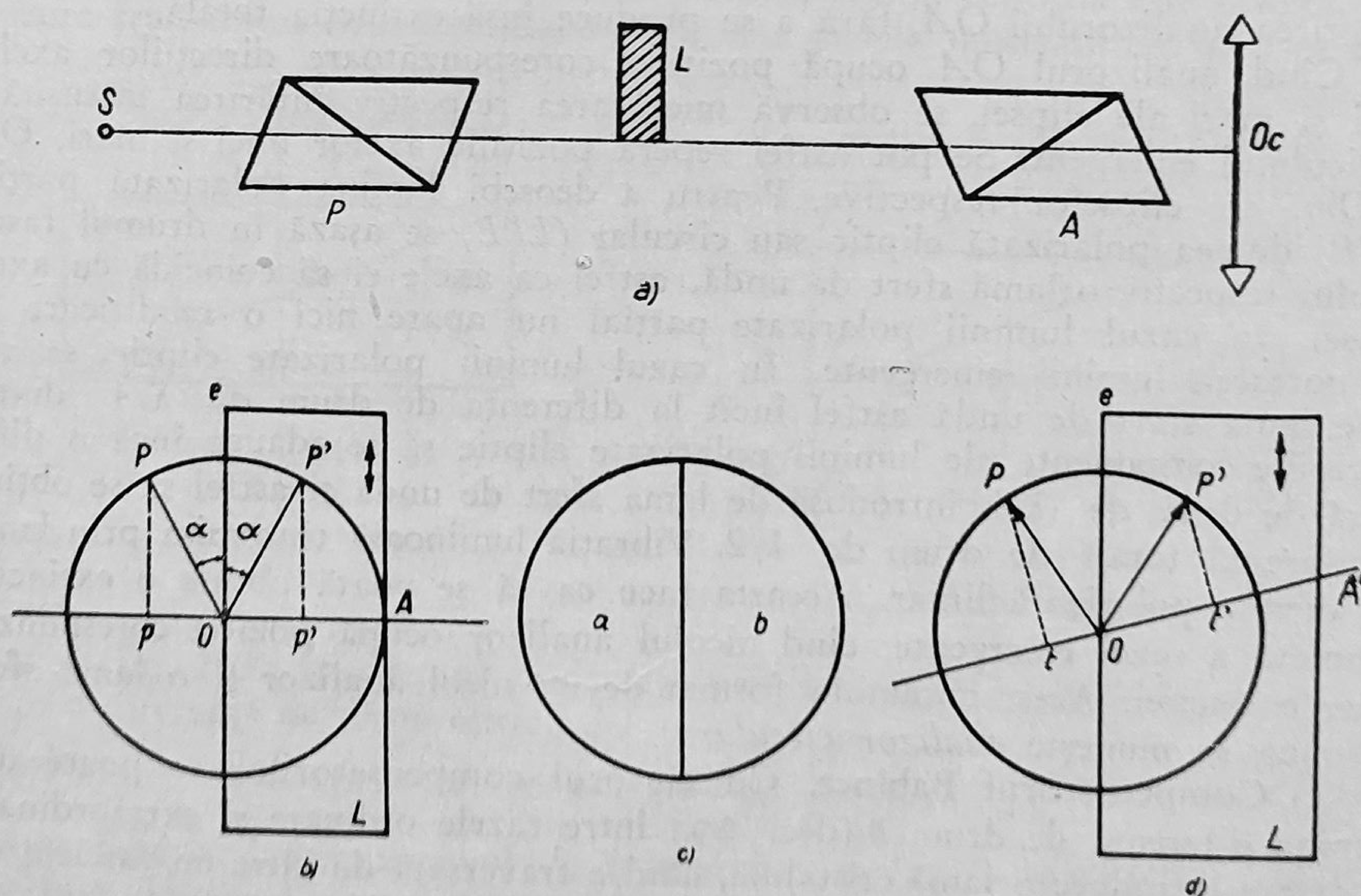


Fig. 284.

face ca cele două proiecţii de pe direcţia OA', Ot şi Ot', ale vectorilor OP şi OP' să fie diferite între ele şi deci să obţinem o iluminare diferită a celor două părţi *a* şi *b* (numite şi plaje) (fig. 285). În felul acesta se poate repera direcţia Oe şi deci a lui OP. Deoarece ochiul este mai sensibil la variaţiile de iluminare slabă se lucrează cu analizorul în poziţia OA (fig. 284, *b*) şi

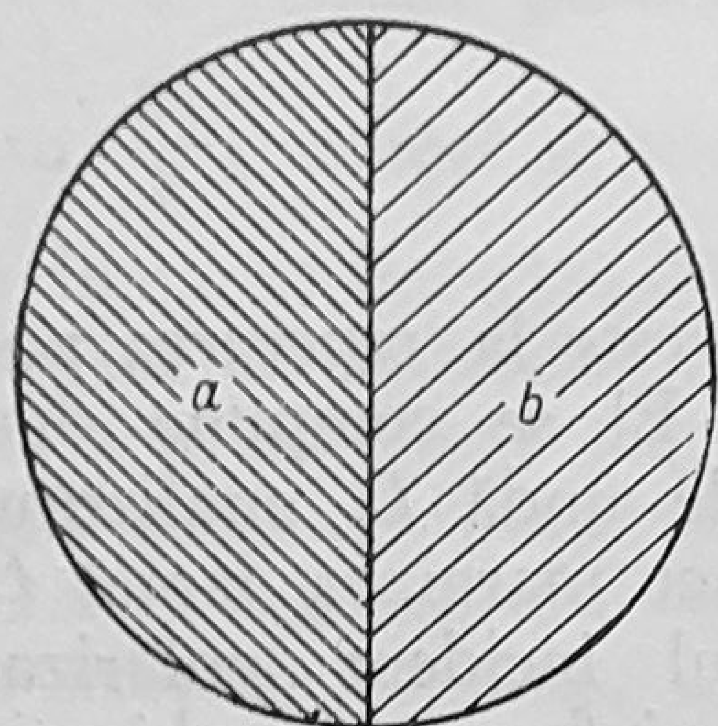


Fig. 285.

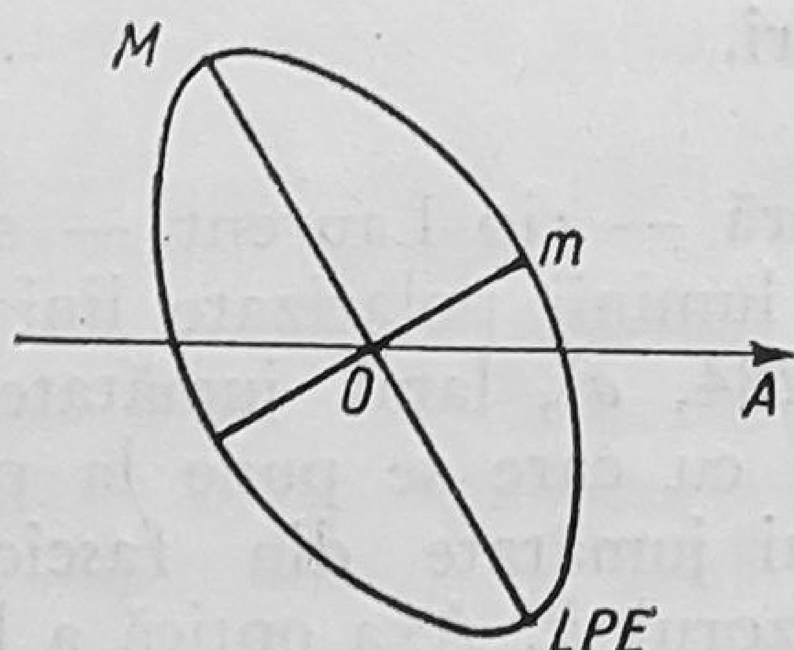


Fig. 286.

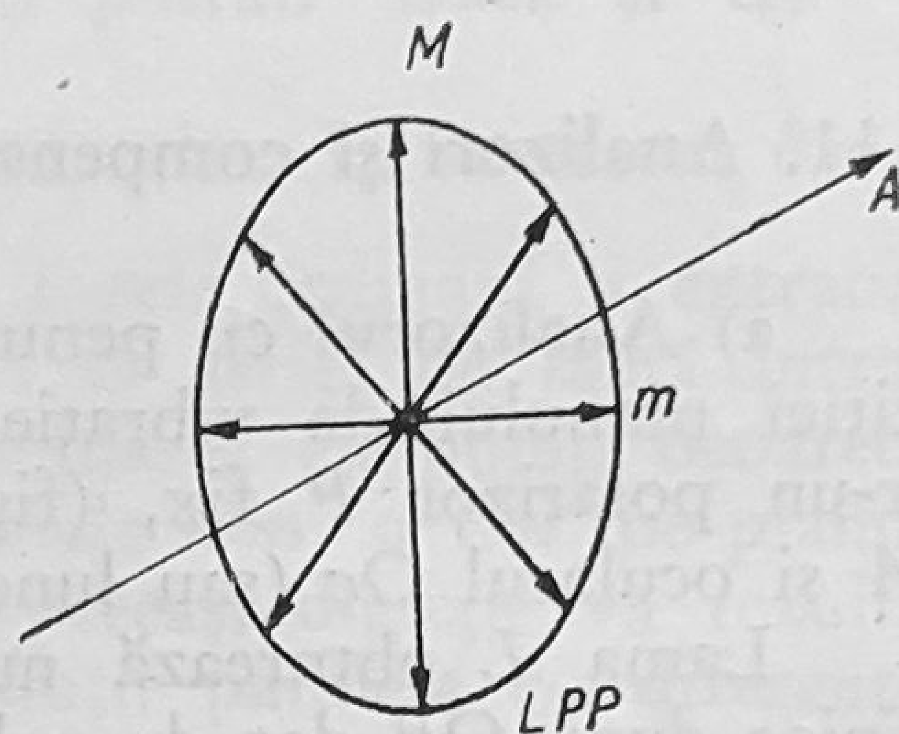


Fig. 287.

nu după poziţia Oe (normală la OA), cînd obţinem aceleaşi fenomene, dar în iluminări puternice, cînd ochiul nu are aceeaşi sensibilitate la variaţii mici în iluminare.

b) **Analizorul circular** serveşte la identificarea luminii polarizate eliptic (fig. 286), faţă de lumina polarizată parţial (fig. 287). Atît lumina polarizată parţial cît şi cea polarizată eliptic, prin trecerea lor printr-un nicol analizor OA, dau un fascicul emergent, care slăbeşte sau creşte în intensitate la rotirea analizorului OA, fără a se produce însă extincţia totală.

Cînd analizorul OA ocupă poziţiile corespunzătoare direcţiilor axelor mici şi mari ale elipsei, se observă micşorarea respectiv întărirea intensităţii fasciculului emergent. Se pot astfel repera poziţiile axelor mici şi mari, OM şi Om, ale elipselor respective. Pentru a deosebi lumina polarizată parţial *(LPP)* de cea polarizată eliptic sau circular *(LPE)* se aşază în drumul fasciculului respectiv o lamă sfert de undă, astfel ca axele ei să coincidă cu axele elipsei. În cazul luminii polarizate parţial nu apare nici o modificare în comportarea luminii emergente. În cazul luminii polarizate eliptic se roteşte lama sfert de undă astfel încît la diferenţa de drum de $\lambda/4$ dintre vibraţiile componente ale luminii polarizate eliptic să se adauge încă o diferenţă de drum de $\lambda/4$, introdusă de lama sfert de undă şi astfel să se obţină o diferenţă totală de drum de $\lambda/2$. Vibraţia luminoasă transmisă prin lama $\lambda/4$ devine polarizată liniar. Aceasta face ca să se poată obţine o extincţie completă a razei emergente, cînd nicolul analizor ocupă poziţia corespunzătoare extincţiei. Acest ansamblu format de un nicol analizor şi o lamă sfert de undă se numeşte *analizor circular.*

c) **Compensatorul Babinet.** Cu ajutorul compensatorilor se poate determina diferenţa de drum δ (deci $\Delta\varphi$) între razele ordinară şi extraordinară pe care o introduce o lamă cristalină, cînd e traversată de către un fascicul de lumină. Compensatorii compensează, anulează, această diferenţă de drum.

Compensatorul Babinet este format din două prisme sub formă de pană identice, tăiate și alăturate astfel ca axele optice să fie normale între ele (fig. 288). În felul acesta, raza ordinară, respectiv extraordinară din prima pană, devine, prin trecerea în a doua pană, extraordinară, respectiv ordinară. Ceea ce apare ca diferență de drum $\delta_1 = e\,(n_e - n_o)$ în prima pană se compensează în a doua pană, unde $\delta_1 = -\delta_2 = -e\,(n_e - n_o)$. Lumina care trece prin compensator după direcția $X - X$, unde $e' = e''$ nu suferă nici o transformare căci diferența totală de drum în acest loc este nulă dată de: $\delta = (e'' - e')\,(n_e - n_o) = 0$.

Între nicoli încrucișați, după această direcție $X—X$, apare o dungă întunecoasă, dacă așezăm compensatorul astfel ca axele lui optice să facă un unghi de 45° față de direcțiile polarizorului și analizorului. La o distanță x de această direcție $X—X$, grosimile e' și e'' nu mai sînt egale, și anume e' s-a micșorat cu grosimea $\Delta e = x\ \mathrm{tg}\ \theta$, iar e'' a crescut cu aceeași grosime $\Delta e = x\ \mathrm{tg}\ \theta$, deci diferența $(e''—e')$ a variat cu $(e''—e') = 2\ x\ \mathrm{tg}\ \theta$. Dacă la această diferență corespunde un $\delta = k\lambda$, atunci apare din nou, între nicolii încrucișați, cîte o franjă neagră dacă avem pentru k valorile $k = 0, 1, 2, 3$. Franjele obținute de-a lungul suprafeței compensatorului sînt echidistante.

Din relația:

$$\delta = k\lambda = (e'' - e')\,(n_e - n_o) = 2\,x\,\mathrm{tg}\,\theta.\,(n_e - n_o), \tag{6-12}$$

pentru $k = 1$

se obține interfranja

$$i = \frac{\lambda}{2\,x\,\mathrm{tg}\,\theta \cdot (n_e - n_o)}. \tag{6-13}$$

În lumina albă și între nicolii încrucișați, franja centrală este neagră, iar celelalte franje sînt colorate. Dacă deplasăm penele una față de alta cu dis-

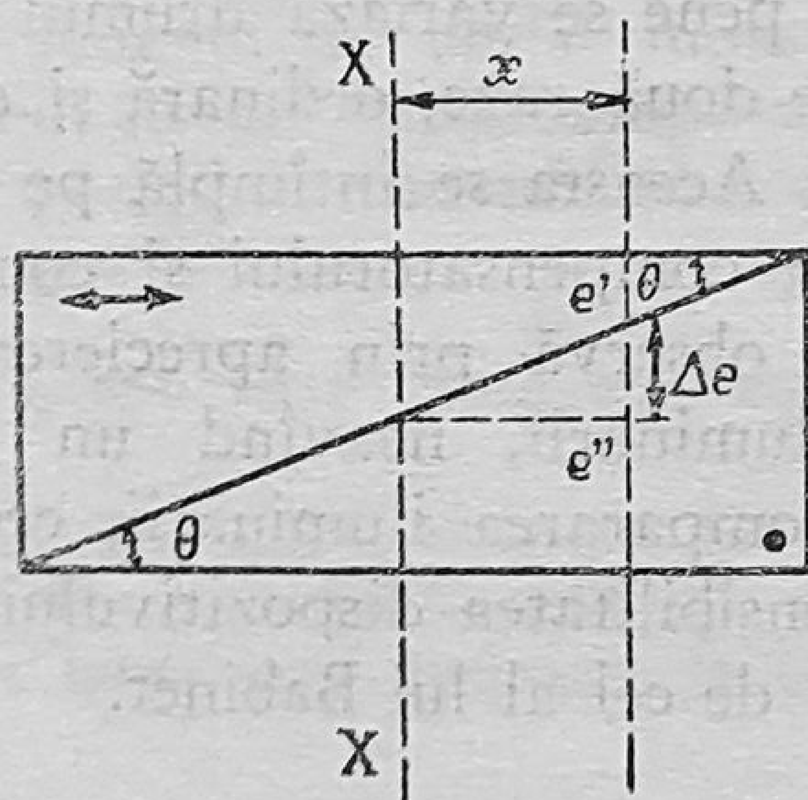


Fig. 288.

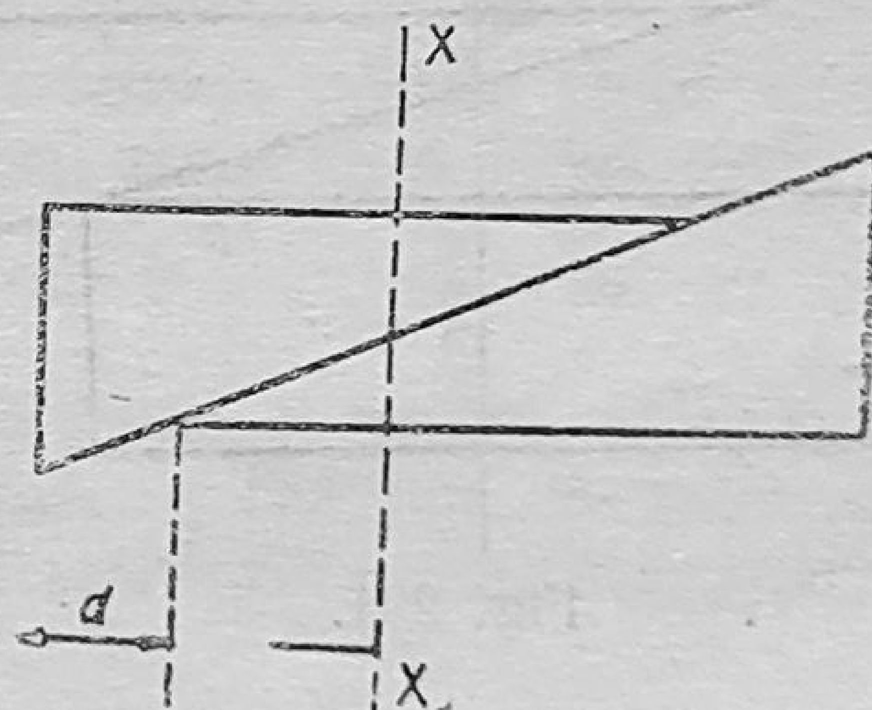


Fig. 289.

tanța d (fig. 289), în dreptul poziției inițiale a franjei centrale, în $X—X$, va apare o diferență de drum optic

$$\delta = (n_e - n_o)\,(e'' - e') = -d\,\mathrm{tg}\,\theta \cdot (n_e - n_o), \tag{6-14}$$

ceea ce face ca întreg sistemul de franje, deci și franja neagră, să se deplaseze față de $X—X$, cu distanța $d/2$. Se poate astfel etalona compensatorul

Babinet în diferenţe de drum optic exprimat în λ. Dacă în drumul fasciculului introducem în plus şi o lamă cristalină L cu liniile neutre la 45° faţă de nicolii încrucişaţi, deci orientaţi ca şi compensatorul Babinet, atunci franja centrală neagră care se situa în X-X se deplasează datorită drumului optic suplimentar δ_L introdus de lama L. Readucînd franja centrală la poziţia ini-

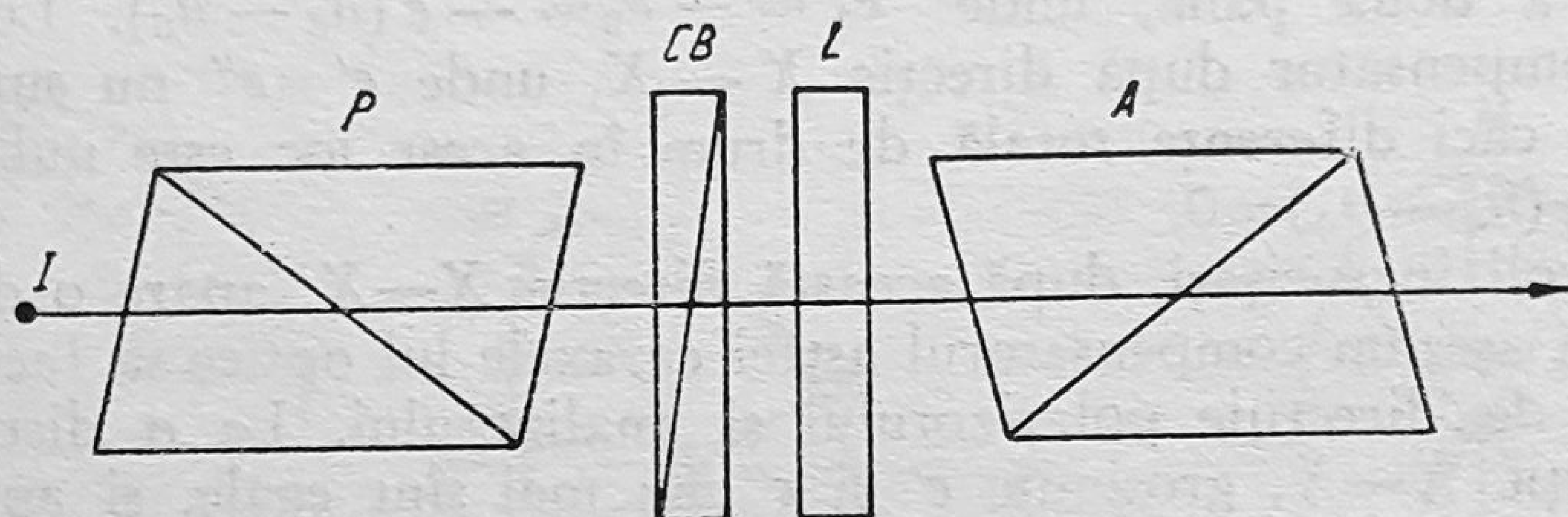


Fig. 290.

ţială ocupată de X-X, am deplasat cele două pane ale compensatorului cu distanţa d_L corespunzător lui δ_L şi din mărimea lui d_L aflăm pe δ_L, din relaţia

$$\delta_L = -d_L \operatorname{tg} \theta . (n_e - n_o) = -d_L K, \quad (6\text{-}15)$$

unde $K = \operatorname{tg} \theta . (n_e - n_o)$ este constanta de construcţie a compensatorului Babinet.

d) **Compensatorul Bravais** este mai puţin sensibil decît compensatorul Babinet şi construcţia lui mai complicată. El este format din două plăci P_1 şi P_2 egale în grosime (fig. 291). Placa P_2 este formată din două pane egale. Axele optice a celor două plăci P_1 şi P_2 sînt perpendiculare între ele. Prin deplasarea unei pene se variază drumul optic între cele două raze, ordinară şi extraordinară. Aceasta se întîmplă pe toată întinderea compensatorului şi compensarea se observă prin aprecierea extincţiei iluminării, neavînd un reper pentru compararea iluminării, ceea ce reduce sensibilitatea dispozitivului Bravais faţă de cel al lui Babinet.

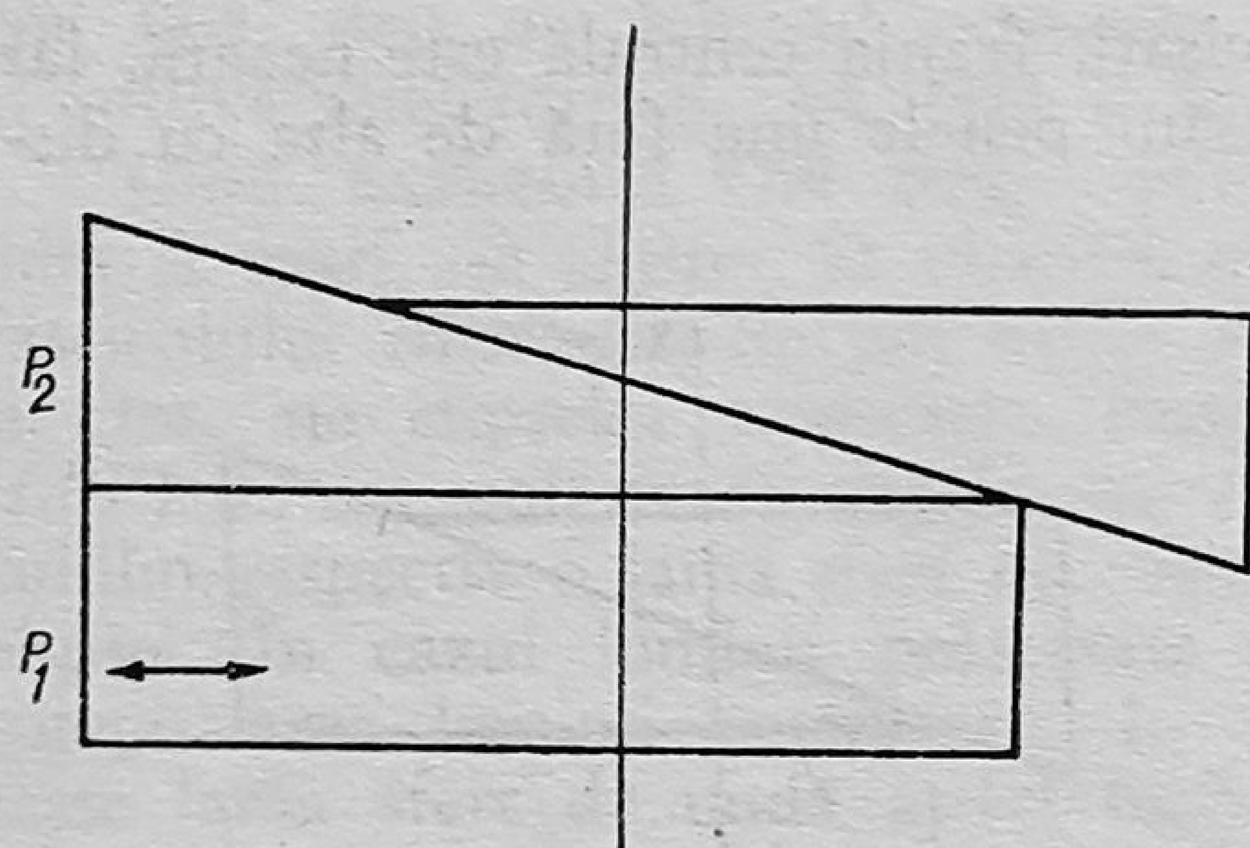


Fig. 291.

6.12 Polarizaţia cromatică în lumina paralelă

Am arătat că o lamă de cristal uniax tăiată paralel cu axa optică face ca între cele două raze, ordinară şi extraordinară, să se stabilească o diferenţă de drum $\delta = e(n_e - n_o)$ pentru o anumită radiaţie monocromatică. O astfel de lamă introdusă şi rotită între doi nicoli încrucişaţi dă fenomene luminoase de maxime, şi în cazul lamelor undă şi semiundă, chiar minime nule ale intensităţii fasciculului transmis. Lucrînd cu un fascicul larg de raze

paralele care cad normal pe lama cristalină, vom avea variaţii ale intensităţii luminoase ale fasciculului transmis pe toată întinderea lui şi în mod uniform.

Să presupunem pentru moment că avem două radiaţii Λ şi λ astfel alese că o lamă cristalină care e o lamă undă pentru radiaţia λ să fie în acelaşi timp şi lamă semiundă pentru Λ. Aşezînd lama cristalină după un polarizor, vom obţine două fascicule suprapuse pentru radiaţiile λ şi Λ şi care sînt polarizate liniar. La rotirea lamei cristaline astfel ca axele ei neutre să fie la 45° faţă de polarizor, planele de vibraţie ale fasciculelor pentru λ şi Λ vor fi perpendiculare una faţă de alta. Într-adevăr, planul de vibraţie a fasciculului care conţine radiaţia λ va fi acelaşi cu cel a polarizorului căci pentru această radiaţie lama este o lamă undă. Planul de vibraţie a fasciculului care conţine radiaţia Λ va fi situat simetric faţă de liniile neutre ale lamei, adică la 45° faţă de aceasta, deci la 90° faţă de planul de vibraţie a polarizorului. Trimiţînd aceste două fascicule printr-un analizor aşezat în cruce cu polarizorul, va trece prin analizor numai fasciculul care conţine radiaţia Λ, fiindcă planul de vibraţie a fasciculului respectiv coincide cu cel a analizorului. Fasciculul cu radiaţia λ va fi stins complet. Dacă vom lucra cu toate radiaţiile cuprinse între λ şi Λ sau cu lumina albă, atunci diferitele fascicule ale diferitelor radiaţii vor fi transmise prin analizor cu intensităţi variabile, deoarece aceste fascicule conţin vibraţii eliptice cu diferite elipticităţi.

Prin rotirea analizorului, radiaţiile care au fost mai puţin transmise vor începe să fie mai intens transmise şi invers.

În lumina albă vom obţine o serie de culori care se succed fiind culori compuse. Pentru poziţii reciproce la 90° ale analizorului vom obţine culorile complementare.

În cazul lamelor mai groase, care introduc diferenţe de drum de mai multe lungimi de undă, lumina transmisă este mai complexă, deoarece cercetînd-o cu un spectroscop, vom observa un spectru cu caneluri (dungi), a căror poziţii nu se schimbă prin rotirea cristalului. Lama fiind groasă va exista posibilitatea ca ea să acţioneze în acelaşi timp ca o lamă undă (λ, 2λ $3\lambda \ldots$), sau ca o lamă semiundă $\left(\frac{\lambda'}{2}, \lambda' + \frac{\lambda'}{2}, 2\lambda' + \frac{\lambda'}{2}, \ldots\right)$, sau ca o lamă sfert de undă, etc. ceea ce face ca simultan să avem o aceiaşi valoare a diferenţei de drum optic pentru mai multe radiaţii cu lungimi de undă diferite. Cu cît lama este mai groasă cu atît numărul canelurilor este mai mare.

6.13. Lama cu tenta sensibilă.

Este o lamă jumătate de undă calculată şi construită pentru radiaţia galbenă-verde din mijlocul spectrului vizibil. Între nicolii paraleli, lama fiind aşezată la 45° faţă de nicoli, galbenul-verde este stins şi cîmpul apare colorat în *tenta sensibilă* care este o coloraţie roşie-violetă, dacă lumina incidentă este albă. La o slabă rotire a analizorului într-un sens sau altul, tenta se schimbă în roşu intens sau albastru-închis, coloraţii care se observă cu uşurinţă cu ochiul.

6.14. Polarizaţia cromatică în lumina convergentă

Dacă se trimite un fascicul convergent de lumină polarizată liniar, obţinut cu ajutorul unui nicol polarizator P şi al unei lentile L, printr-un cristal uniax sau biax l şi apoi mai departe printr-un analizor A (fig. 292), atunci

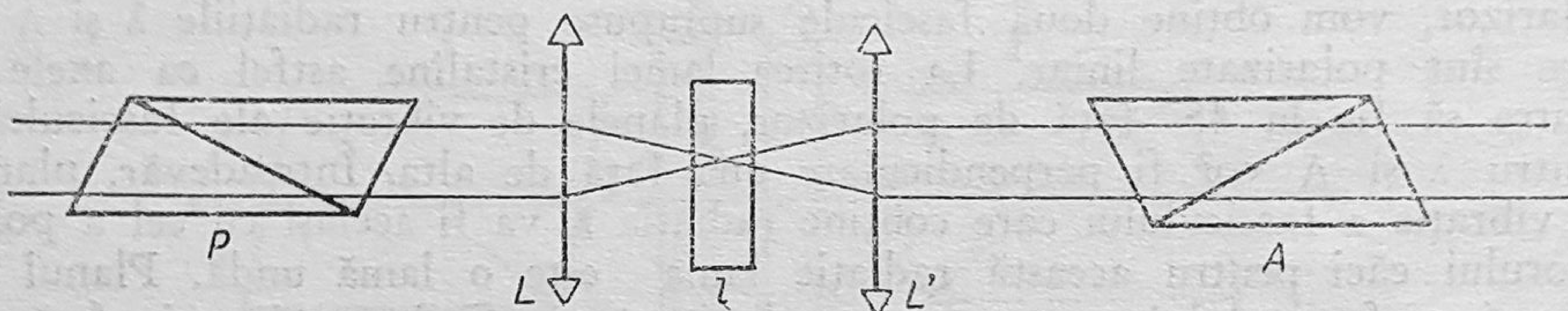


Fig. 292.

se obţin o serie de franje, datorită faptului că drumul d străbătut de razele fasciculului de lumină prin lama l nu este acelaşi, ci este variabil după direcţia de pătrundere a razei luminoase. El este dat de

$$d = \frac{e}{\cos i_2}, \qquad (6\text{-}16)$$

unde e este grosimea lamei şi i_2 este unghiul de refracţie. Pentru aceste direcţii se obţin diferenţele de drum optic $d\,(n_e - n_o)$ deci

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\, d\,(n_e - n_o), \qquad (6\text{-}17)$$

Între nicoli încrucişaţi, lama l fiind tăiată însă normal pe axa optică, se va obţine o cruce neagră, care are ramurile îndreptate în direcţia planurilor de vibraţie ale nicolilor, deoarece după aceste direcţii, indiferent de incidenţa lor, razele vor fi stinse de către nicoli. Dacă OP este direcţia polarizorului şi OA a analizorului, atunci pentru conul de lumină c care cade pe lama cristalină, care are axa optică în O (fig. 293), secţiunile principale pentru poziţiile 1 şi 2 coincid cu direcţia OP şi deci vibraţiile respective ajung la OA vor fi stinse. În poziţiile 3 şi 4, vibraţia care vine de la OP va fi transmisă mai departe de către cristal, deoarece planul acestei vibraţii coincide cu planul de vibraţie permis de cristal fiind perpendicular pe planul secţiunii principale. De asemenea, aceste vibraţii vor fi stinse de analizor. În poziţia 5, vibraţia $O'M$ care vine de la polarizor se va descompune după planele de vibraţie permise de către cristal, adică după $O'o$ şi $O'e$. La ieşirea lor din lama cristalină vor prezenta o diferenţă de drum optic δ, deci o diferenţă de fază $\Delta\varphi$

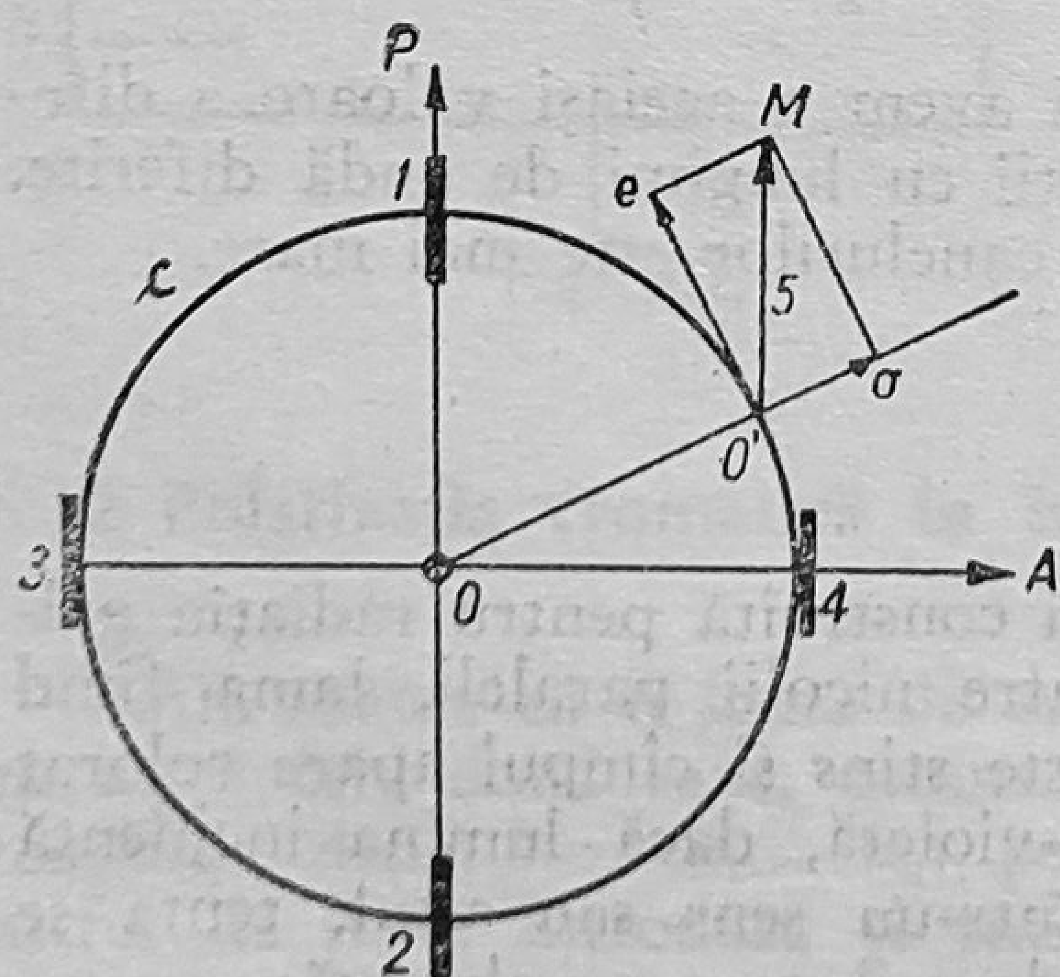
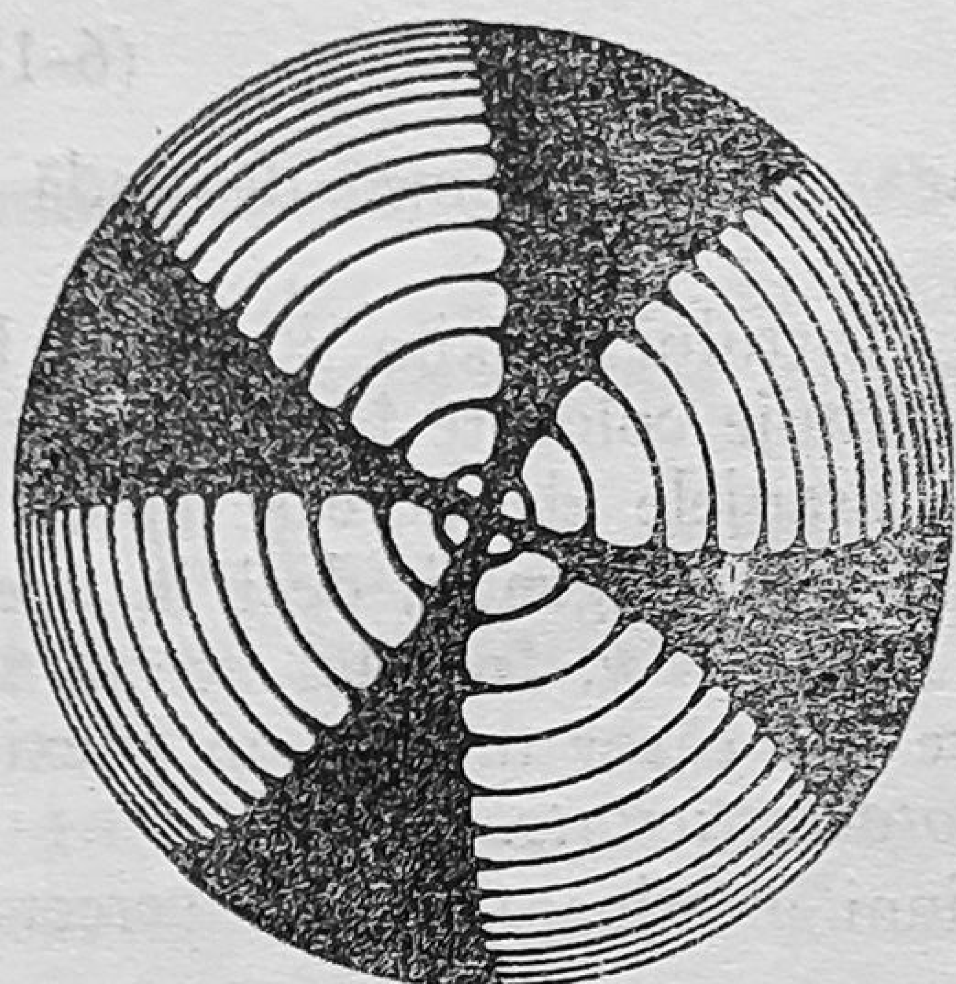
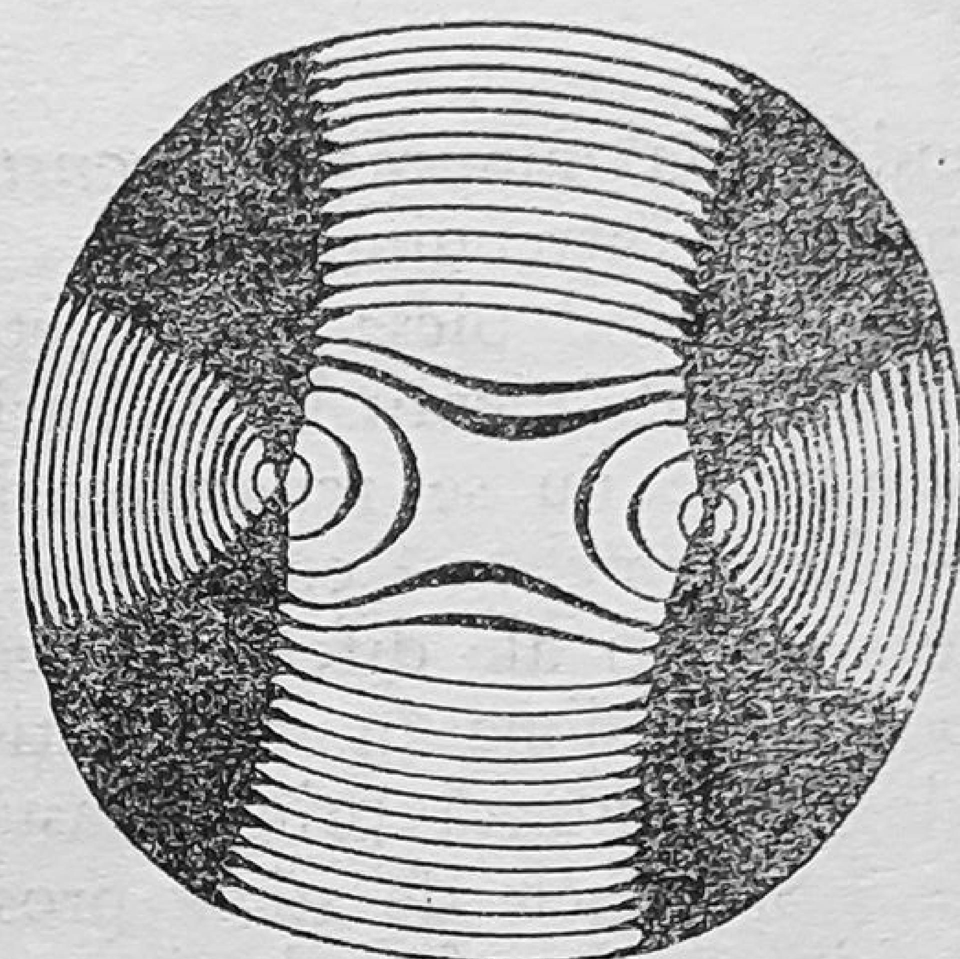


Fig. 293.

între ele, astfel că vibraţia la ieşirea ei din cristal, va fi în general eliptică, putînd fi transmisă mai intens sau mai puţin intens de către analizor întocmai ca la lamele cristaline în lumină paralelă. Această stare se regăseşte pentru toate punctele de pe cercul respectiv cu raza OO′. De aceea se vor obţine inelele colorate concentrice, dacă lucrăm în lumina albă, separate prin inele


Fig. 294.


Fig. 295.

întunecate. Cu nicoli paraleli se obţine o cruce albă cu inele întunecate şi inele colorate în culorile complementare faţă de cele obţinute cu nicoli încrucişaţi.

Un cristal biax tăiat perpendicular pe bisectoarea unghiului axelor optice, introdus între nicoli încrucişaţi sau paraleli în lumina convergentă, orientat astfel ca planul axelor să fie la 45° faţă de nicoli, dă naştere la două ramuri de hiperbole şi nişte lemniscate (fig. 295), care corespund crucii negre, respectiv inelelor de la cristalul uniax.

6.15. Aplicaţii ale polarizaţiei cromatice

Fenomenele de polarizaţie cromatică în lumina paralelă şi convergentă au găsit o largă folosire în mineralogie, studiul mineralelor şi minereurilor în lumina polarizată, dînd rezultate deosebit de valoroase. În acest scop se prepară nişte lame subţiri din minereul cercetat şi structura lui se studiază cu ajutorul unui microscop prevăzut cu nicoli şi cu posibilitatea de a folosi lumina paralelă sau puternic convergentă (microscopul polarizant), avînd ca anexe lame-pană din gips, din cuarţ, lamă sfert de undă etc. cu care se pot determina caracteristicile optice mineralogice.

6-D. BIREFRINGENŢĂ ACCIDENTALĂ

Un corp izotrop transparent supus unor solicitări mecanice, de exemplu de tracţiune sau comprimare, şi introdus între nicoli încrucişaţi ne arată că a devenit anizotrop din punct de vedere optic şi se comportă ca şi un cristal uniax, avînd axa optică îndreptată după direcţia efortului maxim. Orice piesă supusă unei solicitări suferă deformarea nu numai după direcţia

de acţionare a forţei solicitatoare, dar piesa se deformează şi după o direcţie perpendiculară pe aceasta. Se pun astfel în evidenţă efortul maxim P şi, perpendicular pe aceasta, efortul minim Q, care se mai numesc şi *tensiunile principale*. Birefringenţa accidentală $(n_e - n_0)$ produsă este proporţională cu diferenţa tensiunilor principale $(P - Q) = p$:

$$(n_e - n_0) = \lambda B p, \qquad (6\text{-}18)$$

unde B ia numirea de *constanta fotoelastică*, iar λ este lungimea de undă a radiaţiei întrebuinţată.

Aşezînd piesa de cercetat astfel ca direcţia efortului maxim P să fie la 45° faţă de nicolii încrucişaţi, se obţin o serie de franje colorate în cazul cînd tensiunile nu se repartizează uniform în piesă. Franjele de aceeaşi culoare — izocromele — corespund la aceleaşi valori ale birefringenţei, deci la aceleaşi valori ale diferenţei tensiunilor principale, $P - Q = p$. În felul acesta se pot dimensiona în mod raţional piesele mecanice ale căror modele în plexiglas se studiază prin această metodă, numită *fotoelasticitate*.

Şi piesele de sticlă prost răcite, avînd tensiuni interioare, se pot cerceta la dispozitive fotoelastice, numite *polariscoape*.

În ultima vreme se studiază proprietăţile maselor plastice prin aceste metode optice.

6-E. POLARIZAŢIA ROTATORIE

6.16. Fenomenul de polarizaţie rotatorie

Am arătat că o lamă cristalină tăiată perpendicular pe axa optică nu produce fenomenele de birefringenţă şi dacă introducem o astfel de lamă între nicolii încrucişaţi cîmpul rămîne tot întunecat. Dar o lamă de cuarţ, tăiată perpendicular pe axa optică, introdusă între nicolii încrucişaţi face să apară cîmpul luminat, experienţa lui Arago (1811). Se obţine din nou extincţia completă dacă se roteşte analizorul de un anumit unghi α. Acest fenomen s-a explicat prin faptul că lumina polarizată liniar, care pătrunde în lama de cuarţ, suferă o rotaţie a planului ei de vibraţie şi iese din lamă tot polarizată liniar. Unghiul α este proporţional cu lungimea l străbătută prin lamă, adică:

$$\alpha = \bar{\alpha}\, l, \qquad (6\text{-}19)$$

unde $\bar{\alpha}$ este o constantă caracteristică substanţei şi care se numeşte *puterea rotatorie*. Acest fenomen se numeşte *polarizaţie rotatorie*, iar corpurile care o posedă se numesc corpuri *optic active*. $\bar{\alpha}$ depinde de lungimea de undă λ şi este mai mare pentru radiaţiile cu lungimile de undă mai mici. Apare fenomenul de *dispersie rotatorie* (fig. 296).

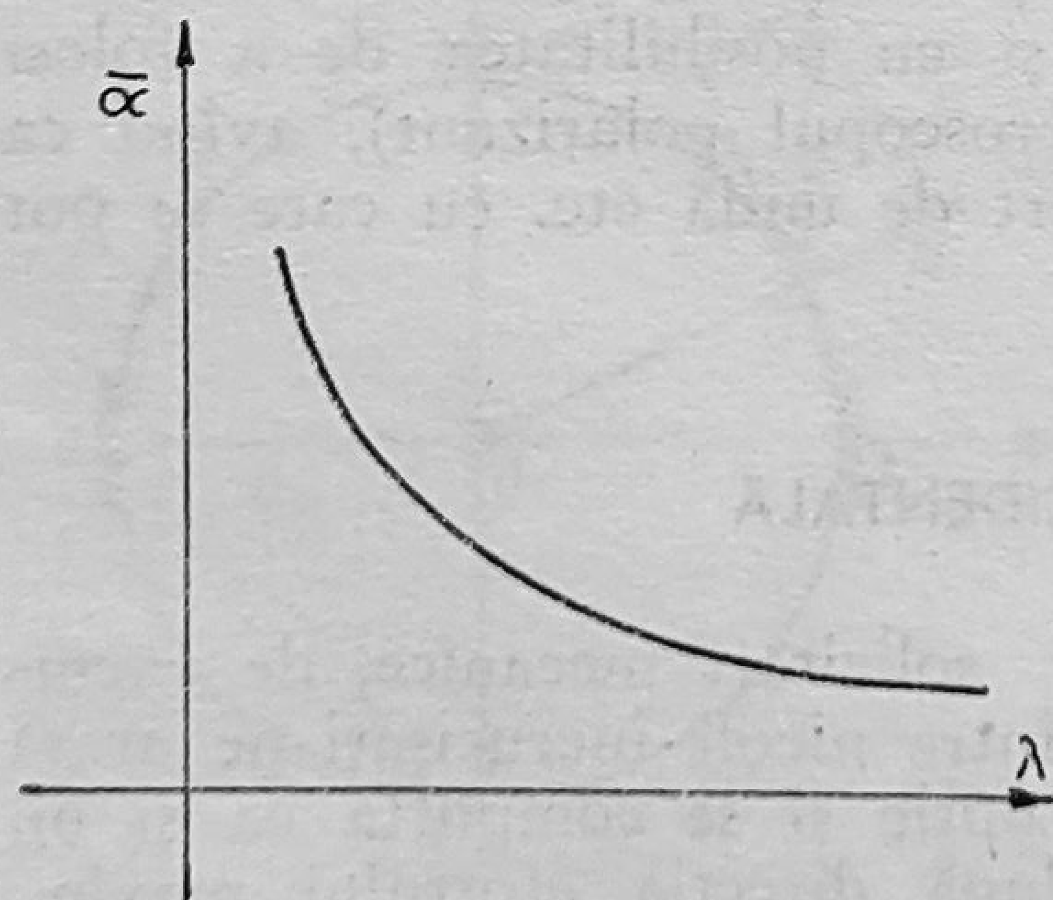


Fig. 296.

Pentru cuarţ $\bar{\alpha} \approx 15°/mm$ pentru roşu şi $\bar{\alpha} \approx 51°/mm$ pentru violet. Acest fenomen apare şi la alte corpuri cristaline, la corpuri lichide sau în stare de vapori, cît şi în soluţii. În soluţia de zahăr, rotirea este proporţională cu concentraţia c de zahăr în apă, adică:

$$\alpha = [\alpha]cl, \tag{6-20}$$

unde $[\alpha]$ este *puterea rotorie specifică.* Aceasta este legea lui Biot (1831).

Rotirea planului de polarizaţie se poate face spre dreapta (observatorului) — *substanţe optic active dextrogire* — sau spre stînga — *substanţe optic active levogire.*

Explicaţia acestui fenomen a putut fi dată pe baza simetriei pe care o prezintă aşezarea atomilor în molecula substanţei.

La cristalele de cuarţ se observă existenţa a două forme de cristale ale căror feţe cristaline sînt astfel dispuse încît o formă cristalină nu se poate suprapune sub nici un fel peste cealaltă, cele două forme fiind una faţă de alta ca obiectul şi imaginea sa într-o oglindă plană: forme *enantiomorfe* (Pasteur). Substanţele organice pot conţine un carbon ale cărui valenţe (4) îndreptate spre vîrfurile unui tetraedru sînt ocupate de 4 radicali diferiţi şi duc astfel la apariţia unui aşa-zis *carbon asimetric,* deci la forme sterioizomerice-enantiomorfe şi de aici la fenomenul de activitate optică (fig. 297).

Studiul moleculelor din acest punct de vedere a dus la dezvoltarea *stereochimiei.*

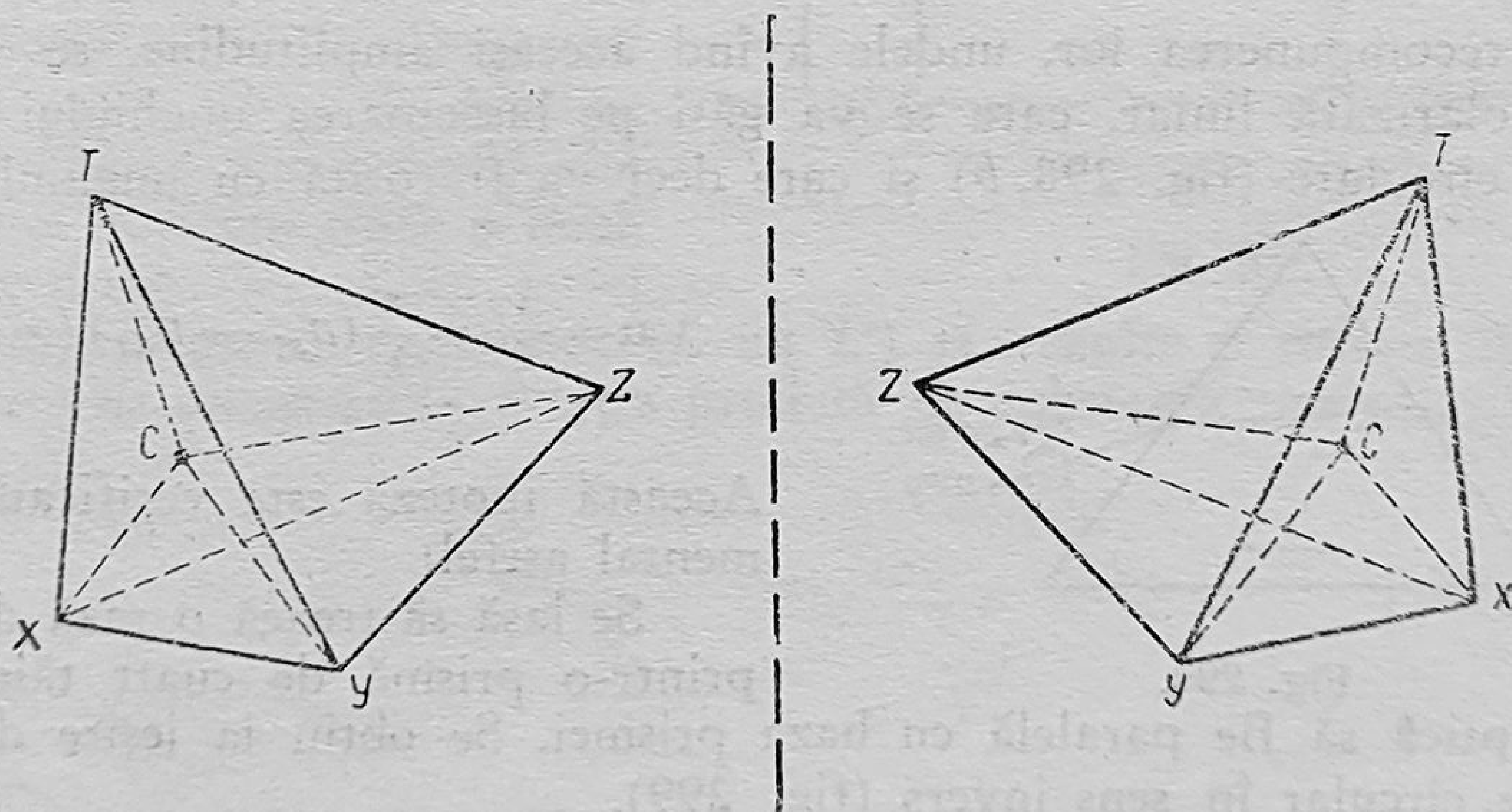


Fig. 297.

Fresnel a explicat fenomenul de polarizaţie rotatorie astfel: unda liniar polarizată, cînd intră în cristal, se descompune în două unde polarizate circular, una stîngă şi alta dreaptă (fig. 298, *a*). Cele două unde polarizate circulare se propagă prin cristal cu viteze diferite, adică au indici de refracţie,

n_{st} şi n_{dr}, diferiţi. Cele două unde, care, iniţial, la intrarea în cristal, erau în fază, vor prezenta o diferenţă de fază, la ieşirea lor din lamă, egală cu:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{l\,(n_{st} - n_{dr})}{\lambda}. \qquad (6\text{-}21)$$

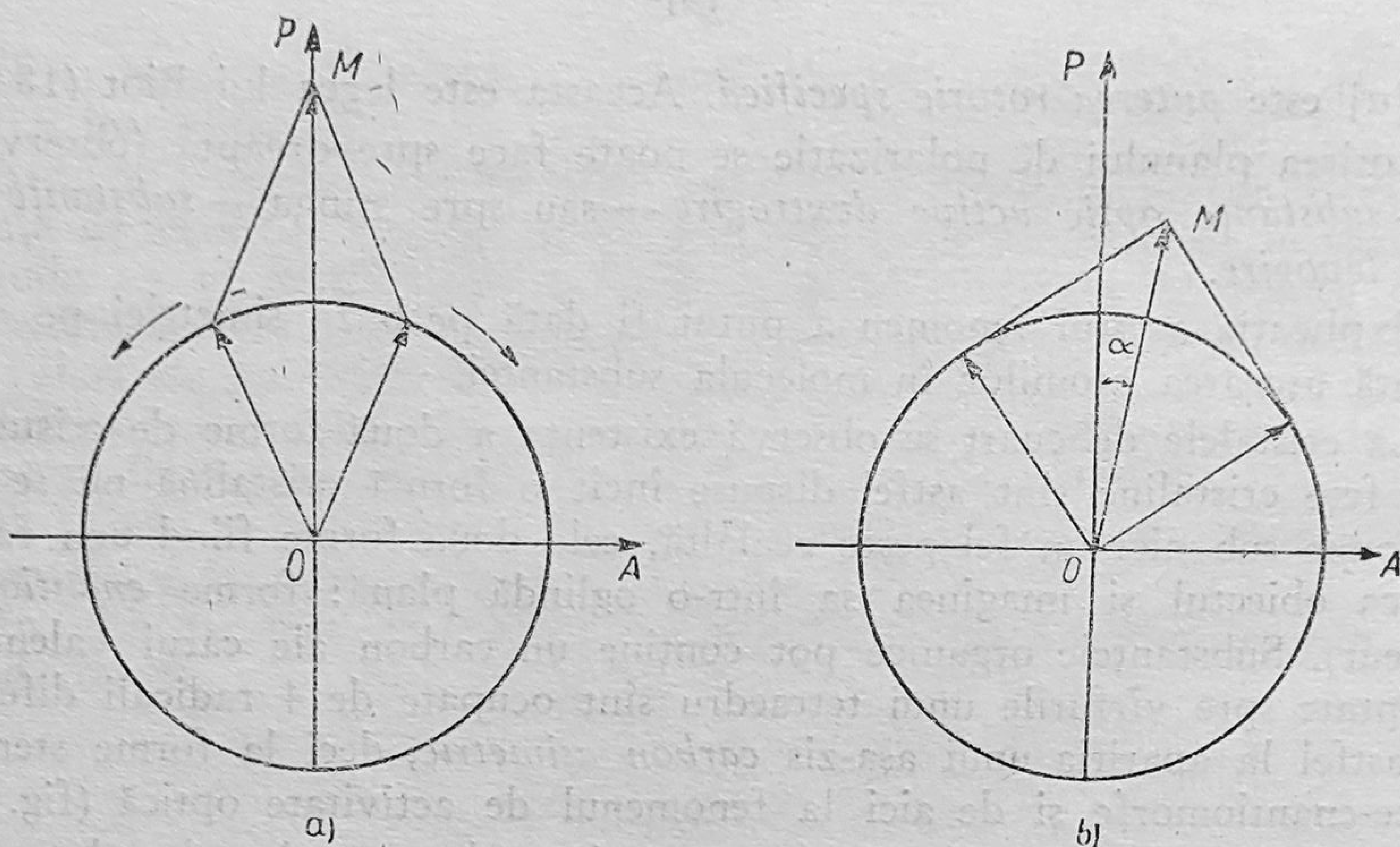


Fig. 298.

Prin recompunerea lor, undele avînd aceeaşi amplitudine, se va obţine o undă polarizată liniar, care se va găsi pe bisectoarea unghiului făcut de vibraţiile circulare (fig. 298, *b*) şi care deci va fi rotită cu unghiul

$$\alpha = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda}(n_{st} - n_{dr})\, l = \bar{\alpha}\, l. \qquad (6\text{-}22)$$

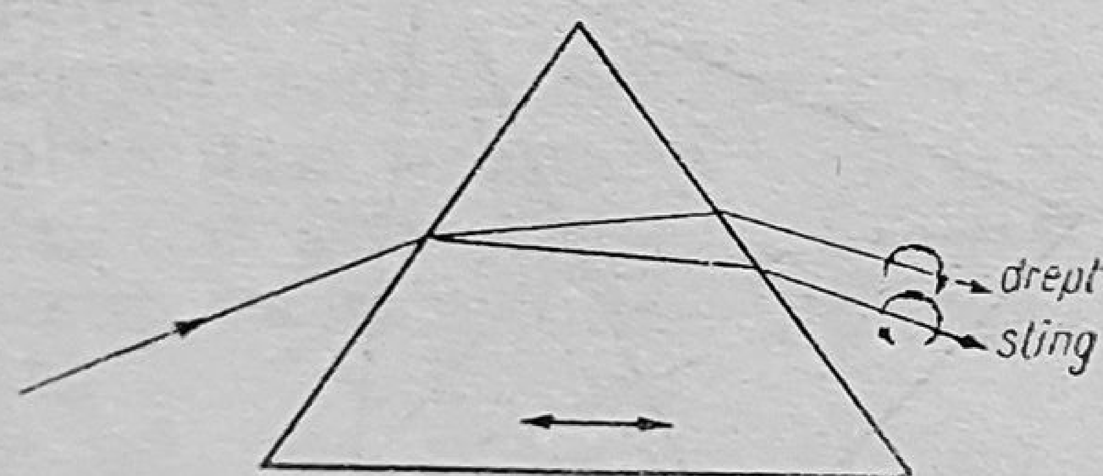


Fig. 299.

Această ipoteză este verificată experimental astfel:

Se lasă să treacă o rază de lumină printr-o prismă de cuarţ tăiată astfel ca axa optică să fie paralelă cu baza prismei. Se obţin la ieşire două raze polarizate circular în sens invers (fig. 299).

6.17. Prisma Cornu

Prisma Cornu pentru razele ultraviolete este o prismă de cuarţ formată din două jumătăţi, una din cuarţ drept şi alta din cuarţ stîng (fig. 300), pentru ca raza emergentă să nu prezinte birefringenţa rotatorie.

Un alt tip de prismă de cuarţ este prisma cu autocolimaţie care are o faţă argintată ca în figura 301, unde se vede şi mersul razelor, evitîndu-se astfel birefringenţa rotatorie.

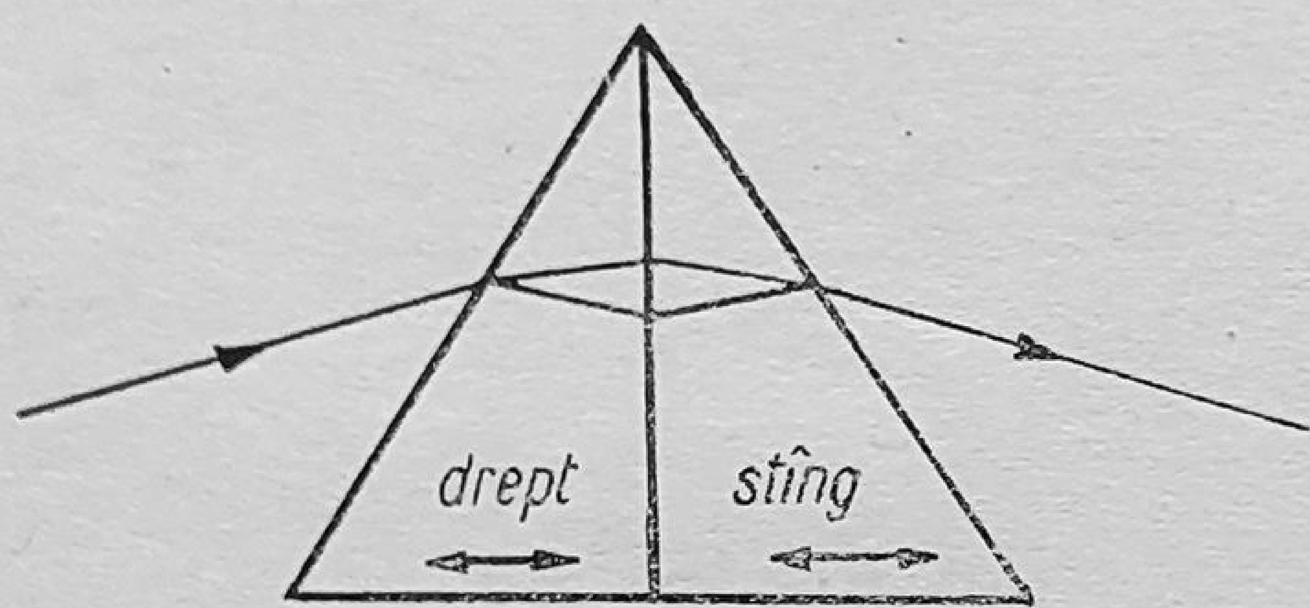


Fig. 300.

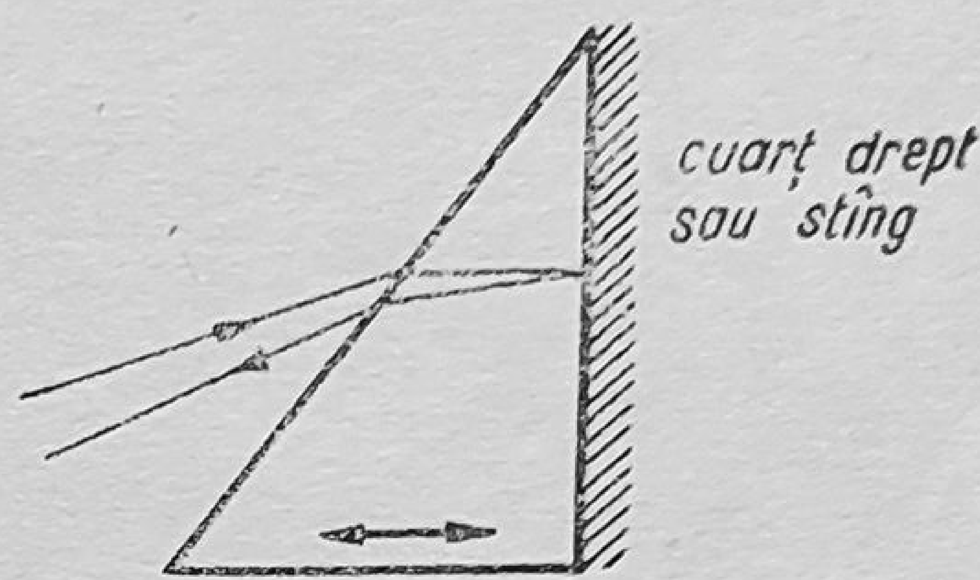


Fig. 301.

6.18. Polarimetrele

Sînt aparate care conţin polarizori (cu penumbră) pentru măsurarea unghiului de rotaţie produs de soluţiile de zahăr sau substanţele optic active şi cu ajutorul cărora se pot face analize polarimetrice cu privire la concentraţia în soluţii a substanţelor optic active.

În polarimetrul Soleil, rotaţia substanţei optic active este compensată prin introducerea în drumul fasciculului de raze a unei lame de cuarţ stîng, de grosime variabilă. Lama este formată din două pene montate peste o lamă de cuarţ drept (fig. 302), astfel ca din suprapunerea grosimilor (L cu L') să rezulte o rotaţie dreaptă sau stîngă care să compenseze rotaţia produsă de substanţa optic activă.

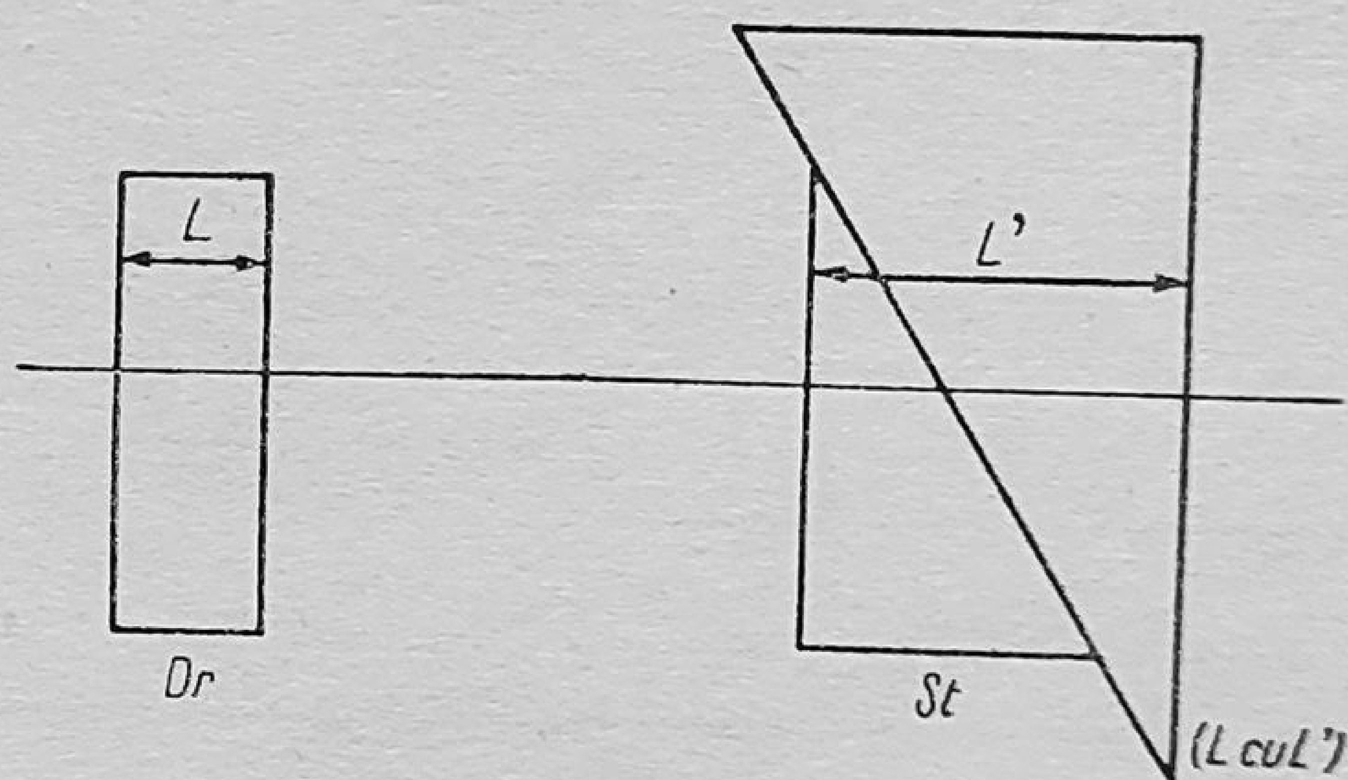


Fig. 302.

Partea a treia

OPTICA ELECTROMAGNETICĂ ȘI CORPUSCULARĂ

Capitolul 1

TEORIA ELECTROMAGNETICĂ A LUMINII

1.1. Undele electromagnetice. Relaţiile fundamentale

Teoria electromagnetică a lui Maxwell se bazează pe fenomenele electromagnetismului şi ale indicaţiei electromagnetice şi a dus la descoperirea undelor electromagnetice.

Ecuaţiile lui Maxwell stabilesc legătura între vibraţiile cîmpului electric $\overline{\mathbf{E}}$ şi a celui magnetic $\overline{\mathbf{H}}$, vectori perpendiculari între ei. Într-un sistem de axe de coordonate O xyz (fig. 303) să luăm o undă plană care se propagă după axa Ox astfel ca vectorul $\overline{\mathbf{E}}$ să fie îndreptat după Oz, iar vectorul $\overline{\mathbf{H}}$ după Oy. Avem relaţiile între intensităţile cîmpurilor electrice şi magnetice :

$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial H}{\partial t}=-\frac{\partial E}{\partial x}$$
$$\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E}{\partial t}=-\frac{\partial H}{\partial x}, \quad (1\text{-}1)$$

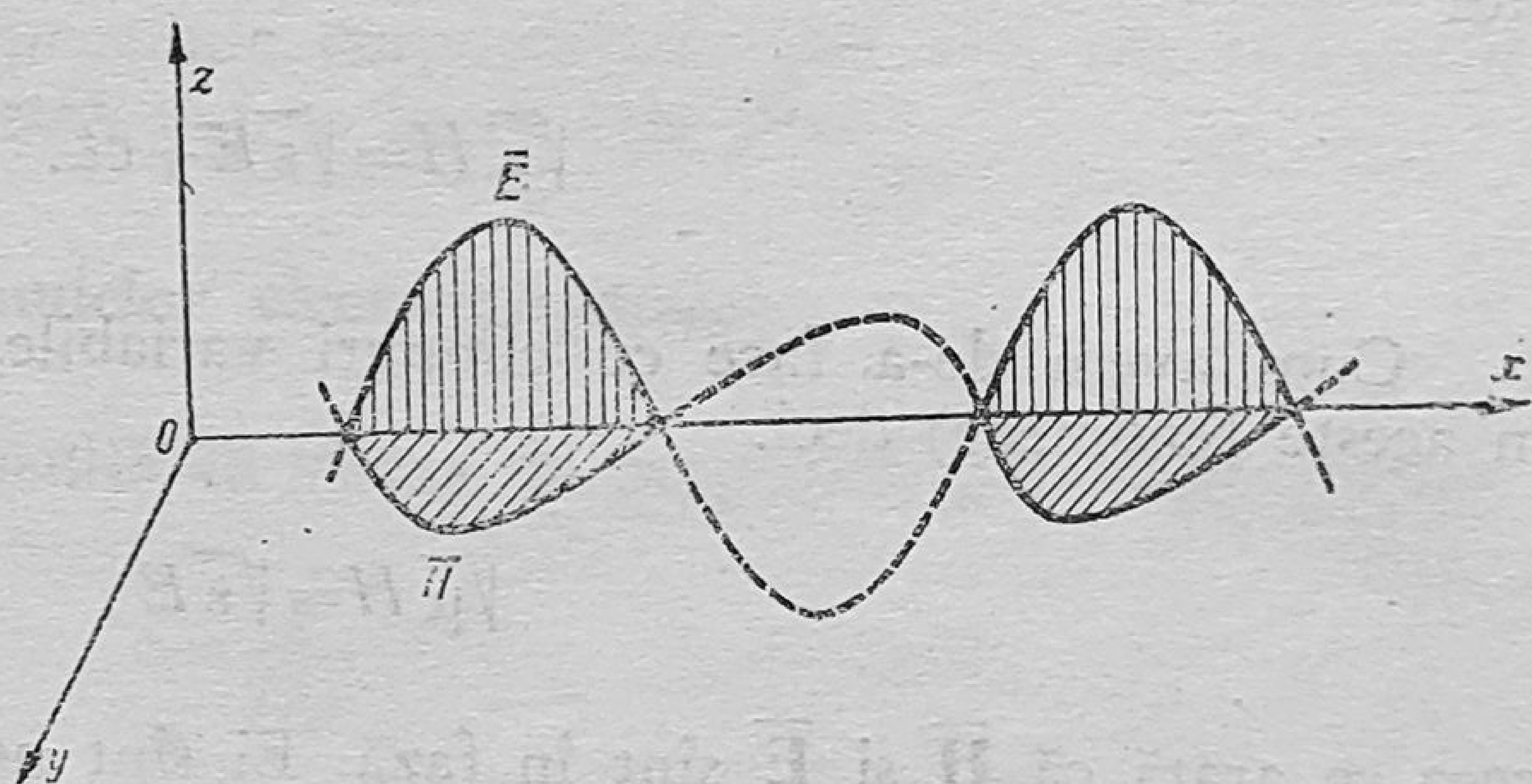


Fig. 303.

unde μ şi ε sînt permeabilitatea magnetică şi constanta dielectrică a mediului prin care se propagă unda electromagnetică; c este raportul dintre unitatea electromagnetică şi cea electrostatică a intensităţii de curent. Acest raport se găseşte că are tocmai valoarea vitezei luminii $\approx 3.10^{10}$ cm/s, ceea ce a dus la teoria electromagnetică a luminii.

Cei doi vectori $\overline{\mathbf{H}}$ şi $\overline{\mathbf{E}}$ sînt perpendiculari între ei şi sînt în fază. Viteza de propagare a acestor unde electromagnetice se poate deduce în felul următor: derivînd prima ecuaţie în raport cu x şi cea de-a doua în raport cu t se obţine:

$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial^2 H}{\partial t\,\partial x}=-\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad \text{şi} \quad \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=-\frac{\partial^2 H}{\partial x\,\partial t}. \qquad (1\text{-}2)$$

Prin eliminarea lui $\frac{\partial^2 H}{\partial t \partial x}$ se obţine în continuare expresia:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\frac{c^2}{\varepsilon\mu}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \tag{1-3}$$

adică ecuaţia de propagare a unei unde care se propagă cu viteza $v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ şi care poate avea ca soluţie funcţia $E=f\ (x-vt)$. În acelaşi mod putem proceda şi pentru H.

Legătura între E şi H este pusă în evidenţă astfel:

$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial H}{\partial t}=-\frac{\partial E}{\partial x}=-f'_x(x-vt)=\frac{1}{v}f'_t(x-vt)=\frac{1}{v}\frac{\partial E}{\partial t}=\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\frac{\partial E}{\partial t} \tag{1-4}$$

adică:

$$\sqrt{\mu}\frac{\partial H}{\partial t}=\sqrt{\varepsilon}\frac{\partial E}{\partial t} \tag{1-5}$$

sau:

$$\sqrt{\mu}\,H=\sqrt{\varepsilon}\,E+ct. \tag{1-6}$$

Cum avem de-a face cu cîmpuri variabile, $ct=0$ (neavînd nici un rol în aceste fenomene) deci.

$$\sqrt{\mu}\,H=\sqrt{\varepsilon}\,E, \tag{1-7}$$

ceea ce arată că $\overline{\mathbf{H}}$ şi $\overline{\mathbf{E}}$ sînt în fază. Ei sînt normali între ei, precum şi pe direcţia de propagare, deci pe viteză (fig. 304). În teoria electromagnetică a luminii, vectorul electric este vectorul luminos, fapt dovedit prin experienţele lui Wiener cu privire la formarea undelor staţionare luminoase, la suprafaţa oglinzii dielectrice formîndu-se un nod pentru vectorul electric şi un ventru pentru vectorul magnetic.

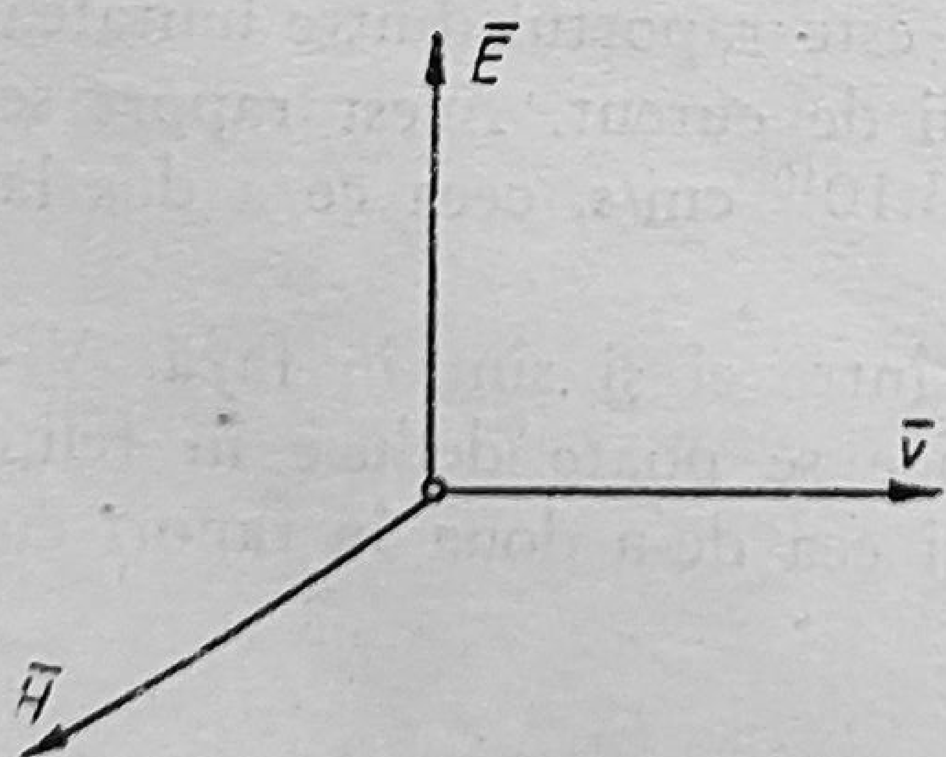


Fig. 304.

Şi celelalte fenomene optice se datoresc vectorului electric: efectele fotochimice, luminescenţa, efecte fiziologice.

Undele electromagnetice au un domeniu întins de frecvenţe, teoretic nelimitat. În figura 305 este dată gama undelor electromagnetice. Deasupra sînt indicate metodele de obţinerea diferitelor unde electromagnetice, iar dedesubtul graficului metodele de cercetare.

Este de remarcat că domeniul undelor electrice ca şi domeniul razelor infraroşii au fost atît de mult întinse experimental înspre regiunile comune încît aceste regiuni ajung să se suprapună. Astfel în 1924, *Arkadiev şi Glogoleva — Arkadieva* au obţinut cu un generator de scîntei produse în pilitură de fier în suspensie în ulei unde electromagnetice cu lungimea aproximativă de

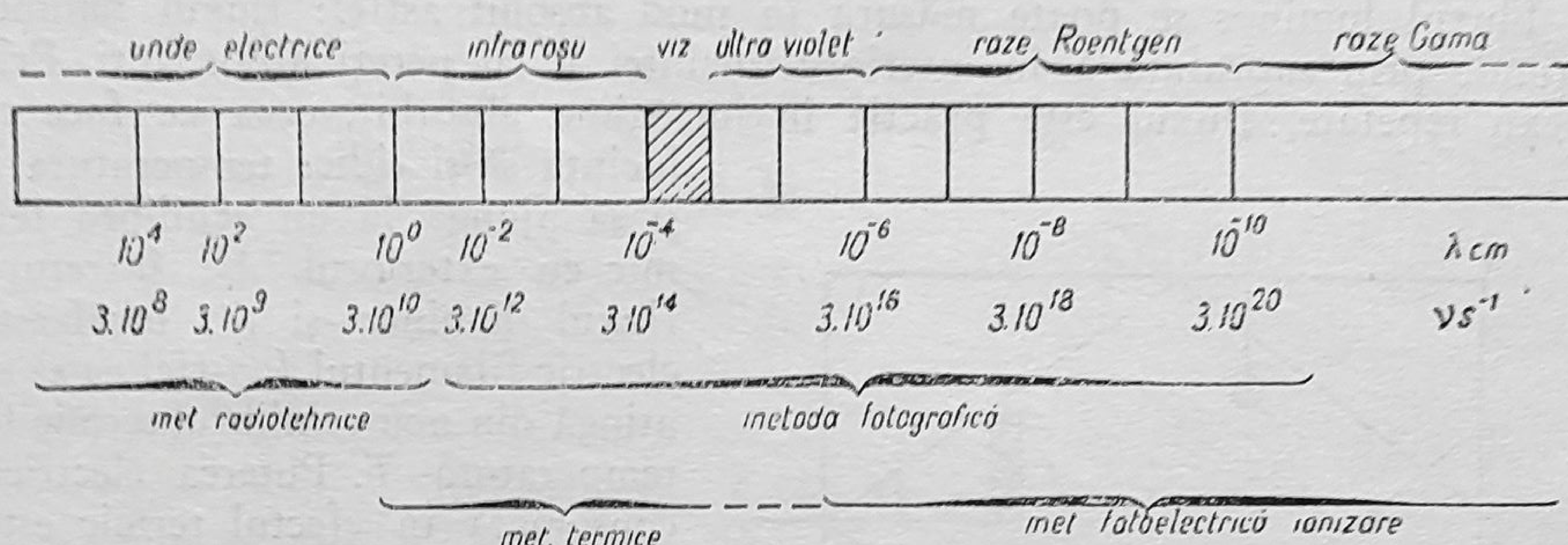


Fig. 305.

0,1 mm, care au putut fi studiate atît prin metodele radiotehnice cît şi prin metodele termice utilizate pentru razele infraroşii. Se observă mai departe că la frecvenţe mai ridicate, proprietăţile corpusculare, mai ales ale radiaţiilor Roentgen şi „gama", se manifestă din ce în ce mai precis.

1.2. Viteza de propagare a undelor electromagnetice

Din teoria lui Maxwell rezultă că viteza de propagare a undelor electromagnetice este:

$$v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

Pentru vid avem: $\varepsilon=1$ şi $\mu=1$, deci $v=c$, adică viteza este de aproximativ 3.10^{10} cm/s, ceea ce a dus la concluzia că lumina este o undă electromagnetică de foarte mare frecvenţă. Cum $\frac{c}{v}=n$ rezultă că: $n=\sqrt{\varepsilon\mu}$, adică indicele de refracţie depinde de constanta dielectrică şi permeabilitatea magnetică. Avînd în vedere că pentru majoritatea substanţelor $\mu\approx 1$, rezultă că $n=\sqrt{\varepsilon}$.

În relaţia de mai sus trebuie întrebuinţată valoarea lui ε pentru cîmpurile electrice de înaltă frecvenţă. Astfel pentru apă $\varepsilon=81$, ceea ce duce la un $n=\sqrt{81}=9$, cînd în realitate $n=1,3$. Ori măsurătorile făcute asupra lui ε la frecvenţe înalte conduc la alte valori pentru n, deoarece atît ε cît şi μ (ca şi σ — conductibilitatea) sînt valori medii rezultate în urma interacţiunii cîmpurilor exterioare asupra atomilor şi moleculelor substanţei. Se obţin astfel rezultate concordante pentru valorile lui n determinat experimental prin metodele optice (a se vedea şi partea ce tratează despre dispersia luminii).

1.3. Energia fluxului luminos

Izvorul de unde luminoase trimite în spaţiu energia luminoasă care este absorbită de corpul întîlnit. Cantitatea de energie transportată de lumină printr-o suprafaţă în unitatea de timp se numeşte flux de energie luminoasă.

Fluxul luminos se poate măsura în mod absolut astfel: fluxul luminos pătrunde prin suprafaţa *S* în interiorul incintei *V* cu pereţi absorbanţi. Prin reflexii repetate, fluxul este practic în întregime absorbit, ceea ce face ca incinta să-şi ridice temperatura *T* şi să ajungă la un echilibru termic cu exteriorul. Se întrerupe fluxul luminos şi se încălzeşte electric filamentul *f*, astfel ca să se atingă din nou echilibrul termic la temperatura *T*. Puterea electrică consumată în efectul termic este egală cu puterea fluxului luminos. Din punctul de vedere al teoriei electromagnetice, vectorul fluxului de energie luminoasă *S*, vectorul lui *Umov-Poynting*, este cantitatea de energie transportată de undă într-o secundă prin suprafaţa de 1 cm². În cazul undei plane electromagnetice care se propagă de-a lungul axei *Ox* avem:

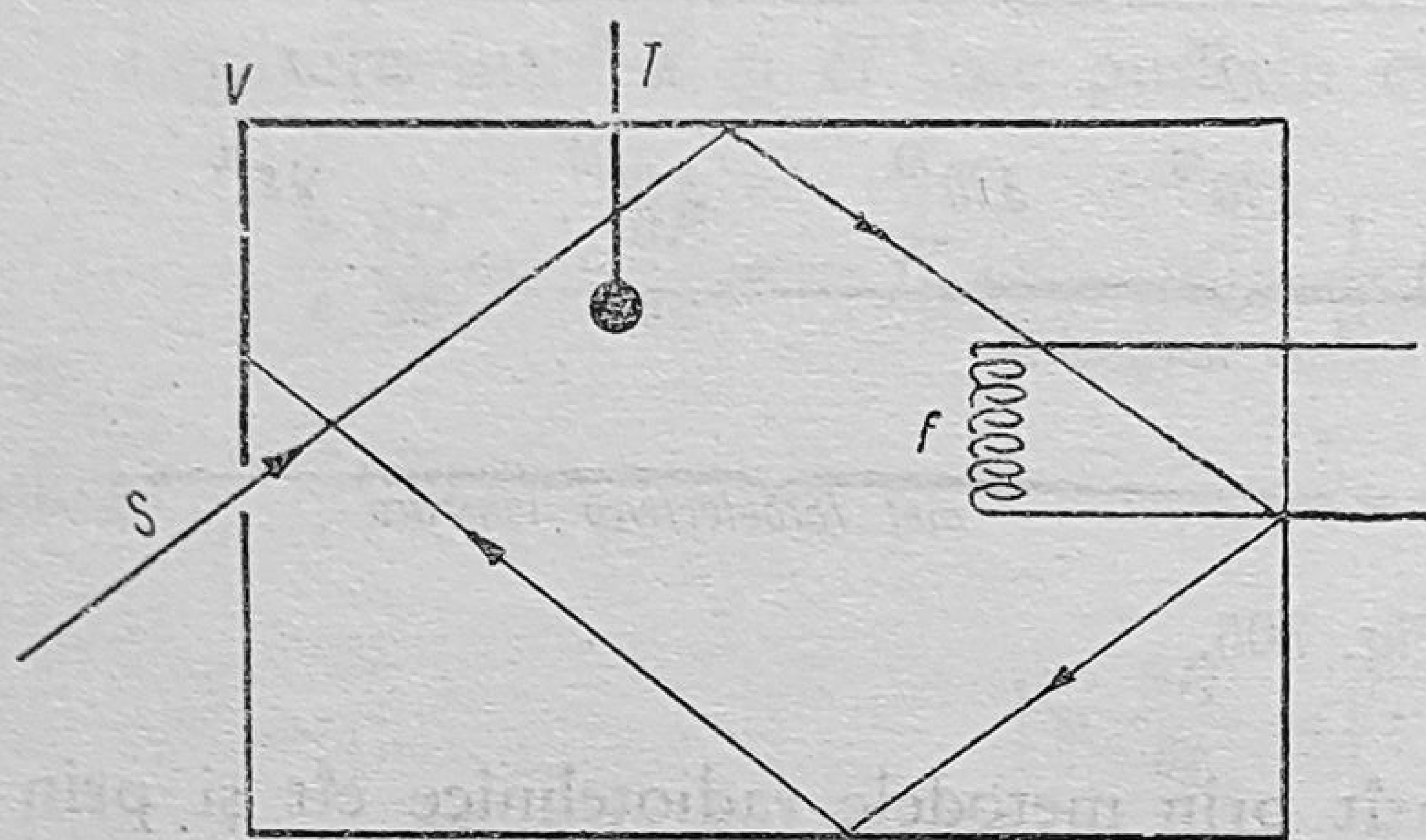


Fig. 306.

$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial H}{\partial t}=-\frac{\partial E}{\partial x} \quad \text{şi} \quad \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E}{\partial t}=-\frac{\partial H}{\partial t} \tag{1-8}$$

şi prin înmulţirea cu *H*, respectiv *E*, se obţin relaţiile:

$$\frac{\mu}{c}H\frac{\partial H}{\partial t}=-H\frac{\partial E}{\partial x} \quad \text{şi} \quad \frac{\varepsilon}{c}E\frac{\partial E}{\partial t}=-E\frac{\partial H}{\partial t} \tag{1-9}$$

$$\frac{\mu}{2c}\frac{\partial H^2}{\partial t}=-H\frac{\partial E}{\partial x} \quad \text{şi} \quad \frac{\varepsilon}{2c}\frac{\partial E}{\partial t}=-E\frac{\partial H}{\partial t}\,. \tag{1-10}$$

Ţinînd seama că densitatea de volum de energie, adică energia din unitatea de volum, este $\frac{\varepsilon}{8\pi}E^2$ pentru cîmpul electric şi $\frac{\mu}{8\pi}H^2$ pentru cîmpul magnetic, prin adunarea relaţiilor de mai sus obţinem pentru densitatea de volum de energie (totală)

$$u=\frac{1}{8\pi}(\varepsilon E^2+\mu H^2)\,, \tag{1-11}$$

expresia

$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial H^2}{\partial t}+\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E^2}{\partial t}=-2\frac{\partial(EH)}{\partial x}\,;\ \mu\frac{\partial H^2}{\partial t}+\varepsilon\frac{\partial E^2}{\partial t}=-2c\frac{\partial(EH)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{c}{4\pi}\frac{\partial(EH)}{\partial x}\,. \tag{1-12}$$

Cum variaţia densităţii de volum de energie este tocmai datorită fluxului de energie care intră şi iese din acel volum, avem:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\partial S}{\partial x}, \qquad (1\text{-}13)$$

de unde

$$\frac{\partial S}{\partial x}=\frac{c}{4\pi}\frac{\partial (EH)}{\partial x}, \qquad (1\text{-}14)$$

ceea ce duce la valoarea lui S dată de

$$S=\frac{c}{4\pi}EH \qquad (1\text{-}15)$$

sau vectorial

$$\bar{\mathbf{S}}=\frac{c}{4\pi}(\bar{\mathbf{E}}\times\bar{\mathbf{H}}) \qquad (1\text{-}16)$$

$\bar{\mathbf{S}}$ fiind normal pe planul format de vectorii $\bar{\mathbf{E}}$ şi $\bar{\mathbf{H}}$.

Capitolul 2

ELECTRO ŞI MAGNETOOPTICA

2.1. Birefringenţa electrică (efectul Kerr)

Dacă un corp omogen şi izotrop este supus influenţei unui cîmp electric, el devine anizotrop optic şi deci apare birefringenţa optică, fenomen observat de Kerr. Acest efect a putut fi observat nu numai la lichide şi solide, dar şi la gaze şi are aplicaţii în studiul structurii moleculelor, precum şi în multe aplicaţii ştiinţifice şi tehnice, datorită faptului că acest efect se stabileşte, practic, fără inerţie.

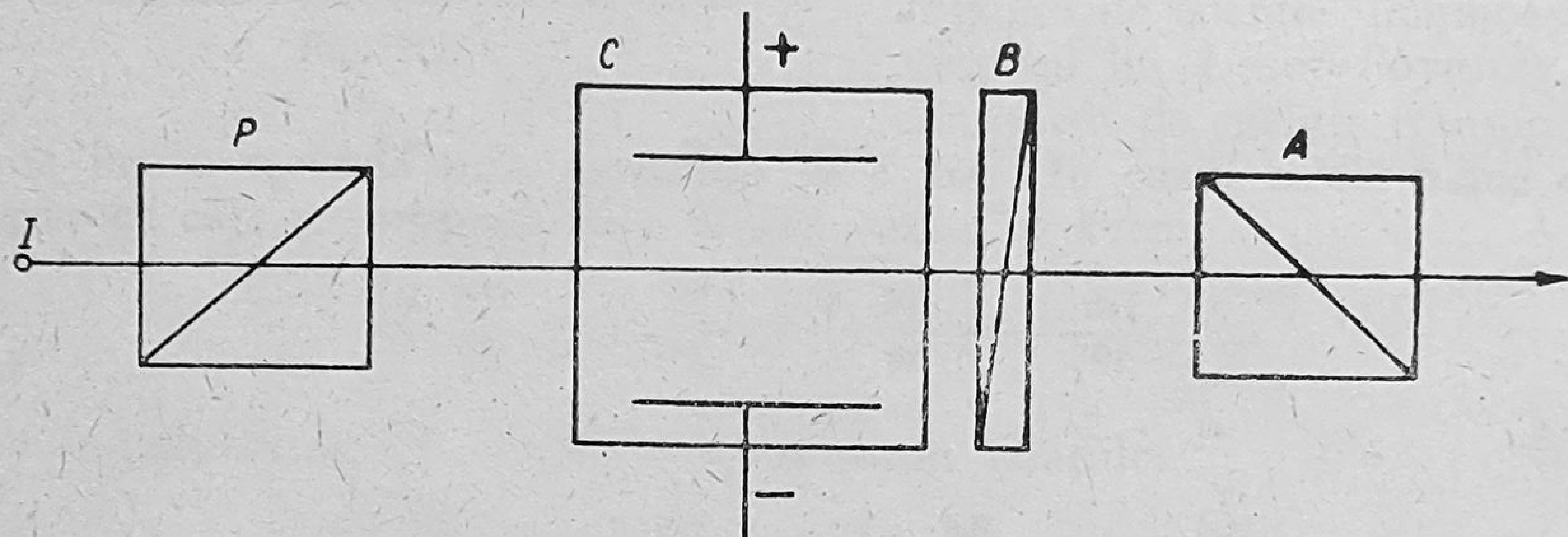


Fig. 307.

Din punct de vedere optic, substanţa care este izotropă optic devine sub influenţa unui cîmp electric exterior anizotropă şi se comportă ca un cristal uniax cu axa optică îndreptată după direcţia cîmpului electric.

Dispozitivul experimental este cel care în mod obişnuit se utilizează pentru cercetările de birefringenţă (fig. 307):

— *I* este izvorul de lumină monocromatică de unde pleacă un fascicul de lumină monocromatică;

— *P* şi *A* sînt polarizorul şi analizorul, aşezaţi în cruce pentru a produce extincţia luminii;

— *B* este compensatorul Babinet;

— *C* este cuva cu lichidul dielectric, de exemplu cu nitrobenzen, în care se găsesc plăcile unui condensator la bornele căruia se aplică tensiunea electrică necesară creării cîmpului electric.

Pentru a se observa birefringenţa în condiţii optime se aşază cuva cu condensatorul astfel ca direcţia cîmpului electric să facă un unghi, cel mai bun

este de 45°, faţă de direcţiile (planele) principale ale polarizorului şi analizorului. Se lucrează în lumină monocromatică de lungime de undă λ. Birefringenţa, adică (n_e-n_o), este proporţională cu pătratul intensităţii cîmpului E, adică: $(n_e-n_o)=KE^2$

Razele ordinară şi extraordinară la ieşirea lor din lichidul devenit birefringent vor prezenta o diferenţă de drum:

$$\delta=(n_e-n_o)\,l=KlE^2 \tag{2-1}$$

şi deci, o diferenţă de fază:

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{\delta}{\lambda}=2\pi\frac{K}{\lambda}lE^2=2\pi BlE^2, \tag{2-2}$$

unde K este o constantă de proporţionalitate, l este lungimea drumului străbătut de lumină prin lichidul birefringent, $B=K/\lambda$ este numită constanta lui Kerr, care caracterizează fiecare substanţă.

Din relaţia de mai sus se vede că birefringenţa nu depinde de sensul cîmpului electric, E fiind la pătrat. Lumina emergentă din polarizată liniar devine, în general, lumină polarizată eliptic.

În cele mai multe cazuri $n_e > n_o$ şi deci $B > O$. Pentru nitrobenzen $B=2{,}10^{-5}$ u.e.s. C.G.S. Dacă diferenţa de potenţial este 1 500 V, la un condensator lung de $l=5$ cm cu distanţa între plăci de 1 mm, se obţine un cîmp de 1 500 V/cm=50 u.e.s. C.G.S. şi deci $\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}$, adică $\delta=\frac{\lambda}{4}$. Nitrobenzenul este întrebuinţat la efectul lui Kerr în aşa-numitele celule Kerr care nu sînt decît celulele asemănătoare cuvei C din figura 307. Alte lichide au o constantă B mai mică, iar gazele şi vaporii şi mai mică, ca de exemplu azotul, care are $B=0{,}4\ 10^{-10}$ u.e.s. C.G.S. ceea ce a dus la luarea de măsuri experimentale speciale (Stuart) pentru observarea efectului şi măsurarea lui.

Constanta lui Kerr are valori mai mari la lungimi de undă mai mici, fenomenul acesta prezentînd o dispersie. Constanta lui Kerr scade repede cu ridicarea temperaturii.

Mandelstamm a întrebuinţat o metodă interferometrică pentru determinarea nu a birefringenţei totale (n_e-n_o), ci a birefringenţelor (n_e-n) şi (n_o-n), unde n este indicele de refracţie al substanţei nesupuse influenţei cîmpului electric.

În acest scop, cuva C este introdusă în interferometrul Jamin astfel ca numai un fascicul să treacă prin lichidul dintre plăcile condensatorului, iar celălalt fascicul să treacă prin lichidul nesupus influenţei cîmpului electric. Lumina incidentă este polarizată liniar de către polarizorul P al cărui plan de vibraţie se aşază astfel ca razele care trec prin C să vibreze paralel cu direcţia cîmpului electric din C, cînd se determină (n_e-n), fie la 90° faţă de această poziţie, pentru a se determina (n_o-n).

Deplasarea franjelor de interferenţă ne furnizează valorile (n_e-n) şi (n_o-n).

Pentru majoritatea substanţelor se obţine relaţia:

$$\frac{n_e-n}{2}=\frac{n-n_o}{-1} \quad \text{sau} \quad \frac{n_e-n}{n_o-n}=-2. \tag{2-3}$$

Efectul Kerr se explică prin anizotropia optică a moleculelor lichidului sau gazelor. Moleculele prezintă o polarizare mai mare sau mai mică după modul cum sînt orientate față de vectorul electric al undei luminoase. Prin

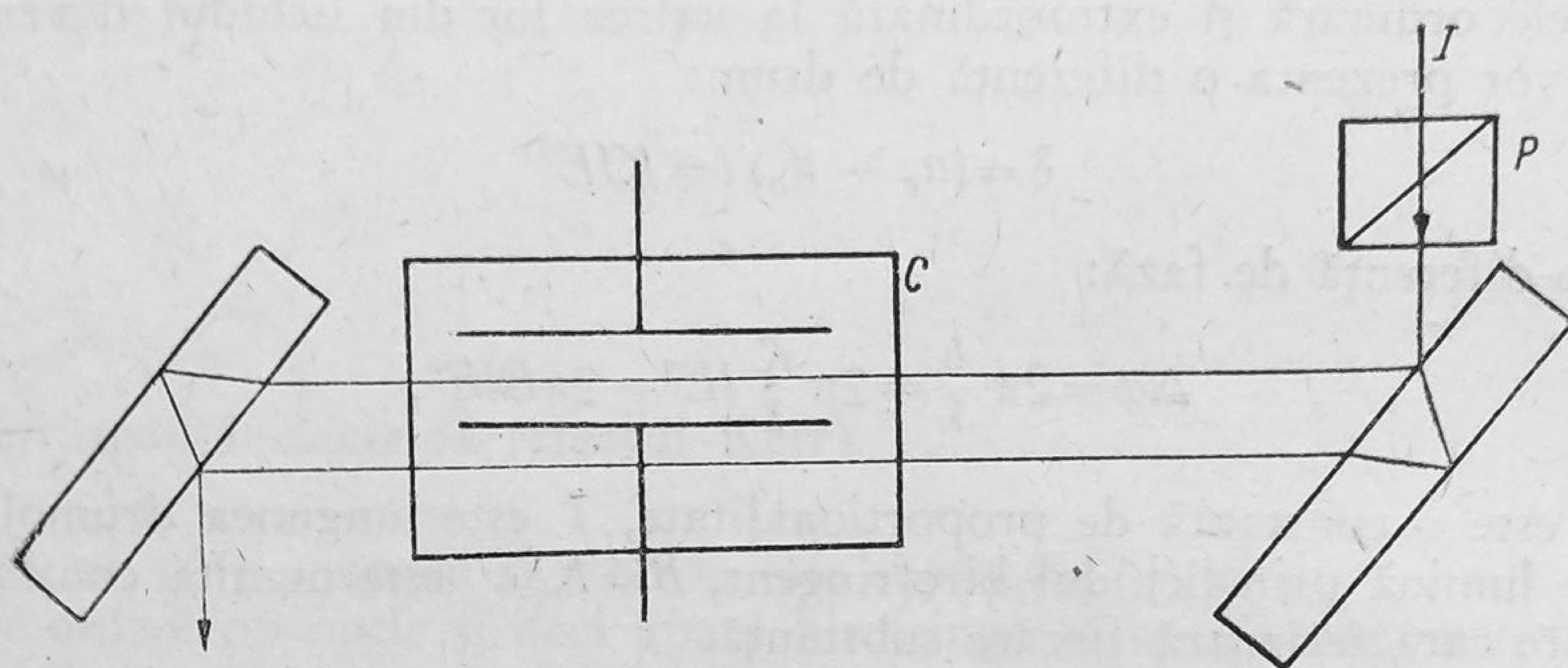


Fig. 308.

aplicarea unui cîmp electric constant ca direcţie şi intensitate se obţine orientarea moleculelor în acest cîmp, orientare care va prezenta o simetrie faţă de direcţia cîmpului electric. Considerînd că moleculele nu au un moment μ propriu, ci îl capătă sub acţiunea cîmpului electric E (Langevin) şi admiţînd că $\mu = kE$, adică este proporţional cu intensitatea cîmpului electric, atunci $n_e > n_o$ şi $B > 0$. Dacă vom considera că există molecule cu momente electrice permanente puternice, care au o direcţie ce nu coincide cu direcţia polarizării maxime (Born), atunci în cîmpul electric molecula va tinde să se orienteze cu direcţia momentului permanent, în direcţia cîmpului electric exterior, ceea ce face ca direcţia polarizării maxime, care determină şi constanta dielectrică maximă, să facă un unghi cu direcţia cîmpului electric. Orientările diferite obţinute determină valorile pozitive sau negative ale lui B, şi anume cînd direcţia polarizării maxime coincide cu direcţia momentului permanent, $B > 0$, iar în cazul cînd aceste direcţii sînt perpendiculare una pe alta, $B < 0$. În anumite condiţiii, B poate fi zero şi atunci substanţa nu prezintă efect Kerr.

Durata existenţei efectulu iKerr s-a determinat astfel *(Abraham şi Lemoine, 1899):*

Condensatorul cuvei, celula Kerr, C, este legat în paralel cu eclatorul I, care este alimentat de transformatorul T, (fig. 309). Scînteia, care se produce prin descărcarea condensatorului C, produce un semnal luminos scurt, care, trecînd direct de la I prin cuva C, va găsi încă moleculele lichidului orientate de către cîmpul electric stabilit anterior producerii scînteii şi deci se va obţine lumină, polarizorul P şi analizorul A fiind aşezaţi în cruce. Dacă însă facem, cu ajutorul oglinzilor M_1, M_2, M_3, M_4, ca semnalul luminos să străbată un drum mai mare de 400 cm, pe care lumina îl străbate în $\approx 1{,}3 \cdot 10^{-8}$ s. atunci lichidul din C nu mai este birefringent, ci izotrop optic în momentul cînd semnalul luminos ajunge la cuvă şi deci se menţine extincţia completă.

Aceasta arată că moleculele se pot orienta sau reveni la starea de orientare haotică într-un timp de aproximativ 10^{-8}s. Determinări ulterioare au dat peste valori de 10^{-9}—10^{-10} şi chiar mai scurte.

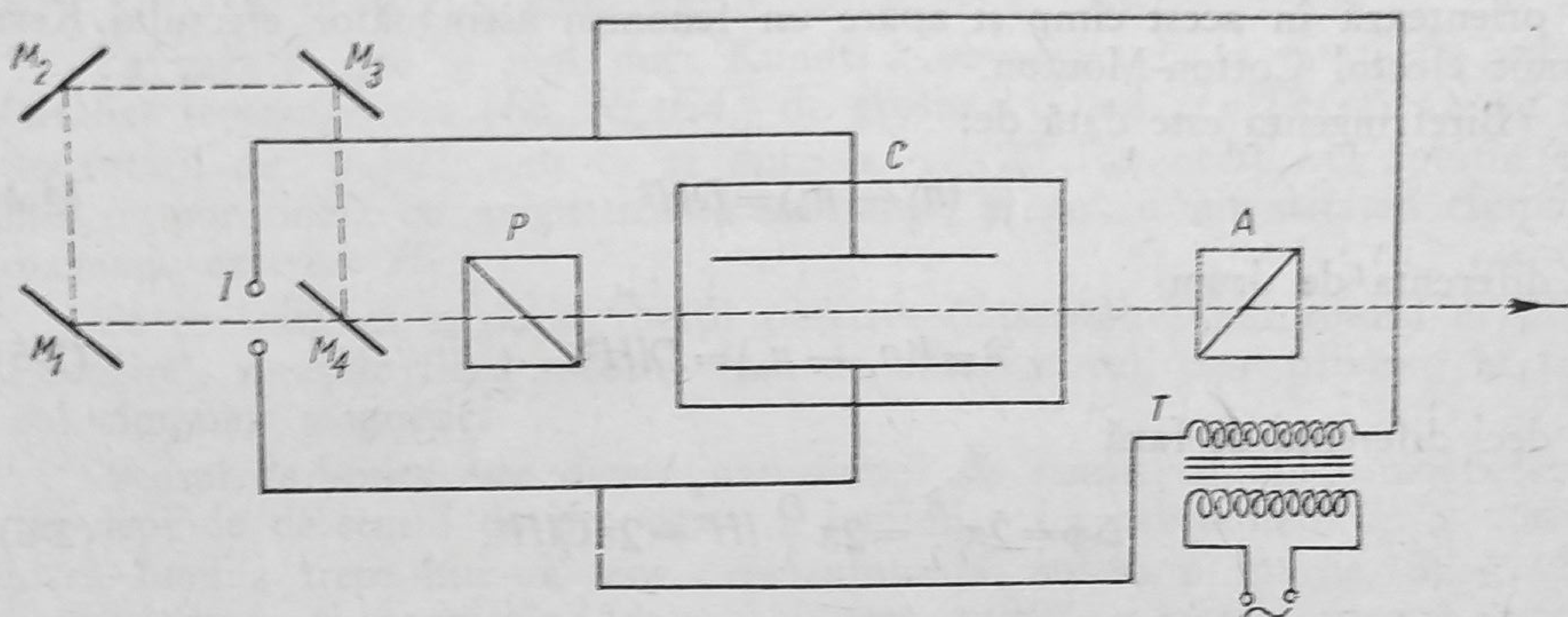


Fig. 309.

Datorită acestei proprietăţi, efectul Kerr poate fi întrebuinţat la diferite aplicaţii, ca: modularea intensităţii fasciculului luminos, dacă asupra condensatorului din cuva C acţionează un cîmp electric variabil, sau la obţinerea de semnale luminoase foarte scurte, fiind un obturator optic, practic, fără inerţie.

Determinarea vitezei luminii cu celula Kerr s-a făcut astfel (fig. 310): lumina care vine de la I trece prin două celule Kerr: prin celula P_1—C_1—A_1 şi, prin reflexia ei pe oglinda M şi prin P_2—C_2—A_2, celule care au polarizorii în cruce cu analizorii.

Se aplică sincron asupra condensatorilor C_1 şi C_2 o aceeaşi tensiune electrică de înaltă frecvenţă. Fasciculul de lumină care a trecut prin prima celulă Kerr sub forma unui semnal luminos parcurge un drum mai lung sau mai scurt pînă la cea de-a doua celulă Kerr, pătrunzînd în aceasta cu întîrzierea corespunzătoare drumului cotit prin reflexia pe M. Semnalul luminos va putea trece prin a doua celulă Kerr dacă aceasta se va găsi tocmai sub tensiune, adică dacă timpul în care lumina străbate drumul respectiv dintre celule este tocmai un număr întreg al perioadei tensiunii alternative aplicate la celule. S-a ajuns astfel ca distanţa dintre celule să se reducă pînă la 3 m (Anderson, în 1937).

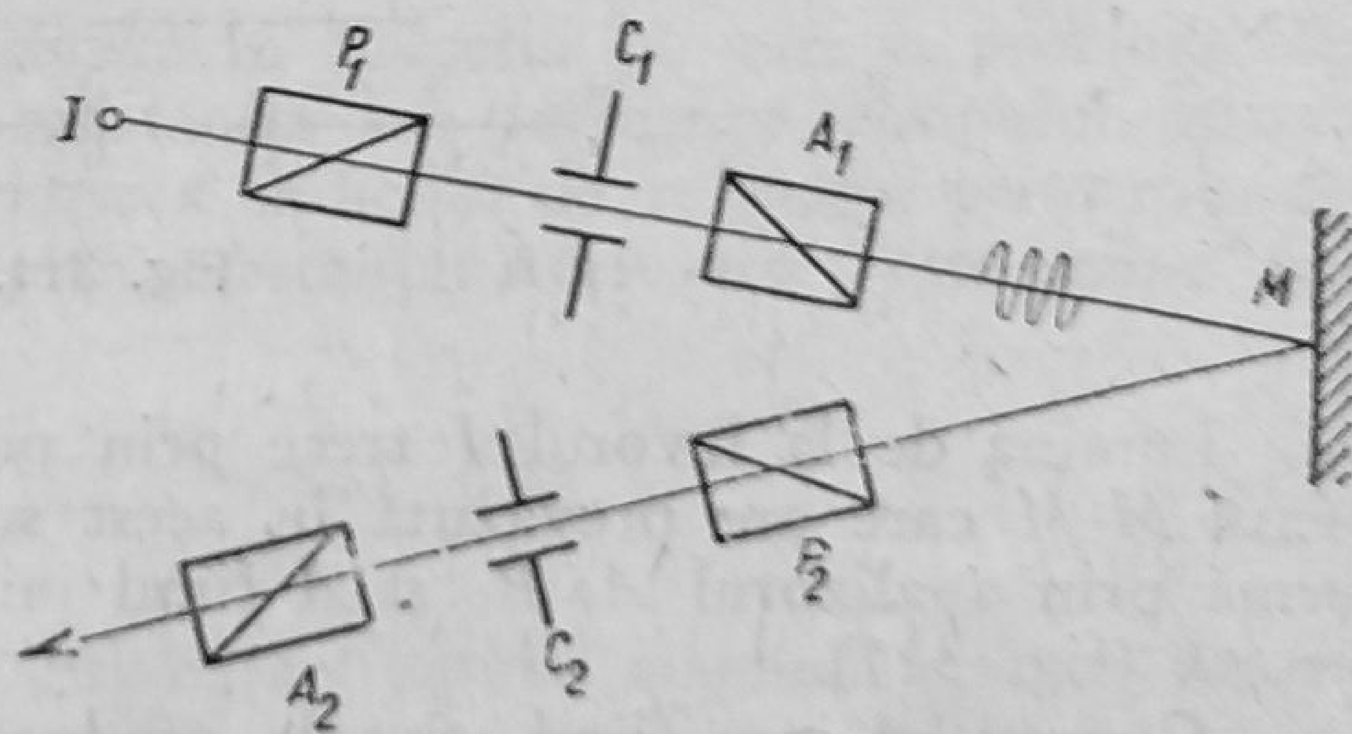


Fig. 310.

2.2. Birefringența magnetică (efectul Cotton-Mouton)

Sub influența unui cîmp magnetic puternic, moleculele anizotrope optic care posedă un moment magnetic permanent suplimentar (corp paramagnetic) se orientează în acest cîmp și apare un fenomen asemănător efectului Kerr, numit efectul Cotton-Mouton.

Birefringența este dată de:

$$(n_e - n_o) = DH^2 \tag{2-4}$$

și diferența de drum

$$\delta = l(n_e - n_o) = DlH^2 \tag{2-5}$$

și deci diferența de fază

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 2\pi\frac{D}{\lambda}lH^2 = 2\pi ClH^2, \tag{2-6}$$

unde D este o constantă de proporționalitate, l grosimea stratului de substanță sub influența cîmpului magnetic, H intensitatea cîmpului magnetic, C constanta Cotton-Mouton, λ lungimea de undă a radiației. Pentru nitrobenzen s-a găsit $C = 2{,}53$, 10^{-12} u.e.m. C.G.S., astfel că pentru $l = 8$ cm, $H = 20\ 000$ Oe, avem $\delta = 0{,}008\ \lambda$ și deci $\Delta\varphi = 3^0$.

2.3. Polarizația rotatorie magnetică (efectul Faraday)

Faraday (1846) a descoperit fenomenul că sub influența unui cîmp magnetic, o substanță, sticla de exemplu, care nu este optic activă, adică nu rotește planul de vibrație a luminii, devine optic activă.

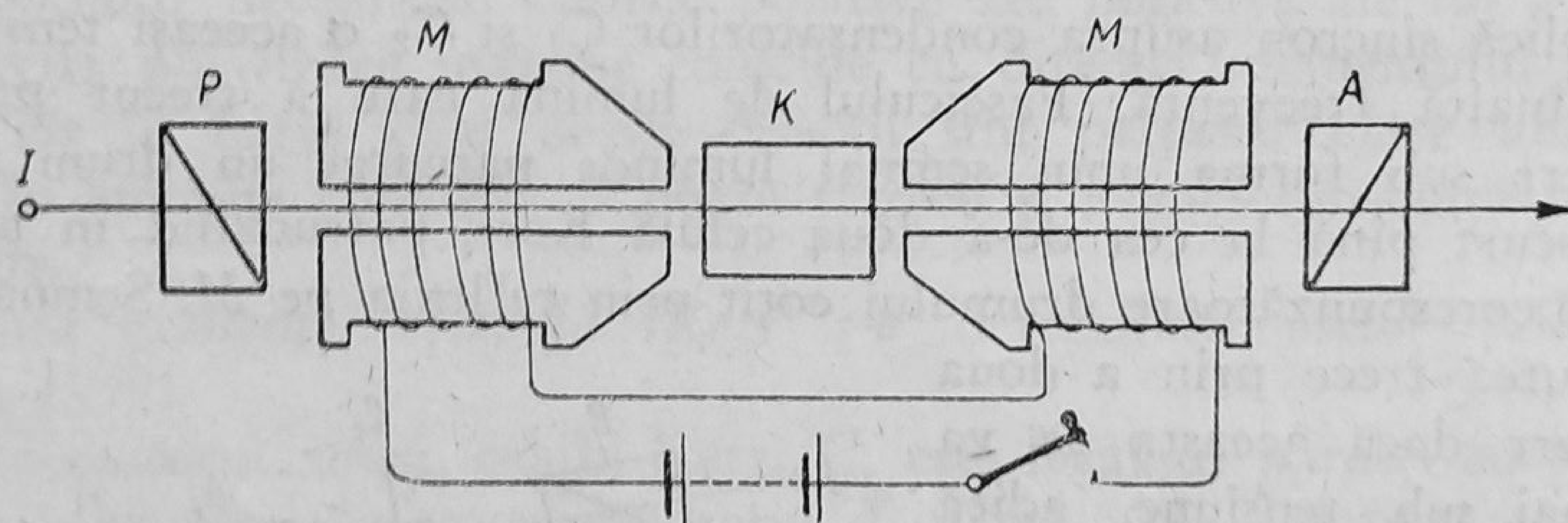


Fig. 311.

Lumina de la izvorul I trece prin polarizorul P, apoi prin electromagnetul M-M care are prevăzută în acest scop cu o deschidere prin poli și la urmă prin analizorul A; P și A fiind inițial în cruce, K este substanța cercetată (fig. 311).

Cîmpul luminos fiind stins, la producerea cîmpului magnetic H se obține lumină, deoarece planul de vibrație a luminii a fost rotit cu unghiul φ.

Acesta este dat de $\varphi = \rho l H$ *(legea lui Verdet)*, unde l este grosimea stratului de substanţă străbătută de cîmpul magnetic H, iar ρ o constantă caracteristică pentru substanţă, numită constanta lui Verdet. ρ are valori mici (pentru CS_2 în lumina galbenă de sodiu D, $\rho = 0{,}042'$, pentru flint greu $\rho = 00{,}6' - 0{,}09'$, l fiind dat în cm şi H în Oe).

La gaze ρ este şi mai mic. Kundt a observat că la straturile subţiri metalice feromagnetice (*Fe, Ni, Co,*) de grosime $0{,}1 \mu$ şi $H = 10\,000$ Oe se obţin rotaţii de $\varphi = 2°$, ceea ce ar duce la $\rho = 20°$. În acest caz rotaţia este însă proporţională cu magnetizarea substanţei şi nu cu intensitatea cîmpului magnetic exterior H.

Se constată că se obţin rotaţii pozitive (dextrogire) sau rotaţii negative (levogire), rotaţiile fiind socotite faţă de observatorul, care priveşte în lungul cîmpului magnetic.

Sensul de rotire este determinat numai de sensul cîmpului magnetic şi nu depinde de sensul de propagare a luminii. La substanţele optic active, dacă lumina trece într-un sens prin substanţă, suferă o rotaţie, după care reflectîndu-se şi parcurgînd drumul invers, suferă o rotaţie inversă, astfel prin parcurgerea substanţei dus şi întors raza de lumină nu suferă rotaţia. La rotirea magnetică, unghiul de rotaţie creşte de atîtea ori de cîte ori raza străbate substanţa respectivă. Această comportare a permis lui Faraday să obţină valori mai mari, măsurabile, ale lui φ prin întrebuinţarea unui paralelipiped din substanţa respectivă cu feţele exterioare argintate, care a dus la realizarea unei reflexii multiple a razei incidente (fig. 312).

Rotaţia depinde de lungimea de undă, efectul prezentînd fenomenul de dispersie:

$$\rho = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4} \qquad (2\text{-}7)$$

(**relaţia lui Becquerel**).

De asemenea, efectul este influenţat de temperatura la care se găseşte substanţa. Timpul în care se stabileşte şi se stinge efectul Faraday este mic (ca şi la efectul Kerr) de ordinul 10^{-9} *s*.

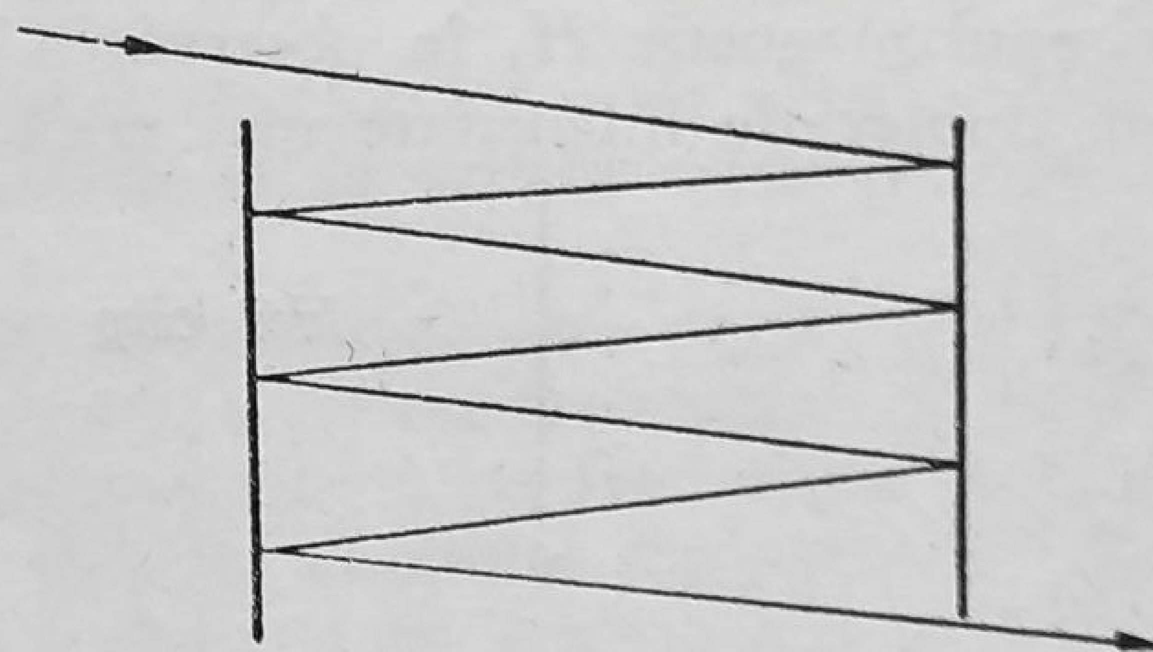


Fig. 312.

Explicarea efectului Faraday constă în precesia pe care o prezintă electronii din atomii sau moleculele substanţei sub influenţa cîmpului magnetic exterior, ceea ce duce la o variaţie a indicilor de refracţie pentru undele polarizate circular care se propagă prin substanţă. Acest efect este strîns legat de efectul Zeeman.

2.4. Efectul Zeeman

Faraday a încercat să observe influenţa cîmpului magnetic asupra luminii spectrale a vaporilor de sodiu, dar din cauza insuficienţelor tehnice nu a reuşit să stabilească existenţa unui efect. *Zeeman* (1896) a întrebuinţat un

electromagnet puternic cu un cîmp omogen de 10 000—15 000 Oe. Între polii electromagnetului se găseşte un izvor spectral, un tub de descărcare *A* (fig. 313). Electromagnetul are o deschidere longitudinală care permite observarea fenomenelor optice şi de-a lungul cîmpului magnetic — efectul longitudinal *A* — *L* şi nu numai după o direcţie perpendiculară pe direcţia cîmpului magnetic, efectul transversal, după *A—T*.

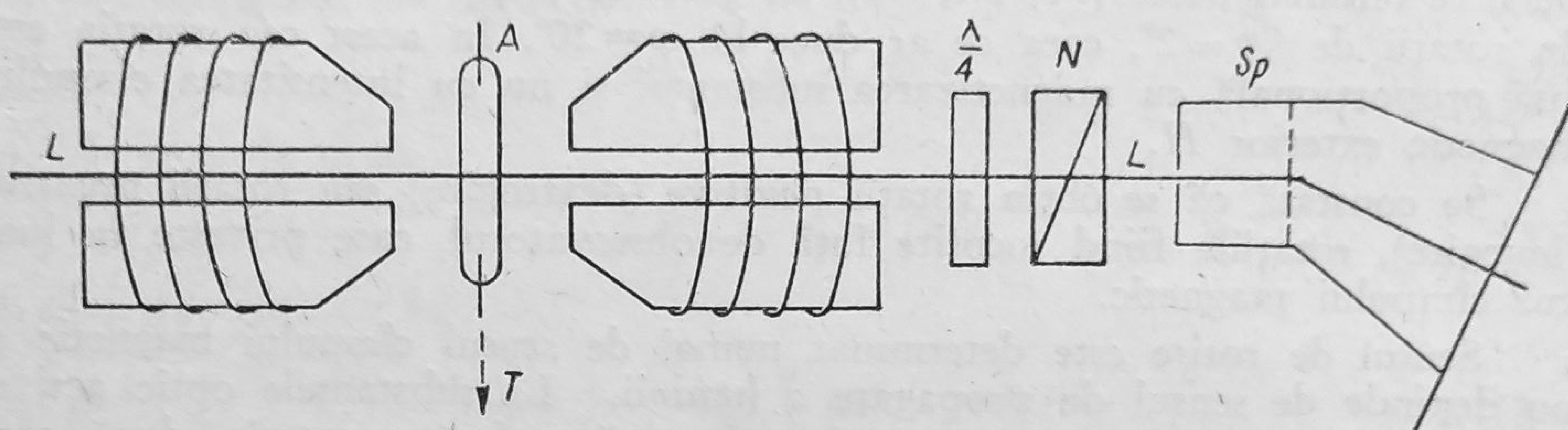


Fig. 313.

Pentru analizarea luminii emise se întrebuinţează un aparat spectral Sp cu mare putere de rezoluţie (100 000—400 000) şi pentru analizarea stării ei de polarizare se întrebuinţează o lamă sfert de undă $\frac{\lambda}{4}$ şi un nicol *N*. Pentru liniile spectrale simple, cum sînt cele date de H, Zn, Cd, s-au observat următoarele: În absenţa cîmpului magnetic avem radiaţia cu frecvenţa ν. În cîmpul magnetic *H*, în observarea longitudinală, adică după *A-L*, se observă un dublet, de intensitate mai mică, cu frecvenţele $\nu - \Delta\nu$ şi $\nu + \Delta\nu$ polarizate circular prima levogir, iar cea de-a doua dextrogir (fig. 314).

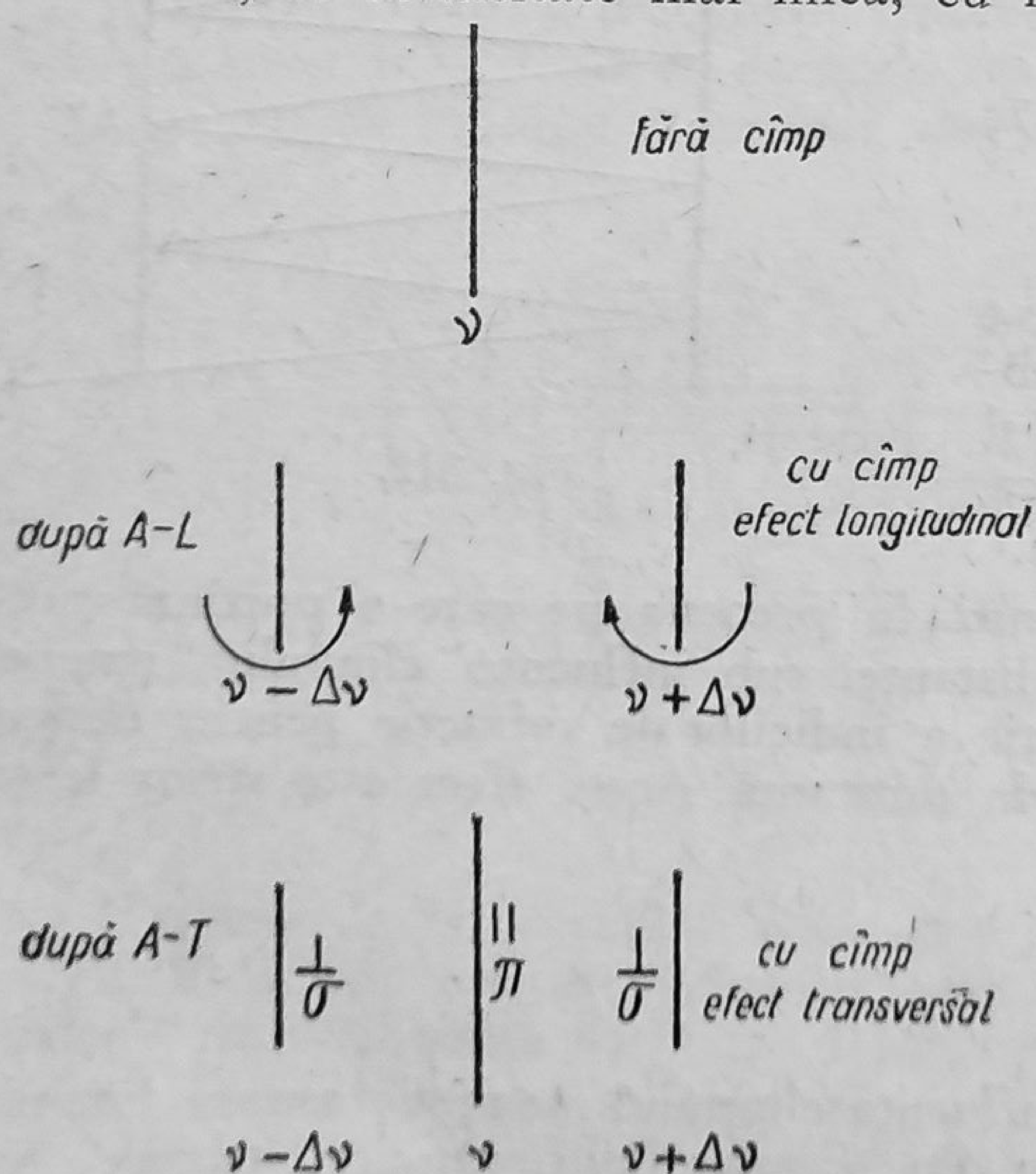


Fig. 314.

În cîmpul magnetic şi la observarea transversală, adică după *A—T*, se obţine un triplet cu frecvenţele $\nu - \Delta\nu$, ν şi $\nu + \Delta\nu$ polarizate astfel că liniile marginale numite şi componentele σ au oscilaţiile perpendiculare pe direcţia cîmpului magnetic, pe cînd componenta centrală, componenta π are oscilaţiile paralele cu cîmpul magnetic. Componenta π este de două ori mai intensă decît fiecare componentă σ, care la rîndul lor sînt egale în intensitate cu cele două componente polarizate circular din efectul longitudinal.

Deplasarea $\Delta\nu$ este proporţională cu intensitatea cîmpului magnetic H. Pe baza teoriei electronice a lui Lorentz se pot explica fenomenele efectului Zeeman. Lumina emisă de către atomi este datorită mişcărilor pe care le execută electronul şi deci modificările observate asupra luminii în cîmpul magnetic sînt datorite efectelor produse asupra mişcării electronului de către cîmpul magnetic exterior.

Mişcarea cea mai simplă, a electronului este o mişcare după o lege armonică simplă, sub influenţa unei forţe cvasi-elastice. Cîmpul magnetic acţionează numai asupra electronului în mişcare cu o forţă F perpendiculară pe direcţia vitezei v şi perpendiculară pe cîmpul magnetic H, forţa lui Lorentz, egală cu:

$$F = evH \sin(v, H) \tag{2-8}$$

unde e este sarcină electrică a electronului (sau a particulei în mişcare). Mişcarea oscilatorie a electronului poate fi descompusă în două mişcări oscilatorii una de-a lungul cîmpului magnetic şi alta normală pe această direcţie. Aceasta din urmă poate fi socotită ca fiind rezultată din compunerea a două mişcări oscilatorii circulare, una dreaptă şi alta stîngă, conţinute în planul perpendicular pe direcţia cîmpului magnetic.

Cîmpul magnetic nu are nici o influenţă asupra primei componente, mişcarea făcîndu-se în lungul cîmpului magnetic. Cele două mişcări circulare, fiind perpendiculare pe cîmpul magnetic, vor suferi, după sensul lui v, o influenţă datorită forţei suplimentare a lui Lorentz, $\pm evH$, forţă care acţionează în lungul razei mişcării circulare, electronul căpătînd o frecvenţă de rotaţie mai mare sau mai mică (fig. 315).

Relativ la aceste componente ale mişcării electronilor vom avea şi radiaţiile respective, după diferitele direcţii, avîndu-se în vedere transversalitatea undelor emise.

Astfel după direcţia perpendiculară pe cîmpul magnetic după A-T, vom avea atît radiaţia de frecvenţă ν componenta π cu oscilaţia paralelă cu direcţia cîmpului magnetic, cît şi cele două componente σ cu frecvenţele $\nu - \Delta\nu$ şi $\nu + \Delta\nu$, cu oscilaţiile perpendiculare pe direcţia cîmpului magnetic.

În observaţia longitudinală după A-L, radiaţia cu frecvenţa ν va dispare căci după această direcţie electronul nu radiază energie, pe cînd cele două componente cu frecvenţele $\nu - \Delta\nu$ şi $\nu + \Delta\nu$ sînt polarizate circular.

$\Delta\nu$ se poate calcula astfel: la forţa cvasielastică fr de rotaţie, forţa centripetă, f fiind un factor de proporţionalitate şi r raza pe care se mişcă electronul, se adaugă sau se scade forţa lui Lorentz, evH, şi vom avea o frecvenţă ω, de rotaţie, schimbată. În absenţa forţei Lorentz, frecvenţa de rotaţie este $\omega_0 = \frac{2\pi}{t_0}$ şi este dată de $fr = m\,\omega_0^2 r$,

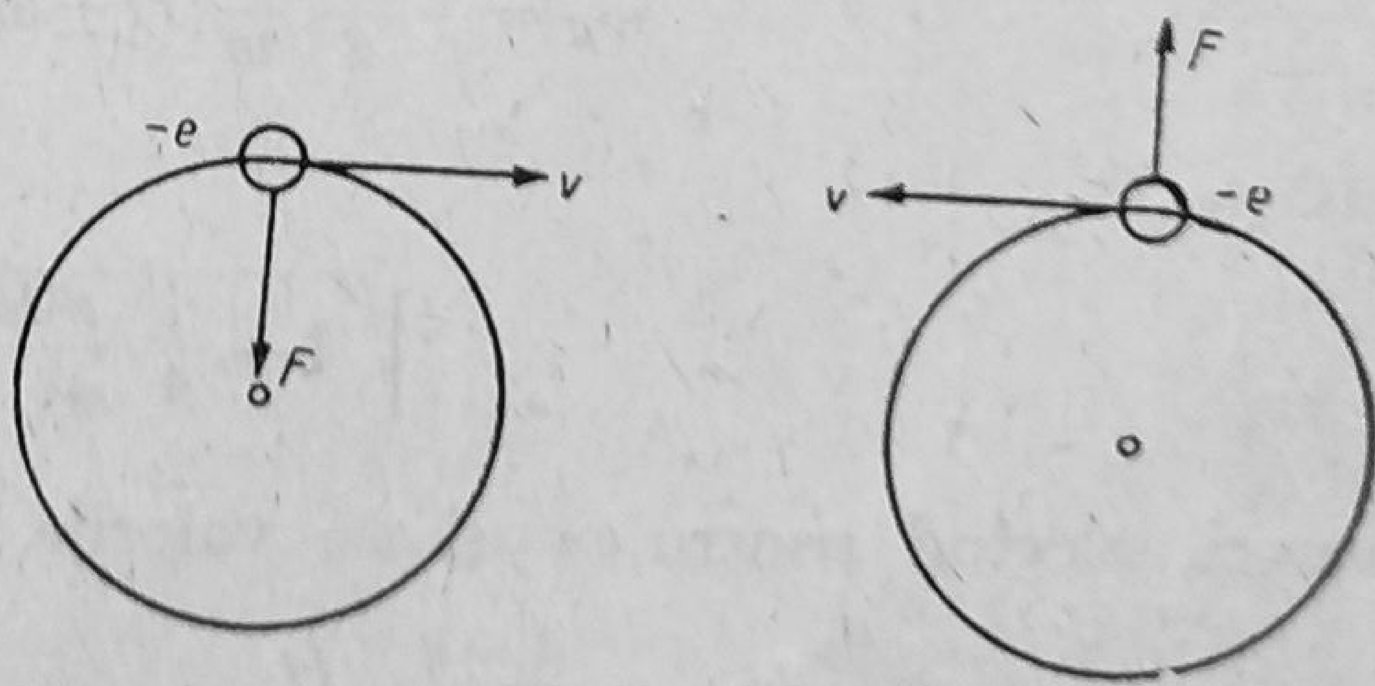


Fig. 315.

de unde:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}. \tag{2-9}$$

Frecvențele de rotație pentru mișcările circulare drepte și stîngi, ω_d și ω_s sînt date prin relațiile:

$$fr - ev_s H = m\,\omega_s^2 r \text{ pentru mișcarea stîngă} \tag{2-10}$$

$$fr + ev_d H = m\,\omega_d^2 r \text{ pentru mișcarea dreaptă} \tag{2-11}$$

unde

$v_s = \omega_s r$ și $v_d = \omega_d r$ sînt vitezele respective. Vom avea:

$$\begin{aligned} fr - e\omega_s rH &= m\omega_s^2 r \\ fr + e\omega_d rH &= m\omega_d^2 r \end{aligned} \tag{2-12}$$

sau:

$$\begin{aligned} m\omega_s^2 + e\omega_s H - f &= 0 \\ m\omega_d^2 - e\omega_d H - f &= 0, \end{aligned} \tag{2-13}$$

de unde:

$$\begin{aligned} \omega_s &= -\frac{1}{2}\frac{e}{m}H \pm \sqrt{\frac{f}{m} + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2}} \\ \omega_d &= +\frac{1}{2}\frac{e}{m}H \pm \sqrt{\frac{f}{m} + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2}} \end{aligned} \tag{2-14}$$

și cum

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}$$

atunci:

$$\begin{aligned} \omega_s &= -\frac{1}{2}\frac{e}{m}H \pm \omega_0\sqrt{1 + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2\omega_0^2}} \\ \omega_d &= +\frac{1}{2}\frac{e}{m}H \pm \omega_0\sqrt{1 + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2\omega_0^2}} \end{aligned} \tag{2-15}$$

Însă:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2\omega_0^2}} \approx 1 \tag{2-16}$$

atunci, alegînd pentru ω_s și ω_d valorile pozitive, avem:

$$\omega_s = \omega_0 - \frac{1}{2}\frac{e}{m}H \qquad \omega_d = \omega_0 + \frac{1}{2}\cdot\frac{e}{m}H, \tag{2-17}$$

ceea ce duce la $\Delta\omega$ deci la $\Delta\nu$ la expresia:

$$\Delta\omega = \omega_{s,d} - \omega_0 = 2\pi\Delta\nu = \pm \frac{1}{2} \frac{e}{m} H, \tag{2-18}$$

adică $\Delta\nu$ este proporţional cu H, aşa cum s-a găsit experimental chiar pentru cîmpuri H foarte mari de 500 000 Oe, cum a arătat Kapiţa (1938).

Efectul Zeeman anormal se obţine în cazul general cînd linia spectrală nu este simplă, nu e formată din singuleţi, ci este formată de multipleţi, adică linii spectrale foarte apropiate între ele. De exemplu, radiaţia galbenă de sodiu este un dublet format din două radiaţii D_1 şi D_2, D_2 mai intensă decît D_1, despărţite între ele cu 6 Å ($\lambda_{D_1} = 5895{,}930$ Å; $\lambda_{D_2} = 5889{,}963$ Å). Cîmpul magnetic exterior provoacă un efect Zeeman anormal, astfel că linia D_2 dă 6 componente, D_1 dă 4 componente. Alt exemplu îl constituie linia septetului de crom care se desface în 21 de componente. Fenomenul este explicat prin faptul că electronul pe lîngă sarcina electrică posedă şi un moment magnetic, care interacţionează cu cîmpul magnetic exterior, ceea ce provoacă o stare mult mai complicată în emisia luminii. Acest efect Zeeman anormal a putut fi explicat prin teoria cuantelor, efectul Zeeman normal fiind un caz particular.

2.5. Efectul Stark

Sub influenţa cîmpurilor electrice puternice, care pot apare într-un tub de descărcare, *Stark* (1913) a pus în evidenţă despicarea liniilor spectrale în mai multe componente. Rezultatele obţinute pentru hidrogen au dus la identificarea componentelor π şi σ, aşezate simetric faţă de radiaţia normală, la distanţe egale cu un multiplu întreg al unei distanţe minime, care la rîndu-i este proporţională cu E, intensitatea cîmpului electric.

Explicaţia fenomenului se poate face tot cu ajutorul teoriei cuantice a luminii.

Capitolul 3

OPTICA MEDIILOR ÎN MIŞCARE

3.1. Eterul

Lumina are proprietăţi ondulatorii. Şi sunetul are aceste proprietăţi ondulatorii. Ori este bine stabilit că sunetul se propagă printr-un mediu gazos, lichid sau solid, mediul de propagare al sunetului, el însuşi sunetul nefiind altceva decît deformaţii ale acestui mediu.

Prin faptul că multe fenomene cunoscute mai de mult ca reflexia, refracţia, interferenţa, difracţia sînt asemănătoare atît fenomenelor acustice cît şi celor optice, prin analogie, s-a presupus că şi lumina se propagă printr-un mediu, numit *eterul*, care umple atît spaţiul vid cît şi spaţiul dintre moleculele gazelor, lichidelor şi solidelor, deoarece lumina se propagă nu numai prin aceste substanţe, dar şi prin vid. Cele mai multe teorii cu privire la fenomenele optice au fost făcute admiţîndu-se existenţa eterului ca un mediu mecanic (Fresnel), care numai la apariţia teoriei electromagnetice a fost înlocuit cu un eter electromagnetic.

S-a căutat să se cunoască însuşirile acestui mediu, eterul luminos, în care se propagă lumina şi legătura acestui eter cu corpurile prin care pătrunde. Cercetările făcute atît teoretice cît mai ales experimentale au dus la revizuirea principiilor clasice ale fizicii, ale mecanicii clasice, care devine un caz particular în noua concepţie a mecanicii relativiste.

3.2. Principiul relativităţii în mecanica clasică

Mecanica clasică are la bază legile formulate de către *Newton*, bazate pe un spaţiu şi timp absolut, nelegate de fenomenele fizice. Legea fundamentală a mecanicii clasice este aceea în care forţa şi acceleraţia sînt legate prin:

$$F = m\gamma \tag{3-1}$$

şi dacă ne situăm într-un sistem de axe de coordonate $Oxyz$ presupus fix în spaţiul absolut şi mişcarea corpului posibilă după axa Ox (fig. 316), atunci

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2}, \tag{3-2}$$

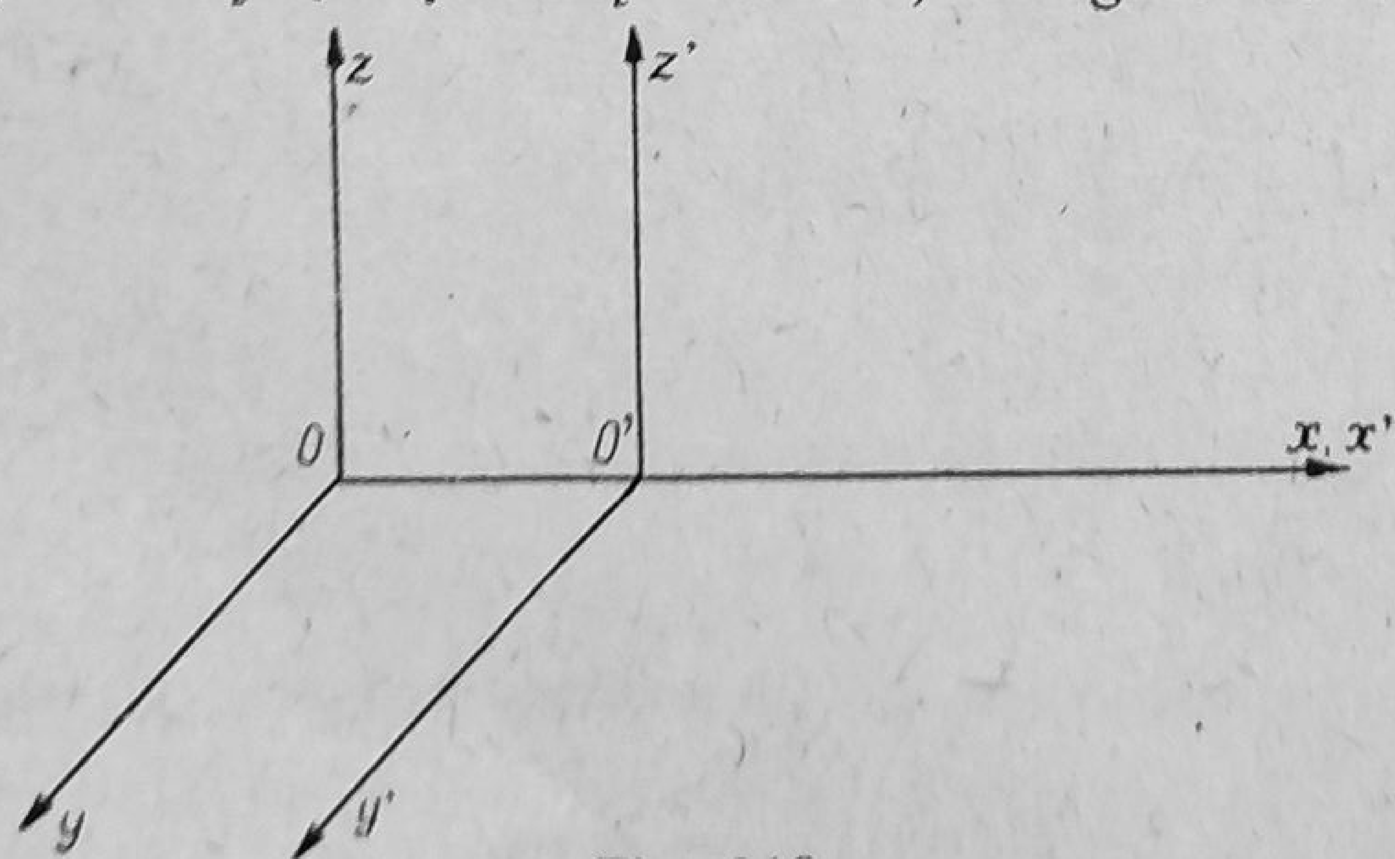


Fig. 316.

Considerînd şi un al doilea sistem de referinţă $O'x'y'z'$, care la momentul iniţial $t=t'=O$ coincide cu $Oxyz$ şi care are o mişcare de translaţie uniformă şi rectilinie de-a lungul axei comune Ox şi Ox' cu viteza v, atunci coordonatele unui aceluiaşi punct în cele două sisteme de referinţe vor fi date de formulele de transformare ale lui Galileu:

$$x'=x-vt \quad y'=y \quad z'=z \quad (\text{şi } t=t'). \tag{3-3}$$

Coordonatele vectorului acceleraţiei în cele două sisteme sînt exprimate prin egalităţile:

$$\frac{d^2x'}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \frac{d^2y'}{dt^2}=\frac{d^2y}{dt^2} \qquad \frac{d^2z'}{dt^2}=\frac{d^2z}{dt^2} \tag{3-4}$$

care ne arată clar că în acest caz, formula fundamentală a lui Newton $F=ma$, unde $a\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}\right)$, nu-şi schimbă cu nimic forma, ceea ce duce la concluzia că acceleraţia este aceeaşi în ambele aceste sisteme, deci şi celelalte ecuaţii ale mecanicii sînt invariante faţă de aceste schimbări de sisteme de coordonate.

În concluzie, un observator izolat legat de un sistem de referinţă, sistem care se găseşte într-o mişcare rectilinie şi uniformă, nu va putea pune în evidenţă această mişcare, în interiorul acestui sistem, prin fenomenele mecanice ce se petrec în acest sistem. Acesta constituie *principiul de relativitate al mecanicii clasice*.

3.3. Propagarea luminii şi eterul

Pe baza principiului de relativitate a mecanicii clasice s-a căutat să se explice proprietăţile eterului în legătură cu fenomenele optice, de propagare a luminii, considerînd un *eter universal*, care este răspîndit în tot universul.

Teoria lui H. Hertz se bazează pe ipoteza că eterul este antrenat total de către corpurile în mişcare, ceea ce ar duce la constatarea că fenomenele optice, care se petrec într-un mediu în mişcare, nu pot pune în evidenţă şi mişcarea eterului, solidar cu corpul în mişcare.

Teoria lui H. A. Lorentz consideră din contră că eterul este absolut imobil şi nu ia parte la mişcarea corpurilor şi în felul acesta, am putea avea un sistem de referinţă absolut legat de acest eter şi deci se poate stabili o viteză absolută a corpurilor în mişcare. Aceste corpuri în mişcare ar produce un „vînt de eter“, care ar putea fi pus în evidenţă.

a) **Experienţa lui Fizeau** (1851) are drept scop să arate influenţa pe care o exercită un mediu transparent în mişcare asupra eterului, care umple acest mediu.

Raza de lumină care porneşte de la izvorul I (fig. 317) se bifurcă la oglinda semiargintată O_1, o parte pornind pe drumul $O_1O_2O_3O_4O_1$, iar cealaltă parte pe drumul invers $O_1O_4O_3O_2O_1$, pentru ca în O_1 să se întîlnească din nou şi să pătrundă împreună în ochiul observatorului. În drumul lor se

pune tubul $T—T$ prin care poate circula apa. În cazul cînd apa nu circulă şi drumurile optice sînt egale, cele două raze dau o figură de interferenţă în O_1, lumina propagîndu-se cu viteza v în apa în repaus.

Se pune apa în mişcare în tubul $T—T$, cu viteza u. Dacă eterul prin care se propagă lumina este antrenat de apă, atunci în partea din tub unde

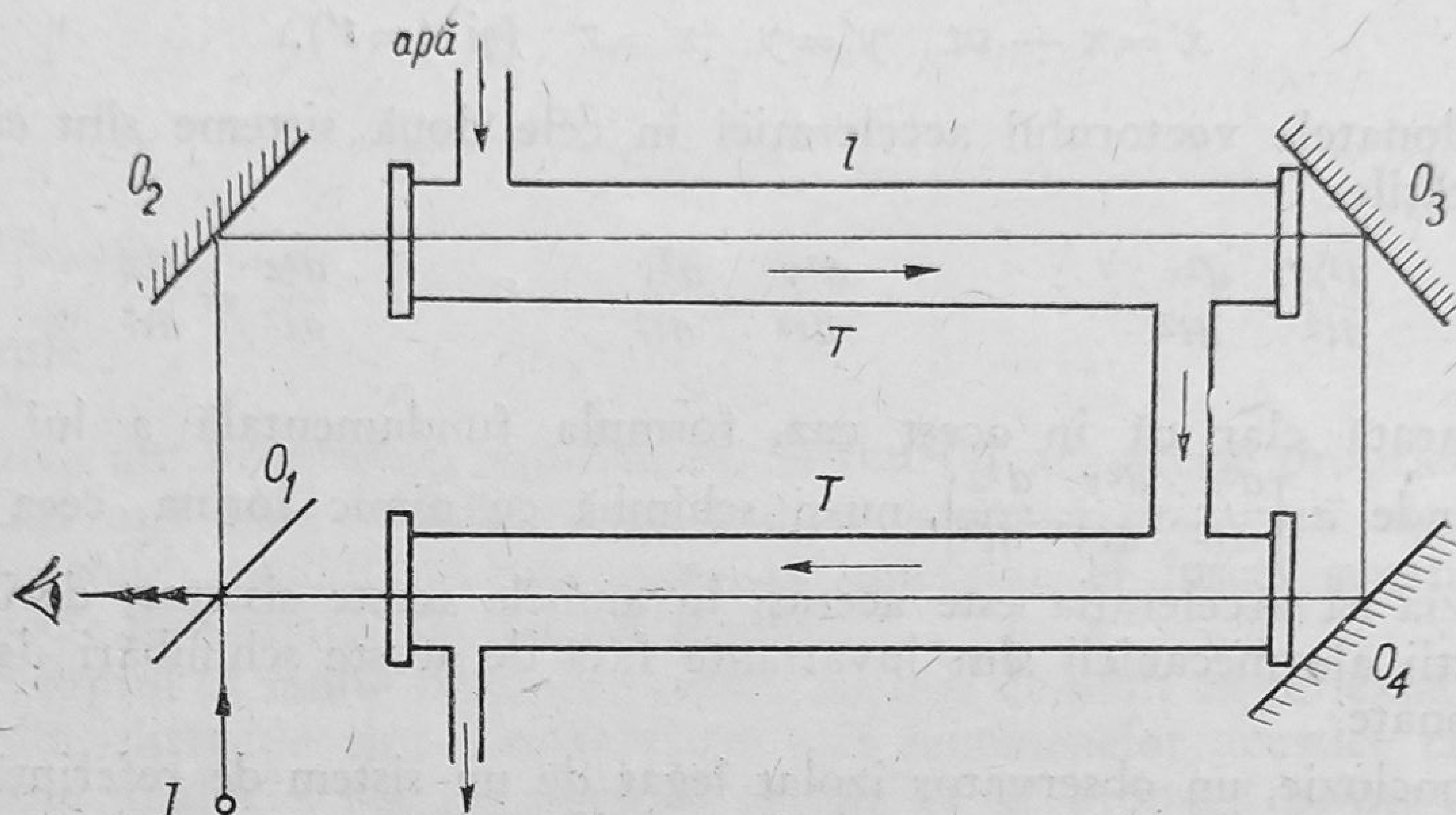


Fig. 317.

raza de lumină se propagă în sensul curgerii apei, viteza de propagare a luminii, conform principiului clasic de compunere a vitezelor, va fi egală cu $v+u$; în porţiunea de tub, unde lumina se propagă în sensul invers al curgerii apei, viteza luminii va fi $v—u$. Dacă presupunem, cum a spus *Fresnel*, că eterul este numai parţial antrenat de apa în mişcare, atunci avem vitezele: $v+\alpha u$ şi $v—\alpha u$ sau $\frac{c}{n}+\alpha u$ şi $\frac{c}{n}-\alpha u$, unde α este coeficientul de antrenare cuprins între $0 < \alpha < 1$ şi care poate fi determinat prin această experienţă.

Dacă cele două ramuri ale tubului au aceeaşi lungime l a coloanei de apă în mişcare, atunci, între cele două raze, care pleacă simultan din O_1, se va stabili o diferenţă de timp Δt în parcurgerea aceluiaşi drum $2\,l$ dată de:

$$\Delta t=\frac{2l}{v-\alpha u}-\frac{2l}{v+\alpha u}=\frac{4l\alpha u}{v^2-\alpha^2u^2}. \quad (3\text{-}5)$$

Prin compararea tabloului interferenţial obţinut în cele două situaţii — apa în repaus şi apa în mişcare — se observă o deplasare a franjelor şi se obţine valoarea lui α, care, din teoria eterului elastic a lui Fresnel (1818) este dat de:

$$\alpha=1-\frac{1}{n^2}, \quad (3\text{-}6)$$

unde n este indicele de refracţie al apei dat de $\frac{c}{v}$, c viteza luminii în vid, iar v viteza în apă. Urmează deci, că mediul cu indicele de refracţie $n=1$ nu trebuie să antreneze eterul. Pentru apă $\alpha=0{,}438$, Fizeau a găsit valoarea

experimentală $\alpha = 0{,}46$, iar experienţele lui Michelson şi Morley (1886) au dat valoarea $\alpha = 0{,}434 \pm 0{,}020$. În felul acesta, teoria lui Hertz cu privire la antrenarea completă a eterului ($\alpha = 1$) trebuie lăsată de o parte.

b) **Experienţa lui Michelson** (1881). Pentru a se pune în evidenţă „vîntul de eter" produs de mişcarea pămîntului în spaţiul vid umplut cu eterul imobil, Michelson a făcut celebra sa experienţă cu interferometrul ce-i poartă numele. Deoarece aerul care înconjoară pămîntul are indicele de refracţie $n \approx 1$, urmează că atmosfera nu trebuie să antreneze eterul, astfel că experienţa făcută pe pămînt cu privire la mişcarea absolută a lui faţă de eter poate fi făcută.

Dacă pămîntul se mişcă în eterul imobil cu viteza v şi lumina, în eter, cu viteza c, atunci, pe pămînt, lumina propagîndu-se în eter în sensul mişcării pămîntului, va străbate o distanţă l cu viteza $c-v$ şi deci o va străbate în timpul $l/(c-v)$. În sensul invers de propagare, evident timpul necesar va fi dat de $l/(c+v)$. Dacă lumina străbate aceeaşi distanţă l pe o direcţie perpendiculară pe direcţia de mişcare a pămîntului, atunci traiectoria luminii va fi OB' (fig. 318), şi timpul necesar parcurgerii acestui drum în eter va fi

$$t = \frac{\sqrt{l^2 + (vt)^2}}{c} \tag{3-7}$$

sau

$$t = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{l}{c}\,\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{3-8}$$

care este în mod evident diferit de timpul $l/(c-v)$.

Experienţa executată de Michelson, apoi de Michelson şi Morley (1887) constă în aşezarea interferometrului pe un bloc masiv, care la rîndu-i pluteşte

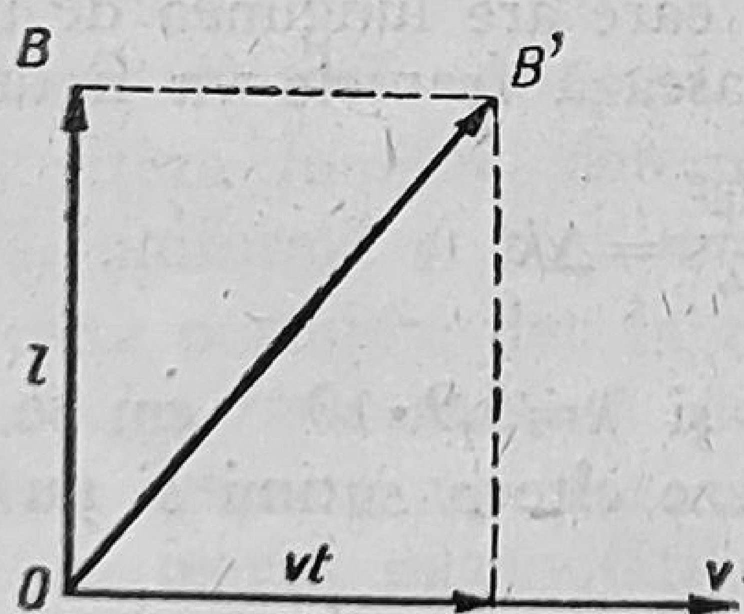


Fig. 318.

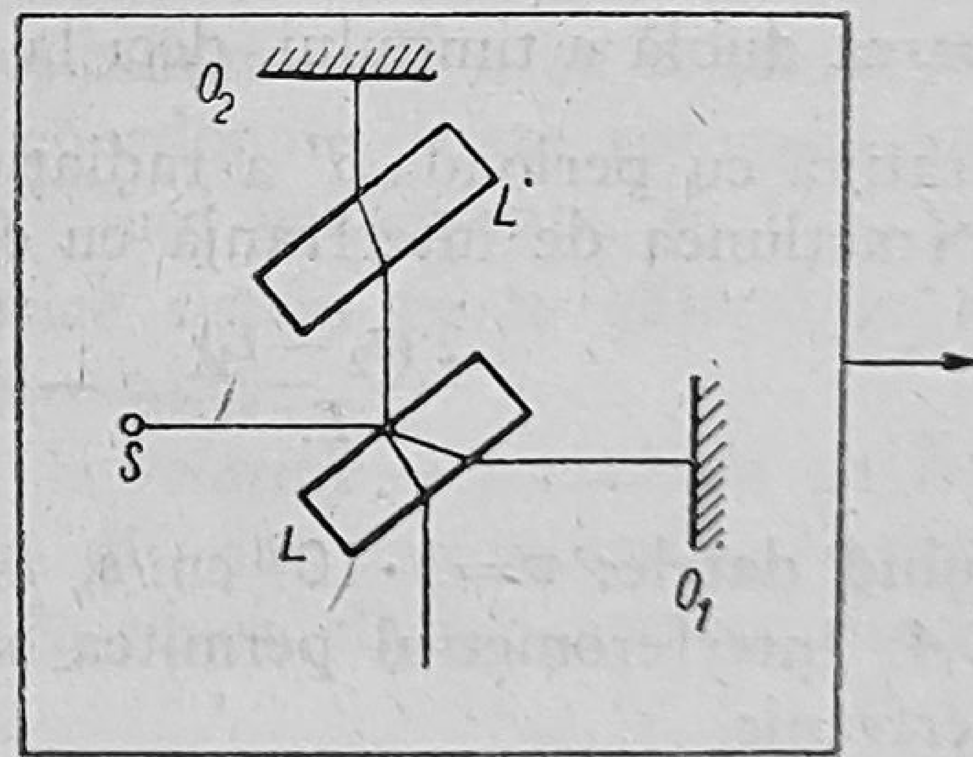


Fig. 319.

pe o baie de mercur, astfel ca unul dintre braţele interferometrului să fie dirijat către direcţia de deplasare a pămîntului (fig. 319). Se observă sistemul de franje. Se roteşte întreg sistemul interferenţial la 90° şi se observă variaţiile în sistemul de franje. Dacă admitem că cele două braţe ale interferometrului sînt egale între ele, (fig. 319), de lungime optică l, atunci pentru braţul

îndreptat în direcţia de deplasare a pămîntului, timpul necesar ca lumina, care se bifurcă la oglinda semiargintată L, să ajungă în O_1, să se reflecte şi să atingă din nou L, va fi dat de:

$$t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} . \tag{3-9}$$

Pentru raza a doua, vom avea timpul t_2 dat de:

$$t_2 = 2\frac{l}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} . \tag{3-10}$$

Rezultă o diferenţă de timp în parcurgerea celor două drumuri dată de:

$$t_2 - t_1 = \frac{2l}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) , \tag{3-11}$$

care atrage după sine o diferenţă de fază în interferenţa celor două raze de lumină.

Considerînd raportul $\beta = \frac{v}{c}$ mic, atunci relaţia de mai sus se poate pune sub forma:

$$t_2 - t_1 = \frac{2l}{c} \cdot \frac{\sqrt{1-\beta^2}-1}{1-\beta^2} \approx \frac{2l}{c} \frac{1-\frac{1}{2}\beta^2-1}{1-\beta^2} \approx \frac{2l}{c}\frac{(-\beta^2)}{2} \approx -\frac{l\beta^2}{c}$$

Rotind interferometrul la 90°, atunci deplasarea franjelor va corespunde la valoarea dublă a timpului, deci la $-\frac{2l\beta^2}{c}$. Cum variaţia $2(t_2-t_1)$ este mică, comparativă cu perioada T a radiaţiei utilizate, care are lungimea de undă λ, atunci fracţiunea de interfranjă cu care se deplasează franjele va fi dată de:

$$\frac{2(t_2-t_1)}{T} = -\frac{2l\beta^2}{cT} = -\frac{2l\beta^2}{\lambda} = \Delta k.$$

Luînd datele: $v = 3 \cdot 10^6$ cm/s, $l = 1\,100$ cm şi $\lambda = 5{,}9 \cdot 10^{-5}$ cm se obţine $\Delta k = 0{,}4$. Interferometrul permitea să se aprecieze cîteva sutimi şi nu zecimi de interfranje.

Rezultatul experienţelor lui Michelson a fost că nu s-a observat nici o deplasare apreciabilă a franjelor, adică se capătă un rezultat negativ. Aceasta ar însemna că nu există „vînt eteric", deci nu există eter imobil. Presupunerea contrară că eterul este complet antrenat, este însă contrazisă de experienţele lui Fizeau, precum şi de fenomenul aberaţiei stelelor. Urmează deci că admiţînd eterul, nu putem explica concomitent rezultatul experienţelor lui Fizeau, ale lui Michelson şi a aberaţiei stelelor .

Încercările de a rezolva contradicţia ivită pe baza mecanicii clasice nu au dus la rezultate admisibile. Astfel:

W. Ritz a făcut presupunerea că viteza luminii emisă de izvorul în mişcare se compune geometric din viteza izvorului şi viteza luminii cînd izvorul este în repaus (ipoteza balistică). Însă observaţiile astrofizice — Sitter — au arătat că nu e posibilă acceptarea ipotezei.

Fitzgerald şi Lorentz au emis *ipoteza contracţiunii*, potrivit căreia, în urma mişcării, dimensiunea l' a corpurilor pe direcţia vitezei variază în raportul $\sqrt{1-\beta^2}$ faţă de dimensiunea avută în repaus, adică:

$$\frac{l'}{l}=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (3\text{-}14)$$

ipoteză care ar explica rezultatul negativ al experienţei lui Michelson.

Rezultatul final al tuturor cercetărilor în această direcţie a dus la concluzia că viteza luminii în vid nu depinde de starea de mişcare a sistemului în care se fac determinările şi că nu se poate pune în evidenţă mişcarea corpului faţă de eter.

3.4. Teoria relativităţii restrînse a lui A. Einstein (1905)

În urma rezultatelor negative ale experienţei lui Michelson, precum şi faptul că teoria lui Lorentz, care ajunsese la nişte relaţii de transformare, cu privire la contracţia corpurilor în mişcare, nu au dat rezultate mulţumitoare, *Einstein*, reluînd problema în discuţie, a enunţat *două postulate* — în aparenţă în contradicţie — pe care se fundamentează întreaga *teorie a relativităţii restrînse:*

1) principiul relativităţii, adică imposibilitatea de a se constata mişcarea unui corp faţă de un sistem absolut de coordonate, toate sistemele care sînt în mişcare relativă uniformă şi rectilinie, fiind echivalente, şi

2) viteza luminii, determinată în orice sistem ce se găseşte în mişcare relativă, uniformă şi rectilinie, este o constantă.

Aceste postulate duc în mod normal la *relaţiile — formulele de transformare ale lui Lorentz*, însă cu o concepţie diferită despre spaţiu, compunerea vitezelor, despre timp, etc., altele decît în fizica clasică, acestea fiind cazuri limită ale teoriei relativităţii.

Să considerăm din nou cele două sisteme de referinţă $Oxyz$ şi $O'x'y'z'$, (fig. 320), $Oxyz$ socotit de noi a fi imobil, $O'x'y'z'$ mobil, cu viteza relativă de translaţie v în lungul axelor Ox şi $O'x'$, care coincid, celelalte axe $O'y'$ şi $O'z'$ rămînînd paralele cu Oy, respectiv Oz, ceea ce duce în mod evident la $y'=y$ şi $z'=z$.

Să căutăm să stabilim legătura între coordonatele x şi x' şi timpurile t şi t', corespunzătoare celor două sisteme. Punctul O' are coordonata $x'=0$ în

sistemul propriu şi coordonata $x=vt$ în primul sistem. Vom avea deci: $x-vt=0$ şi $x'=0$, iar legătura între aceste coordonate poate fi dată de relaţia

$$x'=\alpha(x-vt) \tag{3-15}$$

unde α, un factor constant, urmează să fie calculat.

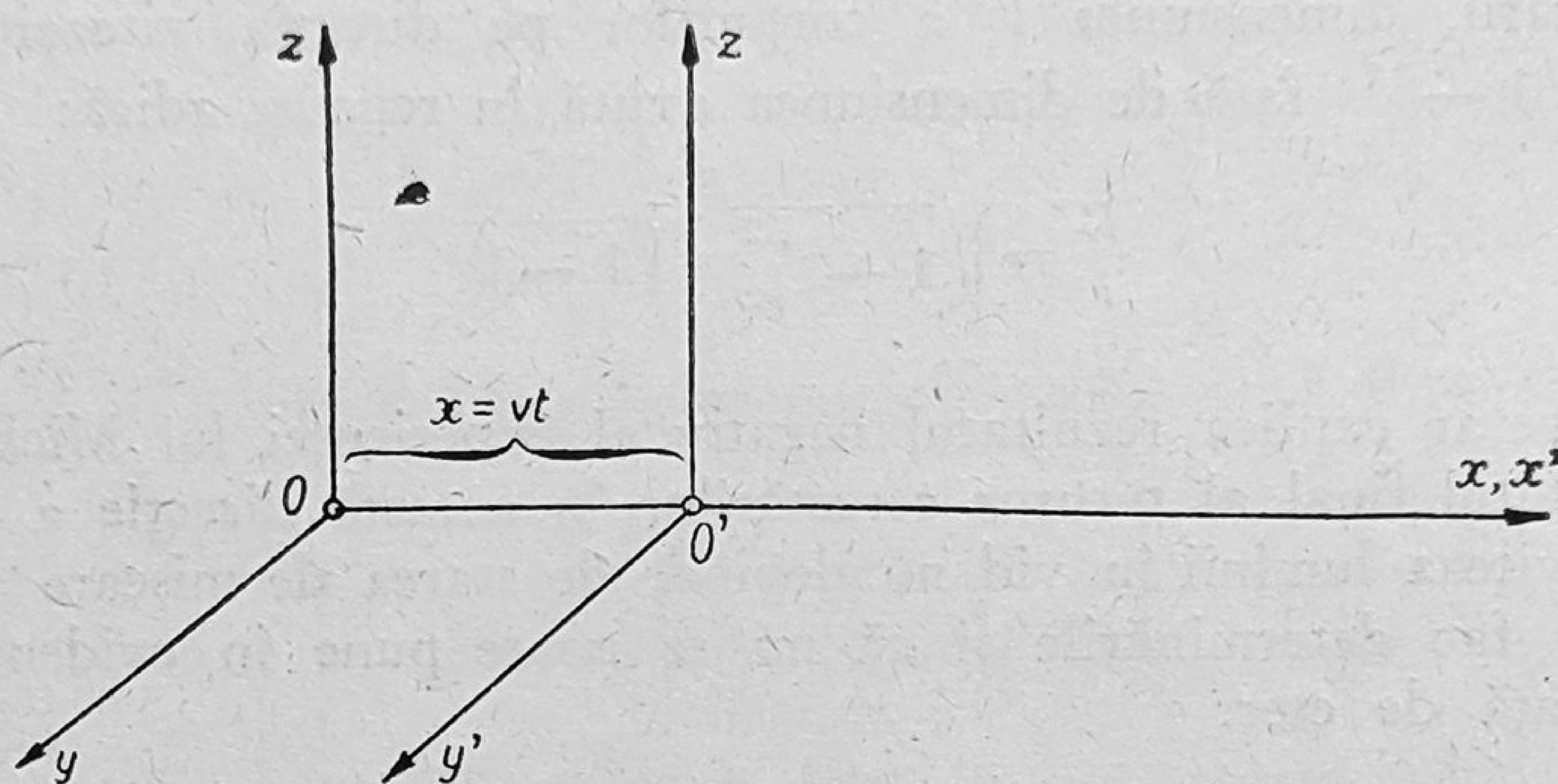


Fig. 320.

Sistemele fiind echivalente, adică sistemul $Oxyz$ poate fi socotit mobil faţă de sistemul $O'x'y'z'$ socotit acum a fi fix, vom avea pentru punctul O relaţiile: $x=0$ şi $x'=-vt'$, adică $x'+vt=0$, unde legătura între x şi x' se poate exprima de asemenea prin:

$$x=\alpha(x'+vt'). \tag{3-16}$$

Să aplicăm acum postulatul constanţei vitezei luminii în cele două sisteme de referinţă. Un semnal luminos emis din punctul O la momentul $t=t'=0$, cînd cele două sisteme de referinţă coincid, cînd O' se găseşte în O, se va găsi pe axa Ox sau $O'x'$, după timpul t sau t', în punctul u (fig. 321) de coordonate:

$$x=ct \text{ şi } x'=ct',$$

unde c este viteza luminii în vid, experienţa făcîndu-se în vid. Cu valorile lui x şi x' de mai sus, introduse în relaţiile: $x=\alpha(x'+vt')$ şi $x'=\alpha(x-vt)$ obţinem:

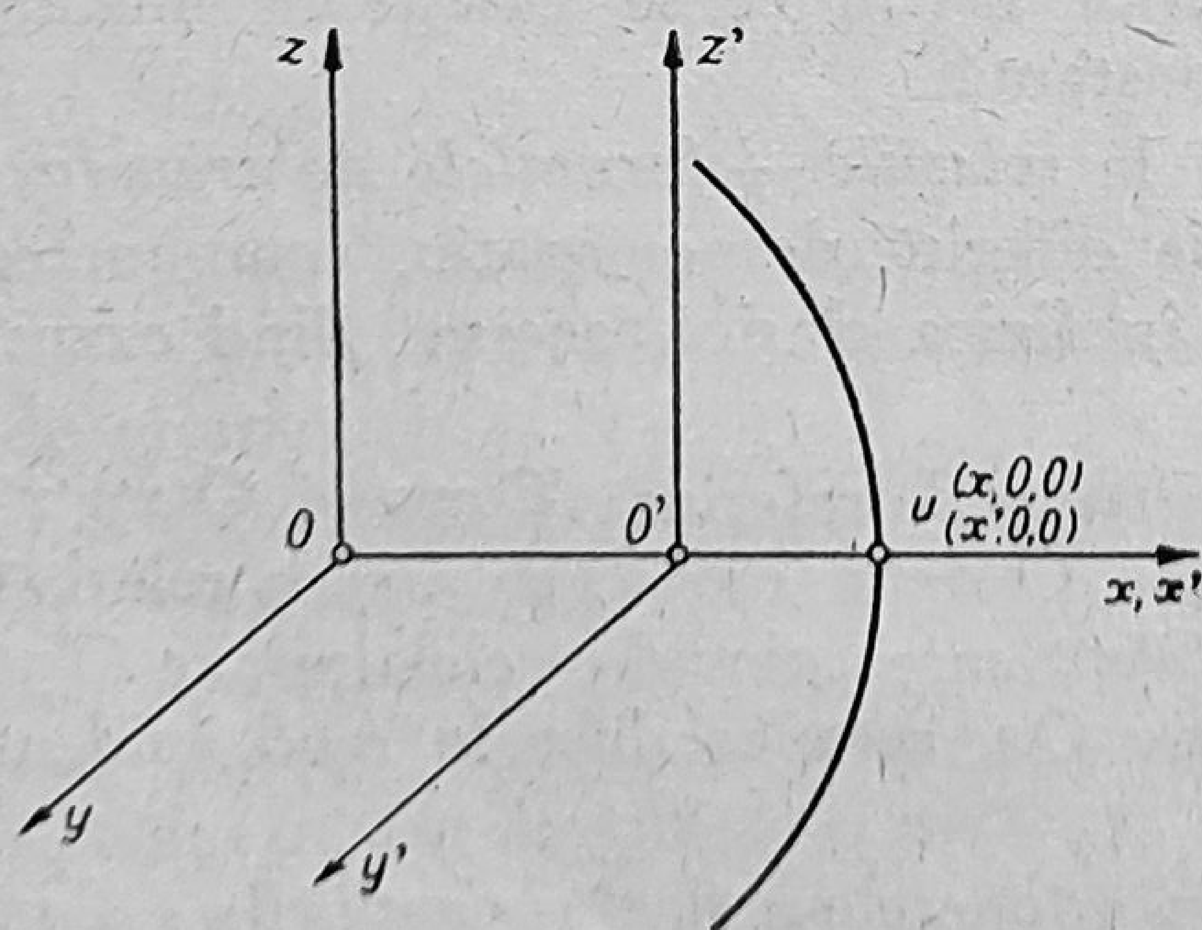


Fig. 321.

$$xx' = \alpha^2(x'+vt')(x-vt)$$
$$ctct = \alpha^2(ct'+vt')(ct-vt)$$
$$c^2tt' = \alpha^2(c^2tt'+cvtt'-cvtt'-v^2tt') \tag{3-17}$$
$$c^2 = \alpha^2(c^2+cv-cv-v^2),$$

de unde se obţine relaţia:

$$c^2 = \alpha^2 (c^2 - v^2) \tag{3-18}$$

care prin rezolvare, ne dă valoarea lui α:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \tag{3-19}$$

Cunoscînd valoarea lui α vom avea transformările:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{şi} \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \tag{3-20}$$

Pentru a obţine legătura între t şi t' vom avea:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \; x\sqrt{1-\beta^2} = x' + vt'; \; x\sqrt{1-\beta^2} = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} + vt';$$

$$vt' = x\sqrt{1-\beta^2} - \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x(1-\beta^2) - x + vt}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x - x\beta^2 - x + vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t' = \frac{vt - x\beta^2}{v\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t - \frac{\beta^2}{v}x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{3-21}$$

şi se capătă astfel pentru t şi t' expresiile:

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{şi} \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{3-22}$$

Vom avea deci *transformările lui Lorentz*:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x' + vt}{\sqrt{1-\beta^2}} & x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y &= y' & y' &= y \\ z &= z' & z' &= z \\ t &= \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}} & t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned} \tag{3-23}$$

care trec în *transformările lui Galileu*, dacă $\beta = \frac{v}{c}$ tinde către zero, adică în acest caz se obţine:

$$\begin{aligned} x &= x' + vt' & x' &= x - vt \\ y &= y' & y' &= y \\ z &= z' & z' &= z \\ t &= t' & t' &= t \end{aligned} \tag{3-24}$$

3.5. Consecinţe ale transformărilor lui Lorentz, ale teoriei relativităţii

Din modul cum s-au dedus aceste transformări rezultă în primul rînd că cele două sisteme de referinţă sînt echivalente, existînd exact aceleaşi relaţii de transformare în toate aceste sisteme, formulele avînd exact aceleaşi forme.

Se vede imediat că timpul nu este absolut, ci este o mărime legată de sistemul de referinţă faţă de care studiem fenomenul fizic. Din relaţiile lui Lorentz se vede că acestea nu au nici un sens în cazul cînd viteza de mişcare este mai mare decît viteza luminii c, de unde urmează concluzia, în mod logic, că nu există în natură viteze mai mari decît viteza maximă a luminii, cea în vid, notată cu c.

Consecinţa filozofică dedusă din aceste principii şi transformări este că spaţiul şi timpul nu sînt independente unul de altul, nu există spaţiu şi timp absolut, ele sînt legate de materie şi după materialismul dialectic, ele sînt forme de existenţă ale materiei, în mişcare.

a) **Lungimea corpurilor** în diferite sisteme este diferită de la un sistem la alt sistem de referinţă. În sistemul $Oxyz$, măsurătoarea lungimii l, pe direcţia axei Ox, făcută cu o riglă legată fix de acest sistem, ne va da rezultatul:

$$l = x_2 - x_1. \qquad (3\text{-}25)$$

Tot aşa dacă corpul şi rigla sînt legate de sistemul de referinţă $O'x'y'z'$, ne va da rezultatul:

$$l' = x'_2 - x'_1. \qquad (3\text{-}26)$$

Aceeaşi lungime şi aceeaşi riglă vor apărea cu dimensiuni diferite, dacă ele, fiind legate de un sistem, se caută să li se determine dimensiunile, fiind observate din alt sistem. Legătura între aceste rezultate este exprimată prin relaţiile de transformare ale lui Lorentz:

$$x_2 = \frac{x'_2 - vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad x_1 = \frac{x'_1 - vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$l = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x'_1 - vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (3\text{-}27)$$

deci

$$l' = l\sqrt{1-\beta^2}, \text{ adică } l' < l, \qquad (3\text{-}28)$$

adică observatorul care priveşte la rigla în mişcare, îi va apare mai mică decît aceeaşi riglă pe care o ţine în mînă, adică corpul are lungimea cea mai mare în sistemul faţă de care corpul este în repaus.

b) **Durata unui fenomen** va apărea diferit în sistemele în mişcare faţă de cele socotite în repaus. În mod analog, ca şi în cazul tratat mai sus, formulele de transformare ale lui Lorentz ne dau pentru aceste durate τ şi τ legătura:

$$\tau = \tau' \sqrt{1-\beta^2}, \qquad (3\text{-}29)$$

adică durata unui eveniment care se petrece într-un loc oarecare este mai mică în sistemul de coordonate, în care acel loc se află în repaus.

c) **Teorema compunerii vitezelor** în teoria relativităţii este deosebită decît cea dedusă din transformările lui Galileu.

Din transformările lui Lorentz avem:

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{şi} \quad t=\frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{3-30}$$

de unde prin împărţirea lor, vom avea:

$$\frac{x}{t}=\frac{x'+vt'}{t'+\frac{v}{c^2}x'}=\frac{\frac{x'}{t'}+v}{1+\frac{x'}{t'}\cdot\frac{v}{c^2}}, \tag{3-31}$$

şi cum $\frac{x}{t}=u_x$ şi $\frac{x'}{t'}=u'_x$ sînt vitezele de-a lungul axelor Ox, $O'x'$ socotite în cele două sisteme de referinţă, vom avea:

$$u_x=\frac{u'_x+v}{1+\frac{v}{c^2}\cdot u'_x} \tag{3-32}$$

şi în mod analog:

$$u'_x=\frac{u_x-v}{1-\frac{v}{c^2}u_x}. \tag{3-33}$$

În cazul cînd $v \ll c^2$, deci $\frac{v}{c^2}$ tinde către zero, vom recăpăta compunerea vitezelor după Galileu:

$$u_x=u'_x+v \quad \text{şi} \quad u'_x=u_x-v, \tag{3-34}$$

unde compunerea vitezelor se face, după axa $Ox - O'x'$, după regula simplă a adunării algebrice a vitezelor.

O altă consecinţă este următoarea: să luăm o rază de lumină care se propagă în sistemul mobil $O'x'y'z'$ cu viteza c în direcţia $O'x'$. Viteza acestei raze de lumină, observată în sistemul fix $Oxyz$, va fi:

$$u_x=\frac{u'_x+v}{1+\frac{v}{c^2}u'_x}=\frac{c+v}{1+\frac{v}{c^2}\cdot c}=\frac{c+v}{1+\frac{v}{c}}=\frac{c+v}{\frac{c+v}{c}}=c, \tag{3-35}$$

adică $u_x=c$, rezultat care se deosebeşte total de rezultatul dat de fizica clasică $c+v$. Rezultatul de mai sus este consecinţa directă a postulatului al doilea al relativităţii restrînse.

d) **Rezultatele experienţei lui Fizeau** se pot obţine teoretic astfel: franjele de interferenţă obţinute în cazul cînd apa din tubul T-T este în nemişcare, rezultă din faptul că viteza de propagare a luminii prin apă — care este sistemul socotit a fi similar cu sistemul $O'x'y'z'$ — este dată de $u'=\frac{c}{n}$. Prin mişcarea apei cu viteza v, apare o schimbare a sistemului de franje, viteza de propagare a luminii în apa în mişcare, determinată în sistemul fix — $Oxyz$ — din afară va fi u dată de:

$$u=\frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}u'}=\frac{\frac{c}{n}+v}{1+\frac{v}{c^2}\cdot\frac{c}{n}}=\frac{\left(\frac{c}{n}+v\right)\left(1-\frac{v}{cn}\right)}{\left(1+\frac{v}{c^2}\cdot\frac{c}{n}\right)\left(1-\frac{v}{cn}\right)}=$$

$$=\frac{\left(\frac{c}{n}+v\right)\left(1-\frac{v}{cn}\right)}{\left(1-\frac{v}{cn}+\frac{v}{c^2}\cdot\frac{c}{n}-\frac{vcv}{c^2\,ncn}\right)}=\frac{\left(\frac{c}{n}+v\right)\left(1-\frac{v}{cn}\right)}{\left(1-\frac{v^2}{c^2\,n^2}\right)}=$$

$$=\frac{\frac{c}{n}+v-\frac{cv}{ncn}-\frac{v^2}{cn}}{1-\frac{v^2}{c^2\,n^2}} \tag{3-36}$$

şi avînd în vedere că $\frac{v}{c}$ este mic, vom avea:

$$u\approx\frac{c}{n}+v-\frac{v}{n^2}=\frac{c}{n}+v\left(1-\frac{1}{n^2}\right).$$

Asta înseamnă că în comparaţie cu starea iniţială, cînd avem $u'=\frac{c}{n}$, franjele de interferenţă se schimbă datorită variaţiei vitezei cu $v\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\alpha v$, unde coeficientul de „antrenare" este dat de $\alpha=1-\frac{1}{n^2}$, conform relaţiei deduse de Fresnel.

3.6. Efectul Doppler-Fizeau

Şi alte fenomene optice, ca *efectul Doppler* (variaţia frecvenţei luminii în funcţie de deplasarea relativă a izvorului faţă de observator) au putut fi cercetate pe baza teoriei relativităţii restrînse, cu ajutorul formulelor de transformare Einstein-Lorentz.

a) **Efectul Doppler-Fizeau în acustică.** Doppler (1842) a arătat că frecvenţa sunetului percepută de către un observator depinde de mişcarea observatorului sau a izvorului: ea este mai mare dacă izvorul şi observatorul se

apropie între ei, mai mică dacă se îndepărtează. Fenomenul a fost observat şi în optică de către Fizeau. Să luăm cazul propagării undelor într-un mediu, cazul sunetului, adică *efectul Doppler în acustică.*

Fie izvorul I care se mişcă faţă de mediu, şi deci şi faţă de observatorul O, cu viteza v (fig. 322). Viteza de propagare a undei este V şi nu depinde de mişcarea izvorului.

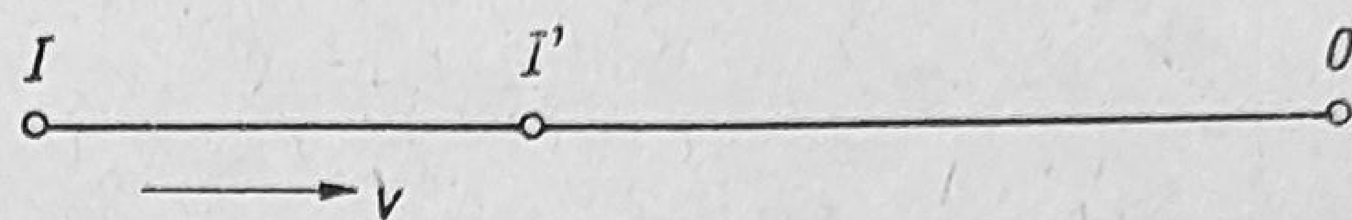


Fig. 322.

Unda emisă din I în momentul t_1 ajunge în momentul T_1 în O:

$$T_1 = t_1 + \frac{IO}{V}. \quad (3\text{-}38)$$

Unda emisă după tipul τ adică în momentul $t_2 = t_1 + \tau$, adică din poziţia izvorului I', ajunge în O în momentul:

$$T_2 = t_2 + \frac{IO - v\tau}{V} \quad (3\text{-}39)$$

dacă izvorul se apropie de observator sau în cazul îndepărtării;

$$T_2 = t_2 + \frac{IO + v\tau}{V} \quad (3\text{-}40)$$

sau în general

$$T_2 = t_2 + \frac{IO \pm v\tau}{V}. \quad (3\text{-}41)$$

Dacă frecvenţa undei emise de I este ν_0, atunci cele $N = \nu_0\tau$ unde emise de I în intervalul τ vor fi înregistrate de observator cu frecvenţa

$$\nu' = \frac{N}{T_2 - T_1} = \frac{N}{T} \quad (3\text{-}42)$$

şi deci din

$$T = T_2 - T_1 = t_2 + \frac{IO \pm v\tau}{V} - t_1 - \frac{IO}{V} = t_2 - t_1 \pm \frac{v\tau}{V} = \tau\left(1 \pm \frac{v}{V}\right) \quad (3\text{-}43)$$

$$\nu' \approx \nu_0\left[1 \pm \frac{v}{V} \pm \left(\frac{v}{V}\right)^2 \pm \left(\frac{v}{V}\right)^3 \cdots\right] \approx \nu_0\left(1 \pm \frac{v}{V}\right)$$

obţinem:

$$\nu' = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{V}} \quad (3\text{-}44)$$

cu (+) la îndepărtarea izvorului, cu (—) la apropierea izvorului faţă de observatorul fix.

În cazul cînd izvorul este fix şi observatorul se mişcă, vom avea pentru momentele T_1 şi T_2 ale înregistrărilor undei faţă de momentele de emisie t_2 şi t_1 şi intervalul $t_2 - t_1 = \tau$ expresiile asemănătoare:

$$T_1 = t_1 + \frac{IO}{V \mp v} \quad \text{şi} \quad T_2 = t_2 + \frac{IO \pm v\tau}{V \mp v} \tag{3-45}$$

de unde vom obţine:

$$T = T_2 - T_1 = t_2 + \frac{IO}{V \pm v} + \frac{v\tau}{V \mp v} - t_1 - \frac{IO}{V \mp v} = \tau\left(1 \pm \frac{v}{V \mp v}\right) \tag{3-46}$$

şi cum $\nu_0 = \frac{N}{\tau}$ şi $\nu'' = \frac{N}{T}$ vom obţine:

$$\nu'' = \frac{\nu_0}{1 \pm \frac{v}{V \mp v}} = \frac{\nu_0}{\frac{V \mp v \pm v}{V \mp v}} = \frac{\nu_0 (V \mp v)}{V} = \nu_0\left(1 \mp \frac{v}{V}\right) \tag{3-47}$$

cu (—) în cazul cînd observatorul se îndepărtează şi cu (+) în cazul cînd observatorul se apropie de izvorul I care este fix.

În cazul în care viteza v ca vector nu se situează pe direcţia I-O, ci face unghiul φ atunci în relaţiile de mai sus intervine proiecţia vitezei pe această direcţie, adică $v \cos \varphi$ şi se obţin relaţiile:

$$\nu' = \frac{\nu_0}{1 \pm \frac{v \cos \varphi}{V}} = \frac{\nu_0 \left(1 \mp \frac{v \cos \varphi}{V}\right)}{\left(1 \pm \frac{v \cos \varphi}{V}\right)\left(1 \mp \frac{v \cos \varphi}{V}\right)} = \nu_0 \left(1 \mp \frac{v \cos \varphi}{V}\right) \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{v \cos \varphi}{V}\right)^2}\right) \tag{3-48}$$

în cazul deplasării izvorului, şi

$$\nu'' = \nu^0 \left(1 \mp \frac{v \cos \varphi}{V}\right) \tag{3-49}$$

în cazul deplasării observatorului.

Se observă imediat că în cazul propagării undelor într-un mediu, pentru frecvenţa înregistrată se obţin două valori care diferă între ele cu factorul de ordinul al doilea în raport cu $\frac{v}{V}$ (mic în raport cu unitatea) dat de:

$$\frac{1}{1 - \left(\frac{v \cos \varphi}{V}\right)^2} \tag{3-50}$$

sau cînd $\varphi = 0$;

$$\frac{1}{1 - \frac{v^2}{V^2}} \tag{3-51}$$

adică:

$$\nu' = \nu_0 \left[1 \mp \frac{v}{V} \mp \left(\frac{v}{V}\right)^2 \cdots\cdots\right] \tag{3-52}$$

şi

$$\nu'' = \nu_0 \left(1 \mp \frac{v}{V}\right). \tag{3-53}$$

b) **Efectul Doppler-Fizeau în optică şi teoria relativităţii.** Lumina se propagă în vid. În cazul cînd am presupus că lumina se propagă într-un mediu — eterul fix, imobil — atunci se obţine aceleaşi rezultate ca şi în acustică şi prin metodele interferenţiale sensibile, metoda lui Michelson, ar trebui să se pună în evidenţă deosebirea între frecvenţele ν' şi ν'' corespunzătoare celor două feluri de mişcări ale deplasării izvorului faţă de eter şi observator şi ale observatorului faţă de eter şi izvor, frecvenţe ce s-ar deosebi prin factorul $\left(\frac{1}{1-\frac{v_2}{V_2}}\right)$.

Cum aceste diferenţe nu au putut fi puse în evidenţă, urmează că numai mişcarea relativă a izvorului şi observatorului intervin în apariţia efectului Doppler-Fizeau în optică şi nu mişcarea absolută faţă de vid sau faţă de eterul imobil ipotetic.

Să tratăm problema din punctul de vedere al teoriei relativităţii:

Să presupunem că observatorul este situat în sistemul $Oxyz$, iar izvorul este fixat de sistemul $O'x'y'z'$, care se deplasează faţă de sistemul $Oxyz$ de-a lungul axei comune $Ox — Ox'$ cu viteza relativă v, izvorul îndepărtîndu-se de observator.

Momentele de emisie ale semnalului luminos produs de izvorul I, cu frecvenţa ν_0 în sistemul $O'x'y'z'$, vor fi înregistrate de observatorul din sistemul $Oxyz$ la timpurile t_1 şi t_2 pentru poziţiile izvorului luminos din x_1 şi x_2 şi momentele de recepţionare ale semnalelor de către observator vor fi T_1 şi T_2, astfel că vom avea:

$$\tau = t_2 - t_1 \qquad x_2 = x_1 + v\tau$$
$$T_1 = t_1 + \frac{IO}{c} \qquad T_2 = t_2 + \frac{IO + v\tau}{c} \qquad (3\text{-}54)$$

şi deci

$$T = T_2 - T_1 = \left(1 + \frac{v}{c}\right)\tau. \qquad (3\text{-}55)$$

Cum ν_0 este frecvenţa izvorului în sistemul $O'x'y'z'$, frecvenţa ν percepută de observatorul din sistemul $Oxyz$ se va obţine în felul următor: ,

Intervalului de timp τ din sistemul $Oxyz$ îi corespunde intervalul τ în sistemul $O'x'y'z'$ dat de

$$\tau' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} =$$

$$\tau' = \frac{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\tau - \frac{v}{c^2}(v\tau)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \tau\sqrt{1-\beta^2} \qquad (3\text{-}56)$$

şi în acest interval de timp, avem N oscilaţii, deci:

$$N=\nu_0\tau'=\nu_0\tau\sqrt{1-\beta^2}, \tag{3-57}$$

de unde deducem frecvenţa ν percepută de observator, cînd izvorul se îndepărtează de observator:

$$\nu=\frac{N}{T}=\frac{\nu_0\tau\sqrt{1-\beta^2}}{\tau\left(1+\frac{v}{c}\right)}=\nu_0\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{v}{c}} \tag{3-58}$$

şi cum

$$\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta}=\sqrt{\frac{1-\beta^2}{(1+\beta)(1+\beta)}}=\sqrt{\frac{(1-\beta)(1+\beta)}{(1+\beta)(1+\beta)}}=\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \tag{3-59}$$

vom avea în fine expresia:

$$\nu=\nu_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}=\nu_0\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} \tag{3-60}$$

sau aproximativ:

$$\nu\approx\nu_0\left[1+\frac{v}{c}+\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2+\cdots\right]\approx\nu_0\left(1+\frac{v}{c}\right); \tag{3-61}$$

indiferent dacă izvorul (sau observatorul) este legat de sistemul $O'x'y'z'$ şi observatorul (sau izvorul) este legat de sistemul $Oxyz$.

În cazul cînd direcţia observator-izvor face unghiul φ cu viteza de deplasare (φ măsurat de către observator) avem:

$$\nu=\nu_0\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{v}{c}\cos\varphi}. \tag{3-62}$$

Dacă $\varphi=0$, $\cos\varphi=1$ obţinem relaţia:

$$\nu=\nu_0\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{v}{c}}, \tag{3-63}$$

efect Doppler longitudinal.

Dacă însă $\varphi=\frac{\pi}{2}$, $\cos\varphi=0$, se găseşte

$$\nu=\nu_0\sqrt{1-\beta^2} \tag{3-64}$$

efect Doppler transversal, un fapt nou care rezultă din teoria relativităţii, adică efectul Doppler apare şi în cazul în care direcţia de propagare a luminii este perpendiculară pe direcţia de mişcare.

Acest fapt a putut fi pus în evidenţă de către Ives (1938) cu razele canal. Dispozitivul experimental şi modul de lucru este acesta (fig. 323):

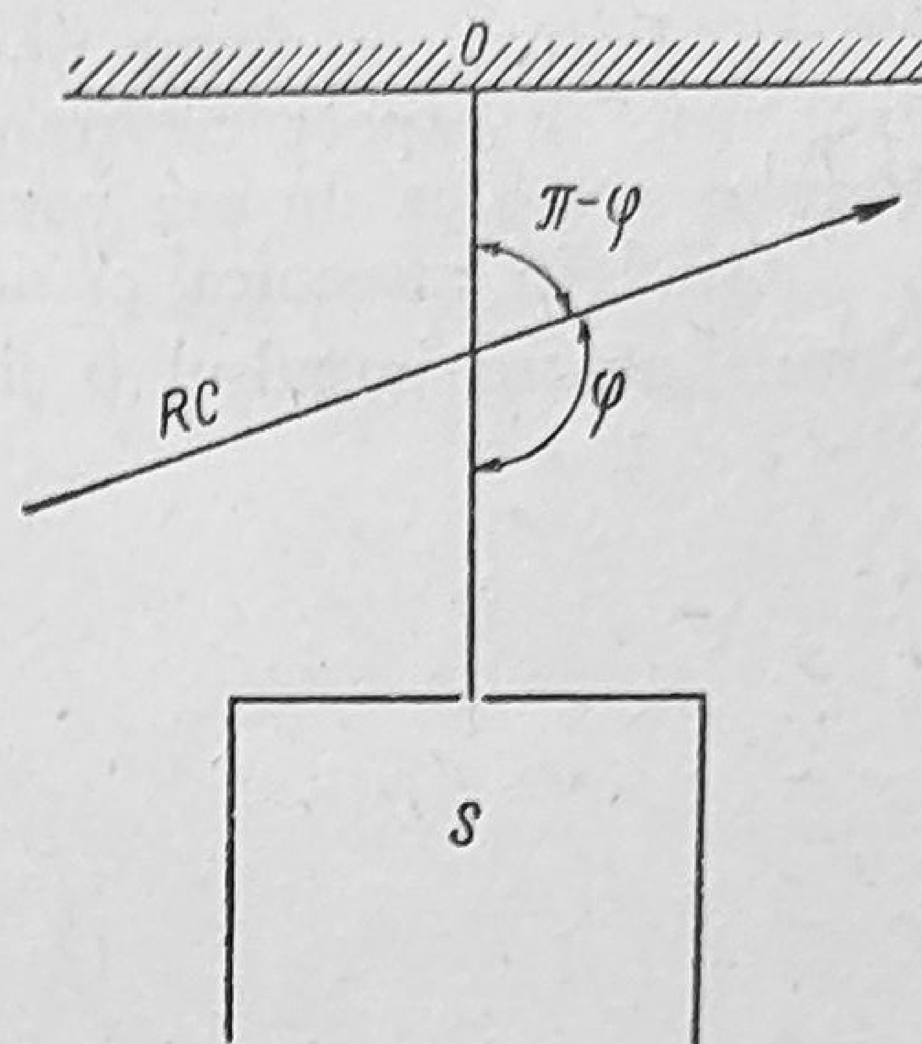


Fig. 323.

Între oglinda plană O şi fanta spectrografului *S*, oglinda fiind aşezată normal pe direcţia de vizare *OS* a spectrografului, trec razele canal după direcţia *RC*. Dacă lumina este observată după direcţia *RC* sau o alta înclinată cu unghiul φ, se observa în mod normal variaţia în frecvenţă. În cazul dispozitivului de mai sus, partea de undă sferică emisă spre spectrograf şi observată după direcţia φ va da în spectrograf o deplasare $-\Delta\nu$; partea de undă care porneşte după direcţia $\pi-\varphi$ se reflectă pe oglinda O şi pătrunde apoi în spectograf se va înregistra cu o variaţie $+\Delta\nu$ în frecvenţă. Vom avea deci deplasările simetrice $-\Delta\nu$ şi $+\Delta\nu$ ale efectului Doppler longitudinal, faţă de frecvenţa ν nedeplasată. Efectul Doppler transversal produce o deplasare spre roşu, $-\Delta_t\nu$ care este o deplasare suplimentară şi se suprapune peste efectul Doppler longitudinal ce produce deplasările $-\Delta\nu$ şi $+\Delta\nu$.

Deci în spectrograf va rezulta un aspect nesimetric în deplasarea în frecvenţă, adică

$$\Delta'\nu = -\Delta\nu - \Delta_t\nu = -(\Delta\nu + \Delta_t\nu) \tag{3-65}$$

şi

$$\Delta''\nu = +\Delta\nu - \Delta_t\nu, \tag{3-66}$$

de unde rezultă

$$-\Delta_t\nu = \frac{\Delta'\nu + \Delta''\nu}{2}. \tag{3-67}$$

Ives a putut pune în evidenţă această mică deplasare, care corespunde la valori de aproximativ 0,0408 Å — faţă de cea teoretică calculată de 0,0472 Å.

3.7. Mecanica relativistă

Mecanica relativistă este o consecinţă a faptului că ecuaţiile fundamentale ale mecanicii lui Newton, care sînt invariante faţă de ecuaţiile de transformare ale lui Galileu, nu sînt invariante faţă de cele ale Lorentz. Pentru

aceasta, Einstein a făcut unele completări în ecuaţiile mecanicii, care sînt invariante în raport cu transformările lui Lorentz (astfel că mecanica lui Newton apare ca un caz particular al acestei mecanici).

Astfel în mecanica clasică nerelativistă, pentru o particulă liberă avem relaţiile pentru impulsul $\overline{\mathbf{p}}$ şi energia cinetică E

$$\overline{\mathbf{p}}=m\overline{\mathbf{v}} \tag{3-68}$$

şi

$$E=\frac{mv^2}{2}=\frac{p^2}{2m}. \tag{3-69}$$

În mecanica relativistă, aceste mărimi sînt date de către relaţiile:

$$\overline{\mathbf{p}}=\frac{m\overline{\mathbf{v}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{3-70}$$

şi

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{3-71}$$

unde $\beta=\frac{v}{c}$, iar m este masa de repaus a punctului material.

Dacă $\beta^2 \ll 1$, rezultatele relativiste se reduc la cele nerelativiste adică

$$\overline{\mathbf{p}}=m\overline{\mathbf{v}}\left(1+\frac{1}{2}\beta^2+\cdots\right)=m\overline{\mathbf{v}}+\cdots \tag{3-72}$$

şi

$$E=mc^2\left(1+\frac{1}{2}\beta^2+\cdots\right)=mc^2+\frac{mv^2}{2}+\cdots, \tag{3-73}$$

unde mc^2 este un termen constant nesemnificativ, energia nefiind determinată decît pînă la o constantă aditivă arbitrară.

Din formulele 3-70 şi 3-71 se obţine pentru energia E a unei particule libere relaţia generală relativistă:

$$E^2=c^2p^2+m^2c^4, \tag{3-74}$$

care duce în cazul cînd particula se găseşte în repaus faţă de sistemul de referinţă considerat ($p=0$) la

$$E=mc^2, \tag{3-75}$$

o relaţie generală importantă ce leagă energia E de masa m şi care este utilizată în special în fizica nucleelor în bilanţul energetic.

Capitolul 4

TRECEREA LUMINII PRIN MEDII IZOTROPE

4.1. Absorbţia luminii

Lumina este absorbită mai mult sau mai puţin prin trecerea ei printr-un mediu. Absorbţia nu este aceeaşi pentru toate radiaţiile, ci ea este *selectivă*. Astfel, sticla este transparentă şi incoloră în vizibil căci absoarbe radiaţiile din vizibil foarte puţin. În schimb, ea este foarte absorbantă pentru undele ultraviolete. Sticlele colorate, de exemplu cele roşii, apar ca atare deoarece din lumina albă absorb mult — de exemplu — radiaţiile verzi şi albastre şi lasă să treacă, fiind mai puţin absorbite, pe cele dinspre roşu. Sticla apare astfel roşie prin transparenţă. Absorbţia luminii poate fi explicată prin faptul că unda luminoasă prin trecerea ei prin mediul respectiv provoacă oscilaţii forţate ale electronilor legaţi elastic în substanţa respectivă, consumînd astfel energie, care prin mişcarea electronilor, se transmite întregei mase a corpului, care se încălzeşte.

Să considerăm un strat din substanţa respectivă absorbantă de grosime l pe care cade normal un fascicul de unde paralele cu densitatea în volum a fluxului de energie u_0 (fig. 324). În stratul cu grosimea elementară dl intră fluxul de energie cu densitatea u, care se micşorează cu du prin trecerea prin acest strat. Această variaţie du este proporţională cu u şi dl adică:

$$-du = ku\,dl, \tag{4-1}$$

unde k este coeficientul de absorbţie determinat de proprietăţile mediului absorbant. Prin străbaterea stratului l, densitatea fluxului scade de la u_0 la u după o lege de descreştere exponenţială obţinută astfel:

$$\frac{du}{u} = -k\,dl \qquad \int_{u_0}^{u} \frac{du}{u} = -k\int_0^l dl = -kl$$

$$\ln u - \ln u_0 = \ln\frac{u}{u_0} = -kl \qquad u = u_0 e^{-kl}, \tag{4-2}$$

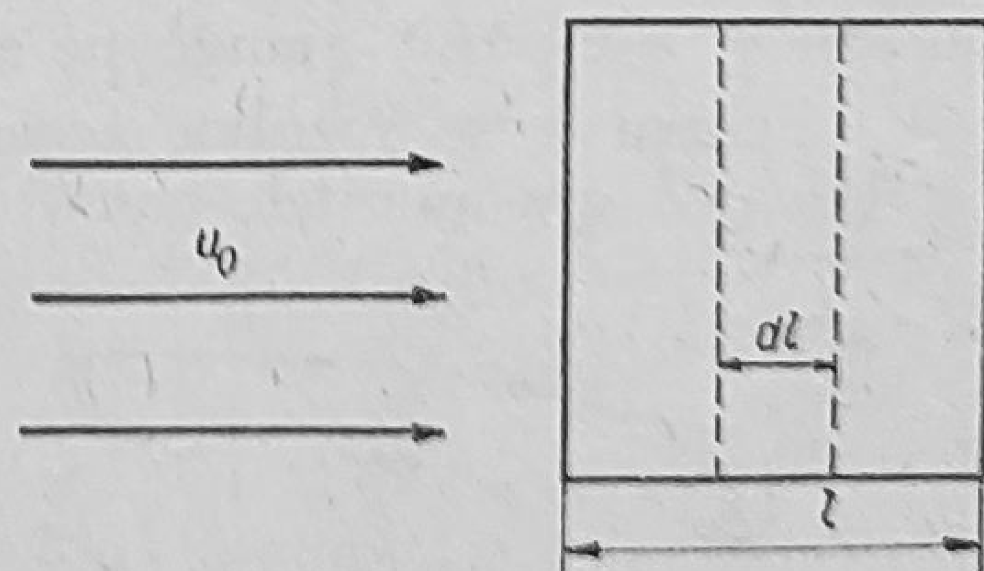


Fig. 324.

numită legea Lambert-Bouguer — unde e este baza logaritmilor naturali. k ia valori foarte diferite. Astfel pentru radiaţiile din vizibil

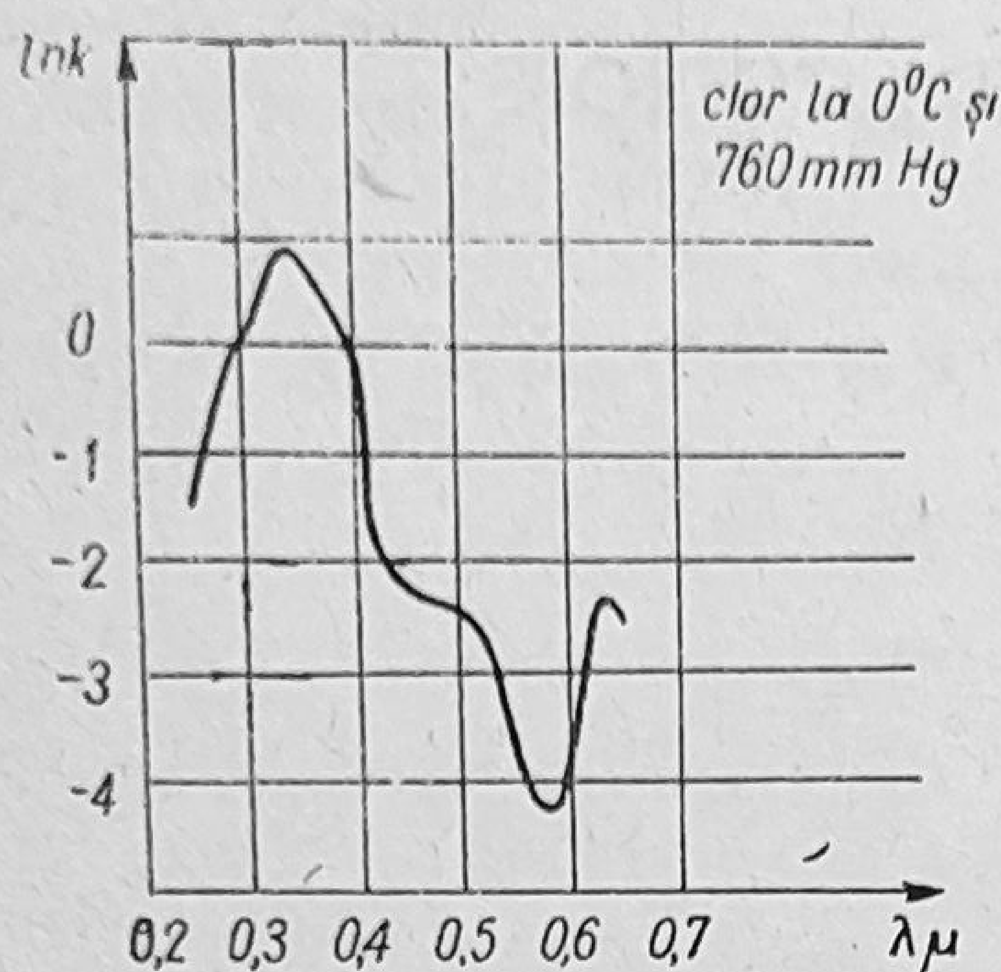


Fig. 325.

$k \approx 10^{-5}$ cm^{-1} pentru aer, $k \approx 10^{-2}$ cm^{-1} pentru sticlă. Pentru metale însă k valori de ordinul zecilor de mii. Coeficientul k depinde de lungimea de undă a radiaţiei întrebuinţate care pătrunde în substanţa cercetată.

În cazul soluţiilor conţinînd substanţe absorbante, se constată că absorbţia depinde de concentraţia c a substanţei din soluţie şi este valabilă legea lui *Beer*

$$u = ue^{\varkappa c i}, \tag{4-3}$$

unde $\varkappa$ este un coeficient constant, atît timp cît concentraţia c nu este prea mare pentru ca moleculele corpului să se influenţeze reciproc. Legea se aplică de asemenea numai cu condiţia ca între moleculele solventului şi moleculele substanţei să nu existe influenţe reciproce.

4.2. Reflexia şi refracţia luminii la suprafaţa de separare a două medii izotrope transparente

O undă luminoasă care cade pe suprafaţa de separare a două medii izotrope transparente suferă fenomenul de reflexie şi de refracţie. Cu ajutorul construcţiei Huyghens-Fresnel se poate afla direcţia de propagare a undei reflectate şi a celei refractate. Pentru a afla însă şi intensităţile acestor unde, precum şi alte particularităţi, ca de exemplu polarizarea lor, va trebui să se cunoască modul cum substanţele respective acţionează asupra undei care trece prin suprafaţa lor de separare.

Fresnel a considerat că unda luminoasă se propagă în spaţiu şi prin corpuri prin şi cu ajutorul unui mediu elastic şi a ajuns la relaţiile care stabilesc legătura între unghiurile de incidenţă şi refracţie şi amplitudinea sau intensitatea undelor reflectate şi transmise, exprimate prin *formulele lui Fresnel.*

Teoria electromagnetică a luminii, precum şi faptul considerat că substanţa mediilor este un sistem de sarcini electrice, influenţate de unda electromagnetică, a dat posibilitatea tratării problemei trecerii luminii prin aceste medii şi s-a putut ajunge pe această cale la aceleaşi formule ale lui Fresnel.

Pentru a se rezolva această problemă s-a căutat în primul rînd să se stabilească aşa-numitele *condiţii de frontieră.* Unda luminoasă electromagnetică trece din mediul *1*, caracterizat prin constanta dielectrică ε_1 în mediul *2*, caracterizat prin constanta dielectrică ε_2 din punctul M_1 în punctul M_2, care sînt foarte apropiate de suprafaţa de separare S a celor două medii (fig. 326).

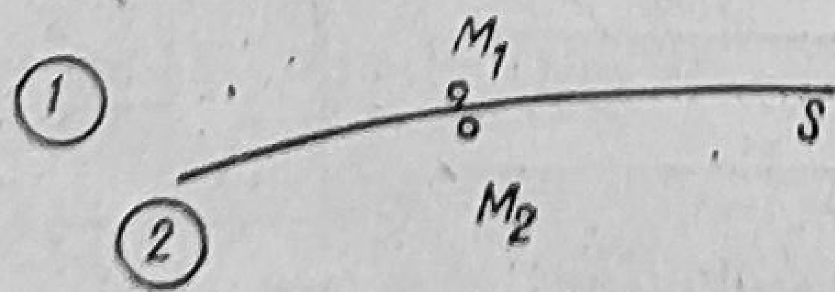


Fig. 326.

Vectorii cîmpului electromagnetic E_1 şi H_1 devin E_2 şi H_2 şi ecuaţia de trecere stabileşte continuitatea componentelor tangenţiale a vectorilor electrici şi magnetici la suprafaţa S adică:

$$E_{1x}=E_{2x} \quad E_{1y}=E_{2y} \quad \text{şi} \quad H_{1x}=H_{2x} \quad H_{1y}=H_{2y} \tag{4-4}$$

dacă suprafaţa S este suprafaţa Oxy. Pentru componentele normale pentru suprafaţa S nu avem continuitate:

$$\varepsilon_1 E_{1z}=\varepsilon_2 E_{2z} \quad \text{şi} \quad \mu_1 H_{1z}=\mu_2 H_{2z}. \tag{4-5}$$

Totodată se aplică principiul conservării energiei, în sensul că energia fasciculului luminos incident se găseşte în energia fasciculului reflectat şi în cel transmis şi că densitatea spaţială de energie luminoasă u este proporţională cu amplitudinea la pătrat a undei, a^2, mai exact cu produsul $n\ a^2$.

Să luăm mai întîi cazul undei monocromatice care cade normal pe suprafaţa de separare a două medii izotrope transparente cu indicii de refracţie n_1 şi n_2, pentru care vom avea, deoarece permeabilitatea este socotită egală cu unu, constantele dielectrice ϵ_1 şi ε_2 date de

$$\varepsilon_1=n_1^2 \quad \text{şi} \quad \varepsilon_2=n_2^2 \tag{4-6}$$

şi deci vitezele de propagare v_1 şi v_2 redate de:

$$v_1=\frac{c}{n_1} \quad \text{şi} \quad v_2=\frac{c}{n_2}. \tag{4-7}$$

Considerînd unda polarizată liniar cu componenta cîmpului electric E_1 paralelă cu axa Ox vom avea atît vectorul electric E_2 al undei transmise cît şi vectorul electric E_2 al undei reflectate paralele cu axa Ox (fig. 327). Cîmpul magnetic H_1, perpendicular pe E_1 este paralel cu Oy. Vom avea pentru unda incidentă:

$$E=E_{1x}=a_1 \cos \frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{n_1 z}{c}\right)$$

$$E_{1y}=0 \cdot \ E_{1z}=0 \cdot \tag{4-8}$$

Cum am stabilit că $\sqrt{\mu}\ H=\sqrt{\varepsilon}\ E$ deci $H=\sqrt{\varepsilon}\ E$, atunci amplitudinea cîmpului magnetic va fi:

$$a_1\sqrt{\varepsilon_1}=a_1\ n_1 \cdot$$

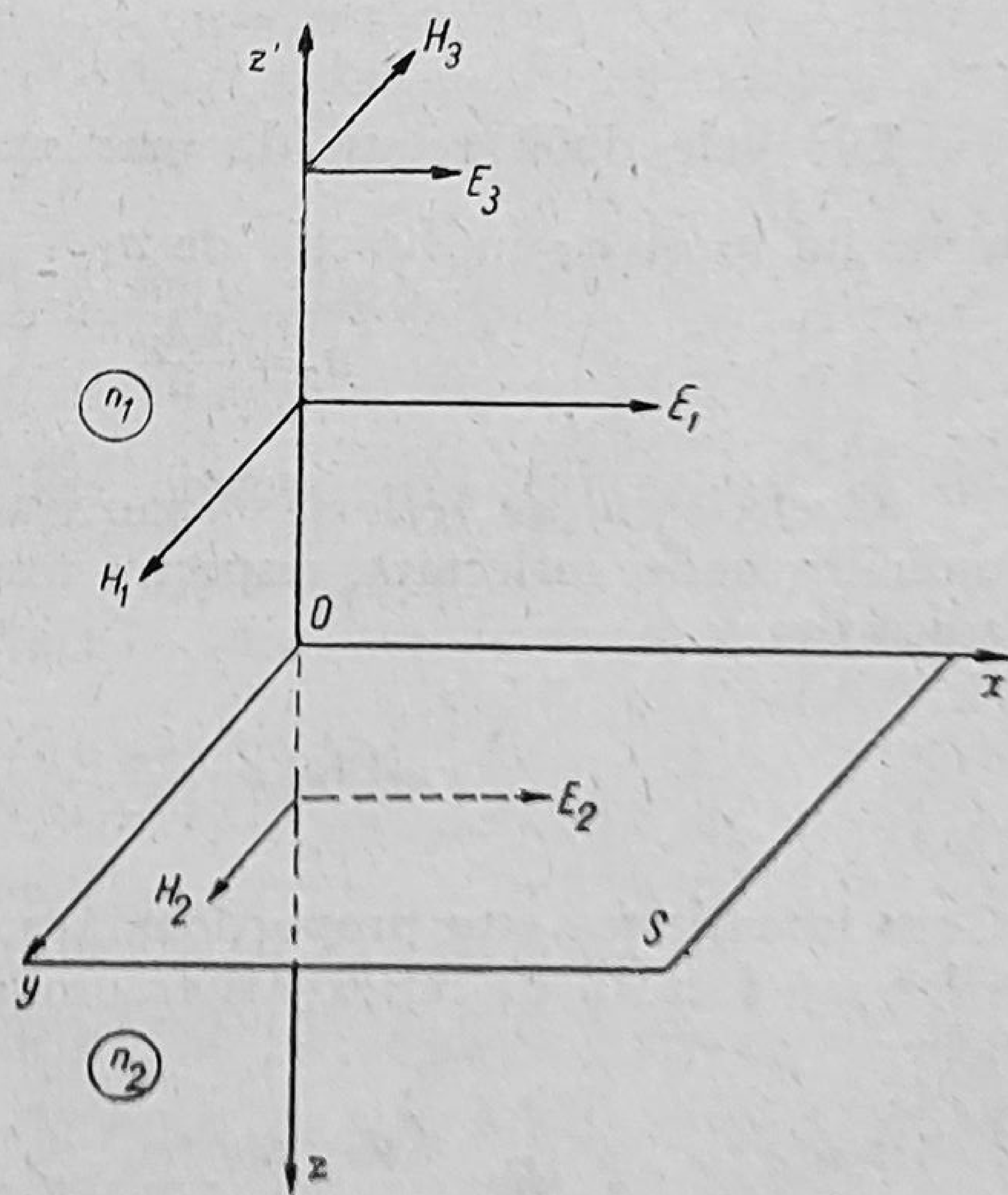


Fig. 327.

Pentru unda transmisă avem:

$$E_2=E_{2x}=a_2 \cos \frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{n_2 z}{c}\right) \quad E_{2y}=0 \quad E_{2z}=0 \tag{4-9}$$

şi pentru unda reflectată, prin faptul că se propagă în sens invers undei incidente:

$$E_3=E_{3x}=a_3 \cos \frac{2\pi}{T}\left(t+\frac{n_1 z}{c}\right) \quad E_{3y}=0 \quad E_{3z}=0. \tag{4-10}$$

Pentru cîmpul magnetic vom avea:

$$\begin{aligned} H_{1y}&=n_1\, a_1 \cos \frac{2\pi}{T}\left[t-\frac{n_1 z}{c}\right] \\ H_{2y}&=n_2\, a_2 \cos \frac{2\pi}{T}\left[t-\frac{n_2 z}{c}\right] \\ H_{3y}&=-n_1\, a_3 \cos \frac{2\pi}{T}\left[t+\frac{n_1 z}{c}\right]. \end{aligned} \tag{4-11}$$

La suprafaţa planului S, deci pentru $z=0$, unde are loc fenomenul de desfacere a undei reflectate de cea transmisă, vom avea în mediul 1 suprapunerea undei incidente cu cea reflectată şi în mediul 2 numai unda refractată deci:

$$E_{1x}+E_{3x}=E_{2x} \quad \text{şi} \quad H_{1y}+H_{3y}=H_{2y}, \tag{4-12}$$

şi deci relaţia amplitudinilor:

$$a_1+a_3=a_2 \qquad n_1 a_1-n_1 a_3=n_2 a_2. \tag{4-13}$$

Din cele două relaţii de mai sus, dacă se pune $n=\frac{n_2}{n_1}$ se obţin valorile lui a_2 şi a_3 în funcţie de a_1

$$a_2=\frac{2\,a_1}{n+1} \qquad a_3=\frac{n-1}{n+1}\,a_1. \tag{4-14}$$

Coeficientul de reflexie r, sau transmisie t, va fi dat de raportul amplitudinilor undei reflectată, respectiv transmisie, şi amplitudinea undei incidente, adică de:

$$r=\frac{a_3}{a_1}=-\frac{(n-1)}{(n+1)} \qquad t=\frac{a_2}{a_1}=\frac{2}{(n+1)}. \tag{4-15}$$

Cum intensitatea este proporţională cu amplitudinea la pătrat, atunci „puterile" sau factorii de reflexie şi transmisie R şi T vor fi redaţi de către expresiile:

$$R=\frac{n_1 a_3^2}{n_1 a_1^2}=\frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} \quad \text{şi} \quad T=\frac{n_2 a_2^2}{n_1 a_1^2}=\frac{4n}{(n+1)^2}. \tag{4-16}$$

Se observă că se aplică legea de conservare a energiei, deoarece făcînd abstacţie de absorbţie, $A=0$, avem:

$$R+T=1 \tag{4-17}$$

$$\frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}+\frac{4n}{(n+1)^2}=\frac{n^2-2n+1+4n}{(n+1)^2}=\frac{n^2+2n+1}{(n+1)^2}=\frac{(n+1)^2}{(n+1)^2}=1.$$

În cazul reflexiei şi refracţiei oblice, vectorul amplitudinii a_1 a undei polarizate liniar se poate descompune în componentele a_{1p} şi a_{1s} situate în planul de incidenţă şi perpendicular pe aceasta.

De asemenea pentru unda refractată şi cea reflectată vom avea componentele a_{2p}, a_{2s} şi a_{3p}, a_{3s}.

Dacă unghiul de incidenţă este i_1 în mediul cu indice n_1 şi unghiul de refracţie este i_2 în mediul cu indice n_2 atunci legăturile între aceste componente sînt date de *formulele lui Fresnel.*

$$\begin{aligned} r_p&=\frac{a_{3p}}{a_{1p}}=-\frac{\operatorname{tg}(i_1-i_2)}{\operatorname{tg}(i_1+i_2)}\\ r_s&=\frac{a_{3s}}{a_{1s}}=-\frac{\sin(i_1-i_2)}{\sin(i_1+i_2)}\\ t_p&=\frac{a_{2p}}{a_{1p}}=\frac{2\cos i_1\sin i_2}{\sin(i_1+i_2)\cos(i_1-i_2)}\\ t_s&=\frac{a_{2s}}{a_{1s}}=\frac{2\cos i_1\sin i_2}{\sin(i_1+i_2)} \end{aligned} \tag{4-18}$$

cu puterile sau factorii de reflexie daţi de:

$$\begin{aligned} R_p&=\frac{n_1 a_{3p}^2}{n_1 a_{1p}^2}=\left(\frac{a_{3p}}{a_{1p}}\right)^2=\frac{\operatorname{tg}^2(i_1-i_2)}{\operatorname{tg}^2(i_1+i_2)}=r_p^2\\ R_s&=\frac{n_1 a_{3s}^2}{n_1 a_{1s}^2}=\left(\frac{a_{3s}}{a_{1s}}\right)^2=\frac{\sin^2(i_1-i_2)}{\sin^2(i_1+i_2)}=r_s^2 \end{aligned} \tag{4-19}$$

şi cu puterile sau factorii de transmisie obţinuţi din aplicarea legii conservării energiei:

$$R+T=1$$

$$\begin{aligned} T_p&=\frac{\sin 2i_1\sin 2i_2}{\sin^2(i_1+i_2)\cos^2(i_1-i_2)}\\ T_s&=\frac{\sin 2i_1\sin 2i_2}{\sin^2(i_1+i_2)}. \end{aligned} \tag{4-20}$$

În cazul incidenţei normale obţinem din formulele lui Fresnel:

$$r_p=r_s=r \qquad t_p=t_s=t, \tag{4-21}$$

adică relaţiile deja obţinute anterior.

În figurile 328 şi 329 sînt trasate curbele care redau valorile puterilor sau factorilor de reflexie şi transmisie R_s, R_p, T_s, T_p, în funcţie de unghiul de incidenţă i_1 curbe obţinute şi experimental pentru cazul reflexiei de exemplu aer-sticlă.

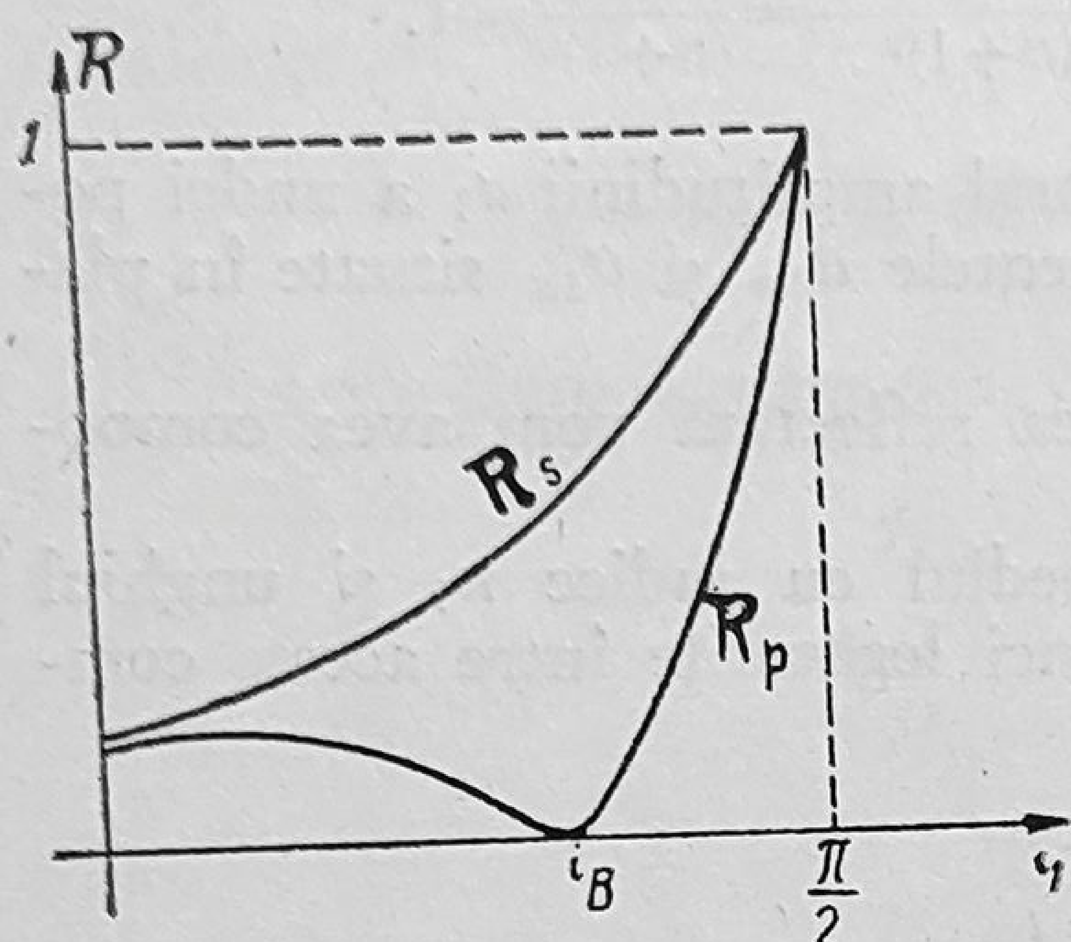


Fig. 328.

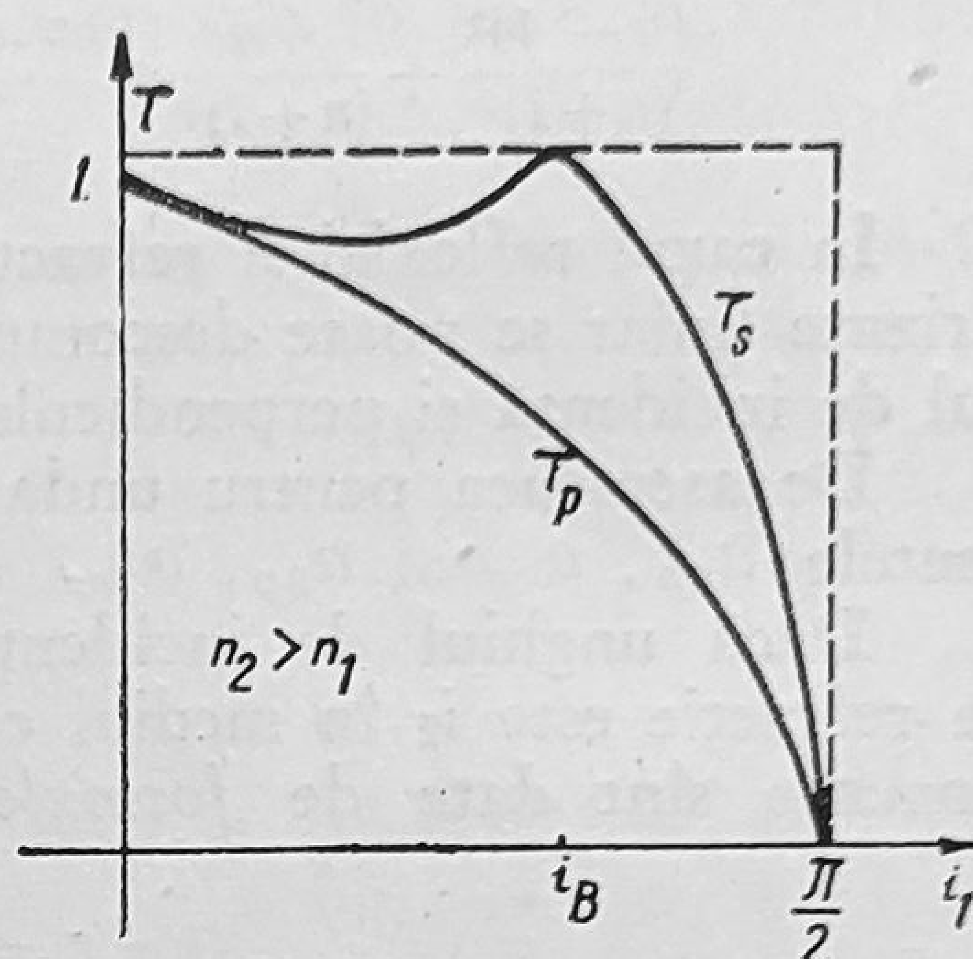


Fig. 329.

Se constată că pentru un anumit unghi i_B, $r_p = 0$, iar în lumina reflectată rămîne numai componenta perpendiculară pe planul de incidenţă, adică obţinem un fascicul de lumină polarizată liniar, deoarece gradul de polarizare $\boldsymbol{P}$, variabil cu unghiul de incidenţă, la acest unghi i_B este egal cu:

$$P = \frac{R_s - R_p}{R_s + R_p} = \frac{R_s - 0}{R_s + 0} = 1. \qquad (4\text{-}22)$$

Pentru $i_1 = 0$ şi $i_1 = \pi/2$, $P = O$.

Valoarea unghiului i_B — unghiul lui Brewster — se poate calcula din

$$r_p = -\frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)} = 0, \qquad (4\text{-}23)$$

deci din tg $(i_1 + i_2) = \infty$, de unde se obţine $(i_1 + i_2) = \pi/2 = i_B + i_2 = \pi/2$.

Rezultă că raza reflectată şi cu raza refractată fac un unghi drept între ele ca în figura 330.

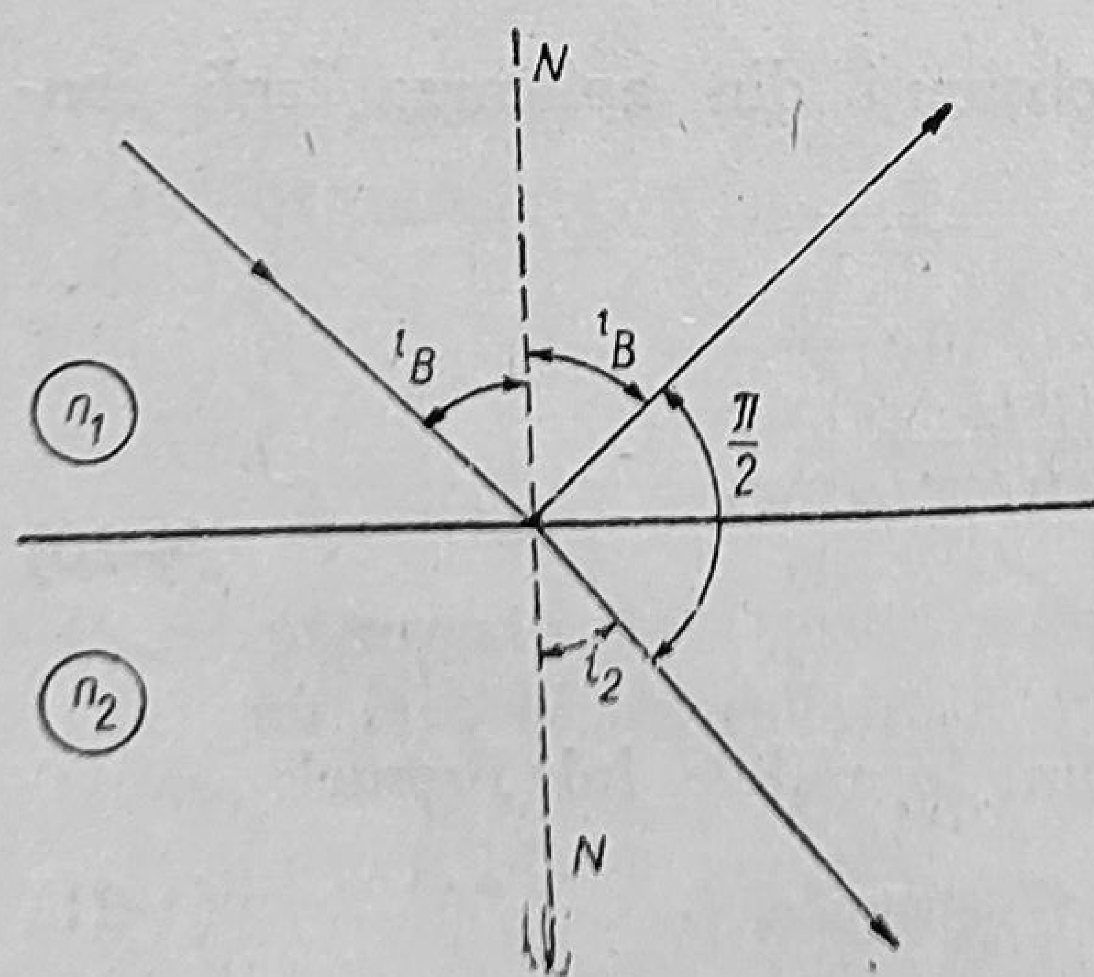


Fig. 330.

În acest: caz avem:

$$\frac{\sin i_B}{\sin i_2} = \frac{\sin i_B}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - i_B\right)} = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = \operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (4\text{-}24)$$

adică legea lui Brewster. În cazul aer-sticlă $i_B \approx 57°$, unghi sub care se lasă să se reflecte lumina pe oglinzile de sticlă, pentru a obţine lumină polarizată liniar.

Din cercetarea formulelor lui Fresnel rezultă în plus că în lumina reflectată predomină, ca intensitate, componenta perpendiculară pe planul de incidență, iar în lumina transmisă componentă paralelă la planul de incidență. În lumina transmisă nu vom avea anularea nici uneia dintre componente și din această cauză lumina transmisă este totdeauna parțial polarizată. Prin trecerea luminii prin mai multe lame de sticlă paralele, la incidența lui Brewster, se poate îmbunătăți gradul de polarizare P al luminii transmise, fapt întrebuințat la construcția polariscoapelor.

Faptul că în formulele lui Fresnel pentru anumite valori ale unghiului i_1 are loc schimbarea semnului coeficienților de reflexie și transmisie, se interpretează prin schimbarea fazei luminii, în special cu π radiani, cînd are loc trecerea luminii dintr-un mediu în altul.

În cazul reflexiei, cînd $n_2 < n_1$ (de exemplu sticlă-aer) avem fenomenul de reflexie totală cînd pentru valori ale lui i_1 mai mari decît unghiul limită l nu mai avem rază refractată.

În acest caz, cînd $i_1 = l$, $\sin i_2 = 1$, căci $i_2 = \frac{\pi}{2}$ și deci $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin l}{1} = \frac{n_2}{n_1}$.

Cu valorile date pentru $i_1 = l$ și $i_2 = \pi/2$, formulele lui Fresnel dau pentru $r_s = r_p = 1$, deci valori nule pentru t_p și t_s.

4.3. Reflexia luminii pe suprafețele metalice

Lumina este reflectată în genere puternic de către suprafețele metalice. Astfel, peliculele de argint de la interferometrele Fabry-Pérot pot să reflecte 98—99% din lumina incidentă și să absoarbă cam 0,5%. La fel sodiul. La metalele mai puțin conducătoare electric, cum e fierul, reflexia este de 30—40%. Se observă însă că argintul în ultraviolet, la $\lambda = 3\,160$ Å reflectă numai 4,2%.

Tot așa metalele alcaline, care în pături subțiri sînt complet opace pentru vizibil, sînt însă foarte transparente în ultraviolet (cesiu la $\lambda = 4\,400$ Å, Rb la $\lambda = 3\,600$ Å, Li pentru $\lambda = 2\,050$ Å) și deci se comportă ca și dielectricii pentru care se poate obține lumină polarizată liniar la incidența lui Brewster.

Explicația acestor fenomene este legată de faptul că în metale există un număr foarte mare de electroni (10^{22} cm^{-3}) care pot fi considerați ca liberi, fiind slab legați de atomii metalului. Electronii liberi care emit unde secundare prin oscilațiile forțate provocate

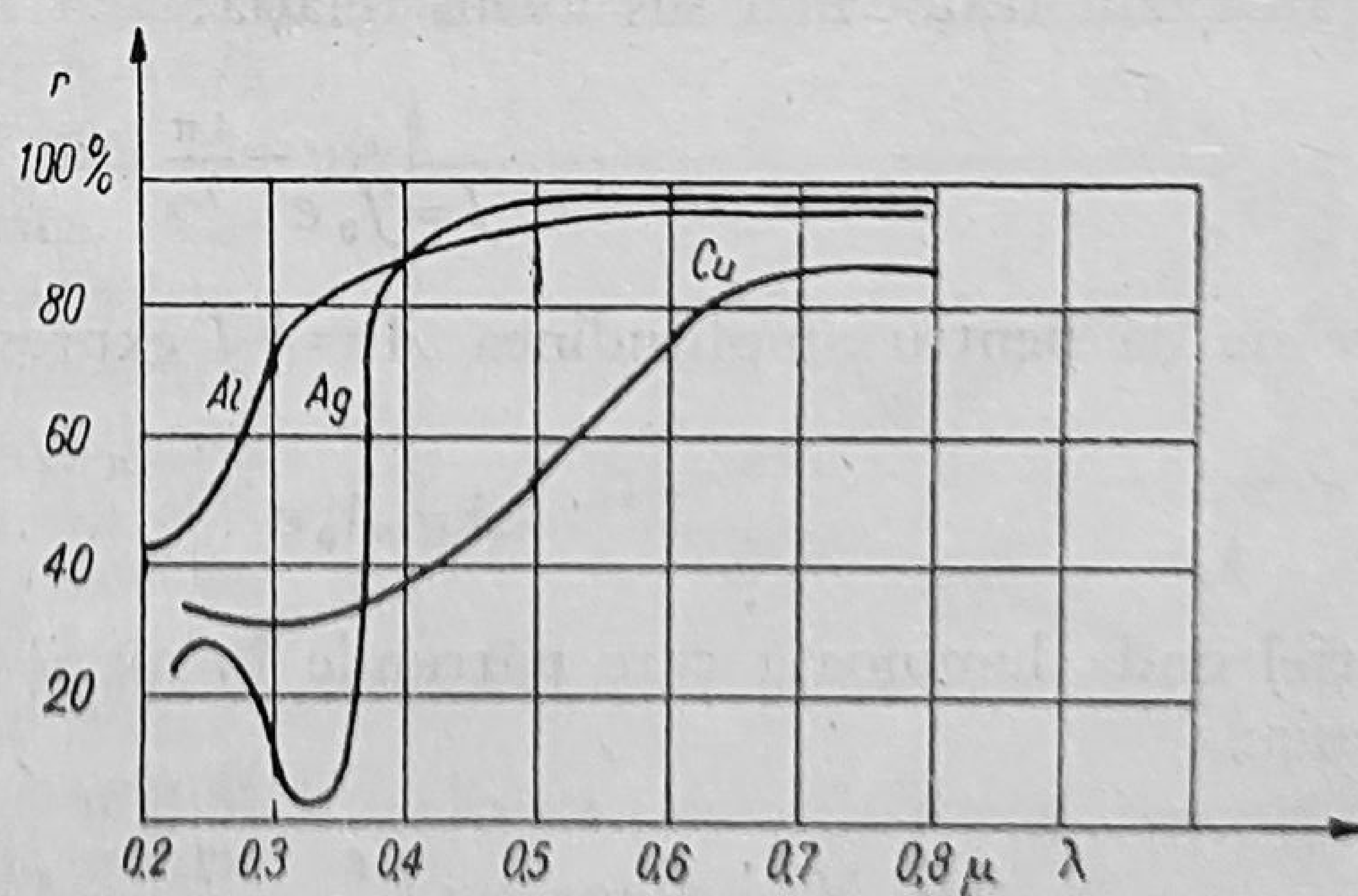


Fig. 331.

de unda luminoasă pot reacţiona cu ionii metalului şi transmite energia undei, care a pătruns în metal, ionilor, ceea ce duce la ridicarea temperaturii metalului. Absorbţia este foarte puternică. Cu cît este mai mare conductibilitatea electrică cu atît este mai intensă şi reflexia metalului respectiv.

La frecvenţe mai ridicate începe să aibe un rol din ce în ce mai important electronii legaţi, care au o frecvenţă proprie, care se găseşte în domeniul frecvenţelor undelor ultraviolete, ceea ce face ca metalele să se comporte asemănător dielectricilor. Dacă însemnăm cu J_0 intensitatea luminii incidente, atunci absorbţia are loc în stratul de metal de grosime l după relaţia:

$$J=J_0 e^{-kl}, \tag{4-25}$$

unde k este *coeficientul de absorbţie*, care are o valoare foarte mare. În studiul acestor fenomene se introduce mărimea $\varkappa$ dată de relaţia $\varkappa=k\frac{\lambda}{4\pi}$. Însemnînd cu n indicele de refracţie al metalului, lungimea de undă în vid este dată de $\lambda_0=n\lambda$, deci $\varkappa=k\frac{\lambda_0}{4\pi n}$ sau $k=\frac{4\pi}{\lambda_0}n\varkappa$. Obţinem relaţia:

$$J=J_0 e^{-\frac{4\pi}{\lambda_0}n\varkappa l}. \tag{4-26}$$

Se consideră că absorbţia este metalică dacă $(n\varkappa)>1$ (Planck), deoarece pentru majoritatea metalelor $(n\varkappa)$ are valori cuprinse între 1,5 şi 5.

Se ştie că procesele oscilatorii pot fi reprezentate cu ajutorul numerelor complexe. Numărul complex $N=Ae^{i\alpha}$ unde A şi α sînt numere reale, e baza logaritmilor naurali, $i=\sqrt{-1}$, poate fi redat sub forma:

$$N=Ae^{i\alpha}=A(\cos\alpha+i\sin\alpha), \tag{4-27}$$

unde partea reală $|N|=A\cos\alpha$ reprezintă tocmai fenomenul oscilatoriu studiat. Lucrul cu numerele complexe N este uşurat cînd se tratează probleme referitoare la compunerea oscilaţiilor pe care le întîlnim la interferenţă şi difracţie. În cazul tratat mai sus avem relaţia:

$$J=J_0 e^{-\frac{4\pi}{\lambda_0}n\varkappa l}, \tag{4-28}$$

care ne dă pentru amplitudinea $A=\sqrt{J}$ expresia:

$$A=A_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0}n\varkappa l}. \tag{4-29}$$

Astfel unda luminoasă care pătrunde în metal poate fi caracterizată prin expresia:

$$y=|N|=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{l}{\lambda}\right)=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{nl}{\lambda_0}\right) \tag{4-30}$$

sau prin:

$$N = A e^{i\,2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{nl}{\lambda_0}\right)} = A_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa l}\, e^{i\,2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{nl}{\lambda_0}\right)} =$$

$$= A_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa l + i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{nl}{\lambda_0}\right)}. \tag{4-31}$$

Expresia:

$$-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa l + i\,2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{nl}{\lambda_0}\right) \tag{4-32}$$

ia forma:

$$i\,2\pi\frac{t}{T} - i\,2\pi\frac{nl}{\lambda_0} - 2\pi\frac{n\varkappa l}{\lambda_0}\frac{i\,i}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}} = i\,2\pi\frac{t}{T} - i\,2\pi\frac{nl}{\lambda_0} + i\,2\pi\frac{in\varkappa l}{\lambda_0} =$$

$$= i\,2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{nl\,(1-i\varkappa)}{\lambda_0}\right]. \tag{4-33}$$

Avem deci:

$$N = A_0 e^{i\,2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{n\,(1-i\,\varkappa)\,l}{\lambda_0}\right]} = A_0 e^{i\,2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{n'l}{\lambda_0}\right)} \tag{4-34}$$

unde $n' = n\,(1 - i\varkappa)$ *iar numirea de indice de refracţie complex*. Deci elongaţia undei care pătrunde în metal poate fi redată de

$$y = |N| = A_0 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n'l}{\lambda_0}\right). \tag{4-35}$$

Se vede că în acest caz în loc de indicele de refracţie obişnuit, apare indicele de refracţie complex n' dat de $n(1-i\varkappa)$, unde partea imaginară este cea corespunzătoare absorbţiei luminii în metal. Mărimile lui n şi $\varkappa$ s-au putut obţine prin măsurarea lor la prisme cu unghi foarte mic şi foarte subţiri — metoda Kundt sau metoda Drude. Această ultimă metodă se bazează tocmai pe carcteristicile luminii reflectate de către metal. Puterile su factorii de reflexie R_p şi R_s sînt redaţi în graficul din figura 332. Se constată că numai la incidenţa $i_1 = 0$ şi $i_1 = \pi/2$ cele două curbe se întîlnesc şi aici lumina reflectată este nepolarizată. Valoarea lui R_p, corespunzătoare vibraţiilor paralele cu planul de incidenţă, nu devine zero, ci ia numai o valoare minimă. De aceea, metalele nu dau lumină polarizată liniar pentru nici un unghi de incidenţă (pentru dielectrice aceasta are loc la unghiul lui Brewster). Lumina reflectată este compusă din cele două componente perpendiculare între ele şi deci este polarizată

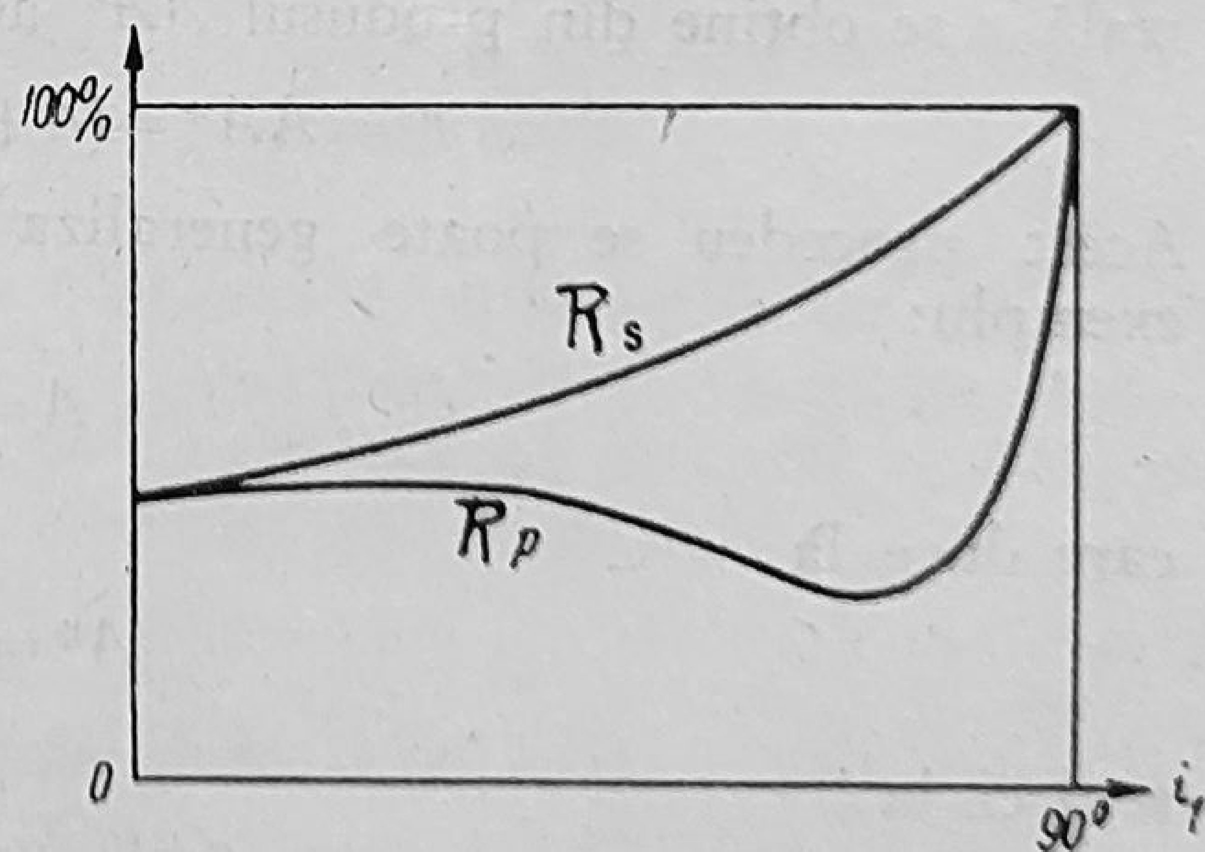


Fig. 332.

eliptic. Forma şi poziţia elipsei este în funcţie de proprietăţile optice ale metalului, deci de n şi $\varkappa$, care pot fi astfel determinaţi din studiul acestei vibraţii eliptice. În cazul incidenţei normale, coeficientul de reflexie r, din relaţia generală

$r=-\frac{n-1}{n+1}$, va fi dat de:

$$r=-\frac{n'-1}{n'+1}=-\frac{n(1-i\varkappa)-1}{n(1-i\varkappa)+1}=-\frac{(n-1)-i\varkappa n}{(n+1)-i\varkappa n}=ae^{i\delta}, \qquad (4\text{-}36)$$

unde amplitudinea reală a se obţine din produsul numărului complex r cu numărul complex conjugat

$$r^*=-\frac{(n-1)+i\varkappa n}{(n+1)+i\varkappa n}, \qquad (4\text{-}37)$$

adică:

$$a^2=rr^*=\left(-\frac{(n-1)-i\varkappa n}{(n+1)-i\varkappa n}\right)\left(-\frac{(n-1)+i\varkappa n}{(n+1)+i\varkappa n}\right)=\frac{(n-1)^2+\varkappa^2 n^2}{(n+1)^2+\varkappa^2 n^2}=R. \qquad (4\text{-}38)$$

R este puterea sau factorul de reflexie care prin măsurarea lui duce la determinarea constantelor optice ale metalului.

Notă

Avem expresia:

$$N=Ae^{i\alpha}=A(\cos\alpha+i\sin\alpha), \qquad (4\text{-}39)$$

unde A este amplitudinea vibraţiei. Mărimea A poate fi complexă şi se poate scrie, dacă A este dat de $A=a+ib$, sub forma:

$$A=re^{i\delta}, \qquad (4\text{-}40)$$

cu condiţia ca

$$a=r\cos\delta \qquad b=r\sin\delta$$

şi deci r să aibă rolul de amplitudine reală a amplitudinii complexe A. Dacă $A=a+ib$ atunci numărul complex conjugat este $A^*=a-ib$. Amplitudinea reală r se obţine din produsul AA^* adică

$$r^2=AA^*=(a+ib)(a-ib)=r^2. \qquad (4\text{-}41)$$

Acest procedeu se poate generaliza şi pentru alte forme date lui A de exemplu:

$$A=\frac{a+ib}{a'+ib'} \qquad (4\text{-}42)$$

care duce la

$$A^*=\frac{a-ib}{a'-ib'} \qquad (4\text{-}43)$$

şi deci la

$$r^2=\frac{a+ib}{a'+ib'}\,\frac{a-ib}{a'-ib'}=\frac{a^2+b^2}{a'^2+b'^2}. \qquad (4\text{-}44)$$

4.4. Dispersia luminii

Dispersia luminii, fenomen natural observat la curcubeu, a fost pus în evidenţă experimental şi studiat ştiinţific de către Newton cu ajutorul unei prisme. Experienţa făcută de Newton constă în trimiterea printr-o prismă P_1 a unei raze luminoasă albă de la soare S. Această rază trecînd printr-o des-

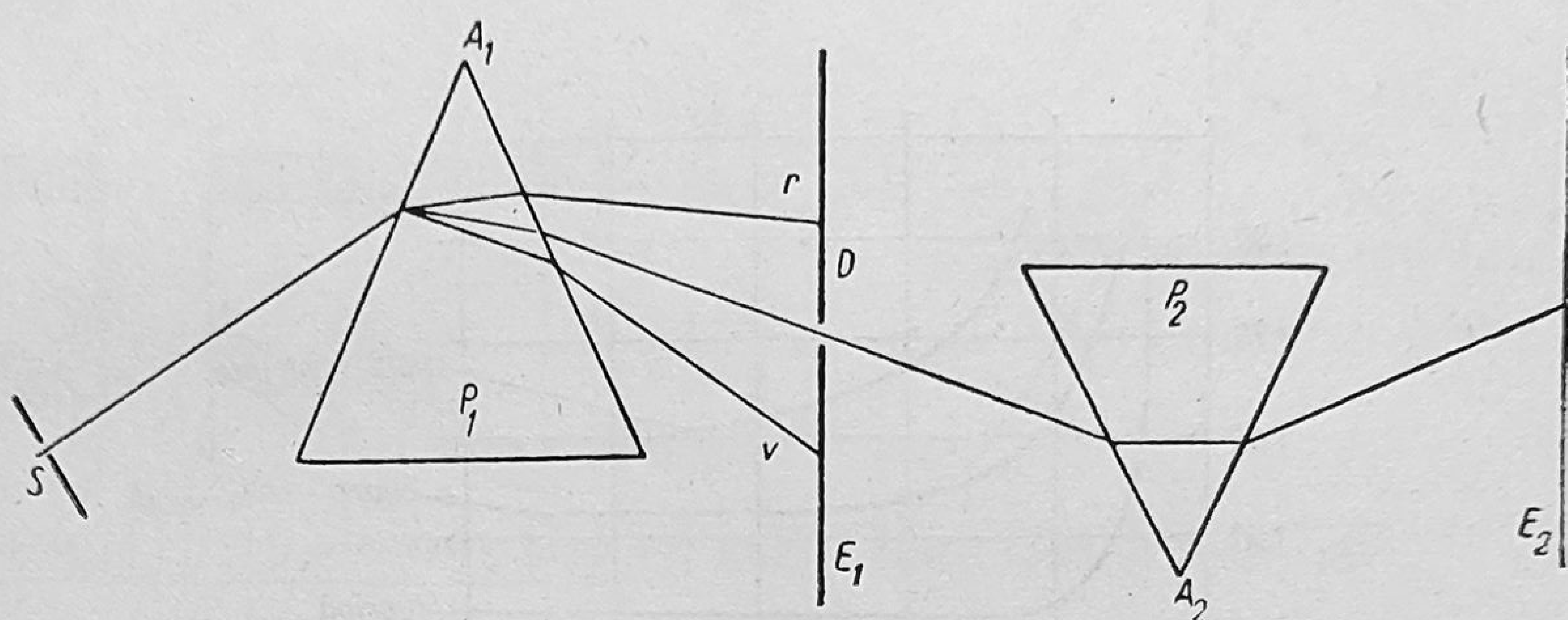


Fig. 333.

chidere sau printr-o fantă dreptunghiulară (fig. 333) (paralelă cu muchia prismei) este deviată, din mersul ei, spre baza prismei şi totodată descompusă în radiaţiile colorate componente, dînd pe un ecran E_1, în loc de o pată luminoasă albă, o pată largă colorată $r—v$ numită de către Newton — *spectru*.

Culorile se succed în mod continuu de la roşu — mai puţin deviat — pînă la violet — mai mult deviat. Dacă în ecranul E_1 se găseşte o deschidere D îngustă astfel ca radiaţia respectivă să treacă printr-o a doua prismă P_2, pe ecranul E_2 nu mai obţinem un spectru colorat diferit, ceea ce arată că spectrul $r—v$ conţine radiaţii simple monocromatice. Spectrul nu este altceva decît imaginea colorată a fantei S. Întrebuinţînd prisme cu acelaşi unghi A, dar din substanţe diferite, de exemplu sulfură de carbon şi apă, se obţin spectre $r—v$ de lungimi diferite; pentru prisma de sulfură de carbon de 5—6 ori mai larg decît pentru apă. Aceasta arată că indicele de refracţie n nu este acelaşi pentru toate radiaţiile de lungimi de undă λ. Prin dispersia luminii se înţelege fenomenul care rezultă din variaţia indicelui de refracţie n al unui mediu faţă de vid în funcţie de lungimea de undă:

$$n=f(\lambda). \tag{4-45}$$

Prin dispersia mediului se înţelege mărimea ν, care ne indică cît de repede variază indicele de refracţie n cu lungimea de undă λ. Dispersia medie $\bar{\nu}$ a mediului pentru intervalul cuprins între două lungimi de undă λ_1 şi λ_2 este dată în funcţie de indicii de refracţie corespunzători n_1 şi n_2

$$\nu=\frac{n_2-n_1}{\lambda_2-\lambda_1}=\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}, \tag{4-46}$$

care la limită ne dă dispersia ν exprimată prin

$$\nu=\frac{dn}{d\lambda}=\frac{df(\lambda)}{d\lambda}. \tag{4-47}$$

În cazul mediilor transparente în vizibil, cum sînt sticla, cuarţul etc., avem o descreştere lentă a indicelui de refracţie cu creşterea lungimii de undă, după cum se vede în graficul din figura 334.

Pentru a observa modul de variaţie a indicelui de refracţie n cu lungimea de undă λ se poate întrebuinţa *metoda celor două prisme încrucişate* utilizate de Newton.

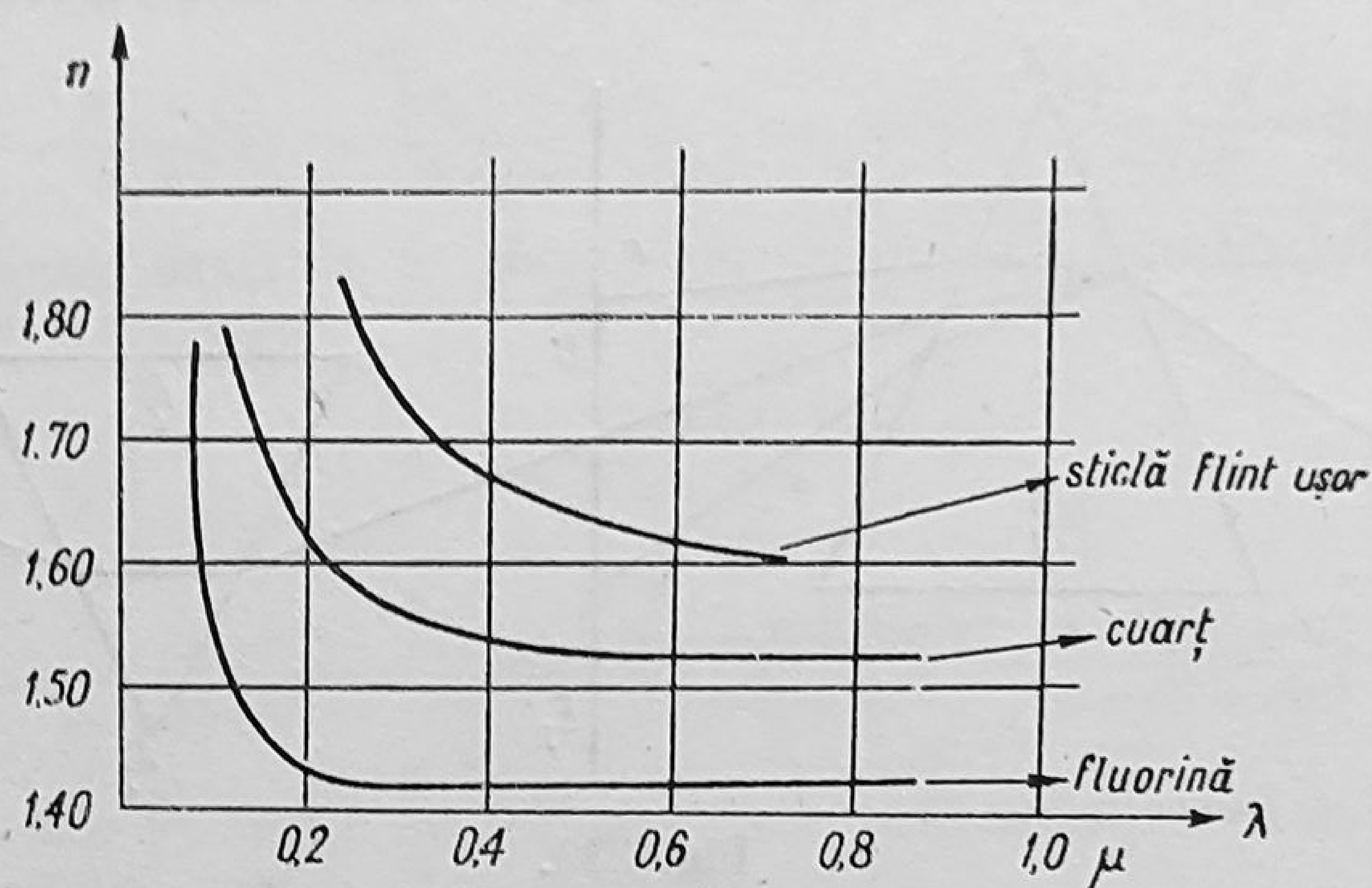


Fig. 334.

Lumina care iese din fanta I (fig. 335), trecînd numai prin prisma P_1 cu muchia verticală, dă pe ecranul E spectrul r_1—v_1 normal pe muchia prismei P_1. Prin trecerea razelor şi prin prisma P_2 care are muchia perpendiculară pe muchia prismei P_1, se obţine spectrul curbat r_2—v_2 deplasat spre baza prismei P_2, datorită dispersiei prin prisma P_2. Fenomenul acesta de dispersie a fost numit *dispersie normală*.

Prin metoda celor două prisme, ca şi prin măsurători simple, s-a putut observa că există cazuri cînd nu se obţine mersul indicat în graficul dat.

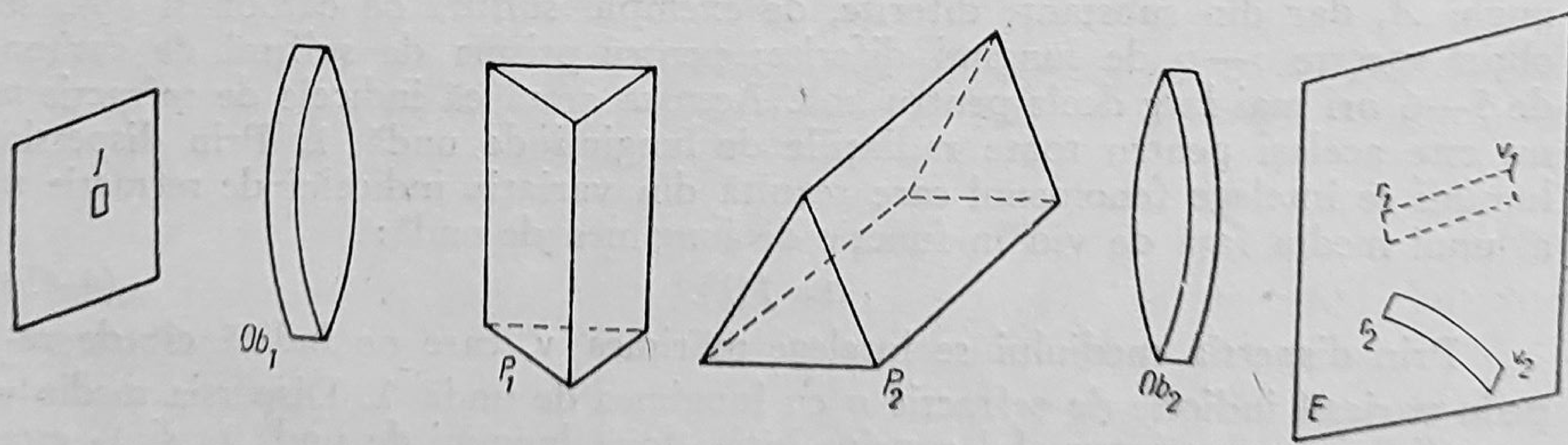


Fig. 335.

Printr-o prismă umplută cu iod se constată (Roux) că radiaţiile dinspre albastru sînt mai puţin deviate de cît cele dinspre roşu, iar alte radiaţii sînt absorbite, ceea ce a dus la denumirea de *dispersie anormală sau anomală*. Acelaşi fenomen s-a observat şi la o prismă umplută cu soluţie de fuxină, un colorant

roşu. S-a constatat că toate corpurile care absorb lumina foarte puternic într-un anumit domeniu — sau domenii — de lungimi de undă, prezintă în acel loc (locuri) dispersiunea anormală (Kundt) şi cu ajutorul prismei încrucişate se obţine în acel loc o rupere (aparentă) a spectrului în două porţiuni (fig. 336).

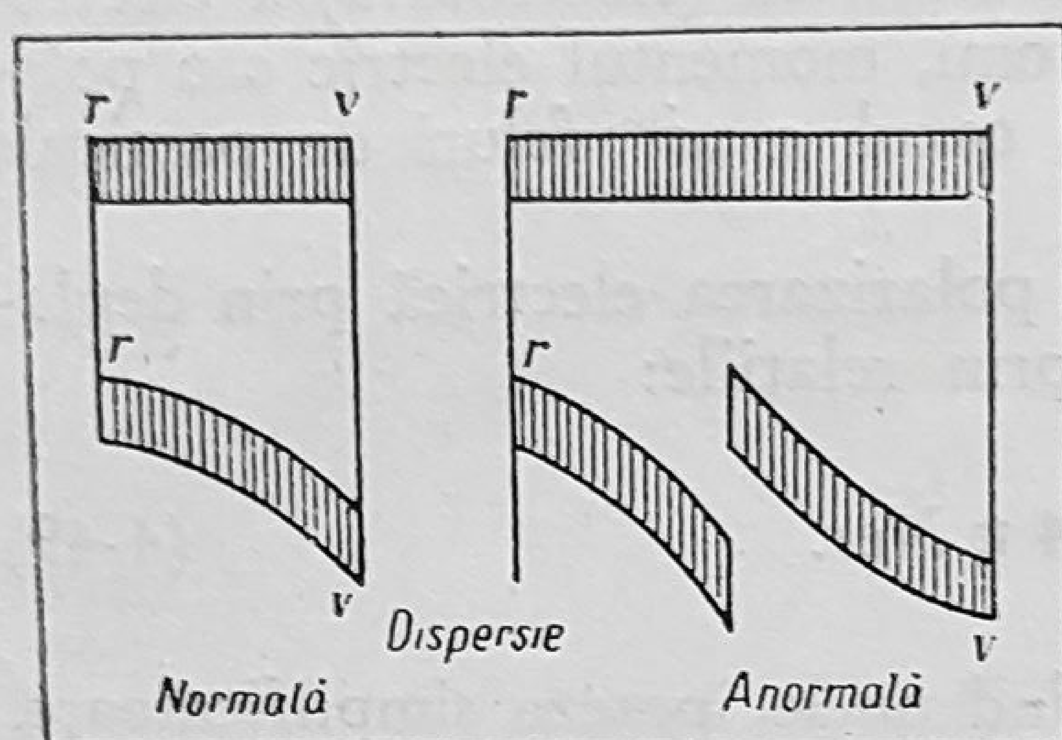


Fig. 336.

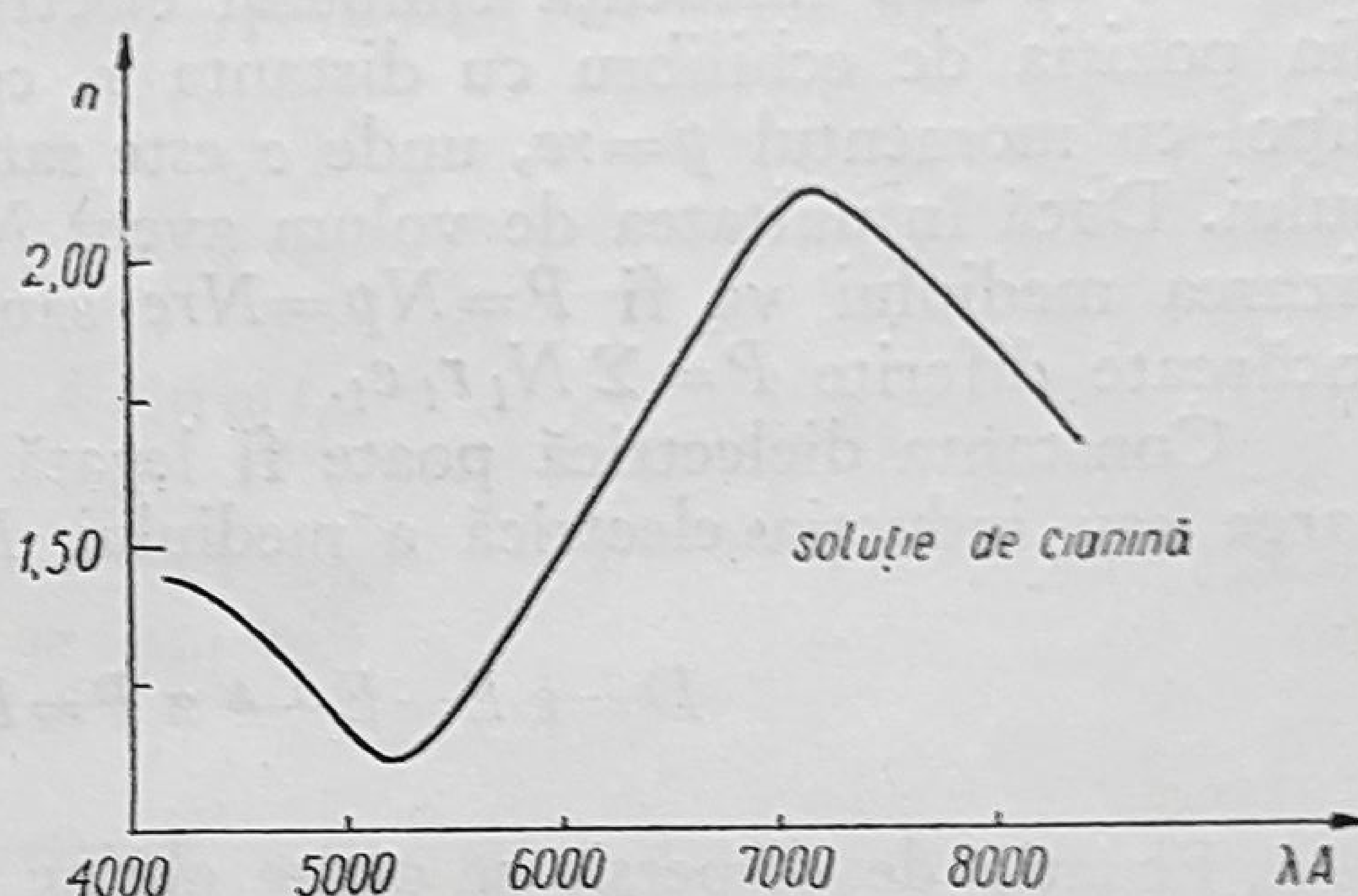


Fig. 337.

În figura 337 sînt date valorile indicelui de refracţie ale unei soluţii de cianină în domeniul absorbţiei. Fenomenul dispersiei anormale a fost observat în condiţii nete — mai fine — la gaze, în special la vaporii de metale alcaline, de exemplu la sodiu, care emite în galben cele două radiaţii D_1 şi D_2 care la rîndul lor sînt absorbite de vaporii de sodiu, observaţiile fiind făcute mai ales prin metode interferenţiale, cu interferometrul Jamin sau Rojdestvenski.

— a) **Ecuaţia de dispersie.** Pe baza ipotezei eterului elastic şi a influenţei moleculelor substanţei asupra vitezei de propagare a luminii, *Cauchy* a ajuns la o relaţie care leagă valorile indicilor de refracţie n cu lungimile de undă λ ale radiaţiilor sub forma:

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \ldots, \tag{4-48}$$

unde $A, B, C, \ldots$ sînt constante caracteristice fiecărei substanţe. Prin întrebuinţarea chiar a primilor doi termeni se obţin concordanţe bune între valorile calculate şi cele experimentale, alegîndu-se pentru $A, B, C \ldots$ valorile potrivite.

După descoperirea dispersiei anormale, *Sellmeier* a făcut ipoteza suplimentară că moleculele influenţează fenomenul de dispersie prin frecvenţele lor proprii de oscilaţii, care explică astfel prezenţa benzilor de absorbţie caracteristice substanţei. Aceasta a dus la obţinerea de rezultate concordante care au fost verificate în amănunţime de *Rojdestvenski* şi elevii săi cît mai aproape de mijlocul benzii de absorbţie.

Ipoteza lui Sellmeier că viteza luminii este o mărime care depinde şi de proprietăţile substanţei prin care trece lumina, a fost preluată şi în teoria electronică a dispersiei.

În teoria electronică, rolul important îl joacă particulele electrice din molecule, în special electronul. Prin teoria electromagnetică a luminii, cîmpurile electrice variabile acționează asupra electronilor legați prin forțe electrice de către restul atomului, ceea ce face ca electronul să execute oscilații forțate, deplasîndu-se din poziția de echilibru. Din teoria electromagnetică se cunoaște că $n=\sqrt{\varepsilon}$. Sub influența cîmpului electric exterior E, sarcinile se deplasează din poziția de echilibru cu distanța r, ceea ce face ca atomul să devină un dipol cu momentul $p=re$, unde e este sarcina electrică (elementară) a electronului. Dacă în unitatea de volum avem N atomi, momentul electric sau polarizarea mediului va fi $P=Np=Nre$ sau în cazul a „i" feluri de particule încărcate diferite $P=\Sigma N_i r_i e_i$.

Constanta dielectrică poate fi legată de polarizarea electrică prin deplasarea sau inducția electrică a mediului, D, prin relațiile:

$$D=\varepsilon E=E+4\pi P=E+4\pi Ner. \tag{4-49}$$

Ecuația de dispersie se poate obține făcînd unele ipoteze simplificatoare. Electronul este slab legat de atom și de aceea îl vom numi electron optic. Asupra electronului deplasat din poziția de echilibru acționează forța cvasielastică $F=-fr$, astfel că electronul lăsat apoi liber la distanța r față de poziția de echilibru execută oscilații armonice în jurul poziției de echilibru dată de ecuația $F=-fr=m\ddot{r}$ cu o pulsație proprie $\omega_0=\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\frac{f}{m}}$, unde m este masa electronului, f constanta de proporționalitate, T perioada oscilației electronului. Oscilațiile electronului sînt amortizate datorită pierderii energiei prin emisie, precum și interacțiunii reciproce a atomilor. Putem presupune că această amortizare este datorită unei forțe de „rezistență" dată de expresia:

$$G=-g\frac{dr}{dt}=-g\dot{r}. \tag{4-50}$$

Asupra electronului acționează însă un cîmp electric exterior, care, sub forma cea mai simplă, este dat, de exemplu, de expresia $E=E_0 \sin \omega t$, adică asupra electronului acționează o forță eE, care acționează efectiv în cazul legăturilor neglijabile dintre atomi în stare gazoasă sau de vapori a substanței. Din cele de mai sus, ca și la un sistem mecanic, putem scrie ecuația de mișcare (Newton)

$$m\ddot{r}=eE-fr-g\dot{r}. \tag{4-51}$$

Rezolvînd această ecuație, căpătăm valoarea lui r și împreună cu relația $P=Ner$, putem găsi valoarea lui ε deci a lui $n=\sqrt{\varepsilon}$.

Unda electromagnetică incidentă provoacă oscilații forțate ale particulelor electrizate (electroni, ioni). În jurul particulelor iau naștere unde secundare, ale căror amplitudini și faze sînt determinate de pulsația ω a oscilațiilor proprii ale particulei.

Admițînd pentru simplificare că $g=o$, adică nu avem amortizare sau că este neglijabilă, așa cum arată de altfel și experiența, anume că energia pierdută în timpul unei oscilații este a 10^{-8}-a parte din energia de oscilație a atomului, vom avea:

$$m\ddot{r}+fr=eE_0\sin\omega t\,;\ \ddot{r}+\frac{f}{m}r=\frac{e}{m}E_0\sin\omega t\,;\ \ddot{r}+\omega_0^2 r=\frac{e}{m}E_0\sin\omega t \qquad (4\text{-}52)$$

unde

$$\omega_0=\sqrt{\frac{f}{m}}\,.$$

Avem soluția:

$$r=A\sin\omega t,$$

unde

$$A=\frac{eF_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)}. \qquad (4\text{-}53)$$

Deci:

$$P=Ner=N\frac{e^2}{m}E_0\frac{\sin\omega t}{(\omega_0^2-\omega^2)}\,;\ D=\varepsilon E=E+4\pi P, \qquad (4\text{-}54)$$

de unde:

$$\varepsilon=1+4\pi\frac{P}{E}=1+4\pi\frac{P}{E_0\sin\omega t}=1+4\pi N\frac{e^2}{m}E_0\frac{\sin\omega t}{(\omega_0^2-\omega^2)}\cdot\frac{1}{E_0\sin\omega t}=$$

$$=1+\frac{4\pi Ne^2}{m(\omega_0^2-\omega^2)}=1+\frac{a}{(\omega_0^2-\omega^2)}=n^2,\quad \text{unde}\quad a=\frac{4\pi Ne^2}{m}. \qquad (4\text{-}55)$$

Cum: $\omega=\frac{2\pi}{T}$ și $\lambda=cT$ ($c=$ viteza luminii în vid) avem $\omega=\frac{2\pi c}{\lambda}$

și deci:

$$\varepsilon=n^2=1+\frac{a}{\omega_0^2-\omega^2}=1+\frac{a}{\left(\frac{2\pi c}{\lambda_0}\right)^2-\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^2}=1+\frac{a}{(2\pi c)^2\left(\frac{1}{\lambda_0^2}-\frac{1}{\lambda^2}\right)} \qquad (4\text{-}56)$$

În continuare avem:

$$n^2=1+\frac{a'}{\frac{1}{\lambda_0^2}-\frac{1}{\lambda^2}},\quad \text{unde}\quad a'=\frac{a}{(2\pi c^2)} \qquad (4\text{-}57)$$

$$n^2=1+\frac{a'}{\frac{1}{\lambda_0^2}-\frac{1}{\lambda^2}}=1+\frac{a'\lambda_0^2}{\lambda_0^2\left[\frac{1}{\lambda_0^2}-\frac{1}{\lambda^2}\right]}=1+\frac{a''}{1-\frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}}, \qquad (4\text{-}58)$$

unde $a''=a'\lambda_0^2\cdot a'$ și a'' sînt constante, avînd în vedere că λ_0 este o constantă caracteristică atomului și substanței.

Univ. „Al. I. Cuza" Bibl. de Fizică

Dacă $\frac{\lambda_0}{\lambda} \ll 1$ atunci, dezvoltînd în serie, avem:

$$n^2=1+\frac{a''}{1-\frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}}=1+a''\left[1+\frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}+\frac{\lambda_0^4}{\lambda^4}+\cdots\right]= \tag{4-59}$$

$$=1+a''+\frac{a''\lambda_0^2}{\lambda^2}+\frac{a''\lambda_0^4}{\lambda^4}+\cdots=A+\frac{B}{\lambda^2}+\frac{C}{\lambda^4}+\cdots,$$

unde constantele $A, B, C, \ldots$ au valorile:

$$A=1+a'' \; ; \; B=a''\lambda_0^2 \; ; \; C=a''\lambda_0^4,$$

adică tocmai forma expresiei lui Cauchy în regiunea depărtată de benzile de absorbţie ale luminii prin substanţa respectivă. n din expresia

$$n^2=1+\frac{4\pi Ne^2}{m(\omega_0^2-\omega^2)} \tag{4-60}$$

ia valori infinite, fără sens fizic, cînd $\omega_0=\omega$, deoarece am simplificat problema luînd amortizarea nulă, $g=0$, ceea ce în realitate nu corespunde fenomenului. Ţinînd seama că $g\neq 0$, atunci „n" nu mai ia valori infinite şi reprezentarea grafică a valorilor lui n în funcţie de ω este redată în figura 338. Domeniul MN este domeniul dispersiei anormale.

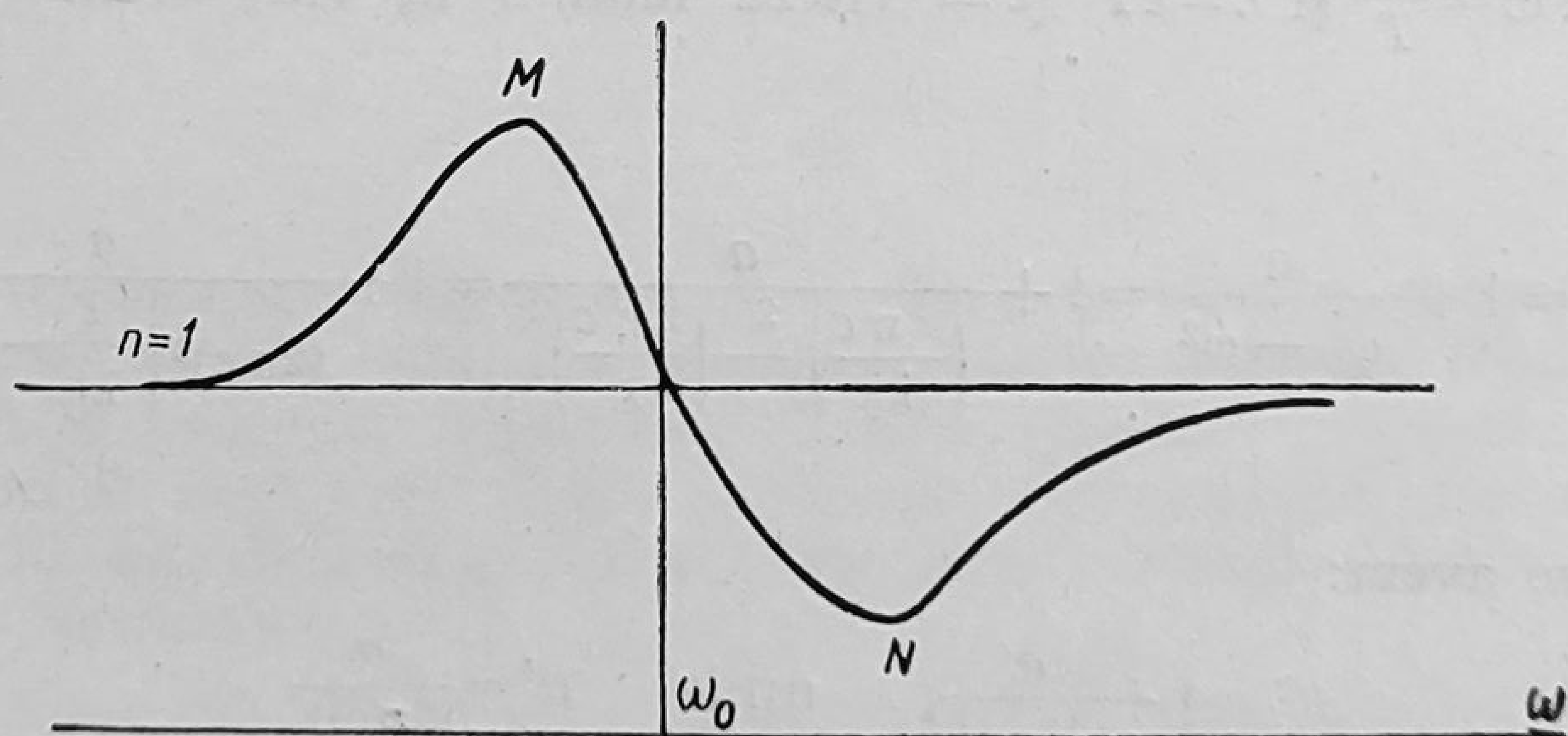


Fig. 338.

Dacă avem i particule diferite încărcate, care contribuie la fenomenul de dispersie, atunci vom avea expresia:

$$n^2=1+4\pi\sum\frac{N_i e_i^2}{m_i}\frac{1}{(\omega_{0i}^2-\omega^2)} \tag{4-61}$$

şi curba respectivă $n=f(\omega)$ este redată în figura 339 (în cazul a două benzi de absorbţie).

— b) **Acţiunea moleculelor mediului.** La lichide, la gaze comprimate şi la solide trebuie să se ţină seama de acţiunea reciprocă a moleculelor înconjurătoare sub acţiunea de polarizare a cîmpului electric E — cîmpul undei inci-

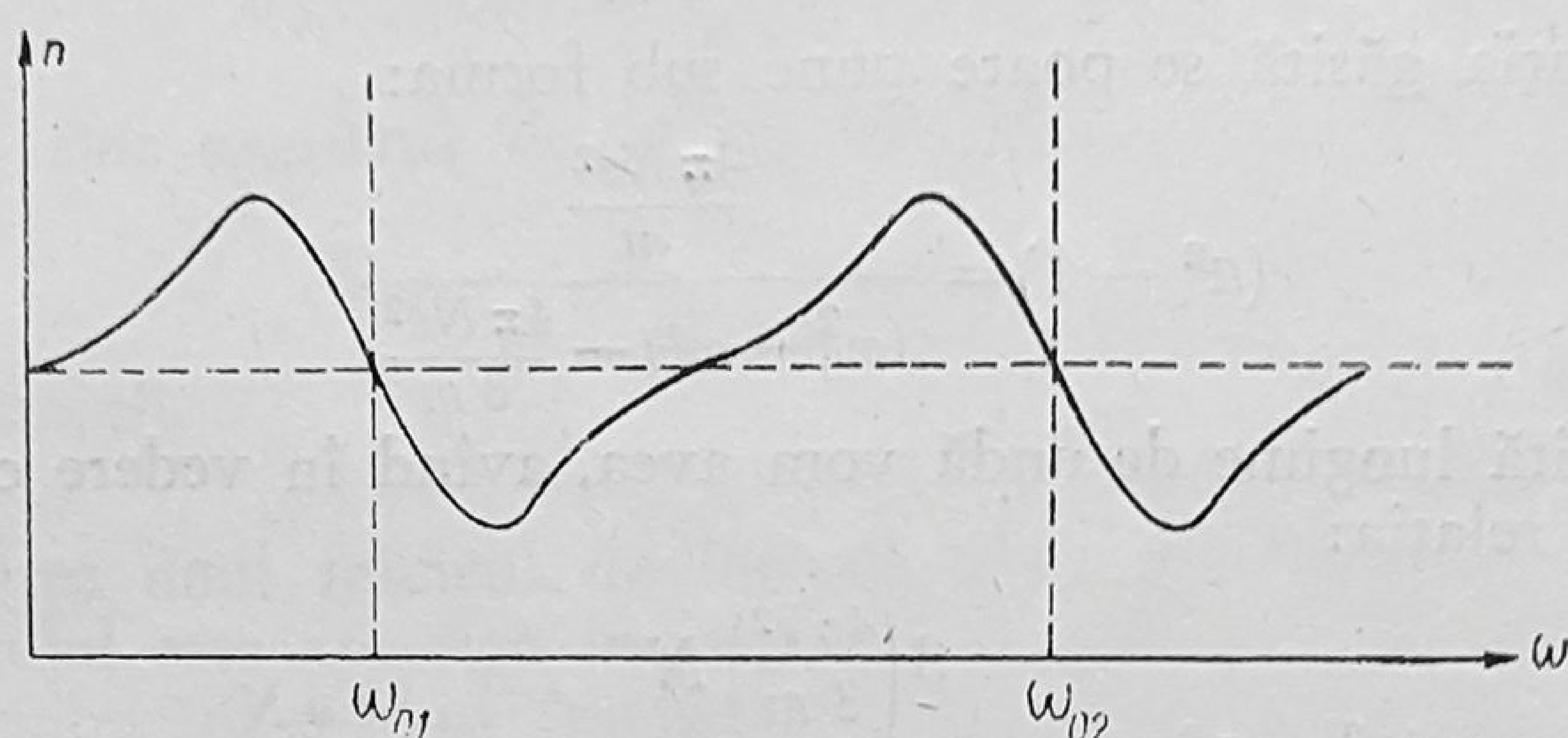


Fig. 339.

dente a luminii. În cazul unui mediu izotrop, cîmpul efectiv E' produs de cîmpul undei poate fi exprimat de către o relaţie dată de Lorentz:

$$E'=E+\frac{4\pi}{3}P. \tag{4-62}$$

În cazul acesta, ecuaţia de mişcare: $m\ddot{r}+fr=eE$ (unde am neglijat amortizarea, $g=0$) devine:

$$m\ddot{r}+fr=eE+\frac{4\pi e}{3}P \tag{4-63}$$

şi cum $Ner=P$ deci $\ddot{P}=Ne\ddot{r}$ şi $f=m\omega_0^2$ avem, prin înmulţirea cu Ne, relaţiile:

$$\begin{aligned} mNe\ddot{r}+f\,Ner&=Ne^2E+\frac{4\pi e^2}{3}NP,\\ m\ddot{P}+m\,\omega_0^2\,Ner&=Ne^2E+\frac{4\pi e^2}{3}NP,\\ m\ddot{P}+m\,\omega_0^2\,P&=Ne^2E+\frac{4\pi e^2}{3}NP,\\ m\ddot{P}+\left(m\,\omega_0^2-\frac{4\pi e^2N}{3}\right)P&=Ne^2E\\ \ddot{P}+\left(\omega_0^2-\frac{4\pi Ne^2}{3m}\right)P&=\frac{Ne^2}{m}E, \end{aligned} \tag{4-64}$$

care ne dă valoarea lui P. Aceasta introdusă în expresia

$$D=\varepsilon E=E+4\pi P \tag{4-65}$$

ne dă valoarea lui ε, deci *a* lui n^2, sub forma

$$n^2=1+\frac{4\pi Ne^2/m}{(\omega^2-\omega^2)-4\pi Ne^2/3m} \tag{4-66}$$

care diferă de expresia găsită în cazul gazelor dată sub forma

$$n^2=1+\frac{4\pi\, Ne^2/m}{(\omega_0^2-\omega^2)}, \tag{4-67}$$

prin apariţia unui termen la numitor $-\frac{4\pi\, Ne^2}{3\, m}$ care indică efectul moleculelor învecinate. Relaţia găsită se poate pune sub forma:

$$(n^2-1)=\frac{\frac{4\pi\, Ne^2}{m}}{(\omega_0^2-\omega^2)-\frac{4\pi\, Ne^2}{3\, m}}. \tag{4-68}$$

Pentru o anumită lungime de undă vom avea, avînd în vedere că m, ω_0 şi ω sînt constante, relaţia:

$$(n^2-1)=\frac{3\left(\frac{4\pi\, e^2}{3\, m}\right)N}{(\omega_0^2-\omega^2)-\left(\frac{4\pi\, e^2}{3\, m}\right)N}=\frac{3\, a\, N}{b-aN}, \tag{4-69}$$

unde:

$$a=\frac{4\pi e^2}{3\, m} \quad \text{şi} \quad b=(\omega_0^2-\omega^2) \tag{4-70}$$

şi deci:

$$(n^2-1)\; b-(n^2-1)\, aN=3\; aN$$

$$(n^2-1)\; b=aN\;(n^2-1+3)=aN\;(n^2+2) \tag{4-71}$$

sau mai departe:

$$\frac{(n^2-1)}{(n^2+2)}=\frac{a}{b}N$$

$$\frac{(n^2-1)}{(n^2+2)}\cdot\frac{1}{N}=\frac{a}{b}=ct. \tag{4-72}$$

Cum N înseamnă numărul de centre dintr-un cm^3 atunci N este proporţional cu densitatea d şi deci:

$$\frac{(n^2-1)}{(n^2+2)}\cdot\frac{1}{d}=ct=r, \tag{4-73}$$

o relaţie stabilită simultan de Lorentz şi de către Lorenz (formula Lorentz-Lorenz) care se verifică experimental.

Expresia de mai sus se mai numeşte şi *refracţia specifică* r a substanţei. Din relaţia aceasta rezultă că refracţia specifică nu depinde de densitate, ceea ce s-a verificat chiar în cazurile cînd avem o variaţie a densităţii (prin trecerea de la faza gazoasă la cea lichidă) de 1 200 ori (la apă).

Refracţia R a unui amestec este dată de

$$100\;R=P_1\, r_1+P_2\, r_2+P_3\, r_3+\cdots \tag{4—74}$$

unde P_1, P_2 sînt procentele de substanţe cu refracţiile r_1, $r_2\ldots$ care se găsesc în amestec, ceea ce arată că substanţele se comportă la fel fie că sînt singure, fie că sînt în amestec cu altă substanţă.

S-a găsit că se poate aplica şi regula că refracţia unui compus chimic poate fi calculată cu ajutorul refracţiilor elementelor componente. Prin *refracţia atomică ar* se înţelege produsul greutăţii atomice *a* a elementului cu refracţia specifică *r*. *Refracţia moleculară MR*, greutatea moleculară ori refracţia specifică, va fi dată de relaţia de aditivitate verificată şi experimental:

$$MR = n_1 a_1 r_1 + n_2 a_2 r_2 + n_3 a_3 r_3 + \cdots \qquad (4\text{-}75)$$

unde n_1, n_2... sînt numărul de atomi respectivi care intră în compoziţia moleculei.

4.5. Difuzia luminii.

Prin trecerea unui fascicul de lumină prin apă limpede, la observarea laterală, fasciculul este aproape invizibil. Tot astfel şi cu aerul şi alte substanţe. Dacă tulburăm mediul (punem cîteva picături de apă de colonie în apă, sau o picătură de lapte, ceaţă sau fum în aer), atunci fasciculul de lumină devine vizibil (fapt întrebuinţat la experienţele de optică geometrică pentru a indica mersul razelor de lumină) şi lumina este difuzată. Fenomenul de difuzie a luminii constă tocmai în difracţia fasciculului incident de către particulele fine din mediul respectiv, adică în general de către neomogenităţile din acel mediu. Acest fenomen se observă atît în medii gazoase cît şi lichide şi solide, fenomen numit al lui Tyndall.

Din cauza difuziei luminii, densitatea fluxului de energie în direcţia fasciculului incident scade mai repede căci pe lîngă absorbţie, caracterizată prin coeficientul de absorbţie *k*, mai apare şi difuzia cu coeficientul ei de extincţie *k'* suplimentar şi deci:

$$\mu = \mu_0 \, e^{-(k+k')d}, \qquad (4\text{-}76)$$

unde *d* este grosimea stratului difuzant parcurs de fascicul.

În cazul unor medii tulburi cu particule de dimensiuni mici faţă de lungimile de undă (sub 1/5 — 1/10 λ) s-au observat unele fenomene de către Tyndall şi explicate teoretic de către Rayleigh. Trimiţînd un fascicul intens de lumină albă naturală printr-o cuvă *c* cu un mediu tulbure, (fig. 340) şi privind în lungul fasciculului, în direcţia *B-B*, precum şi lateral, după direcţiile

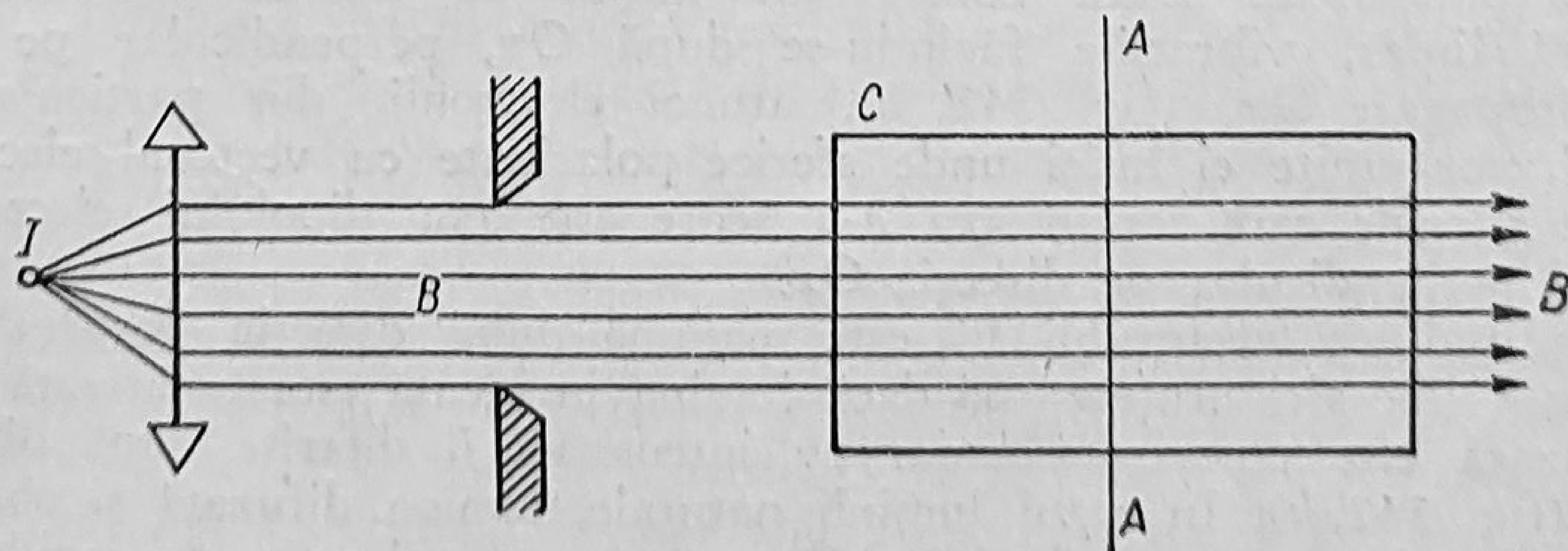


Fig. 340.

A-A, s-a observat că intensitatea luminii difuzate după direcţiile *A-A* perpendiculare pe direcţia *B-B* este aceeaşi (fig. 341, *a*). Intensitatea fascicului difuzat depinde însă de unghiul φ de difuzie (fig. 341, *b*) şi este dată de relaţia aproximativă:

$$J \sim (1+\cos^2 \varphi). \tag{4-77}$$

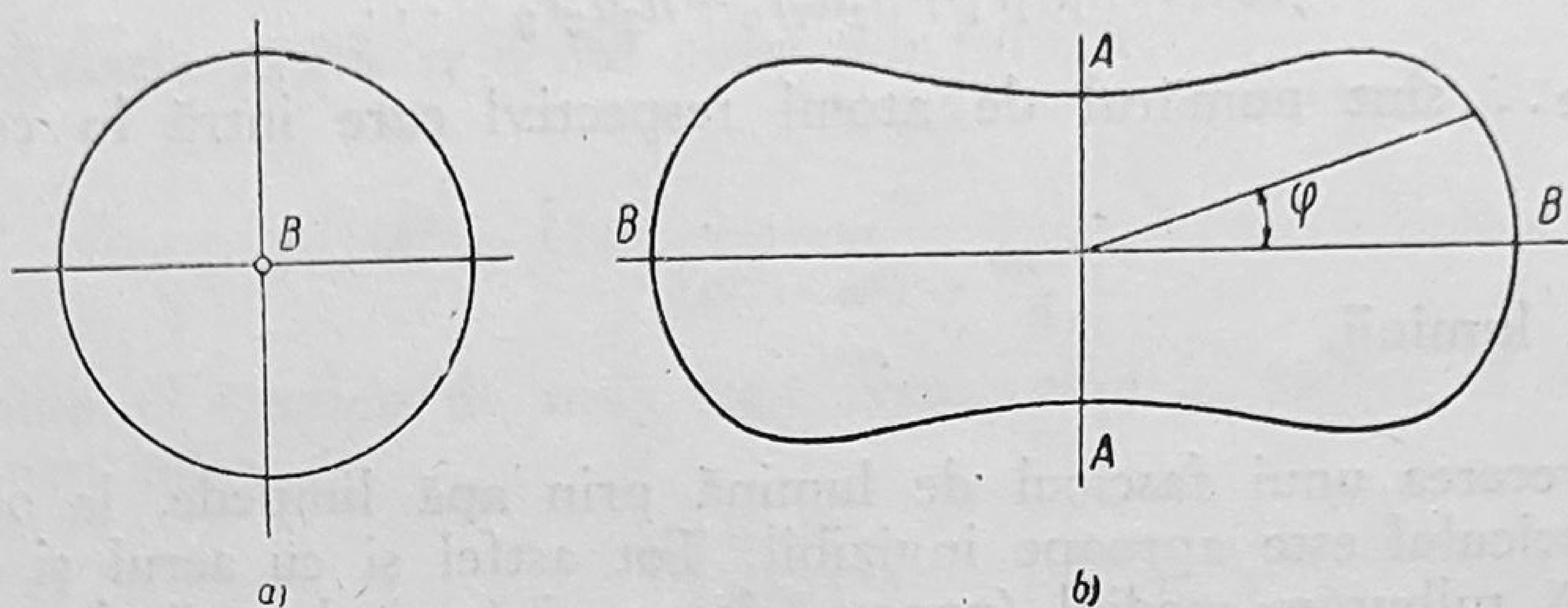


Fig. 341.

Această variaţie este reprezentată grafic în curba dată în figura 341, *b*, curbă care prezintă o simetrie faţă de direcţia *B-B*, şi care prin rotirea ei în jurul axului *B-B*, ne dă *indicatricea spaţială de difuzie*. La observarea laterală (după *A-A*) se observă că din lumina albă incidentă, radiaţiile mai mult difuzate sînt cele dinspre albastru, deci cele cu lungimea de undă mai mică, în timp ce lumina transmisă, după *B-B*, apare roşietică. Unda electromagnetică incidentă provoacă în particula difuzantă oscilaţii forţate de aceeaşi frecvenţă ν cu a radiaţiei incidente. Frecvenţa luminii difuzate coincide cu frecvenţa luminii incidente. După teoria electromagnetică a luminii, amplitudinea undei, emisă de către electronii puşi în oscilaţie de către unda incidentă după legea armonică $y=a \sin \omega t$ este proporţională cu acceleraţia oscilatorului, adică egală cu $\ddot{y}=-a\,\omega^2 \sin \omega t$. De aici rezultă că intensitatea luminii secundare emise este

$$J \sim \ddot{y}^2 \sim \omega^4 \sim \nu^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}. \tag{4-78}$$

Această relaţie ne redă legea *lui Rayleigh: intensitatea luminii difuzate este invers proporţională cu puterea a patra a lungimii de undă*. Lumina difuzată este polarizată. Dacă considerăm iniţial că lumina incidentă este polarizată liniar, vibraţiile făcîndu-se după Oy, perpendicular pe direcţia de propagare Ox, (fig. 342, *a*), atunci electronii, din particula difuzantă *C*, vor emite ei înşişi unde sferice polarizate cu vectorul electric $\mathbf{E}'$ situat în planele care conţin axa *a-a'*, care este axa dipolului electric, $\mathbf{E}'$ rămînînd perpendicular pe direcţia Ox.

Amplitudinea vectorului $\mathbf{E}'$ este maximă după direcţia perpendiculară pe axa *a-a'*. De aici urmează că dacă lumina incidentă este polarizată liniar, cea difuzată este polarizată liniar cu intensităţi J' diferite după diferitele direcţii (fig. 342, *b*). În cazul luminii naturale, lumina difuzată şi observată după o direcţie perpendiculară pe Ox — care este direcţia de incidenţă a luminii — este polarizată liniar, deoarece vectorul electric $\mathbf{E}'$ se găseşte situat

după toate azimuturile în planul Oyz şi continuu este perpendicular pe Ox. În acest caz însă intensitatea J' a lui $\mathbf{E}'$, care este o intensitate medie, este aceeaşi după toate azimuturile cuprinse în planul Oyz perpendicular pe Ox. După o direcţie care face un unghi oarecare cu planul Oyz vom avea lumină polarizată parţial.

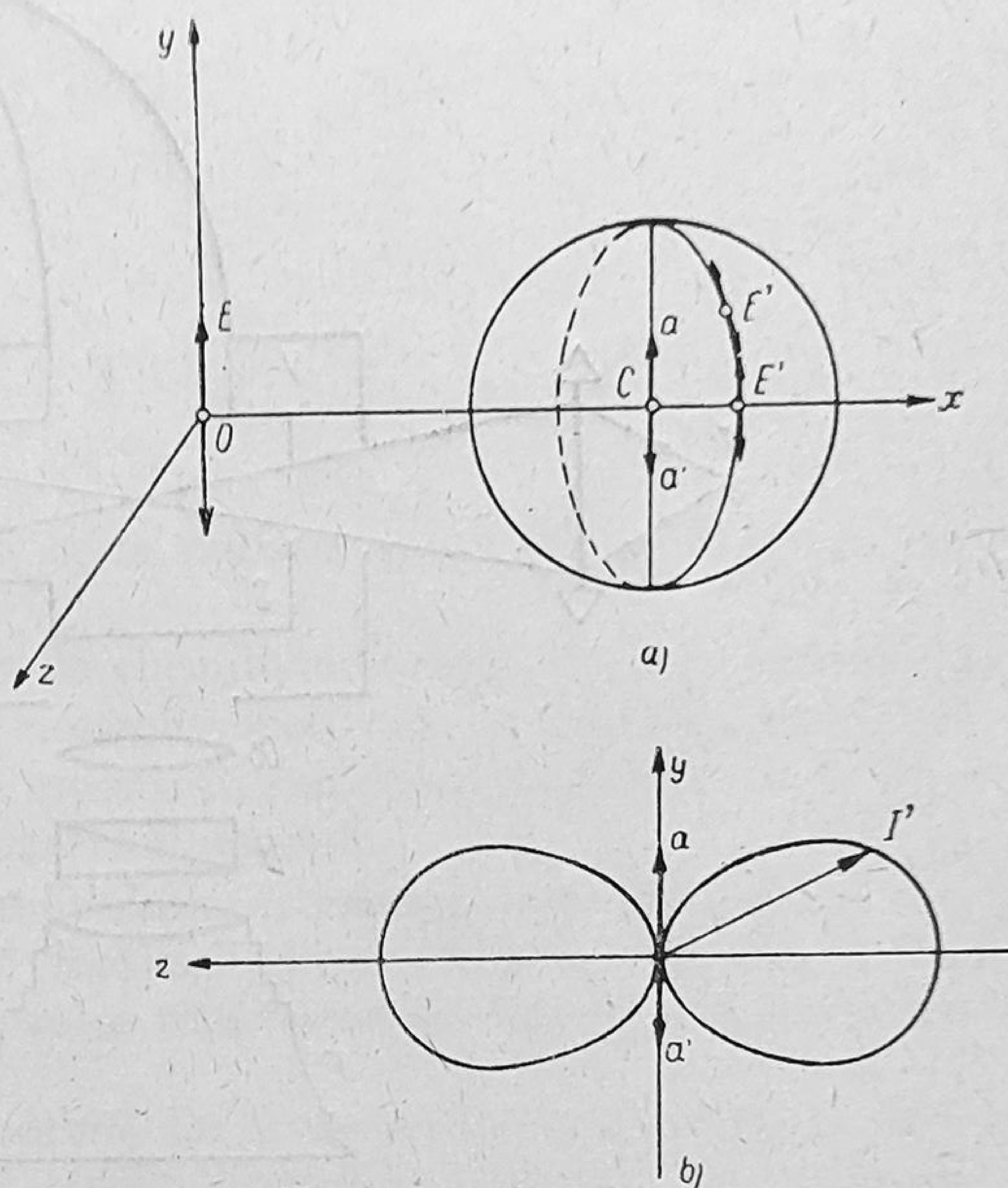


Fig. 342.

Se găseşte însă experimental că lumina difuzată după o direcţie perpendiculară pe Ox nu este polarizată liniar, ci este parţial depolarizată, fenomen explicat prin faptul că moleculele difuzante prezintă ele însăşi o anizotropie optică, care duce la schimbarea direcţiei după care oscilează vectorul $\mathbf{E}$, al undei emise secundar.

Cînd particulele difuzante au dimensiuni comparabile cu lungimile de undă ale radiaţiilor incidente, cum sînt adesea cele din unele soluţii coloidale sau de ceaţă, *Mie*, şi alţi cercetători, au arătat că intensitatea luminii difuzate este invers proporţională cu pătratul lungimii de undă, că lumina difuzată este numai parţial polarizată, iar distribuţia unghiulară (după unghiul φ) a luminii difuzate este mult mai complicată, menţinîndu-se numai simetria faţă de axa Ox, faţă de direcţia B-B, de propagare a fasciculului incident. Studiile dezvoltate în acest domeniu important pentru cercetările reacţiilor chimice au adus la dezvoltarea *nefelometriei*.

Din cele spuse pînă acum ar rezulta că un mediu perfect omogen nu difuzează lumina. Totuşi substanţele foarte curate difuzează lumina foarte slab, a 10^{-6} — 10^{-7}-a parte de energia fasciculului incident. Difuzia se determină în condiţii experimentale riguroase prin care se evită reflexii suplimentare—parazite. Vasul V, care conţine substanţa S, are nişte coarne înnegrite C_1 şi C_2 care absorb radiaţiile reflectate, (fig. 343), lumina difuzată fiind cercetată cu ajutorul instalaţiilor optice respective Ob-N-F.

Rayleigh a explicat culoarea albastră a cerului, prin difuzia luminii de către praful din atmosferă şi mai tîrziu prin structura moleculară. *Mandelstamm* şi *Smoluhovski* au explicat-o prin existenţa *fluctuaţiilor de densitate*, care duc la o perturbare a omogenităţii mediului. Aceste fluctuaţii sînt determinate de structura cinetico-moleculară a mediului şi difuzia a fost numită din această

cauză *difuzie moleculară*. Această difuzie crește proporționnal cu temperatura absolută, deoarece fluctuațiile de densitate devin mai mari, spre deosebire de difuzia datorită particulelor străine, existente în mediu, cînd această

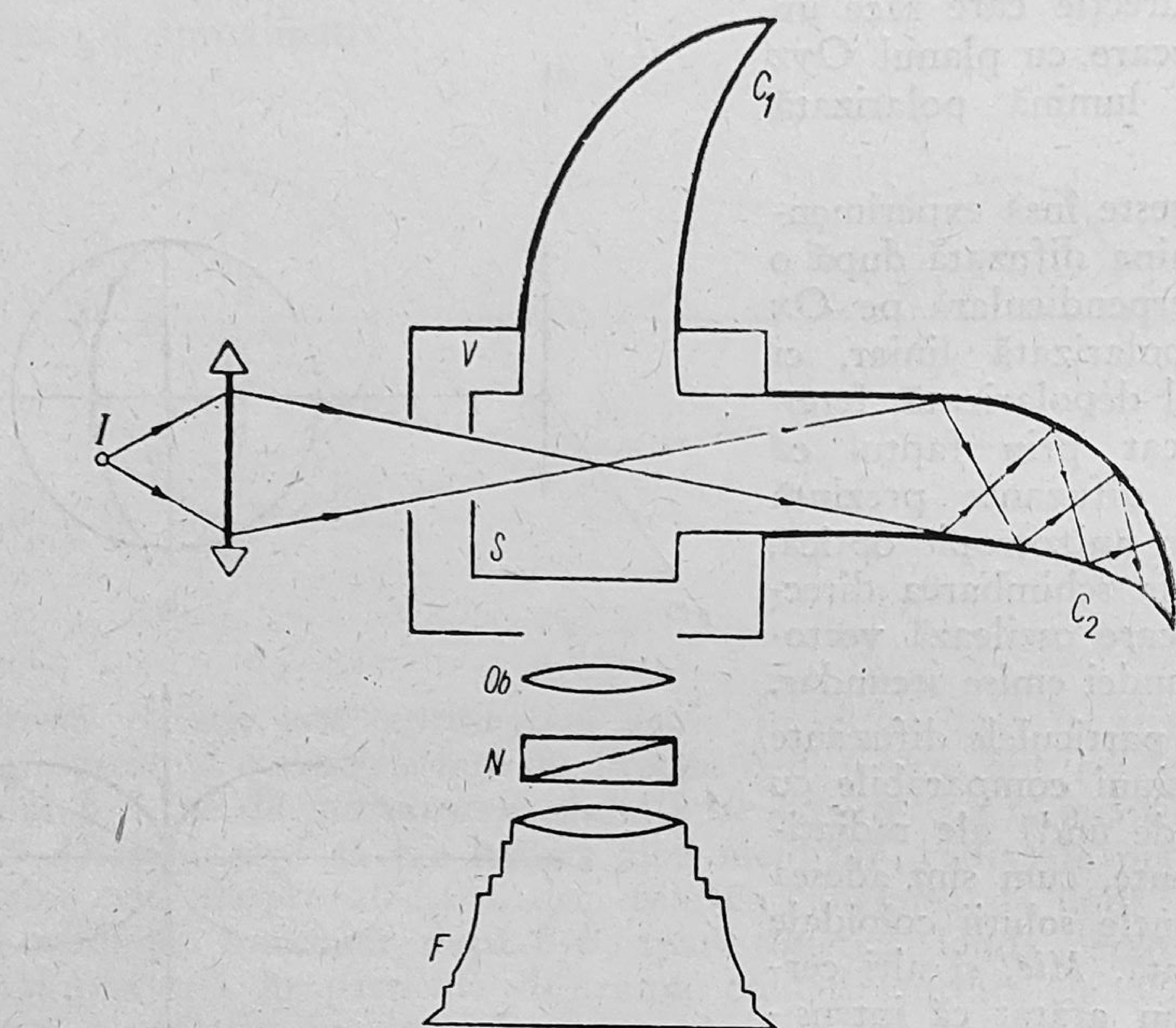


Fig. 343.

difuzie nu depinde de temperatură. În difuzia moleculară avem de asemenea o polarizare parțială a luminii difuzate. Difuzia moleculară în cristale a fost descoperită de către *Landsberg* și colaboratorii săi.

Capitolul 5

RADIAŢIA TERMICĂ

5.1. Generalităţi.

Din punct de vedere energetic, orice radiaţie emisă de un corp este însoţită de un consum de energie.

În emisia lumnii prin procesele de chemiluminescenţă, energia de radiaţie se procură prin reacţiile chimice; în electroluminescenţă, ea provine din energia electronilor care excită moleculele şi atomii; în catodoluminescenţă, din energia razelor catodice care lovesc substanţa luminescentă.

Prin încălzirea lor, corpurile emit radiaţii: energia este luată de la corpurile înconjurătoare (sau în cazul încălzirii metalelor prin trecerea curentului electric din energia electrică care se transformă în căldură). Apare astfel *radiaţia termică* a corpurilor.

Dacă cantitatea de căldură absorbită de la corpurile înconjurătoare compensează energia radiată de corpul emisiv, atunci se stabileşte un proces de echilibru realizat la o anumită temperatură T şi radiaţia termică se mai numeşte şi *radiaţie de temperatură sau de echilibru*. Echilibrul termic realizat este un echilibru dinamic. Să arătăm care sînt caracteristicile radiaţiei termice. Încă din 1809, Prevost a constatat că dacă două corpuri absorb în unitatea de timp cantităţi diferite de energie, atunci şi emisia lor este diferită. Acest fapt se poate constata prin încălzirea la aceeaşi temperatură de exemplu la 800°C a unei bucăţi de oţel care emite o lumină strălucitoare roşie-vişinie şi a unei bucăţi de cuarţ transparent care nu luminează mai deloc la aceeaşi temperatură. La fel un vas V umplut cu apă caldă radiază şi absoarbe mult mai puţin prin peretele lucios (metalic), l, decît prin peretele înnegrit cu oxid negru, n (fig. 344).

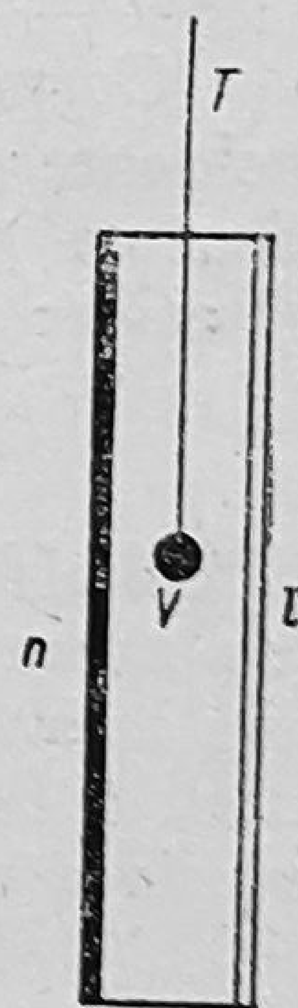


Fig. 344.

5.2. Legea lui Kirchhoff (1859)

Prin *puterea de emisie E* se înţelege cantitatea de energie radiată de un corp în unitatea de timp, prin unitatea de suprafaţă în toate direcţiile, pentru toate radiaţiile, de diferite lungimi de undă (deci cu toate frecvenţele). Însă

puterea de emisie a unui corp va putea fi dată şi pentru un anumit interval de frecvenţe $d\nu$ în jurul frecvenţei ν. Puterea de emisie E depinde de temperatura T a corpului. Putem arăta explicit acest fapt, notînd cu $E_{\nu,T}$ (sau cu $E_{\lambda,T}$), puterea de emisie a corpului pentru intervalul de frecvenţă cuprins între ν şi $\nu+d\nu$ la temperatura T. Pentru tot domeniul de frecvenţă, puterea de emisie la temperatura T, adică E_T, va fi dată de

$$E_T=\int_0^\infty E_{\nu,T}d\nu .$$

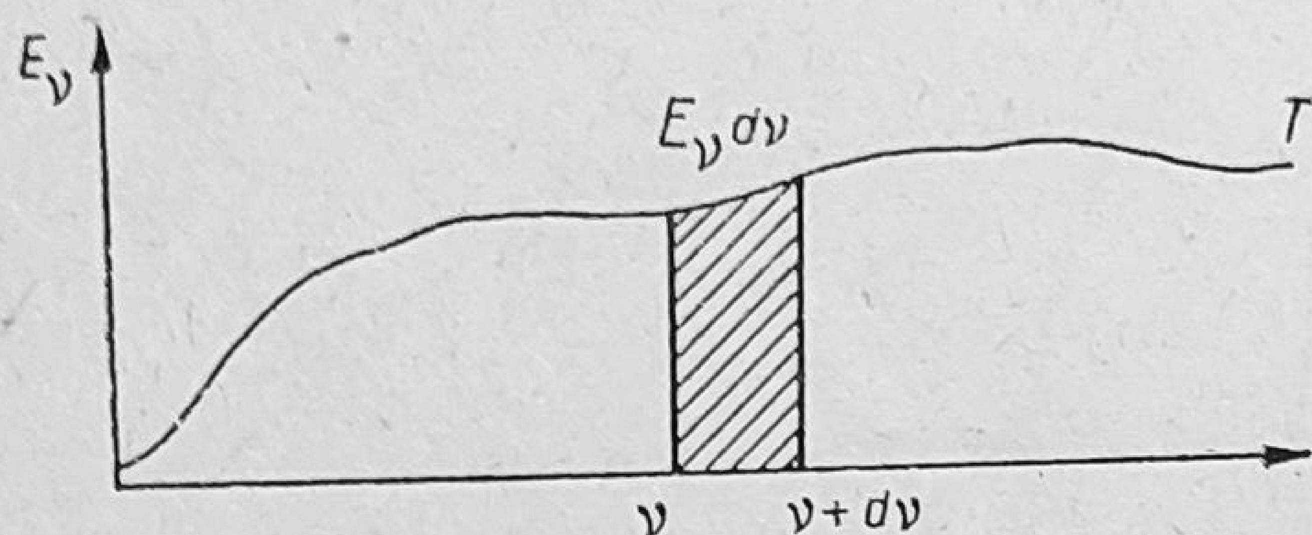


Fig. 345.

Puterea de absorbţie A a corpului este dată de raportul dintre cantitatea de energie radiată $d\Phi$ incidentă care cade pe unitatea de suprafaţă a corpului în unitatea de timp din toate direcţiile, cuprinzînd toate radiaţiile cu diferite lungimi de undă, corpul absorbant fiind la temperatura T, şi cantitatea de energie $d\Phi'$ absorbită de corp, adică:

$$A=\frac{d\Phi'}{d\Phi} . \tag{5-1}$$

Puterea de absorbţie A depinde de frecvenţa ν a radiaţiilor incidente cît şi de temperatura corpului absorbant T, astfel că pentru un interval de frecvenţe cuprinse între ν şi $\nu+d\nu$ şi la temperatura T vom avea puterea de absorbţie $A_{\nu,T}$ (sau $A_{\lambda,T}$). Din cele de mai sus se vede că valoarea maximă a puterii de absorbţie este egală cu unu.

Corpul absolut negru este corpul pentru care pentru toate radiaţiile incidente şi pentru toate temperaturile, puterea de absorbţie $A_{\nu,T}=1$. Vom însemna pentru corpul absolut negru puterile de emisie şi absorbţie cu notaţiile:

$$\varepsilon_{\nu,T} \text{ şi } \alpha_{\nu,T}=1 \quad \text{sau} \quad \varepsilon_{\lambda,T} \text{ şi } \alpha_{\lambda,T}=1.$$

Kirchhoff a enunţat următoarea lege: raportul dintre puterea de emisie $E_{\nu,T}$ şi puterea de absorbţie $A_{\nu,T}$ a unui corp nu depinde de natura sa şi valoarea acestui raport este aceeaşi pentru toate corpurile, inclusiv corpul negru, fiind o funcţie universală de frecvenţă şi temperatură şi egală cu puterea de emisie a corpului negru, $\varepsilon_{\nu,T}$, adică:

$$\frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}=\frac{\varepsilon_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}}=\frac{\varepsilon_{\nu,T}}{1}=\varepsilon_{\nu,T}. \tag{5-2}$$

Dacă considerăm o incintă V, vidată, cu pereţii interiori negri, prin pereţi netransmiţîndu-se nimic înspre exterior, sistemul fiind izolat termic cu exteriorul, şi se aduce această incintă la temperatura T, atunci la stabilirea echilibrului termic o porţiune dS din suprafaţa S a incintei va emtie în unitatea de timp cantitatea de energie radiantă $\varepsilon\, dS$ care va fi egală, căci avem echilibrul termic, cu cantitatea de energie radiantă absorbită de această suprafaţă dS

şi venită de la tot restul suprafeţei $S - dS$ (fig. 346). Dacă pe porţiunea dS se introduce un alt corp care nu este negru, la aceeaşi temperatură de echilibru T, atunci această suprafaţă va primi de la tot restul suprafeţei $(S - dS)$

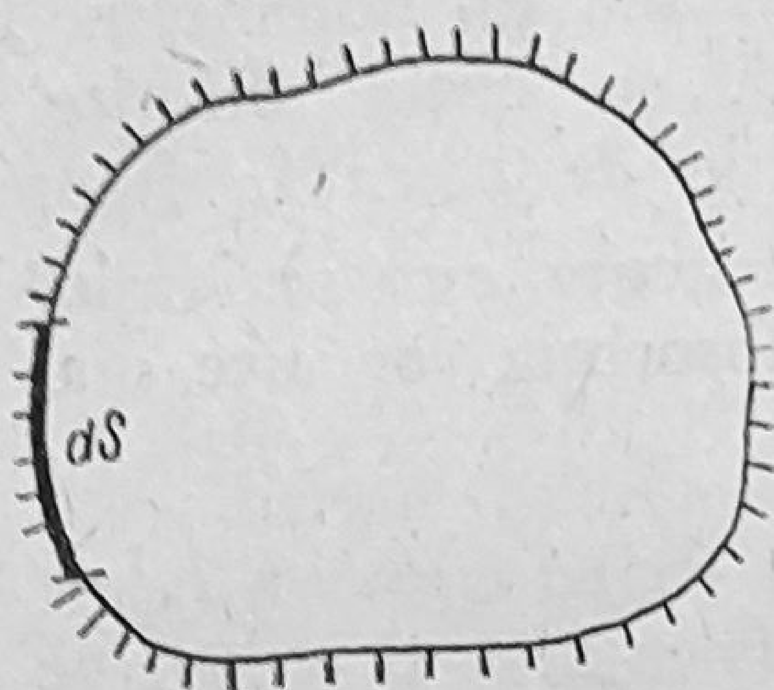


Fig. 346.

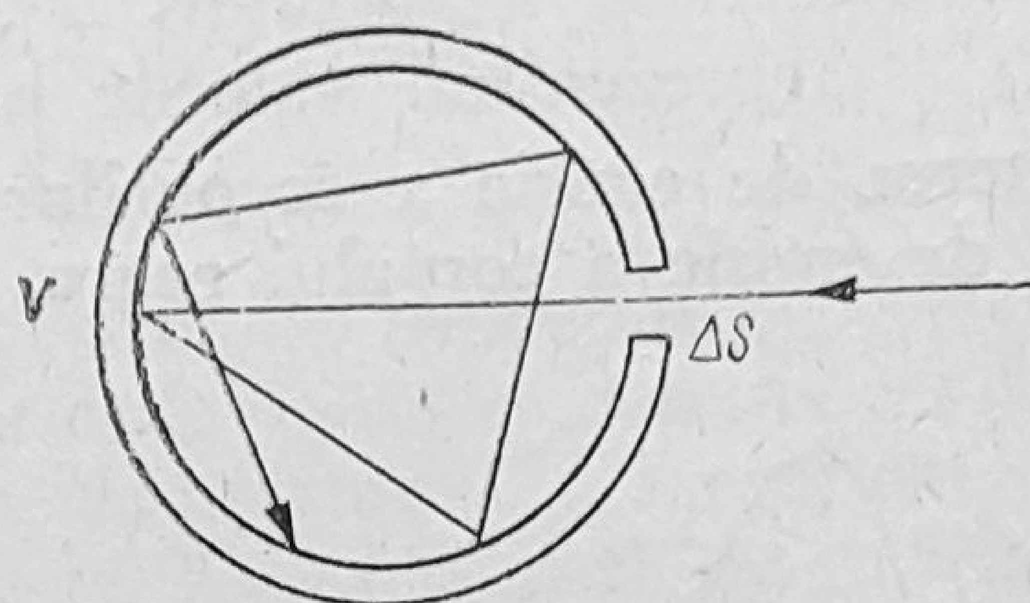


Fig. 347.

cantitatea de energie radiantă egală cu $\varepsilon\, dS$ din care corpul va absorbi cantitatea $A\, \varepsilon\, dS$, unde A este puterea de absorbţie a corpului şi va emite cantitatea $E\, dS$, unde E este puterea de emisie a corpului. Fiind echilibru termic atunci:

$$EdS = A\varepsilon dS \quad \text{sau} \quad \frac{E}{A} = \varepsilon \,. \tag{5-3}$$

Pentru cercetările cu privire la proprietăţile corpului negru se întrebuinţează un dispozitiv simplu: o incintă V cu pereţi înnegriţi (de exemplu o incintă de cupru cu oxid de cupru negru) cu o deschidere ΔS mică (fig. 347). O rază luminoasă care pătrunde în incintă este practic complet absorbită datorită numeroaselor reflexii şi absorbţii suferite pe pereţii interiori ai incintei.

De asemenea această incintă introdusă într-un cuptor la diferite temperaturi T va emite prin ΔS radiaţii pe care le putem cerceta.

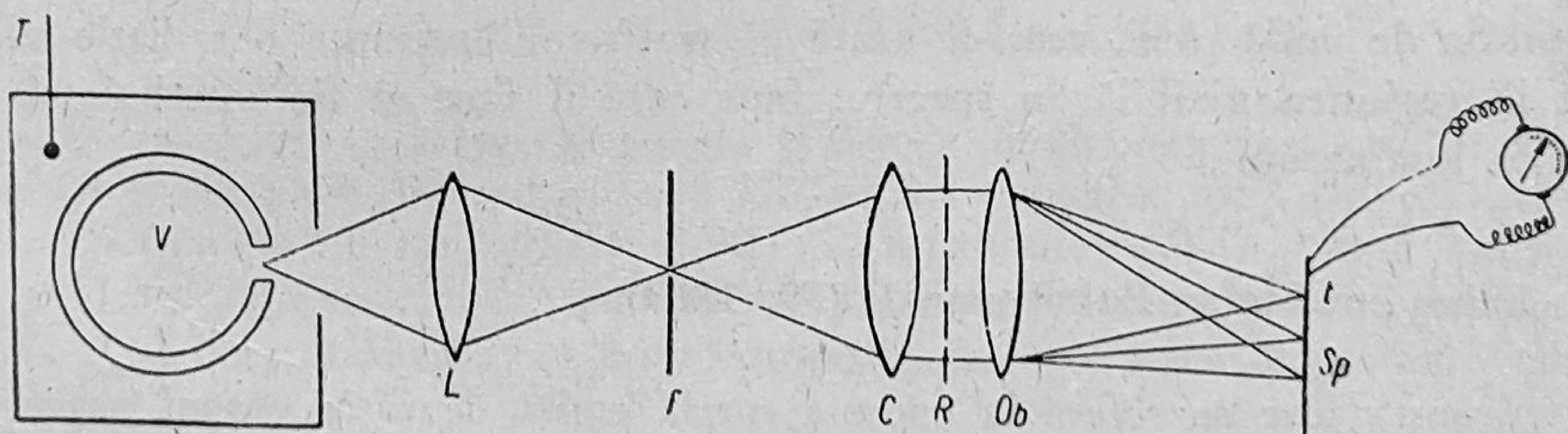


Fig. 348.

Se poate astfel cerceta repartiţia spectrală a energiei radiaţiei emise de către corpul negru la diferite temperaturi. Dispozitivul experimental constă din (fig. 348):

V este incinta care serveşte drept corp negru şi care este introdusă într-un cuptor la diferite temperaturi T;

L este lentila care concentrează fasciculul de radiaţii pe fanta f a unui spectrograf cu reţea (C — colimator; R — reţea; Ob — obiectivul în focarul căruia se formează spectrele Sp), iar

t — receptorul de energie, un termoelement sau un bolometru. Pentru diferite temperaturi T_1, T_2, T_3, $T_4 \ldots$ se obţin diferite curbe reprezentînd valorile lui ε_λ în funcţie de λ ca în figura 349.

Puterea de emisie a corpurilor care nu sînt negre este mai mică decît puterea de emisie a corpului negru, deoarece şi absorbţia lor este mai mică,

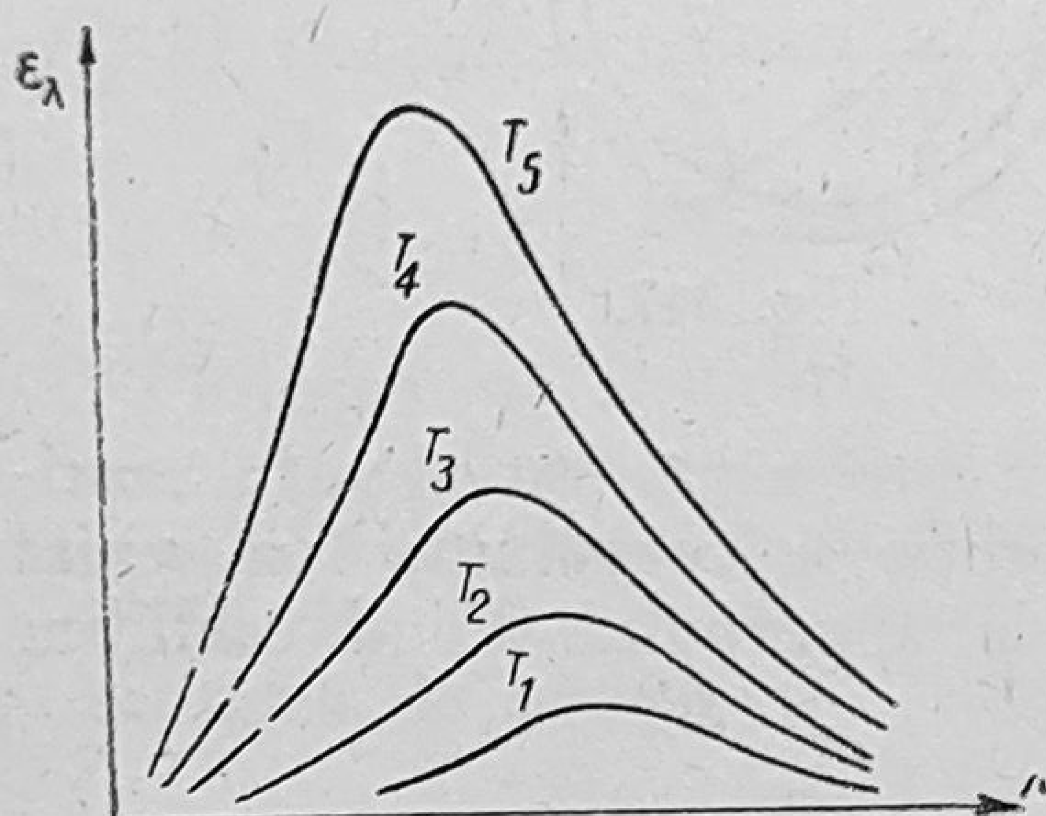


Fig. 349.

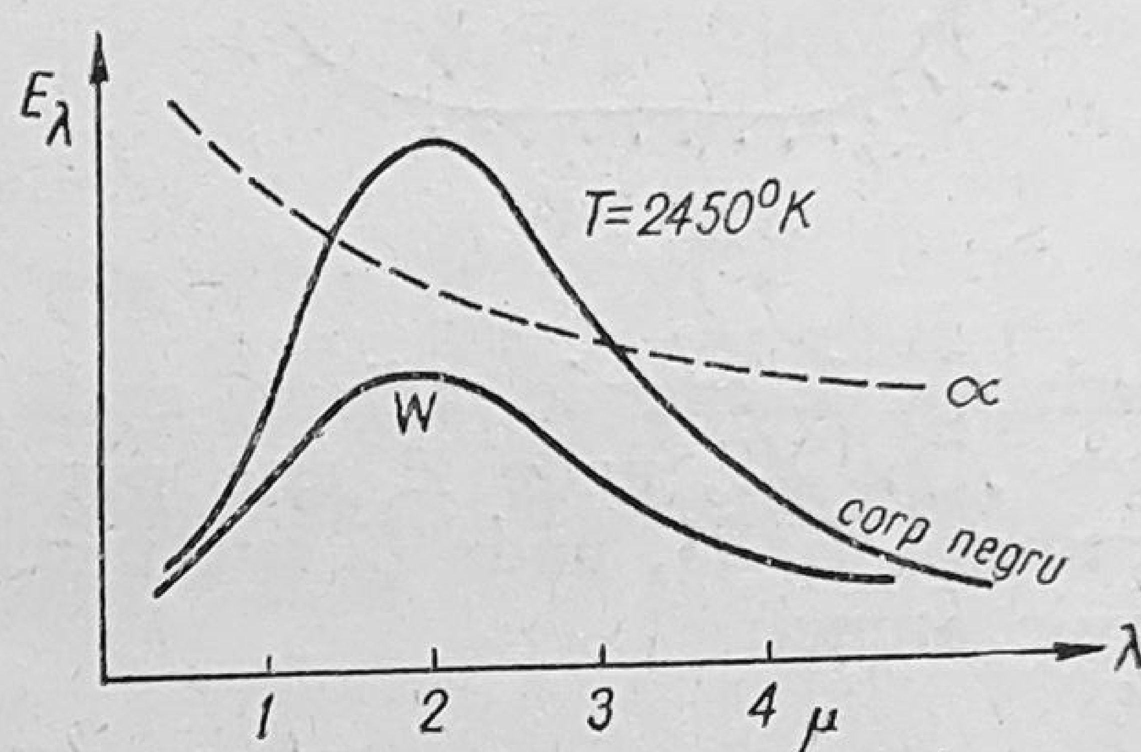


Fig. 350.

adică $E_{\nu,T}=\varepsilon_{\nu,T}A_{\nu,T}$. În aceleaşi condiţii de temperatură şi interval spectral, mersul puterii de emisie $E_{\nu,T}$ în funcţie de frecvenţa ν este diferit de mersul lui $\varepsilon_{\nu,T}$ nu numai ca valoare, dar şi ca proporţie, căci şi absorbţia $A_{\nu,T}$ prezintă variaţii în funcţie de ν, avînd un mers selectiv, adică curba care reprezintă valorile lui $E_{\nu,T}$ în funcţie de ν nu este o curbă la scară redusă a curbei lui $E_{\nu,T}$ în funcţie de ν. De exemplu se vede din figura 350 că în cazul wolframului la temperatura de 2 450° K, raportul $\alpha=\frac{E_\lambda}{\varepsilon_\lambda}$ creşte către lungimile de undă mici, ceea ce arată că wolframul prezintă o radiaţie selectivă în regiunea vizibilă în spectru, fapt care îl face să fie întrebuinţat în tehnica luminatului.

5.3. Legea lui Stefan-Boltzmann (1879, 1889)

Această lege se referă la energia totală emisă de către corpul negru în timp de o secundă de către o suprafaţă de 1 cm² în toate direcţiile într-o parte (în unghiul solid 2π) pentru toate lungimile de undă la temperatura T a corpului negru. Această energie totală ε_T este proporţională cu puterea a patra a temperaturii T (absolute) adică:

$$\varepsilon_T=\int_0^\infty \varepsilon_{\nu,T}\,d\nu=\sigma T^4, \qquad (5\text{-}5)$$

unde σ este o constantă universală egală cu

$$\sigma = 5{,}67.10^{-5}\,\text{erg. cm}^{-2}\text{s}^{-1}\,\text{grad}^{-4} = 5{,}67.10^{-12}\,\text{Wcm}^{-2}\,\text{grad}^{-4} = 1{,}357.10^{-12}\,\text{cal. cm}^{-2}\text{s}^{-1}\,\text{grad}^{-4}. \quad (5\text{-}6)$$

Pentru corpurile care nu sînt negre se utilizează relația

$$E_T = AT^n \quad (5\text{-}7)$$

unde A și n sînt date pentru diferite domenii de temperatură.

Cum energia radiată de corpul negru cade pe un receptor, care este socotit a fi tot un corp negru care a ajuns la temperatura T', atunci energia indicată de receptor, care și el emite energie la T', va fi dată de relația:

$$\varepsilon_T = \sigma\left(T^4 - T'^4\right). \quad (5\text{-}8)$$

5.4. Legea deplasării a lui Wien (1893)

Cercetînd cum variază $\varepsilon_{\nu,T}$ la diferite temperaturi T se observă mai întîi că pentru o temperatură dată, curba repartiției spectrale reprezintă un maxim pentru o anumită radiație. La o temperatură mai ridicată, puterea de emisie crește pentru toate radiațiile, dar nu în aceeași măsură, maximul de radiere fiind deplasat spre lungimile de undă mai mici. Wien a arătat că între poziția maximelor în scara lungimilor de undă și temperaturile corpului negru există legătura:

$$\lambda_{max}\, T = b \quad (5\text{-}9)$$

unde λ_{max} este lungimea de undă a radiației maxime emise la temperatura T, iar b este o constantă universală egală cu:

$$b = 0{,}2898\ \text{cm grad} = 2{,}898.10^{7}\ \text{Å grad}. \quad (5\text{-}10)$$

În felul acesta, la temperaturile atinse în mod curent, practic, maximul emisiei se găsește în infraroșu. La 5 000° K, acest maxim intră în regiunea galbenului din vizibil, iar la peste 7 200° K, maximul intră în ultraviolet.

O altă lege se referă la puterea de emisie maximă, $\varepsilon_{\lambda max}$, adică în regiunea lui λ_{max}, a corpului negru; ea crește proporțional cu puterea a cincea a temperaturii T adică:

$$\varepsilon_{\lambda max} = CT^5, \quad (5\text{-}11)$$

unde constanta universală C este egală cu:

$$C = 2{,}04.10^{-5}\,\text{erg. cm}^{-3}\,\text{s.}^{-1}\,\text{grad}^{-5} = 0{,}487.10^{-12}\,\text{cal. cm}^{-3}\,\text{s.}^{-1}\,\text{grad}^{-5} = 2{,}04.10^{-15}\,\text{Wcm}^{-2}\,\text{micron}^{-1}\,\text{grad}^{-5} \quad (5\text{-}12)$$

5.5. Formula radiației a lui Planck (1900)

S-a căutat să se obțină teoretic o relație, o formulă, care să conțină în totalitate legile radiației corpului negru indicate anterior și să redea mersul sub formă de clopot al curbei care reprezintă valorile lui $\varepsilon\lambda$, în funcție de λ pentru diferitele temperaturi T. Admițînd legile clasice prin care un oscilator de frecvență ν are energia proporțională cu pătratul amplitudinii și poate acumula orice cantitate de energie și poate de asemenea să elibereze sub formă de radiație în unitatea de timp orice cantitate de energie, s-a ajuns la niște legi generale care reproduceau oarecum rezultatele experimentale fie la lungimile de undă mici (formula Wien), fie la cele lungi (formula lui Rayleigh-Jeans), însă în dreptul maximului clopotului aceste legi se abăteau mult de la rezultatele experimentale (fig. 351). *Planck* introduce ipoteza că un oscilator armonic de frecvență primește și radiază numai cantitatea de energie care cuprinde un număr întreg de cuante de energie. O *cuantă de energie* este egală cu $h\nu$, unde h este o constantă universală: $h=6{,}55{,}10^{-27}$ erg.s. În felul acesta, această putere de emisie $\varepsilon_{\nu, T}$ a corpului negru, constituit dintr-un ansamblu de astfel de oscilatori, va fi dată de formula lui Planck

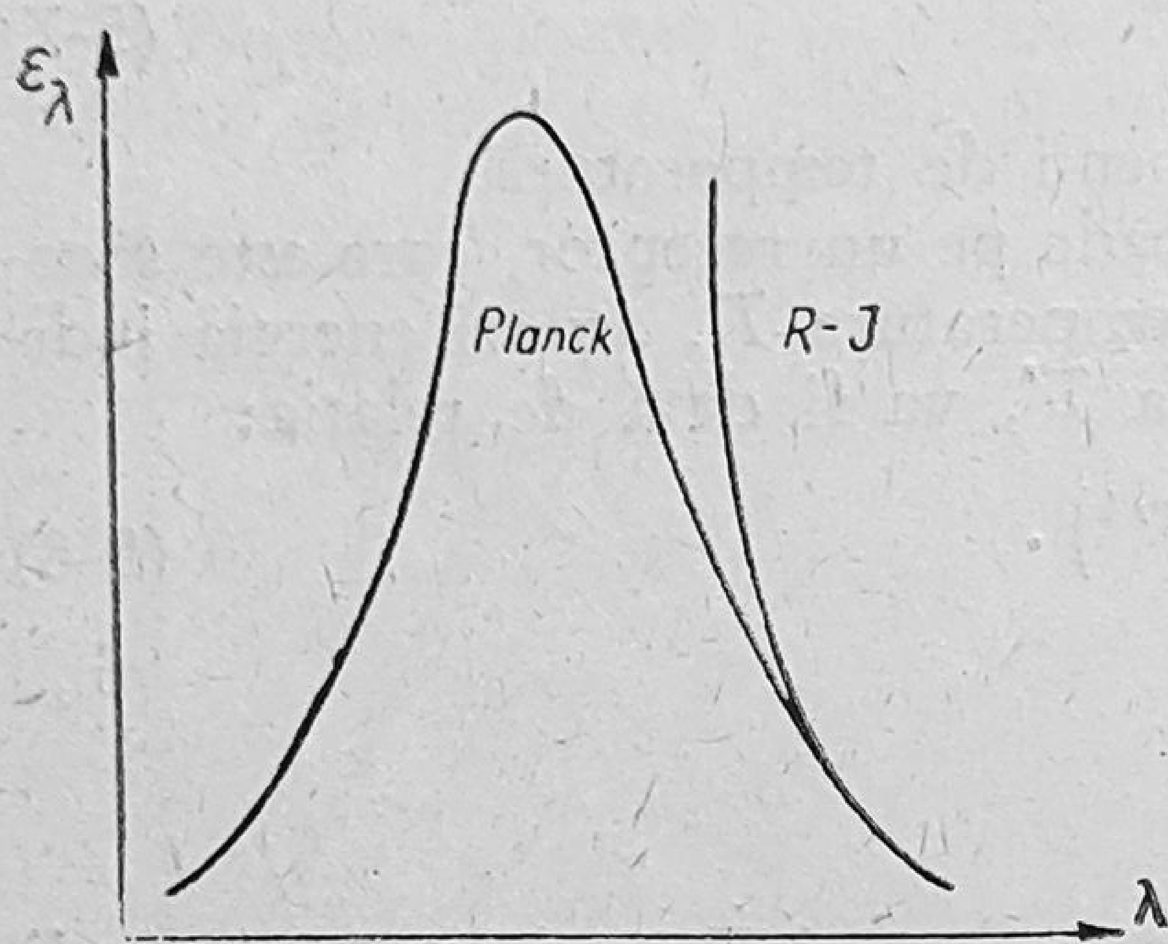


Fig. 351.

$$\varepsilon_{\nu, T}=\frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}, \qquad (5\text{-}13)$$

unde c=viteza luminii, k=constanta lui Boltzmann=1,3 $7\cdot10^{-16}$ erg/grad (care ne dă energia medie kT a oscilatorului la temperatura T).

Această formulă redă corect mersul curbei care reprezintă valorile lui $\varepsilon_{\nu,T}$ în funcție de ν.

Dacă ν este mic, sau T este mare, atunci:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}}=1+\frac{h\nu}{kT}+\frac{h^2\nu^2}{2k^2T^2}+\cdots\cdots\approx 1+\frac{h\nu}{kT} \qquad (5\text{-}14)$$

și formula lui Planck devine:

$$\varepsilon_{\nu, T}=\frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{1+\frac{h\nu}{kT}-1}=\frac{2\pi}{c^2}\nu^2 kT, \qquad (5\text{-}15)$$

care este tocmai formula găsită pe baza legilor clasice de către Rayleigh-Jeans.

Pentru frecvențe ridicate, ν mare, deci pentru cazul cînd $h\nu \gg kT$, se poate neglija la numitor termenul 1 față de $e^{\frac{h\nu}{kT}}$ și formula lui Planck devine:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}}, \qquad (5\text{-}16)$$

relație care poate fi pusă în funcție de lungimea de undă λ sub forma:

$$\varepsilon_{\lambda,T} = C_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} \qquad (5\text{-}17)$$

unde C_1 și C_2 sînt constante, și care este formula găsită de către Wien. În teoria lui Planck:

$$C_1 = 2\pi hc^2 \text{ și } C_2 = \frac{hc}{k} \qquad (5\text{-}18)$$

Trecerea de la $\varepsilon_{\lambda,T}$ la $\varepsilon_{\nu,T}$ se face avîndu-se în vedere trecerea de la intervalul unitate de lungime de undă la intervalul unitate de frecvență. Deoarece am arătat că

$$\varepsilon_T = \int_0^\infty \varepsilon_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda, \qquad (5\text{-}19)$$

deci că:

$$\varepsilon_{\nu,T}\, d\nu = \varepsilon_{\lambda,T}\, d\lambda \text{ și deoarece } \lambda = \frac{c}{\nu}, \qquad (5\text{-}20)$$

atunci:

$$\left|d\lambda\right| = \frac{c}{\nu^2} d\nu,$$

de unde:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \varepsilon_{\lambda,T} \frac{|d\lambda|}{d\nu} = \varepsilon_{\lambda,T} \frac{c}{\nu^2}. \qquad (5\text{-}21)$$

Din formula lui Planck se pot deduce toate legile și relațiile stabilite anterior cu privire la emisia corpului negru.

Introducerea cuantelor a avut un efect extraordinar în dezvoltarea fizicii moderne, în toate ramurile, în special pentru fizica interiorului atomului.

5.6. Pirometria optică

O aplicație importantă a legilor radiațiilor termice o constituie determinarea temperaturii unui corp prin metodele optice prin studiul radiațiilor emise de acel corp incandescent. Acest capitol se numește *pirometrie optică*. Cu

ajutorul pirometriei optice se determină temperatura absolută T, se pot face determinări de temperaturi foarte ridicate, unde alte metode nu pot da rezultate sau nu pot fi folosite. Multe din corpuri pot fi asimilate cu corpul negru, ceea ce uşurează aflarea temperaturii lor. Pentru corpurile care nu sînt negre, sînt necesare efectuarea de studii care duc la obţinerea de factori, redaţi în tabele, pentru corectarea valorilor temperaturilor obţinute prin metodele optice. În pirometria optică, temperatura unui corp se poate afla prin mai multe metode.

a) **Metoda determinării temperaturii de culoare.** La corpul negru se obţine curba valorilor puterii de emisie în funcţie de diferitele lungimi de undă pentru o anumită temperatură T. Lungimea de undă a radiaţiei maxim emise λ_{max} este legată de temperatura T după legea lui Wien şi deci se poate afla temperatura T după relaţia:

$$T = \frac{2\,886}{\lambda_{max}}, \tag{5-22}$$

unde λ_{max} este exprimată în microni. Aşa s-a putut determina temperatura suprafeţii soarelui socotit a fi corp negru pentru care $\lambda_{max} = 0{,}47\mu$ şi deci $T = 6\,150°K$.

Pentru corpurile care nu sînt negre, dar a căror curbă a valorilor puterii de emisie nu diferă mult de curba corpului negru, temperatura determinată prin relaţia dată mai sus se numeşte *temperatură de culoare* şi se notează cu T_c. Ea indică temperatura corpului negru cînd radiaţia lui este cea asemănătoare în culoare cu radiaţia corpului cercetat. Pentru corpurile cu emisie puternic selectivă noţiunea de temperatură de culoare nu are sens.

b) **Metoda strălucirii.** Se bazează pe măsurarea temperaturii prin comparaţia strălucirii radiaţiei corespunzătoare unei singure lungimi de undă λ cu strălucirea radiaţiei corpului negru la aceeaşi lungime de undă. În acest

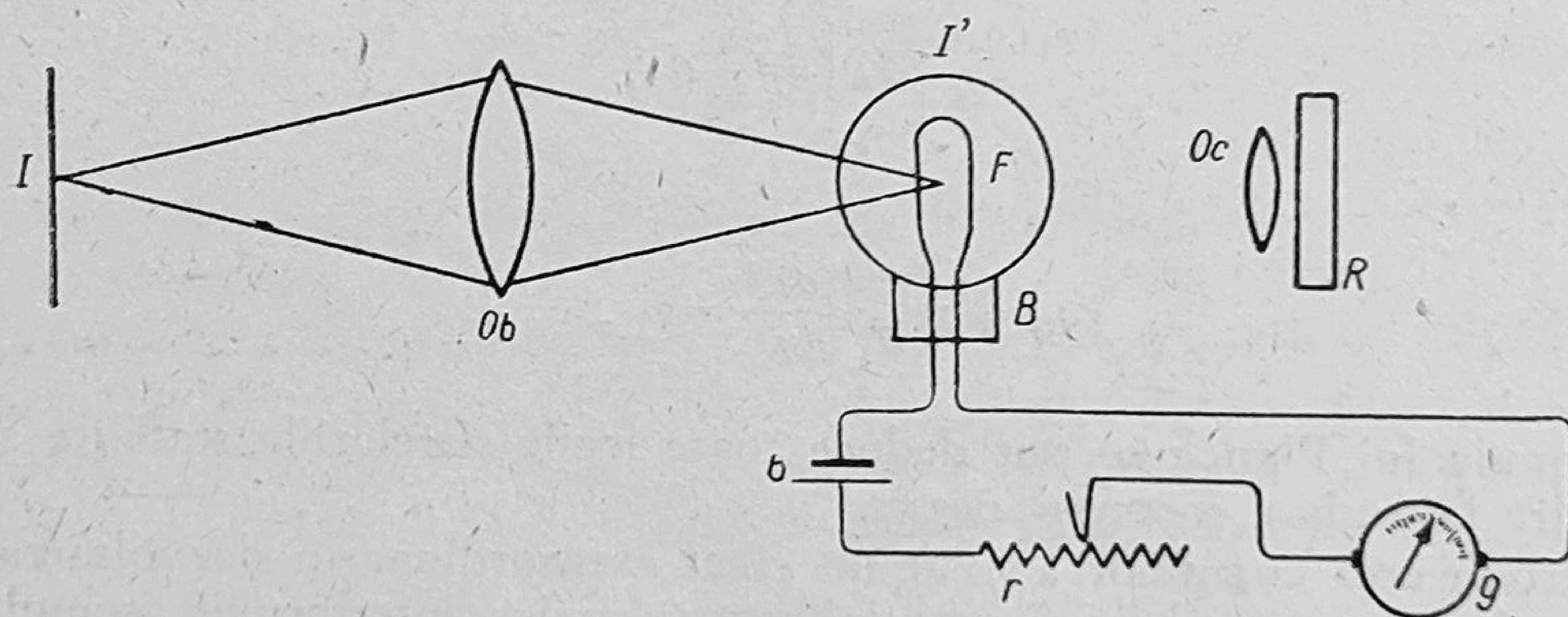


Fig. 352.

scop se întrebuinţează *pirometrul cu dispariţia filamentului* Holborn şi Kurlbaum. Se formează cu ajutorul obiectivului Ob imaginea suprafeţei de cercetat I, astfel ca imaginea I' să cadă în planul unde se găseşte situat filamentul de incandescenţă F din becul special construit B (fig. 352). Se priveşte prin ocularul Oc. Razele pătrund prin filtrul roşu R lăsînd să treacă numai

radiaţiile de lungime de undă λ. Filamentul F este alimentat prin bateria b, reostatul r şi curentul de alimentare se măsoară la ampermetrul g. Se compară strălucirea imaginii I' (proporţională cu strălucirea obiectului I) cu strălucirea filamentului F. Acesta va apărea fie mai întunecat, fie egal, fie mai strălucitor pe fondul luminos al imaginii I, după cum încălzirea este mai slabă sau mai intensă. Cunoscîndu-se temperaturile corpului negru I se poate grada pirometrul prin diviziunile ampermetrului g, aducîndu-se filamentul F la aceeaşi strălucire egală cu strălucirea imaginii I', moment în care imaginea filamentului dispare pe fondul uniform. Dacă corpul cercetat este tot negru, indicaţiile pirometrului dau tocmai temperatura reală a corpului. Pentru corpurile nenegre, temperatura indicată de pirometru nu este cea reală şi de aceea ea se numeşte *temperatură de strălucire* T_s care este temperatura corpului negru care are pentru acea lungime de undă aleasă pentru determinări (de exemplu $\lambda = 6\,600$ Å) aceeaşi strălucire cu a corpului studiat. Pentru multe materiale s-a studiat raportul strălucirii corpului faţă de a corpului negru la aceeaşi temperatură şi aceeaşi lungime de undă. Cu aceste date se poate afla temperatura reală a corpului utilizînd relaţia de transformare obţinută din formula lui Planck.

c) **Metoda radiaţiei.** Această metodă se bazează pe determinarea strălucirii energetice integrale a corpului, utilizînd legea lui Stefan-Boltzmann. Cum strălucirea integrală B_T este legată de energia totală emisă ε_T prin relaţia $\varepsilon_T = \pi B_T$ atunci:

$$B_T = \frac{\sigma}{\pi} T^4 .$$

Pirometrul de radiaţie este format din obiectivul Ob care formează imaginea suprafeţei I a corpului de cercetat, corpul negru, pe termocuplul $a - b$, a cărui încălzire este indicată prin galvanometrul g (fig. 353). Acest pirometru se gradează cu ajutorul corpului negru la diferite temperaturi T, temperaturile indicate de g fiind cele reale pentru corpurile negre cercetate. Pentru corpurile nenegre, temperatura indicată de g nu mai este cea reală şi se numeşte *temperatura de radiaţie* T_r. Ea este egală cu temperatura corpului negru care

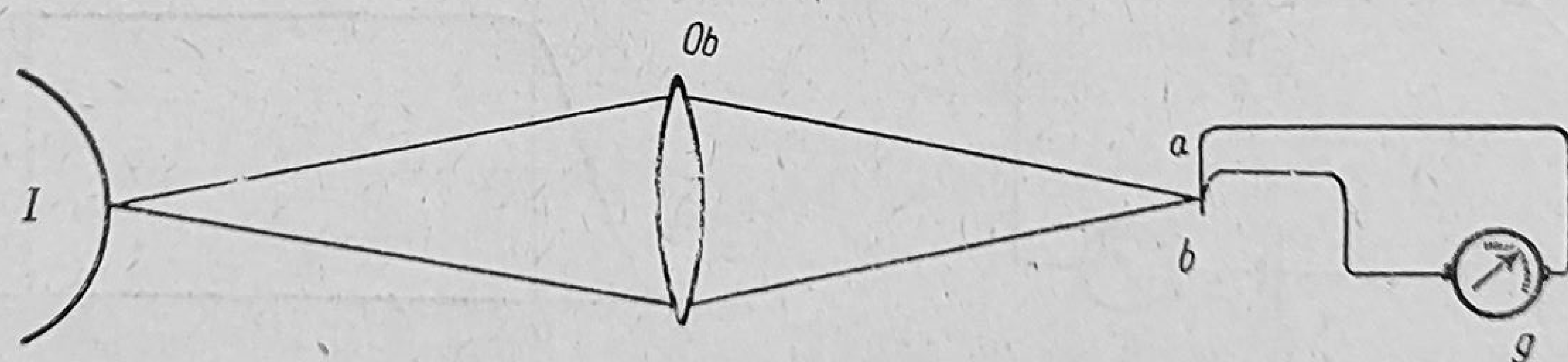


Fig. 353.

are o strălucire integrală egală cu strălucirea integrală a corpului studiat. Pentru diferite corpuri s-au determinat diferite valori ale raportului între strălucirile integrale ale corpului negru şi a corpurilor studiate şi astfel se poate trece de la temperatura de radiaţie T_r la temperatura T, utilizînd legea lui Stefan-Boltzmann.

Capitolul 6

FOTONUL

6.1. Efectul fotoelectric

Prin efect fotoelectric se înţelege emisia de electroni de către corpuri sub influenţa luminii incidente, fenomen utilizat la celulele fotoelectrice sau fotoelemente, întrebuinţate în cercetarea ştiinţifică şi în tehnică.

Fenomenul descoperit de *Hertz* (1887) constă în faptul că sub influenţa iluminării cu razele ultraviolete, scînteia electrică apare mai uşor între electrozii, sau eclatorii, unei bobine transformatoare. Acest fapt a fost studiat de către *Stoletov* şi *Hallwachs* (1888), care au arătat că sub influenţa luminii se desprind sarcini electrice din electrozi, şi anume electronii din catod (Lenard şi Thommson, 1898).

Pentru stabilirea legilor efectului fotoelectric se întrebuinţează o celulă fotoelectrică în vid formată din catodul K, asupra căruia cade lumina, anodul A, bateria B şi galvanometrul G (fig. 354).

Se constată că pentru o iluminare constantă, prin variaţia diferenţei de potenţial V aplicată între catodul K şi anodul A se obţine o variaţie a curentului fotoelectric I redată în figura 355, curbă caracteristică obţinută cînd

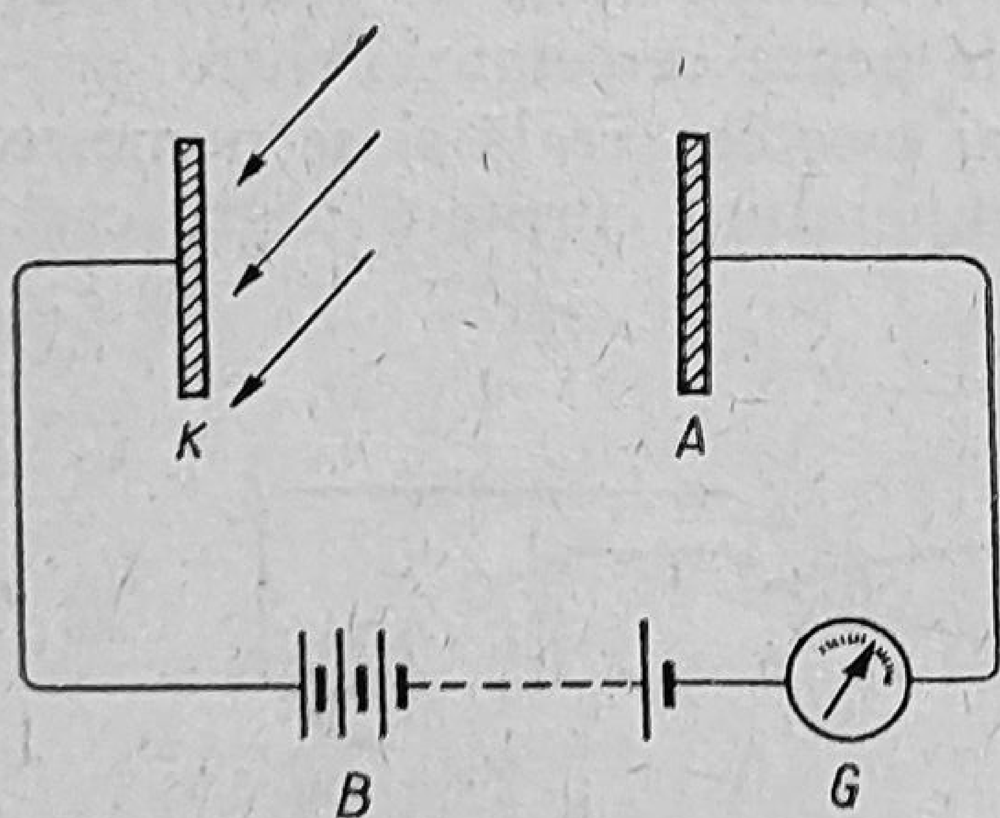


Fig. 354.

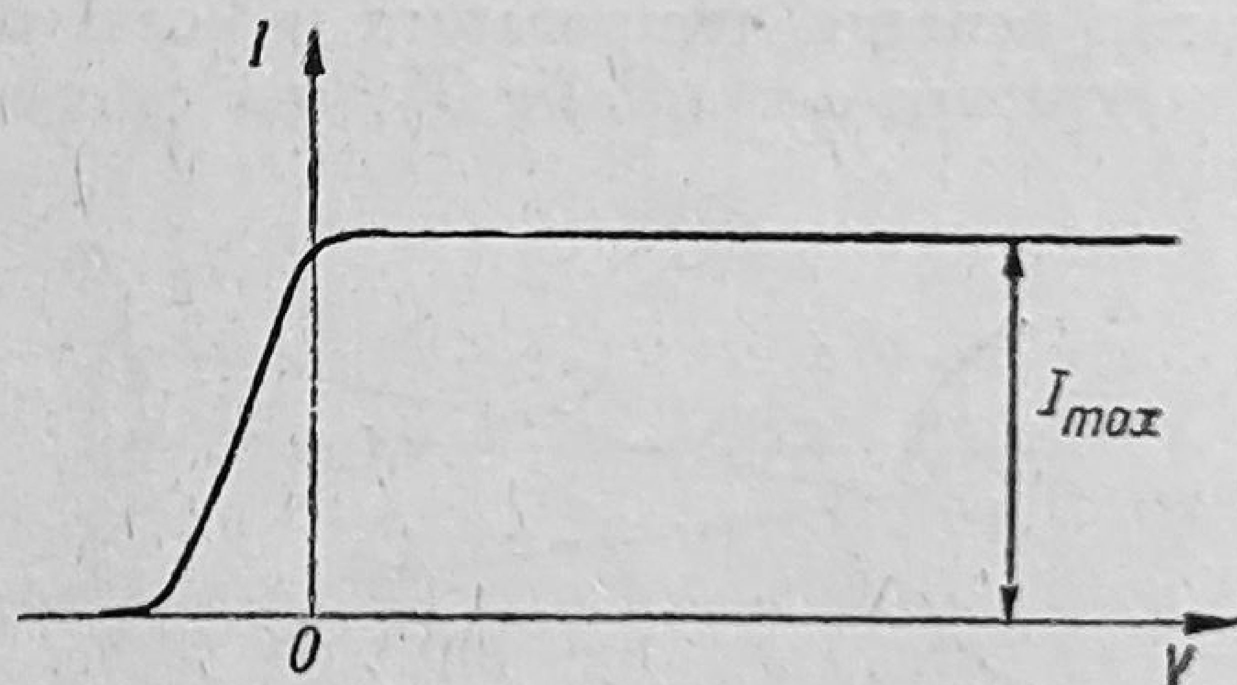


Fig. 355.

toţi fotoelectronii sînt culeşi de către anod, ca în cazul unui condensator sferic, anodul fiind sfera mică din interior, ca în dispozitivul lui Lukirski şi Prilejaev. Se obţine un curent fotoelectric maxim, de saturaţie. La diferenţa de potenţial nulă există totuşi un curent fotoelectric, care numai pentru un cîmp întîrzietor pentru electroni scade, nu brusc, pînă la valoarea zero.

Prin variaţia iluminării se obţin alte curbe cu alte valori pentru intensitatea curentului de saturaţie.

Cercetările au arătat că intensitatea curentului de saturaţie este riguros proporţională cu intensitatea luminii, absorbită de materialul care serveşte drept fotocatod, ceea ce a dus la utilizarea celulelor fotoelectrice ca fotometre obiective.

La diferenţa de potenţial nulă există totuşi un fotocurent, ceea ce arată că electronii părăsesc totuşi suprafaţa fotocatodului cu viteze diferite, căci curba curentului fotoelectric scade lin pînă la zero cînd s-a aplicat o diferenţă de potenţial întîrzietor V pentru care electronii sînt reţinuţi pe catod. În felul acesta, ţinînd seamă că ieşirea unui electron prin suprafaţa metalică necesită un lucru de extracţie eV_0 şi că electronul a ieşit din suprafaţa catodului cu viteza maximă v_M, atunci energia maximă W necesară extracţiei electronului va fi egală cu

$$W=\frac{1}{2}mv_M^2+eV_0=eV+eV_0\cdot \qquad (6\text{-}1)$$

unde m şi e sînt masa şi sarcina electronului.

Lenard a stabilit că această viteză maximă v_M, deci energia corespunzătoare căpătată de electroni eV nu depinde decît de frecvenţa luminii incidente, creşte cu ea şi nu depinde de intensitatea luminii incidente.

Einstein (1905) a explicat fenomenul fotoelectric cu ajutorul cuantelor de lumină numite *fotoni*. Energia luminoasă nu se propagă conform teoriei ondulatorii în toate direcţiile, ci se propagă sub formă de cuante, de fotoni. Cu cît cuanta este mai mare, adică are o energie mai mare, cu atît se pot observa mai uşor efectele de propagare ale cuantei după anumite direcţii, deci se pun în evidenţă mai uşor efectele corpusculare ale luminii, aşa cum se observă la razele X sau γ.

Energia transportată de un foton este, după Planck, egală cu $h\nu$. Einstein explică fenomenul fotoelectric prin efectul fotonului asupra electronului din fotocatod, căruia i se transmite printr-o interacţie complexă în întregime această energie $h\nu$. Această energie contribuie la învingerea barierei de potenţial (eV_0) şi la comunicarea unei viteze v_M electronului, bilanţul energetic fiind dat de:

$$h\nu=\frac{1}{2}mv_M^2+eV_0=eV+eV_0\cdot \qquad (6\text{-}2)$$

Millikan (1916) şi apoi *Lukirski* (1928) au cercetat în amănunţime relaţia dată de Einstein şi din efectele fotoelectrice au obţinut valoarea lui h. Se constată că pentru extragerea electronului din suprafaţa fotocatodului este necesară o energie minimă $h\nu_0=eV_0$, ceea ce arată că efectul fotoelectric nu poate să apară decît dacă frecvenţa radiaţiei este mai mare decît ν_0, adică $\nu>\nu_0$. Frecvenţa ν_0 ia numirea de *pragul roşu al efectului fotoelectric*, depinzînd de structura şi starea suprafeţei fotocatodului (metalele alcaline au acest prag în vizibil).

Curentul fotoelectric depinde de lungimea de undă incidentă. Astfel lucrînd cu curenţi fotoelectrici la saturaţie şi cu aceeaşi cantitate de energie luminoasă absorbită de catod se obţine o creştere continuă a curentului fotoelectric către lungimile de undă mai mici, începînd cu lungimea de undă care corespunde pragului fotoelectric (fig. 356).

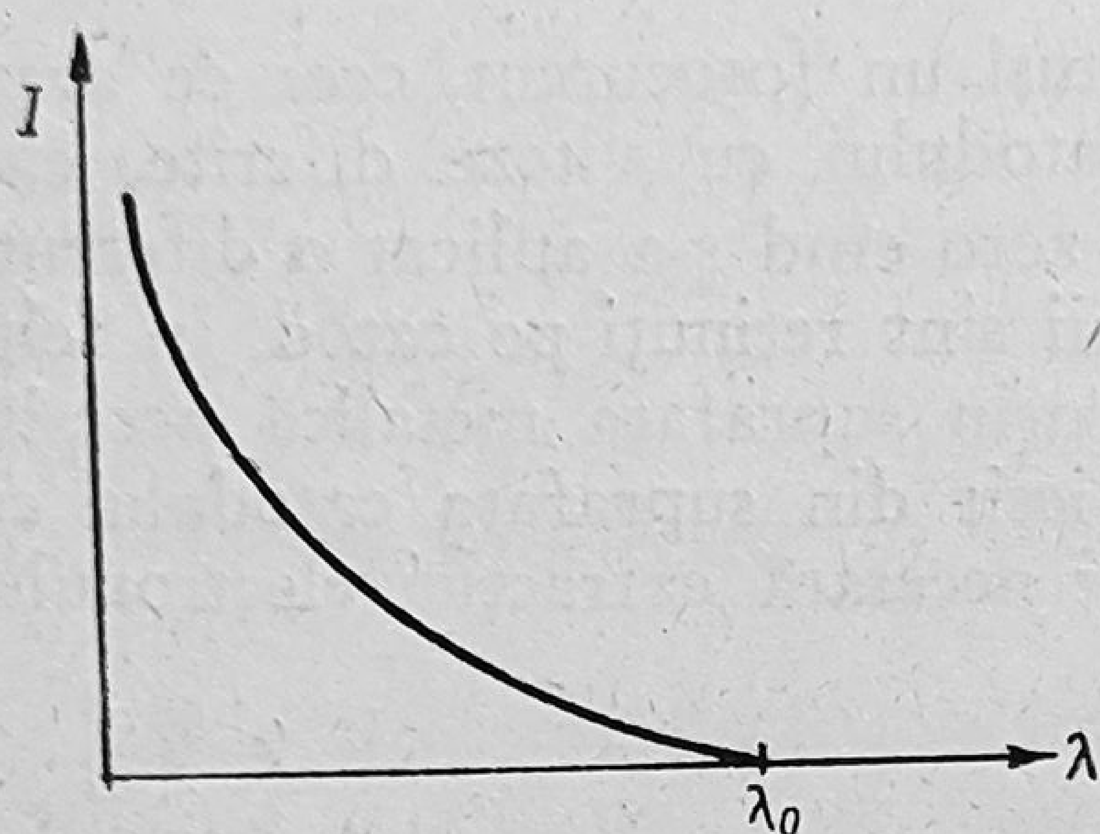


Fig. 356.

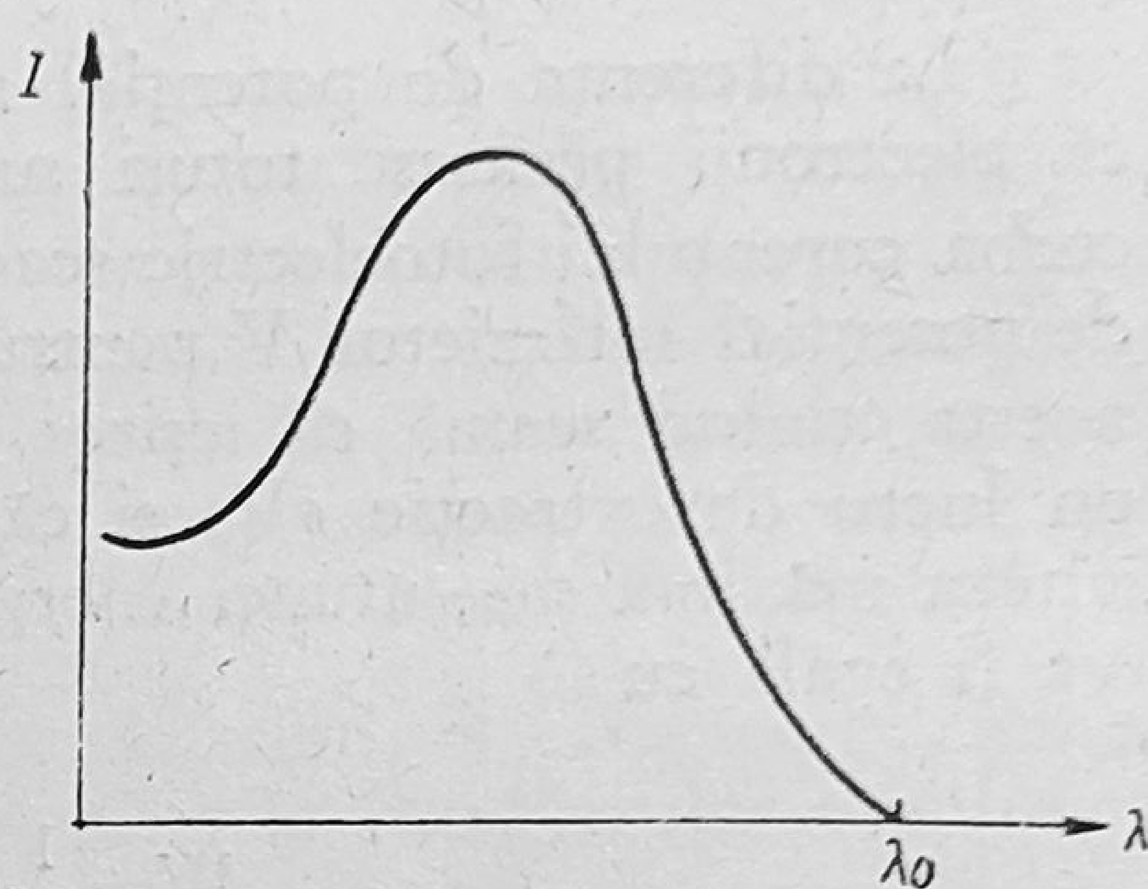


Fig. 357.

Sînt însă suprafeţe care prezintă o emisie pronunţată selectivă, efect fotoelectric selectiv, într-un anumit domeniu de lungimi de undă şi care ar putea fi explicat ca un fenomen de rezonanţă, frecvenţa proprie a electronilor din fotocatod fiind apropiată de cea a luminii incidente, ceea ce ar favoriza ieşirea electronilor din fotocatod (fig. 357).

Efectul fotoelectric selectiv se pune în evidenţă în mod clar întrebuinţînd lumina polarizată liniar. Dacă vectorul electric al luminii este paralel cu planul de incidenţă (||) se obţine efectul selectiv (v. fig. 358). Cînd vectorul luminos este perpendicular pe planul de incidenţă (⊥) apare efectul normal. Efectul selectiv creşte cu atît mai mult cu cît vectorul electric al luminii este mai aproape de poziţia normală la suprafaţa fotocatodului (fig. 359), deci efectul selectiv creşte cu creşterea unghiului de incidenţă.

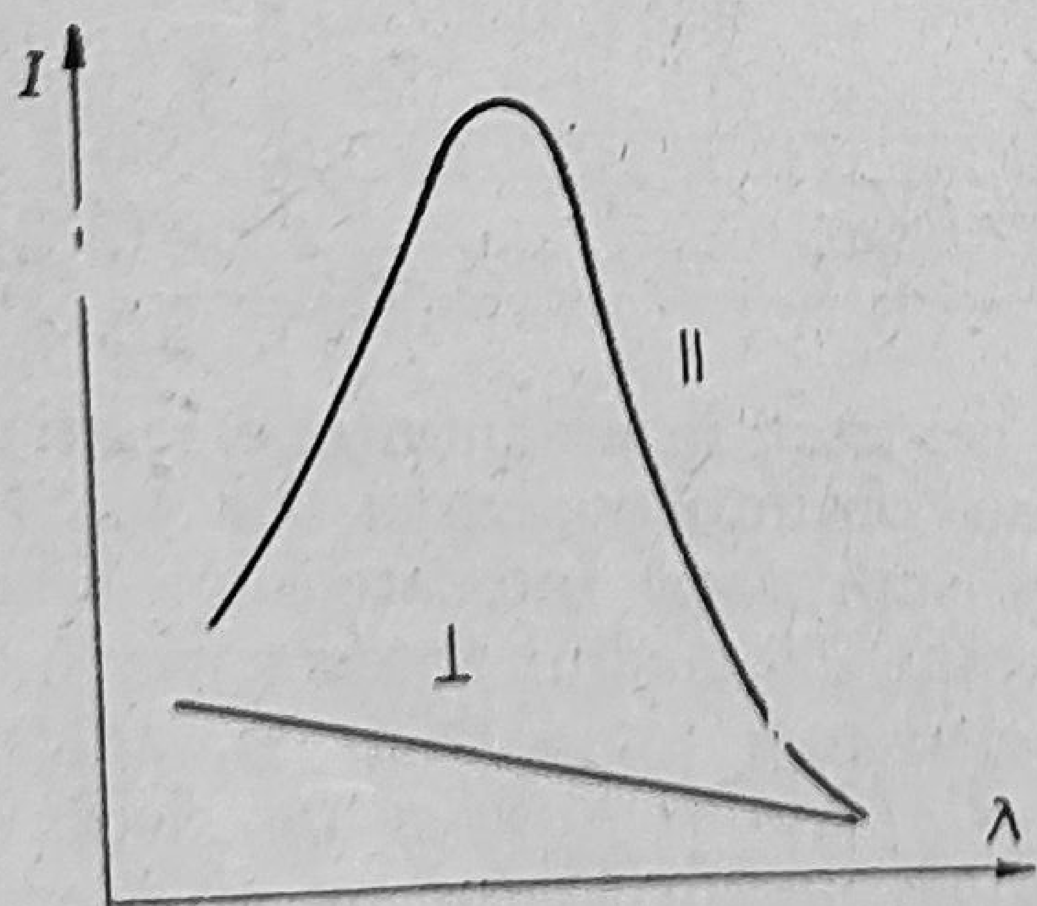


Fig. 358.

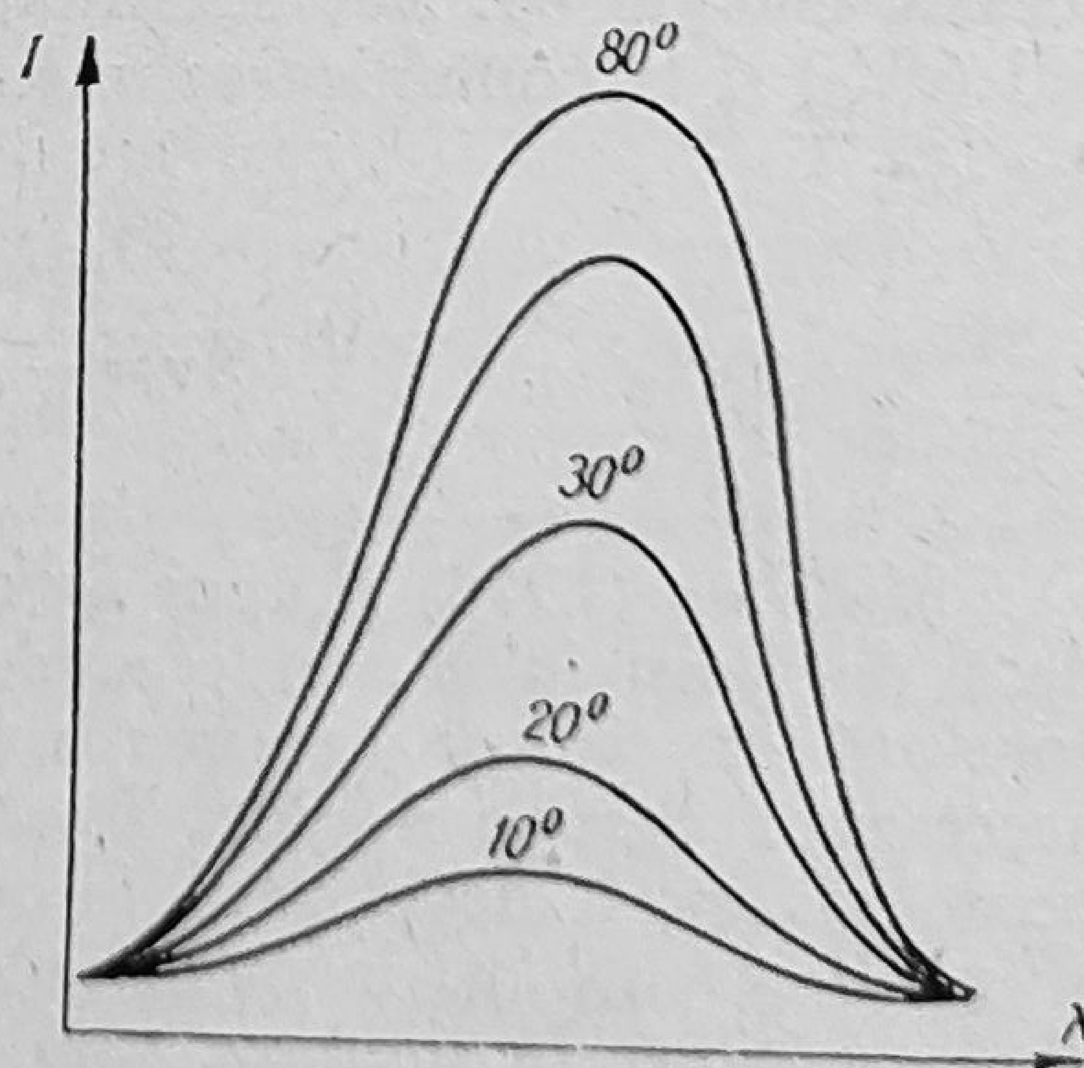


Fig. 359.

Efectul fotoelectric s-a observat nu numai la suprafaţa fotoelementelor, numit din această cauză şi *efect fotoelectric de suprafaţă.* Seleniul şi unele cristale, semiconductori şi lichide îşi măresc conductibilitatea electrică cînd sînt luminate: avem un efect *fotoelectric interior*. Celula fotoelectrică cu strat de oprire (de baraj) sau celula de cuproxid, este formată dintr-o placă de cupru, ca electrod pe care segăseşte un strat de oxid cupros Cu_2O, peste care se aplică un alt strat subţire transparent, metalic, care serveşte drept al doilea electrod (fig. 360). Sub acţiunea fotonilor în stratul de Cu_2O se pun în libertate fotoelectroni care trec uşor de la Cu_2O spre Cu, celula avînd proprietăţi redresoare. Celula acţionează ca un transformator al energiei luminoase în energie electrică.

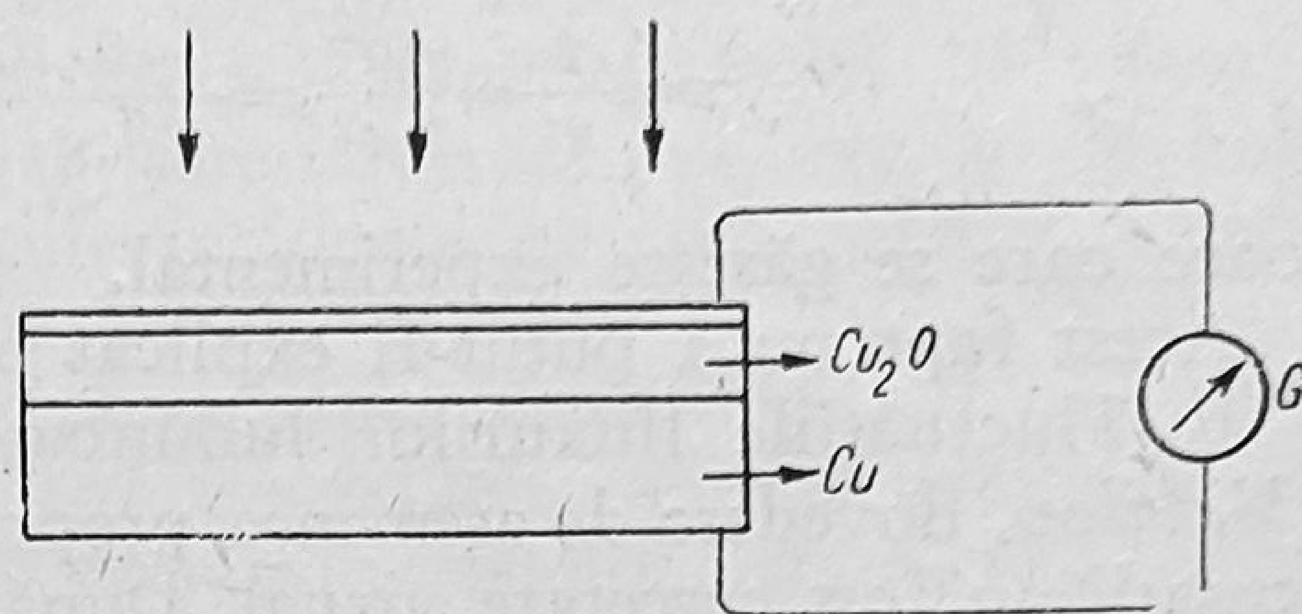


Fig. 360.

6.2. Alte dovezi asupra proprietăţilor corpusculare ale luminii.

a) **Experienţa lui Ioffe şi Dobronravov** constă în producerea efectului fotoelectric de către razele Roentgen. Asupra vîrfului subţire al unei sîrme de aluminiu cad razele ultraviolete care trec prin fereastra de cuarţ *F* şi scot fotoelectroni (fig. 361). Se potriveşte fluxul de radiaţii ultraviolete astfel ca să provoace emisia de aproximativ 1 000 fotoelectroni pe secundă. Aceştia sînt acceleraţi în vid între vîrful *Al* şi placa subţire de aluminiu *A*, care serveşte ca anticatod şi prin aplicarea unei diferenţe de 12 000 V se produc un număr egal, 1 000, de impulsuri Roentgen pe secundă. La distanţa de $2 \cdot 10^{-2}$ cm de *A* se găseşe o particulă sferică de bismut *Bi* cu raza de aproximativ $r=3 \cdot 10^{-5}$ cm, particulă ţinută în echilibru în cîmpul electric dintre plăcile *A* şi *B*. S-a observat că în medie particula *Bi* ieşea din echilibru, datorită pierderii unui fotoelectron, cam o dată la 30 min, datorită razelor Roentgen incidente. Ori ţinînd seama că aceste n_0 impulsuri (=1 000) pe secundă Roentgen sînt fotoni şi se răspîndesc sub unghiul solid 4π şi particula de bismut *Bi* ocupă unghiul solid $\Delta\omega=\frac{\pi r^2}{d^2}$, atunci numărul total de fotoni care lovesc parti-

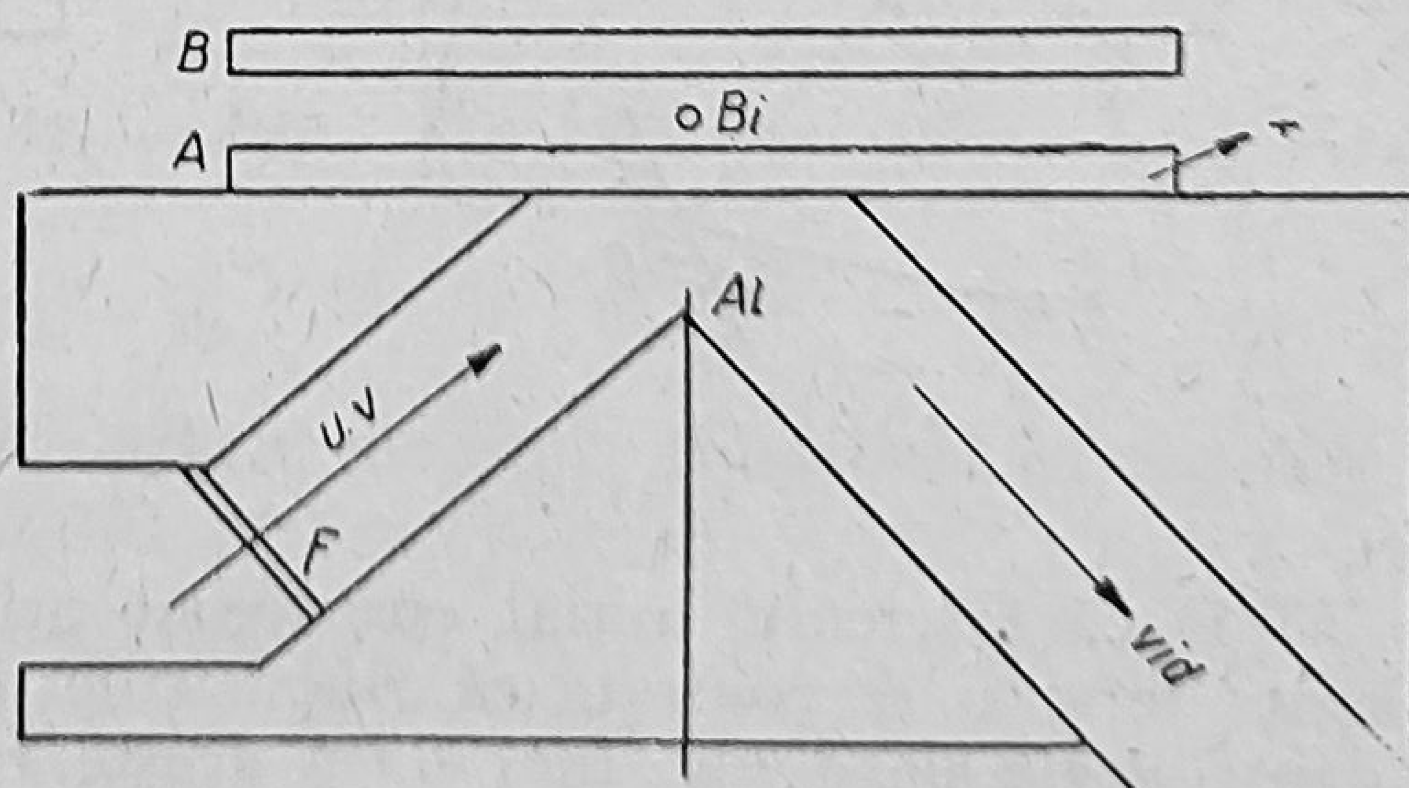


Fig 361.

cula *Bi* în timpul t va fi:

$$n' = n_0 t \frac{\Delta\omega}{4\pi} = n_0 t \frac{\pi r^2}{4\pi d^2} = n_0 t \frac{r^2}{4d^2} \, . \qquad (6\text{-}3)$$

Timpul mediu τ între două ciocniri va fi:

$$\tau = \frac{t}{n'} = \frac{4d^2}{n_0 r^2} = \frac{16 \cdot 10^{-4}}{10^3 \cdot 9 \cdot 10^{-10}} \approx 30 \text{ minute}, \qquad (6\text{-}4)$$

valoare care se găsește experimental.

Acest fapt nu a putut fi explicat prin teoria ondulatorie a luminii.

b) **Fluctuațiile fluxurilor luminoase**, descoperite și studiate prima dată de *Vavilov*, dovedesc de asemenea proprietățile corpusculare ale luminii. Aceste fluctuații au fost cercetate vizual. După cum se știe pragul constant al senzației vizuale în vederea crepusculară corespunde cam la $4 \cdot 10^{-10}$ erg care revine, în domeniul de maximă sensibilitate a ochiului, la aproximativ 100 fotoni pe secundă. Pentru aceasta e necesară observarea fenomenului prin vedere periferică. În acest scop, ochiul nu privește direct spre izvorul luminos I_1, ci spre imaginea I_2 a izvorului văzut prin oglinda O, astfel că lumina de la I_1 cade pe regiunea periferică a retinei ochiului (fig. 362). Lumina de la I_1 trece printr-un orificiu al discului D, disc care se rotește o dată pe secundă, lăsînd în felul acesta ca lumina să treacă numai timp de 1/10 sec. Lumina filtrată de către filtrul F verde este slăbită de pana K. Dacă impulsul luminos cuprinde, de exemplu, 90 fotoni, atunci ochiul nu-l înregistrează, dacă trece de 100, de exemplu 110 fotoni, atunci observatorul, observîndu-l, apasă pe un buton care însemnă acest semnal pe o bandă rulantă înregistratoare, unde în mod automat se înregistrează și de cîte ori orificiul discului D lasă să treacă lumina spre ochi. În felul acesta se obțin fluctuațiile luminoase, rezultatele corespunzînd calculului statistic al fluctuațiilor.

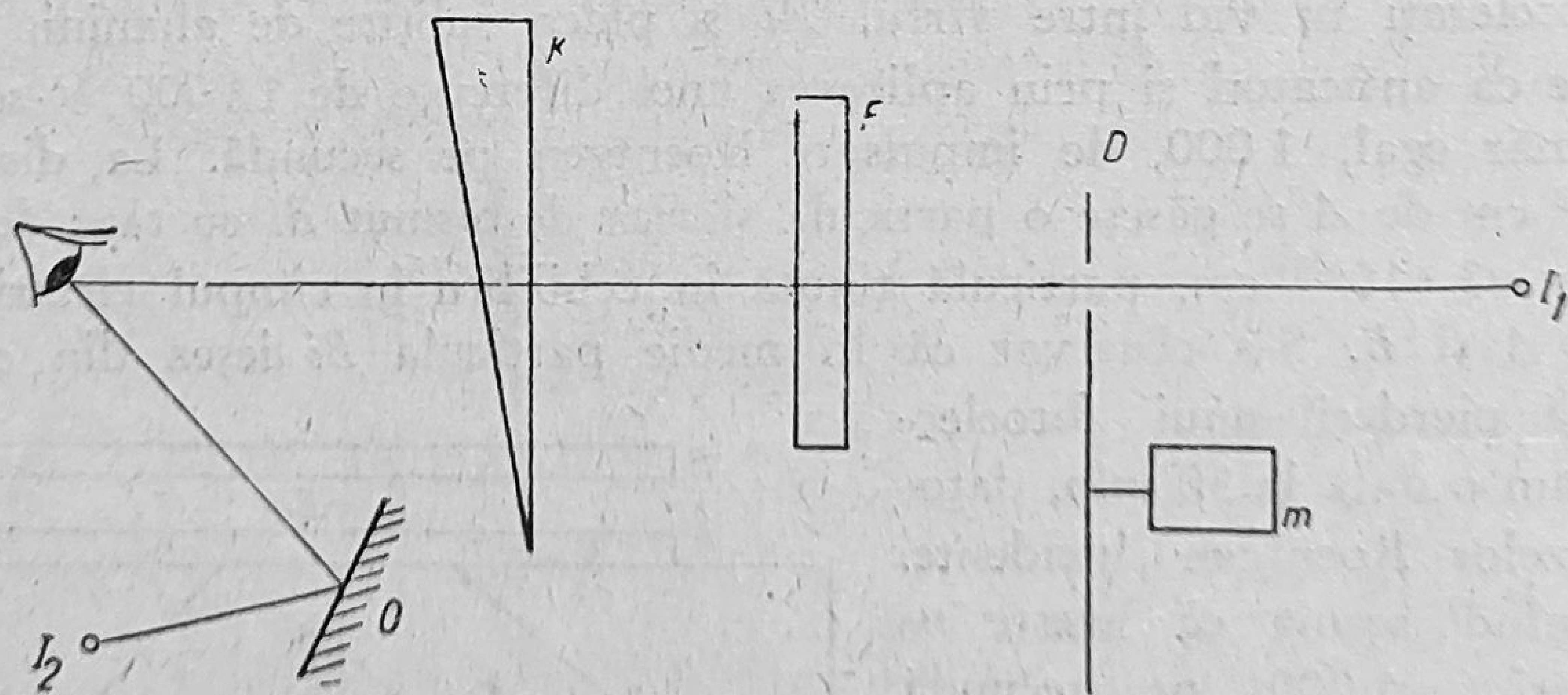


Fig. 362.

Dacă fasciculul inițial este trecut printr-o biprismă Fresnel ca la interferența luminii se constată că fluctuațiile din cele două fascicule sînt independente unele de altele. Însă dacă aceste fascicule se unesc, se obțin franje de interferență obișnuite.

6.3. Difuzia combinată a luminii.

Din cele spuse la difuzia luminii rezultă că în lumina difuzată se găseau, nu ca intensitate, ci ca lungimi de undă, radiaţiile incidente. O analiză minuţioasă a luminii difuze — *Raman*, *Landsberg* şi *Mandelstamm*, 1928 — a dus la constatarea că în lumina difuză apar şi radiaţii care nu existau în lumina incidentă, radiaţii care însoţesc radiaţiile incidente ca nişte sateliţi. Caracteristic acestui fenomen sînt următoarele:

1) aceşti sateliţi însoţesc orice linie a radiaţiei incidente;

2) diferenţele de frecvenţe $\Delta\nu_i$ între frecvenţele radiaţiei incidente excitatoare ν_0 şi frecvenţele respective ale radiaţiilor sateliţi $\nu', \nu'', \nu''', \ldots$ sînt caracteristice substanţei care difuzează lumina şi aceste diferenţe de frecvenţe $\Delta\nu_i$ sînt egale cu frecvenţele proprii din infraroşu ν_i ale moleculelor substanţei respective:

$$\Delta\nu_1 = \nu_1 - \nu_0 \,;\, \Delta\nu_2 = \nu_2 - \nu_0 \,; \tag{6-5}$$

În plus:

3) sateliţii legaţi de fiecare radiaţie incidentă sînt dispuşi simetric faţă de această radiaţie, adică există un satelit cu frecvenţă mai ridicată, satelitul „violet", şi unul cu frecvenţa mai scăzută, satelitul „roşu", faţă de frecvenţa ν_0 a radiaţiei incidente, adică

$$\nu_0 - \nu_{roşu} = \nu_{violet} - \nu_0. \tag{6-6}$$

Sateliţii „roşii" au o intensitate mult mai mare decît sateliţii „violeţi";

4) intensitatea sateliţilor „violeţi" creşte repede cu creşterea temperaturii.

Explicarea fenomenului se poate face cu ajutorul teoriei cuantice a luminii. Lumina se propagă sub formă de cuante luminoase cu energia $h\nu$, unde h este o constantă, constanta lui Planck, $h = 6{,}65{,}10^{-27}$ erg$\cdot s$, iar ν este frecvenţa radiaţiei. Dacă lumina incidentă are frecvenţa ν_0, cuantele luminoase interacţionează cu moleculele din substanţa difuzantă, iar cuantei i se poate schimba direcţia de propagare, ceea ce duce la difuzia luminii. La interacţiunea cuantei incidente cu molecula care posedă o frecvenţă proprie ν_i, molecula este în stare să absoarbă sau să emită energia $h\nu_i$. Astfel din energia incidentă $h\nu_0$ se poate extrage energia $h\nu_i$ şi atunci cuanta luminoasă difuzată va avea energia:

$$h\nu' = h\nu_0 - h\nu_i$$

deci frecvenţa:

$$\nu' = \nu_0 - \nu_i\,, \tag{6-7}$$

ceea ce duce la apariţia sateliţilor „roşii", sau, molecula fiind deja în oscilaţie cu energia $h\nu_i$ se obţine cuanta difuzată:

$$h\nu' = h\nu_0 + h\nu_i\,,$$

deci cu frecvenţa:

$$\nu' = \nu_0 + \nu_i, \tag{6-8}$$

adică se obţin sateliţii „violeţi", mai puţini intenşi, căci numărul moleculelor în oscilaţie este foarte mic. Prin ridicarea temperaturii, numărul moleculelor excitate, în oscilaţie, creşte şi deci intensitatea sateliţilor „violeţi" creşte.

Fenomenul acesta este denumit *difuzia combinată a luminii* şi a găsit foarte multe aplicaţii la studiul optic al moleculelor.

6.4. Efectul Compton

Studiind difuzia razelor Roentgen prin atomi uşori, A. H. Compton, în 1923, a pus în evidenţă un efect nou, care a fost apoi găsit şi în cazul difuziei prin atomii grei şi care arată proprietăţile corpusculare ale luminii, ale fotonilor.

Fenomenul nou observat constă în faptul că în lumina difuză apar, pe lîngă radiaţia cu lungimea de undă λ conţinută în fasciculul de raze Roentgen incident, conform difuziei clasice din teoria ondulatorie, şi alte radiaţii Roentgen cu lungimea de undă λ' mai mare.

Explicaţia acestui fenomen poate fi dată dacă admitem ciocnirea dintre fotonii radiaţiilor Roentgen cu electronii atomilor substanţei difuzante. Aceşti electroni ai atomilor uşori sînt slab legaţi de nucleul atomic şi pot fi consideraţi ca liberi. Un astfel de electron E de masă m, presupus a fi în repaus, este ciocnit de către fotonul de energie $h\nu$, care are deci impulsul $\frac{h\nu}{c}$ (fig. 363). Ca rezultat al acestei ciocniri, în cazul general, electronul capătă mişcarea după EE' cu viteza v, iar fotonul care se deplasa după direcţia EF, îşi schimbă direcţia, după EF' şi îşi micşorează energia la $h\nu'$.

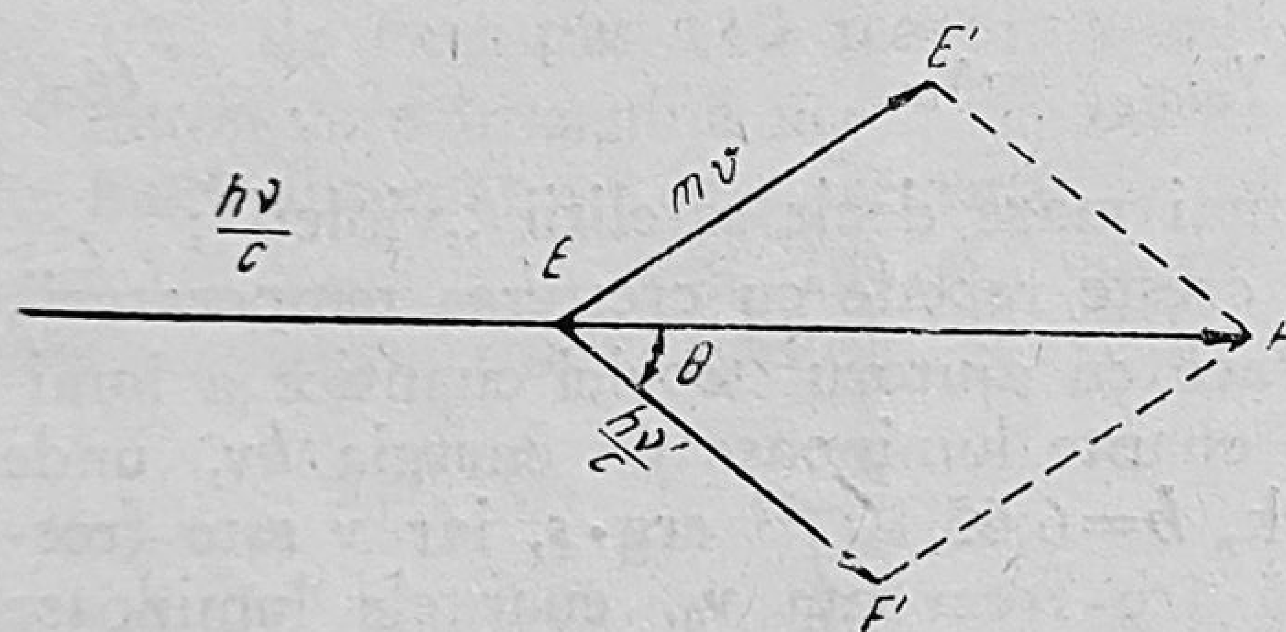


Fig. 363.

Aplicînd condiţiile de conservare a impulsului şi energiei în acest fenomen de ciocnire, avem în triunghiul EFF' relaţia între impulsuri:

$$(mv)^2=\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2+\left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2-2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\theta. \qquad (6\text{-}9)$$

unde θ este unghiul sub care difuzează fotonul după ciocnire. Condiţia de conservare a energiei se scrie sub forma:

$$h\nu=h\nu'+\frac{mv^2}{2}. \qquad (6\text{-}10)$$

Dacă facem transformările:

$$(mv)^2=\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2+\left(\frac{h(\nu-\Delta\nu)}{c}\right)^2-2\frac{h\nu}{c}\frac{h(\nu-\Delta\nu)}{c}\cos\theta \qquad (6\text{-}11)$$

şi ţinînd seama că $\Delta\nu \ll \nu$, vom putea neglija pe $\Delta\nu$ faţă de ν şi vom avea:

$$(mv)^2=2\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2(1-\cos\theta)=2\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2\cdot 2\cdot\sin^2\frac{\theta}{2}\cdot \tag{6-12}$$

Din:

$$h\nu-h\nu'=h(\nu-\nu')=h\cdot\Delta\nu=\frac{mv^2}{2} \tag{6-13}$$

avem, combinînd cu relaţiile precedente:

$$(mv)^2=2\,mh\cdot\Delta\nu=2\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 2\cdot\sin^2\frac{\theta}{2} \tag{6-14}$$

şi deci:

$$\Delta\nu=\frac{h^2\nu^2}{mhc^2}\cdot 2\cdot\sin^2\frac{\theta}{2} \tag{6-15}$$

sau

$$c\,\frac{\Delta\nu}{\nu^2}=2\,\frac{h}{mc}\,\sin^2\frac{\theta}{2}\cdot \tag{6-16}$$

Utilizînd relaţia: $\lambda=\frac{c}{\nu}$, deci: $\lambda\nu=c$ obţinem prin diferenţiere:

$$\lambda\cdot\Delta\nu+\nu\cdot\Delta\lambda=0,\ \text{deci:}$$

$$\Delta\lambda=\left|\lambda\,\frac{\Delta\nu}{\nu}\right|=\left|c\,\frac{\Delta\nu}{\nu^2}\right|\cdot \tag{6-17}$$

Relaţia finală este:

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda'=\frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2}, \tag{6-18}$$

relaţie care se verifică experimental foarte bine, fapt care constituie încă o dovadă cu privire la proprietăţile corpusculare ale luminii.

6.5. Presiunea luminii

Am arătat că energia E a fotonului este dată de $E=h\nu$, unde h este constanta lui Planck şi ν este frecvenţa radiaţiei.

Din teoria relativităţii rezultă că energiei fotonului E îi corespunde un impuls p dat de

$$p=\frac{E}{c}=\frac{h\nu}{c}, \tag{6-19}$$

unde c este viteza fotonului în vid.

Fluxul luminos posedă energie, deci şi un impuls. În vid, energiei din unitatea de volum, adică densităţii de volum a energiei, u, îi corespunde deci un impuls dat de

$$K = \frac{u}{c}. \qquad (6\text{-}20)$$

Asupra corpului care absoarbe complet energia luminoasă se va exercita o forţă f datorită variaţiei impulsului K în timpul Δt, cît timp acţionează radiaţia asupra corpului deci:

$$f \cdot \Delta t = \Delta K. \qquad (6\text{-}21)$$

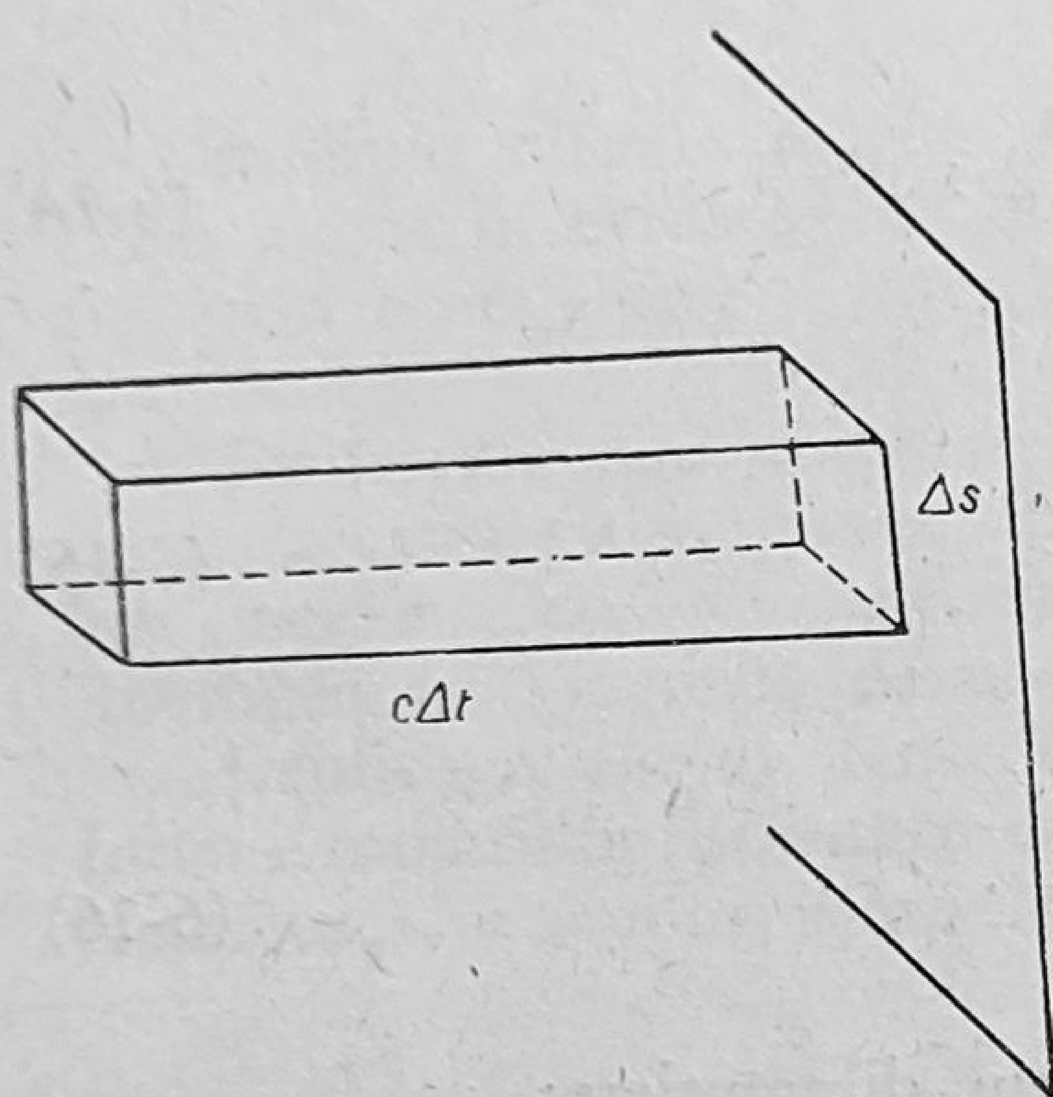


Fig. 364.

Energia absorbită în timpul Δt de către corpul presupus a fi negru este cea conţinută în volumul paralelipipedic ΔV (fig. 364) egal cu

$$\Delta V = c\Delta t\Delta S \qquad (6\text{-}22)$$

şi deci ΔK va fi dat de:

$$\Delta K = \frac{u}{c} c\Delta t\Delta S = u\Delta t\Delta S. \qquad (6\text{-}23)$$

Presiunea p care apare la suprafaţa corpului va fi dată de:

$$p = \frac{f}{\Delta S} = u \qquad (6\text{-}24)$$

(în fascicul de lumină paralelă).

În cazul unei suprafeţe reflectătoare cu factorul de reflexie R, atunci o parte din energia incidentă, proporţională cu $(1\text{-}R)$, va fi absorbită şi altă parte, proporţională cu R, va fi reflectată. Presiunea luminii va fi dată:

$$p = (1 - R)\,u + 2Ru = (1 + R)\,u. \qquad (6\text{-}25)$$

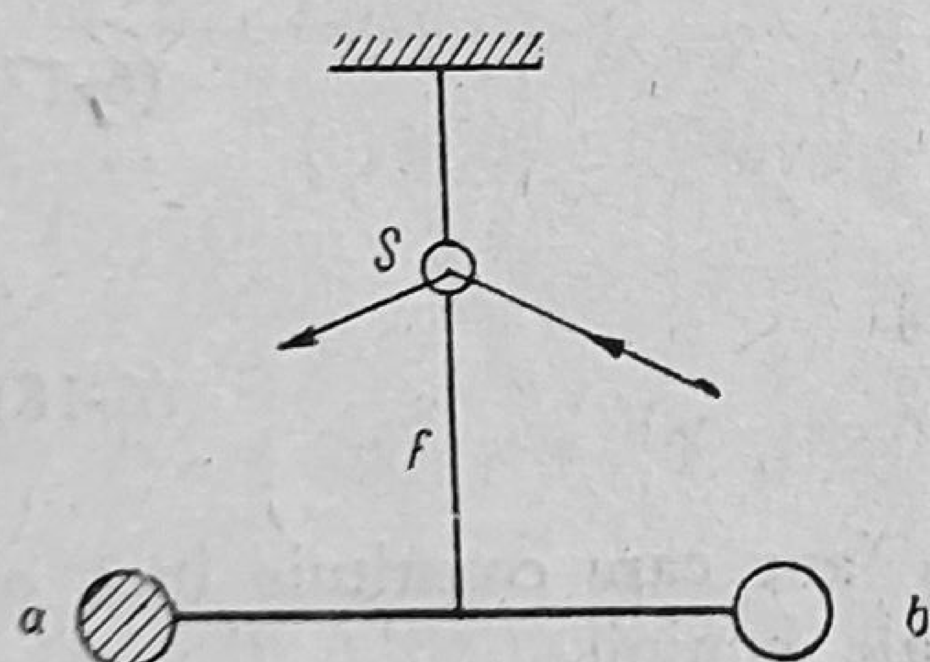


Fig. 365.

În 1901, Lebedev a pus în evidenţă şi măsurat presiunea luminii excitată asupra unor aripioare uşoare a (înnegrită) şi b (lucioasă), suspendate în vid de un fir subţire (fig. 365).

Prin iluminarea acestor aripioare în lumina paralelă se produce o rotire a sistemului suspendat, observată prin devierea unei raze reflectată pe oglinda S, fixată de sistemul a-b.

În această experienţă a trebuit să se ţină seama de efectele termice, efectul radiometric al acţiunii moleculelor din gazul rarefiat care produc de asemenea rotirea sistemului însă în sens invers.

Efectul de presiune a fost determinat de Lebedev şi la gaze, fenomen care se întîmplă la comete, unde devierea cozilor cometelor este datorită respingerii lor de către razele soarelui.

Capitolul 7

LUMINESCENȚA

7.1. Spectrele

În starea gazoasă a substanței atomii sau moleculele substanței se influențează reciproc foarte puțin, comparativ cu situația lor din stare lichidă sau solidă a acelei substanțe. În aceste condiții, emisia și absorbția luminii se poate cerceta în mai bune condiții. Atomii sau moleculele pot fi aduși în stare de a emite lumină, de a fi excitați, prin descărcările prin gaze, prin bombardarea lor cu electronii emiși termoelectronic, prin încălzirea substanțelor în flacăra unui bec de gaz, sau prin iluminarea cu alte radiații.

Radiația atomilor din gaz se manifestă la cercetarea cu un spectroscop, prin apariția unor serii de linii spectrale, de diferite intensități, cu diferite lungimi de undă. O linie spectrală este o regiune foarte îngustă din spectru care la o cercetare cu un aparat spectral cu mare putere de separare arată existența unei distribuții a intensității luminoase în jurul unui maxim, cam de forma unui clopot, domeniu care se poate întinde pe sutimi și miimi de Angström. Cu aparate spectrale cu o putere de rezolvare mai slabă, aceste domenii spectrale apar ca niște liinii colorate. Studiind spectrul hidrogenului H_2, se observă o serie de linii intense, depărtate între ele, care constituie spectrul de linii, datorită atomului, și alte serii de linii spectrale foarte apropiate între ele, care este spectrul de bandă, datorită moleculei de hidrogen. Separat de aceste spectre se mai observă la spectrograf și un spectru continuu, începînd de la o anumită lungime de undă.

Ceilalți atomi și molecule prezintă spectre foarte complicate, însă studiul acestor spectre făcute prin cercetări spectroscopice minuțioase a arătat că există anumite regularități ale pozițiilor liniilor spectrale unele față de altele. Caracteristic este însă faptul că aceleași linii spectrale corespund numai aceluiași fel de atomi sau molecule și ele apar totdeauna în anumite condiții de excitare numai pentru acei atomi sau molecule, fiind caracteristice lor (Kirchhoff și Bunsen).

Dacă trimitem un fascicul de lumină albă, care într-un spectrograf dă un spectru continuu, printr-o substanță, de exemplu prin vaporii de sodiu, se constată că vaporii de sodiu absorb dintre radiațiile spectrului alb tocmai acele radiații pe care atomii de sodiu le pot ele emite, adică cele galbene. Acest fenomen a fost descoperit de Kirchhoff și este numit *inversiunea liniei spectrale*, iar spectrul continuu din care lipsesc aceste radiații absorbite ia numirea de *spectru de absorbție*, spectru observat de Wollaston și Fraunhofer în spectrul solar.

Aceste caracteristici ale spectrelor au dus la dezvoltarea spectroscopiei, şi anume la analiza spectrală prin spectrele de emisie şi absorbţie, calitativă şi cantitativă. S-au putut descoperi astfel multe elemente chimice, ca: taliul, indiul, galiul, heliul.

Metodele spectrale sînt foarte sensibile, în analizele calitative, în unele cazuri putîndu-se decela cantităţi de 10^{-9} — 10^{-10} g din elementul căutat. Din cercetarea şi compararea intensităţii liniilor spectrale, care depinde de condiţiile de excitare, de unde şi denumirea de spectrul de arc şi spectrul de scînteie, se pot face analizele spectrale cantitative.

Metodele spectrografice în care intră nu numai analiza optică în vizibil şi ultraviolet, dar şi cele din infraroşu şi cu raze Roentgen (X) şi gama, sînt răspîndite nu numai în cercetările de fizică, dar şi în cele de chimie, tehnice, biologice, astronomice.

7.2. Seriile spectrale

Studiile spectroscopice făcute asupra luminii emise de către diferitele izvoare luminoase au dus la rezultatul că spectrele obţinute pot fi împărţite în *spectre de linii şi spectre de bandă*, clasificare care rezultă din aspectul lor.

S-a constatat că spectrele de linii sînt datorite atomilor, iar spectrele de bandă apar în cazul emisiei luminii de către molecule.

Balmer (1885) studiind spectrul de linii al atomului de hidrogen în vizibil şi ultravioletul apropiat a găsit că lungimile de undă ale acestor radiaţii emise sînt legate între ele printr-o relaţie de forma:

$$\lambda = C\frac{n^2}{n^2 - 4}, \tag{7-1}$$

unde C este o constantă, iar n ia valorile întregi 3,4,. . . .

În spectroscopie se întrebuinţează mărimea numită *numărul de unde* ν^* care este egal cu numărul de lungimi de undă în vid λ_0, cuprinse într-un centimetru adică:

$$\nu^*\,(\mathrm{cm}^{-1}) = \frac{1}{\lambda_0\,(\mathrm{cm})} = \frac{\nu}{c}, \tag{7-2}$$

unde ν este frecvenţa, c viteza luminii în vid.

Rydberg a dat pentru relaţia Balmer, referitoare la aceleaşi radiaţii ale atomului de hidrogen, relaţia mai simplă:

$$\nu^* = R\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right], \tag{7-3}$$

unde R este o constantă, *constanta lui Rydberg*, şi are valoarea, pentru atomul de hidrogen:

$$R = 109\,677{,}755 \pm 0{,}05\ \mathrm{cm}^{-1}. \tag{7-4}$$

Formula lui Balmer este una din formulele din fizică care a fost verificată cu foarte mare precizie. Liniile spectrale care satisfac această formulă constituie o *serie spectrală*, care în acest caz particular ia numirea de *seria lui Balmer*.

Pînă în prezent s-a stabilit existenţa a 29 de linii spectrale din seria lui Balmer şi valorile lungimilor de undă calculate faţă de cele găsite experimental diferă cu circa 0,001 % adică în limita erorilor experimentale, aşa cum se vede din tabel.

n	notiţa liniei spectrale	λ (Å) calculat	λ (Å) observat
3	Hα	6 562,80	6 562,80
4	Hβ	4 861,38	4 861,33
5	Hγ	4 340,51	4 340,47
6	Hδ	4 101,78	4 101,74
7	Hε	3 970,11	3 970,06
8	Hζ	3 889,09	3 889,00
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Cercetările ulterioare au pus în evidenţă şi alte serii spectrale ale atomului de hidrogen, situate în ultraviolet şi în infraroşu. Generalizînd relaţia lui Balmer, transformată de Rydberg, avem:

$$\nu^{\star} = R\left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right] \quad (7\text{-}5)$$

În funcţie de valorile lui m şi n obţinem diferite serii spectrale. Astfel: $m=1$, $n=2, 3, 4 \ldots$ ne dă seria Lyman; $m=2$, $n=3, 4, 5 \ldots$ ne dă seria Balmer; $m=3$, $n=4, 5, 6 \ldots$ ne dă seria Paschen; $m=4$, $n=5, 6, 7 \ldots$ ne dă seria Brackett; $m=5$, $n=6, 7, 8 \ldots$ ne dă seria Pfund.

Astfel de regularităţi în spectrele atomice au fost găsite şi la alţi atomi. Rydberg a arătat că numerele de undă pot fi redate prin diferenţa a două funcţii de numerele întregi n_1 şi n_2, funcţii numite termeni spectrali $T(n)$, adică

$$\nu^{\star} = T_1(n_1) - T_2(n_2). \quad (7\text{-}6)$$

Pentru o serie dată, termenul $T_1(n)$ îşi menţine o valoare constantă şi variază numai termenul spectral $T_2(n_2)$, unde lui n_2 i se dau valorile şirului numerelor întregi. În cazul hidrogenului, pentru seria lui Balmer avem:

$$T_1(n_1) = \frac{R}{2^2} \text{ şi } T_2(n_2) = \frac{R}{n^2}. \quad (7\text{-}7)$$

Printre spectrele atomilor de metale alcaline, ale metalelor alcaline pămîntoase şi ale altor elemente, s-au găsit serii spectrale asemănătoare seriei lui Balmer şi pentru care Rydberg a dat termenilor spectrali o formă de asemenea asemănătoare termenilor spectrali ai hidrogenului, adică

$$T(n) = \frac{R}{\left(n+\alpha+\frac{\beta}{n^2}\right)^2} \approx \frac{R}{(n+\alpha)^2}, \quad (7\text{-}8)$$

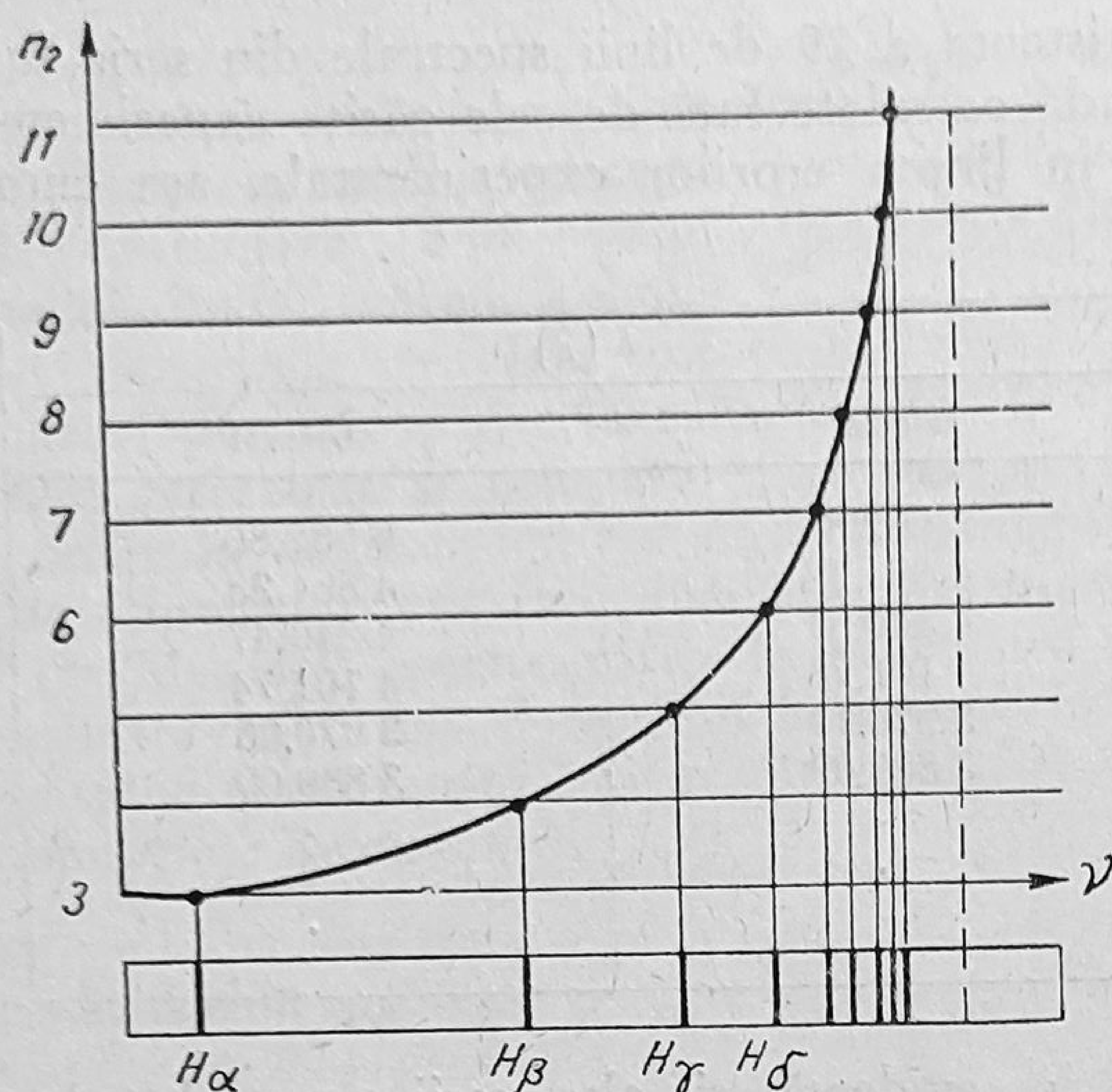


Fig. 366.

unde α şi β (β mult mai mic ca α) sînt nişte corecţii subunitare. R are o valoare constantă caracteristică fiecărui atom aparte însă nu mult diferă de valoarea lui R din seria Balmer.

Valoarea maximă a lui ν^* într-o serie spectrală se obţine din

$$\nu^* = T_1(n_1) - T_2(n_2), \quad (7\text{-}9)$$

cînd dăm lui n_2 valoarea infinit, în care caz termenul spectral $T_2 = 0$ şi deci ν^* ia valoarea

$$\nu^*_{(max)} = T_1(n^1), \quad (7\text{-}10)$$

care se mai numeşte şi *limita seriei* spectrale respective.

Şi din figura 366 se vede că cu cît n_2 creşte cu atît şi liniile spectrale ale seriei respective, în cazul prezentat cele ale seriei Bolmer, se îndesesc.

Pentru metalele alcaline, Rydberg şi Bergman au găsit 4 serii spectrale diferite numite:

Seria principală (cu linii intense), *prima serie secundară sau difuză* (cu linii mai flue), a *doua serie secundară sau fină* (cu linii ceva mai nete), *seria Bergmann* (în infraroşu). Aceste serii corespund la formulele cu termenii spectrali: seria principală:

$$\nu^* = \frac{R}{(1+s)^2} - \frac{R}{(n_2+p)^2} \text{ cu } n_2 = 2,3,4\ldots, \quad (7\text{-}11)$$

seria difuză:

$$\nu^* = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(n_2+d)^2} \text{ cu } n_2 = 3,4,5\ldots, \quad (7\text{-}12)$$

seria fină:

$$\nu^* = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(n_2+s)^2} \text{ cu } n_2 = 2,3,4\ldots, \quad (7\text{-}13)$$

seria Bergmann:

$$\nu^* = \frac{R}{(3+d)^2} - \frac{R}{(n_2+f)^2} \text{ cu } n_2 = 4,5,6\ldots, \quad (7\text{-}14)$$

unde lui α din expresia $\frac{R}{(n+\alpha)^2}$ a termenului spectral respectiv i se dau valorile constante s, p, d, f, caracteristice fiecărei serii spectrale.

În studiile spectroscopice, pentru ușurarea scrierii termenilor spectrali respectivi, s-a adoptat o serie de notații convenționale ale termenilor spectrali care se mențin și acum. Astfel termenul spectral $\frac{R}{(n+\alpha)^2}$ se notează simplu cu nA. În cazul seriilor spectrale ale metalelor alcaline avem notațiile:

seria principală: $\nu^*=1\ S-nP$ cu $n=2,3,4\ldots,$ (7-15)

seria secundară fină: $\nu^*=2\ P-nS$ cu $n=2,3,4\ldots,$ (7-16)

seria secundară difuză: $\nu^*=2\ P-nD$ cu $n=3,4,5\ldots,$ (7-17)

seria Bergmann: $\nu^*=3\ D-nF$ cu $n=4,5,6\ldots,$ (7-18)

Ca rezultat al acestor prime cercetări s-a ajuns să se pună în evidență existența unei constante R, caracteristică atomului respectiv, definirea unui spectru printr-o diferență de doi termeni spectrali și la posibilitatea de a se obține serii noi prin combinarea a cîte doi termeni spectrali (principiul de combinație al lui Ritz, 1908).

Explicarea mecanismului de emisie al luminii chiar în cazul cel mai simplu, în cazul atomului de hidrogen, nu a putut fi dată însă prin fizica clasică a radiatorilor, cu toate încercările făcute în acest scop.

7.3. Structura nucleară a atomului.

Diferite experiențe au dus la rezultatul că în atom există sarcini electrice pozitive și negative. După modelul atomic al lui J. J. Thomson (1907), atomul, o particulă sferică, de rază finită, conține sarcini electrice pozitive, uniform distribuite în interiorul atomului, iar electronii sînt convenabili repartizați în interiorul acestui atom în echilibru electrostatic.

Experiențele efectuate de către Rutherford (1906), Geiger și Marsden (1909, 1911, 1913), cu privire la împrăștierea particulelor α, atomi de heliu bionizați, cu energie cinetică mare, de către foițele metalice prin care treceau aceste particule, au arătat că se obțin devieri mult mai mari (fig. 368), decît cele care ar rezulta din calculul făcut, admițînd modelul atomic al lui J. J. Thomson (fig. 367).

Pentru explicarea acestor rezultate experimentale, Rutherford a imaginat modelul nuclear atomic (modelul planetar, 1911). Atomul (cu diametrul de 10^{-8} cm) conține un nucleu de sarcină electrică $+Ze$, în care e concentrată aproape întreaga masă a atomu-

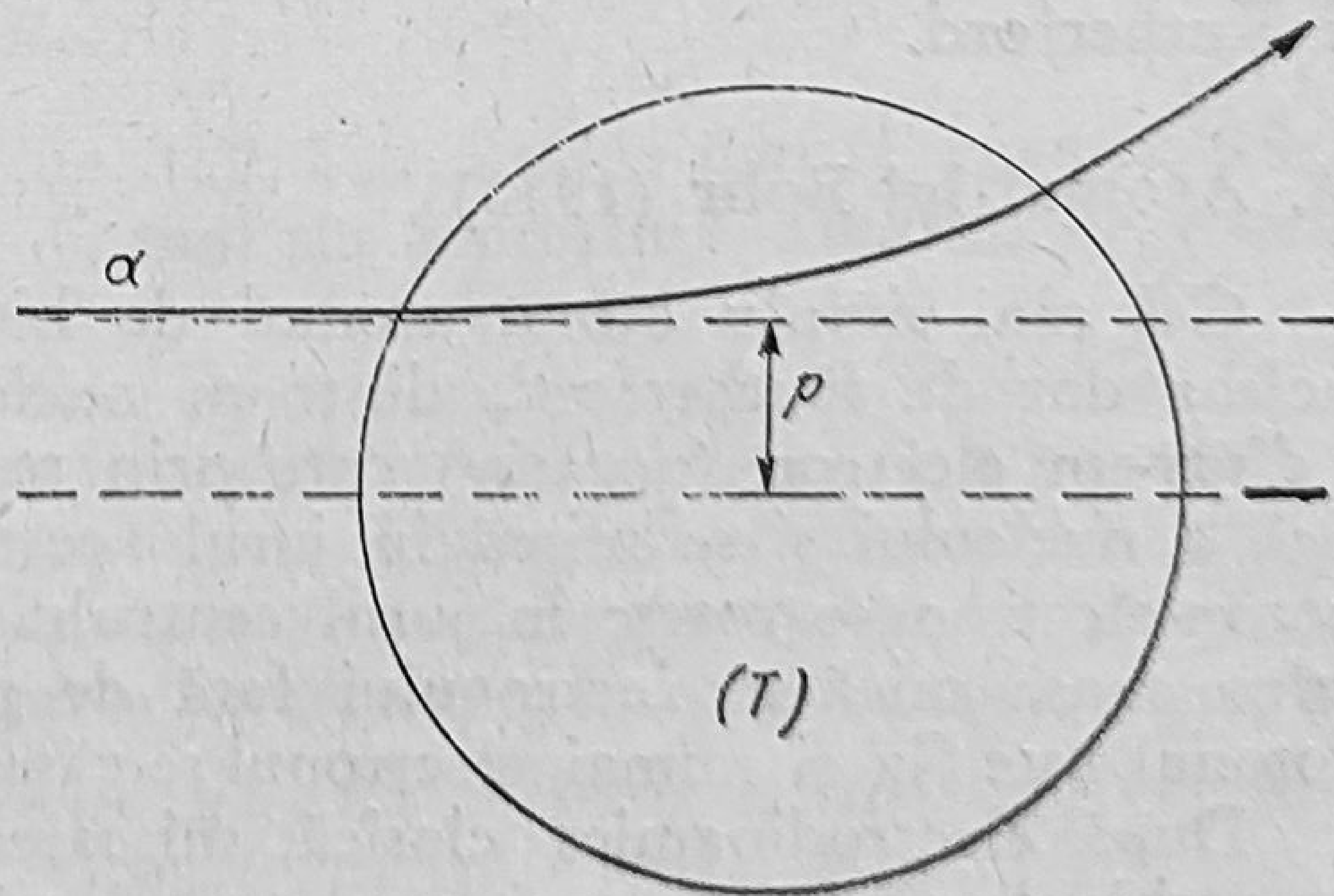


Fig. 367.

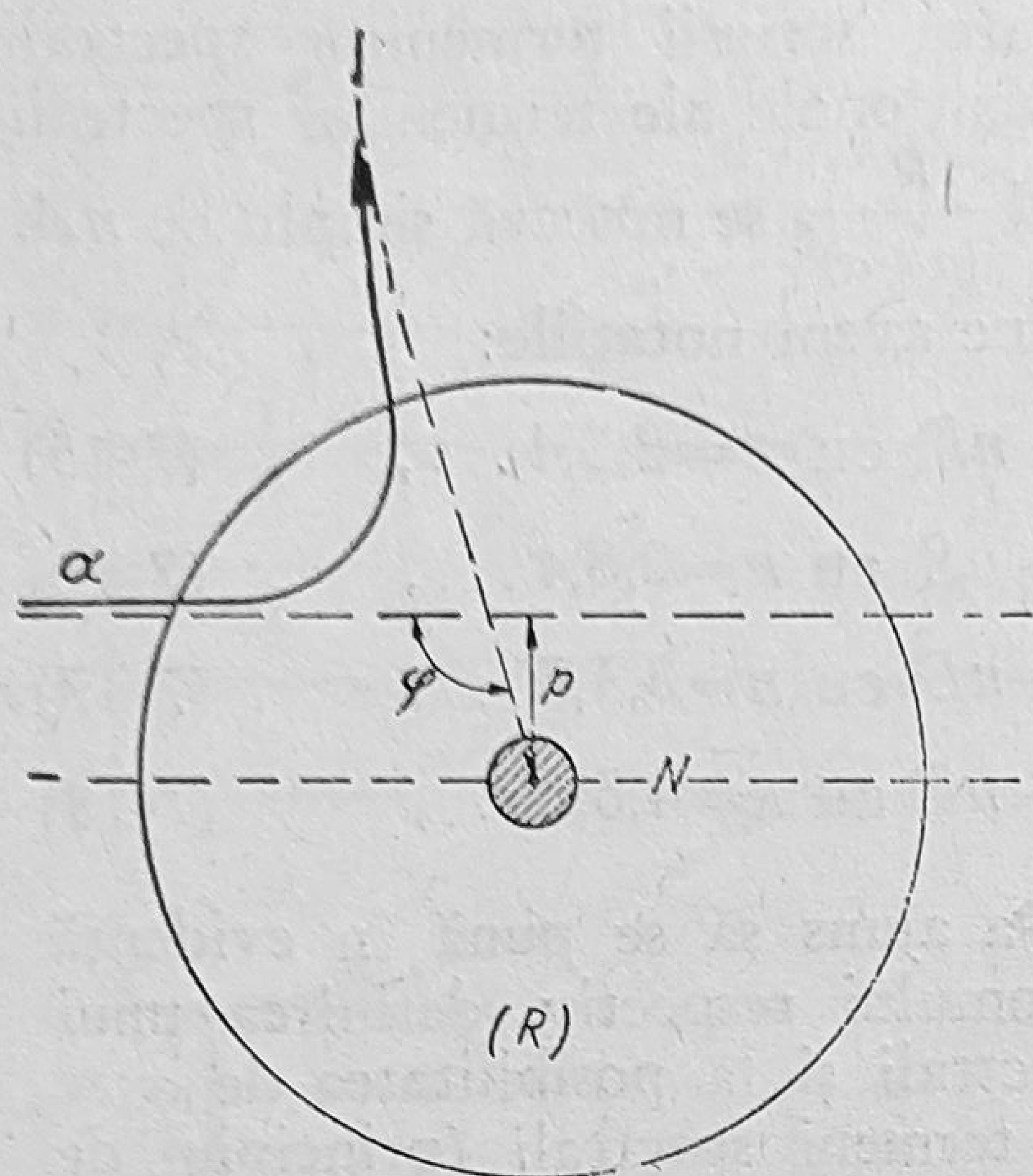


Fig. 368.

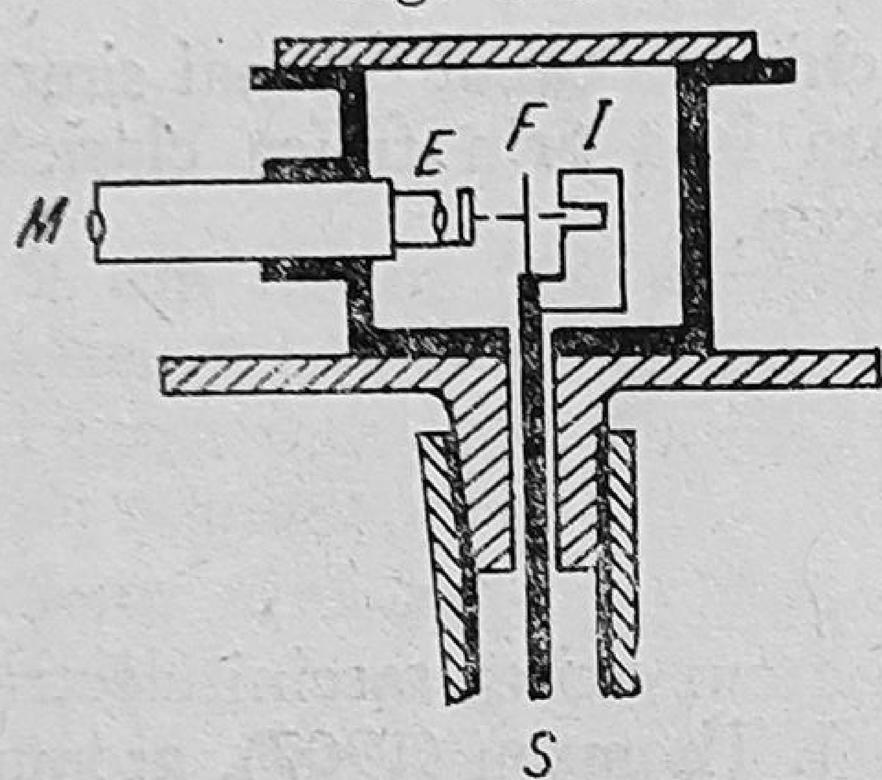


Fig. 369.

lui şi care este conţinută într-o regiune foarte mică în interiorul atomului (cu diametrul $\approx 10^{-12}$ cm). În jurul acestui nucleu, cei Z electroni cu sarcină negativă sînt distribuiţi astfel ca să compenseze sarcina electrică pozitivă a nucleului. Particulele α care pătrund în atom sînt respinse de către nucleu, şi traiectoria lor se curbează după o hiperbolă cu focarul în nucleul N, unghiul de deviere φ al particulei α depinzînd de viteza v a particulei, deci de energia ei, de sarcina $+Ze$ a nucleului şi cea a particulei α, $+2e$, de distanţa p, (fig. 368).

În cazul unui fascicul de particule α şi de o foiţă metalică de grosime l se găseşte că numărul de particule, din numărul total de particule α, care sînt cuprinse în domeniul $d\varphi$ de deviere, cuprins între φ şi $\varphi+d\varphi$ este direct proporţional cu $\operatorname{cosec}^4 \frac{\varphi}{2}$, cu l, cu Ze^2 şi invers proporţional cu v^4. Aceste rezultate teoretice au fost verificate experimental cu ajutorul unui dispozitiv format din: izvorul de particule α, I, provenite de la o substanţă radioactivă, şi din foiţa metalică F, (fig. 369), montate pe acelaşi suport S.

Particulele α deviate în intervalul φ şi $\varphi+d\varphi$ lovesc ecranul fluorescent E pe care produc scintilaţii, care se observă cu microscopul M. Experienţa se face în vid şi dispozitivul permite rotirea lui $M+E$ faţă de foiţa F, care se găseşte în axul dispozitivului.

Experienţele de mai sus au confirmat în totul prevederile teoretice şi astfel structura nucleară a atomului a fost acceptată în fizică, adică atomul lui Rutherford.

7.4. **Atomul lui Bohr** (1913)

Cel mai simplu atom, atomul de hidrogen este format, după modelul nuclear dat de Rutherford, dintr-un nucleu pozitiv format dintr-un proton şi dintr-un electron (negativ) care prin sarcina sa neutralizează sarcina electrică a nucleului şi se mişcă în jurul acestui nucleu, astfel că întreg sistemul proton-electron se rotesc în jurul centrului lor de gravitate comun. Avînd în vedere masa mică a electronului faţă de masa protonului, putem considera că protonul este fix şi numai electronul se găseşte în mişcare în jurul acestui proton.

După electrodinamica clasică, mişcarea electronului în jurul protonului este echivalentă cu a unui oscilator circular. În acest caz se emite energie electromagnetică şi prin aceasta electronul va trebui să descrie o mişcare în

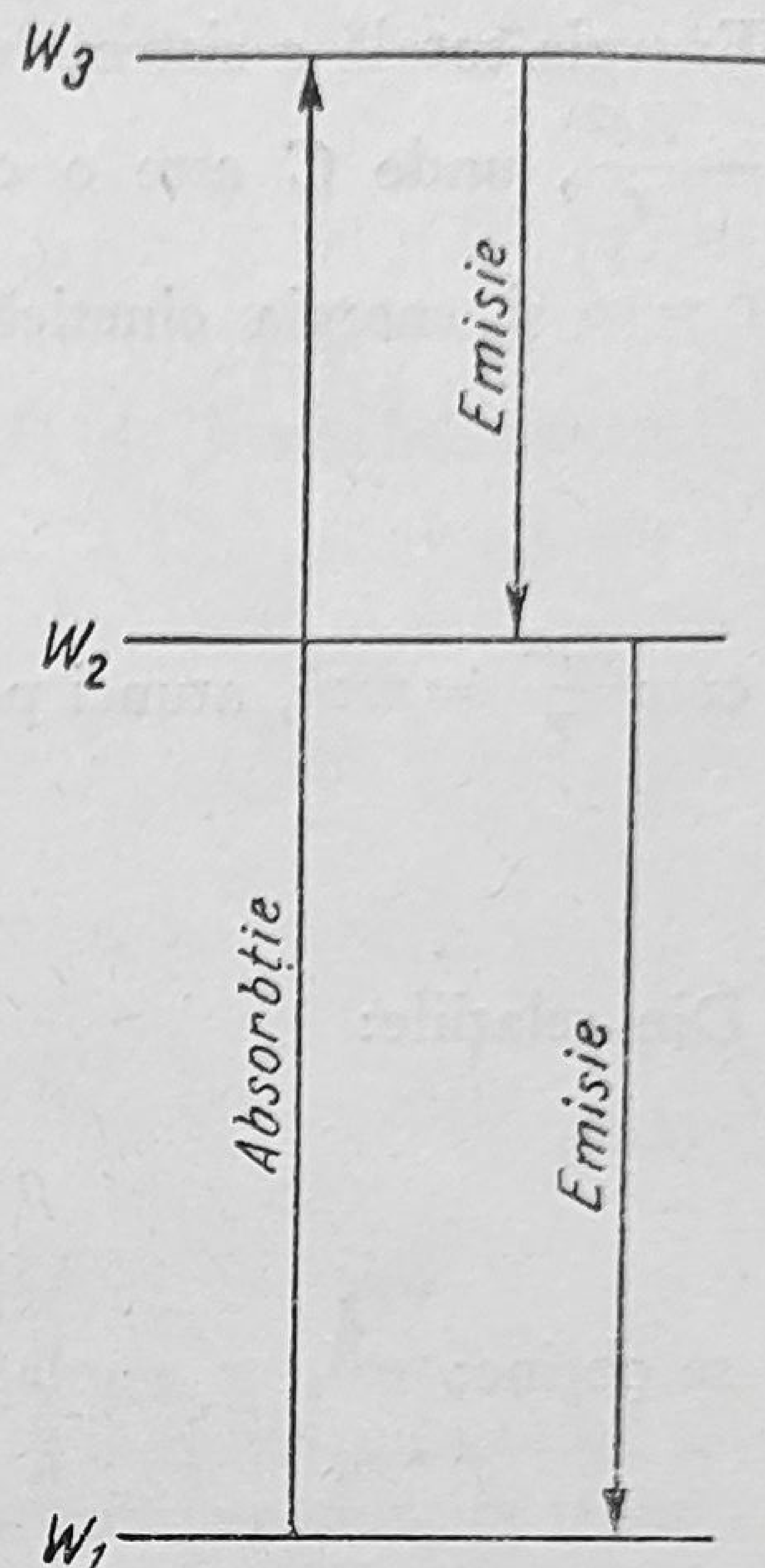


Fig. 370.

spirală în jurul protonului, pierzînd mereu energia sub forma unui spectru de emisie continuu. În fine, electronul cade pe proton. Ori acest fapt nu se constată din datele experimentale, atomul de hidrogen fiind un sistem stabil.

Pentru rezolvarea acestei probleme controversate, Bohr a făcut următoarele ipoteze formulate în două postulate cu privire la atomul de hidrogen și a ionilor electron exterior și sînt astfel hidrogen și a ionilor hidrogenoizi (adică ionii care posedă un singur electron exterior și sînt astfel asemănător hidrogenului):
și a ionilor hidrogenoizi (adică ionii care posedă un singur electron exterior și sînt astfel asemănător hidrogenului):

1. Electronul în mișcarea sa pe o orbită circulară în jurul nucleului nu emite energie, nu apar deci radiații și astfel energia totală a sistemului, electron-nucleu, rămîne staționară. Atomul se găsește într-o stare staționară, contrar legilor electrodinamicii clasice. Acestor stări staționare le corespund anumite valori W_1, W_2... ale energiei totale W, bine precizate, discrete (fig. 370).

2. Emisia luminii (ca și absorbția ei) de către atom are loc prin trecerea electronului dintr-o stare de energie superioară W_2 (respectiv inferioară) a atomului pe una inferioară W_1 (respectiv superioară). Radiația emisă (sau absorbită) va avea frecvența dată de relația lui Plank:

$$h\nu_{2-1} = W_2 - W_1, \tag{7-19}$$

unde h este constanta lui Planck.

În aceste condiții, Bohr a arătat că dintre toate mișcările posibile executate de electron în jurul nucleului numai acelea sînt staționare pentru care momentul cantității de mișcare p este dat de expresia:

$$p = n\frac{h}{2\pi}, \tag{7-20}$$

unde n este un număr întreg egal cu 1, 2, 3 . . . numit *număr cuantic*, iar h este constanta lui Planck. Expresia de mai sus reprezintă *condiția de cuantificare* a energiei sistemului atomic.

Fie un sistem atomic care conține un nucleu cu sarcina $Q = +Ze$ și cu masa M, în jurul căruia se mișcă pe o orbită circulară de rază r un electron de sarcină $-e$ și masa m. Deoarece $m \ll M$, M poate fi considerată ca infinit de mare față de m și nucleul poate fi socotit a fi în repaus. Vom admite că între nucleu și electronul în mișcarea circulară se execută o forță de interacție electrostatică coulombiană centripetă egală cu forța centrifugă $\frac{mv^2}{r}$, deci:

$$f = -\frac{Ze^2}{r^2} = -\frac{mv^2}{r}, \tag{7-21}$$

Energia totală a sistemului W este egală cu suma energiei potenţiale $W_p = C - \frac{Ze^2}{r}$, unde C este o constantă, egală cu energia potenţială în cazul cînd $r = \infty$ şi energia cinetică $W_c = \frac{mv^2}{2}$, adică

$$W = C - \frac{Ze^2}{r} + \frac{mv^2}{2}. \qquad (7\text{-}22)$$

cum $\frac{Ze^2}{r} = mv^2$, atunci pentru $C = 0$ vom avea:

$$W = C - \frac{Ze^2}{2r} = -\frac{Ze^2}{2r}. \qquad (7\text{-}23)$$

Din relaţiile:

$$p = mvr, \frac{Ze^2}{r} = mv^2 \text{ şi } p = n\frac{h}{2\pi},$$

se obţine:

$$r = \frac{p^2}{me^2 Z} = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 me^2} \frac{1}{Z} \qquad (7\text{-}24)$$

(în cazul atomului de hidrogen, unde $Z = 1$ se calculează raza minimă $r_{min} = \frac{h^2}{4\pi^2 me^2} = 0{,}529 \cdot 10^{-8}$cm, corespunzătoare dimensiunilor admise pentru atomul de hidrogen).

Pentru energia totală se obţin expresiile:

$$W = -\frac{Ze^2}{2r} = -\frac{4\pi^2 me^4 Z^2}{2h^2 n^2} = -\frac{4\pi^2 me^4 hc Z^2}{2h^2 hc n^2} = -R\frac{hc Z^2}{n^2}, \qquad (7\text{-}25)$$

unde constanta

$$R = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c}, \qquad (7\text{-}26)$$

c fiind viteza luminii în vid.

Trecerea sistemului de la o stare energetică, staţionară W_2, caracterizată prin numărul n_2, la o stare energetică W_1 caracterizată prin numărul cuantic n_1 este însoţită de emisia unei radiaţii de frecvenţă ν dată de:

$$\nu = \frac{W_2}{h} - \frac{W_1}{h} = Rc\, Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (7\text{-}27)$$

deci cu numărul de unde ν^*:

$$\nu^* = \frac{\nu}{c} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (7\text{-}28)$$

adică se obține tocmai relația de tip Balmer pentru care, în cazul hidrogenului, avem $Z=1$ adică:

$$\nu^{\star}=R\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right). \tag{7-29}$$

În cazul atomului de heliu ionizat avem $Z=2$ și formula generală devine:

$$\nu^{\star}=R4\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right). \tag{7-30}$$

Această relație se mai poate scrie și sub forma:

$$\nu^{\star}=R\left(\frac{1}{\left(\frac{n_1}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(\frac{n_2}{2}\right)^2}\right), \tag{7-31}$$

adică sub o formă asemănătoare formulei de tip Balmer pentru hidrogen. Apariția unor linii spectrale care satisfăceau la relația precedentă a făcut să se creadă că ele aparțin tot hidrogenului. În urma studiilor mai amănunțite făcute mai ales de către Paschen (1916) s-a dovedit că ele aparțin heliului monoionizat.

Aceleași studii au arătat totuși că există o mică diferență între frecvențele acelor radiații ale heliului și ale hidrogenului, radiații care au făcut obiectul cercetărilor amintite. Calculul lui R făcut cu ajutorul datelor experimentale obținute pentru lungimile de undă ale radiațiilor emise de hidrogen și cele emise de către heliu ne dă valori puțin definite, și anume:

$$\begin{aligned} R_{\mathrm{H}}&=109\,677{,}6\ \mathrm{cm}^{-1};\\ R_{\mathrm{He}}&=109\,722{,}3\ \mathrm{cm}^{-1}; \end{aligned} \tag{7-32}$$

și raportul lor este egal cu:

$$\frac{R_{\mathrm{H}}}{R_{\mathrm{He}}}=0{,}999593. \tag{7-33}$$

Constanta lui Rydberg R calculată mai înainte s-a obținut pentru cazul cînd nucleul are o masă presupusă infinită față de masa m a electronului și stă în repaus, adică s-a calculat valoarea lui R_{∞}. În cazul în care se face calculul, ținîndu-se seama și de antrenarea nucleului de masă M, atunci R are valoarea:

$$R=\frac{R_{\infty}}{1+\frac{m}{M}}. \tag{7-34}$$

În acest caz vom avea:

$$\frac{R_{\mathrm{H}}}{R_{\mathrm{He}}}=\frac{1+\frac{m}{M_{\mathrm{He}}}}{1+\frac{m}{M_{\mathrm{H}}}}=\frac{1+\frac{1}{4\times 1\,836}}{1+\frac{1}{1\,836}}=0{,}999596, \qquad (7\text{-}35)$$

o valoare care coincide bine cu cea găsită experimental.

Variaţii în frecvenţa radiaţiilor emise se constată şi în cazul izotopilor (de exemplu la izotopii hidrogenului), fapt uşor de explicat prin variaţia masei M a nucleului. Metodele spectrale sînt extrem de fine şi în stare să pună în evidenţă aceste deplasări de linii spectrale, mai ales la spectrele moleculare.

Pentru fiecare atom se poate stabili o schemă a nivelelor energetice. În figura 371 este redată schema nivelelor energetice ale atomului de hidrogen, considerîndu-se ca nivel fundamental starea energetică a atomului pentru numărul cuantic $n=1$. Nivelele energetice sînt date în electron-volţi. Tranziţiile de pe nivelele superioare pe nivelul prim cu $n=1$, pe nivelul cu $n=2$ etc. duc la apariţia liniilor spectrale din seria Lyman, Balmer etc. Fiecărei radiaţii emise îi corespunde în atom o anumită variaţie în energie, *energia de excitare*, sau cum se mai spune un *potenţial de excitare*, energia fiind măsurată în electron volţi, conform relaţiei:

$$h\nu = W_2 - W_1. \qquad (7\text{-}36)$$

Pentru a îndepărta complet un electron din atom, adică pentru a ioniza atomul, este nevoie să se cheltuiască energia de ionizare, la care corespunde *potenţialul de ionizare*, egală la atomul de

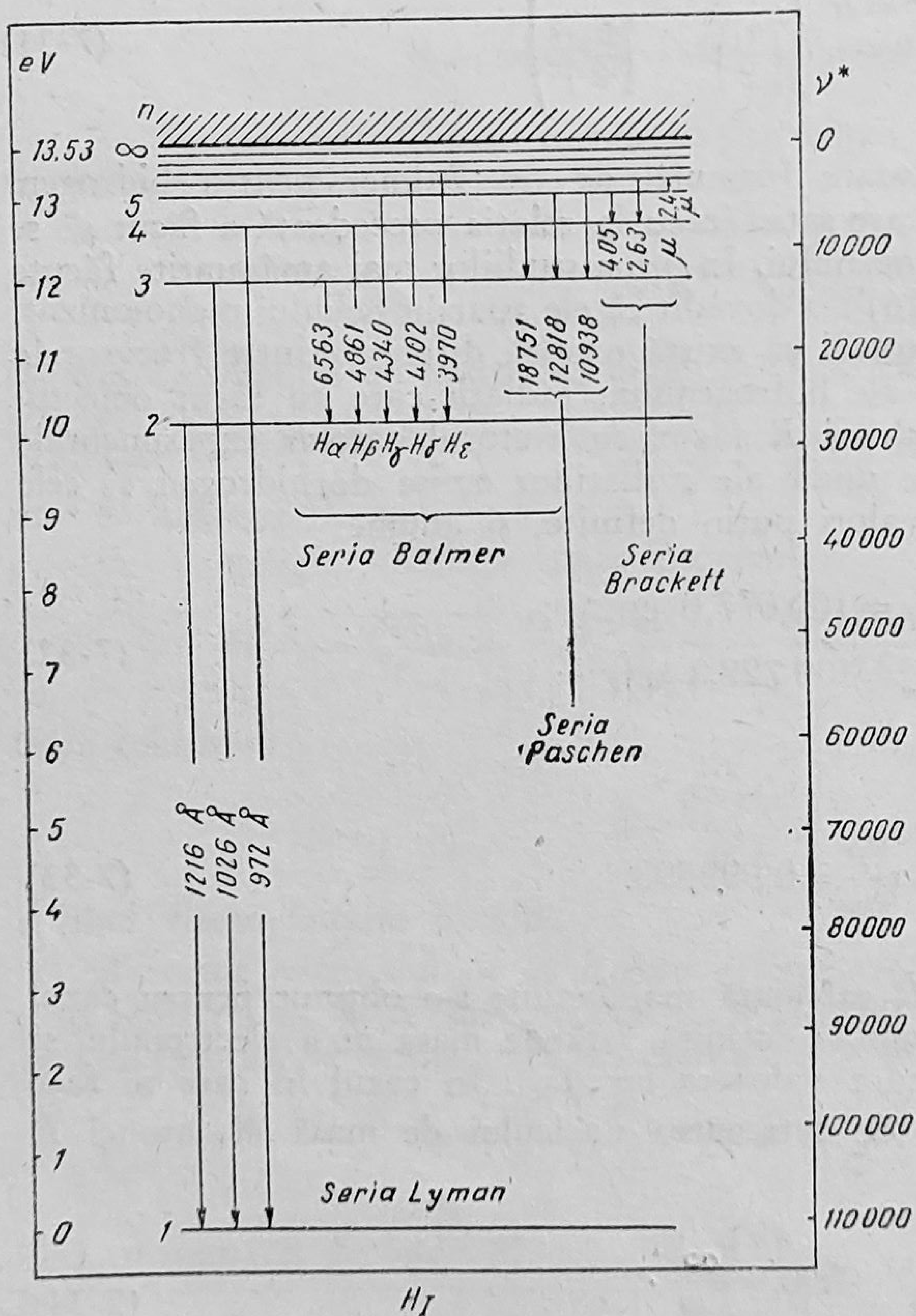


Fig. 371.

hidrogen, în cazul cînd îndepărtăm electronul din starea fundamentală a atomului, adică de pe nivelul energetic corespunzător valorii lui $n=1$, cu (valoarea absolută):

$$|W|=\frac{Rhc}{1^2}=2{,}15\cdot 10^{-11}\,\text{erg}=13{,}53\ \text{eV}. \qquad (7\text{-}37)$$

Excitarea ca şi ionizarea atomului poate avea loc şi prin absorbţia unei cuante luminoase $h\nu_0$. Dacă $h\nu_0 > W$ *(ionizare)*, atunci surplusul de energie apare sub formă de energie cinetică a electronului care iese din atom şi procesul se numeşte *fotoionizarea* atomului. Din această cauză apare un spectru de absorbţie continuu pentru energii mai mari decît cele care corespund energiei de ionizare a atomului, deoarece energia cinetică a electronului expulzat din atom poate lua orice valori posibile (partea haşurată din schema termenilor spectrali).

7.5. Nivelele energetice discrete în atom şi experienţele lui Franck şi Hertz

Unul din dispozitivele experimentale utilizate de către Franck şi Hertz în studiul ciocnirilor neelastice ale electronilor cu atomii este cel format dintr-un tub de descărcare în care se găseşte filamentul F, sita G şi placa P, (fig. 372). Între filamentul F şi sita G se aplică o diferenţă de potenţial accelerator pentru electronii emişi termoelectronic de către F. Între sita G şi placa P se aplică un potenţial întîrzietor pentru electroni de aproximativ 0,5 V. Electronii acceleraţi între F şi G capătă energia:

$$\frac{mv^2}{2}=eV, \qquad (7\text{-}38)$$

unde m şi e sînt masa şi sarcina electrică a electronului.

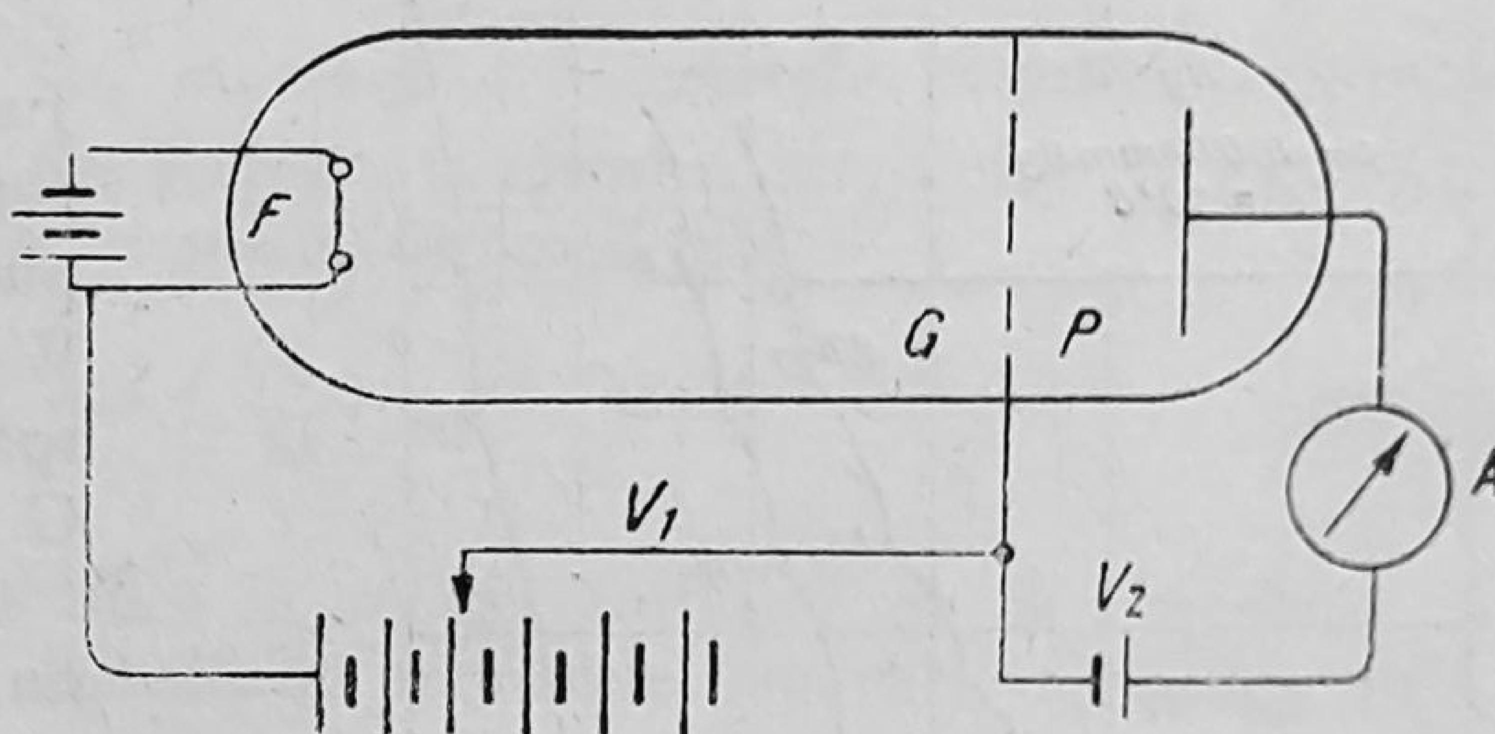


Fig. 372.

Caracteristica intensitate de curent I_p la placa P funcţie de potenţialul accelerator V (potenţialul aplicat şi potenţialul de contact) are aspectul din figura 373 unde I_p este nul pentru cazul cînd V este egal sau mai mic decît diferenţa de potenţial întîrzietor dintre G şi P şi atinge o valoare maximă de saturaţie pentru V mari. Dacă în tubul de descărcare se introduce un gaz, de exemplu

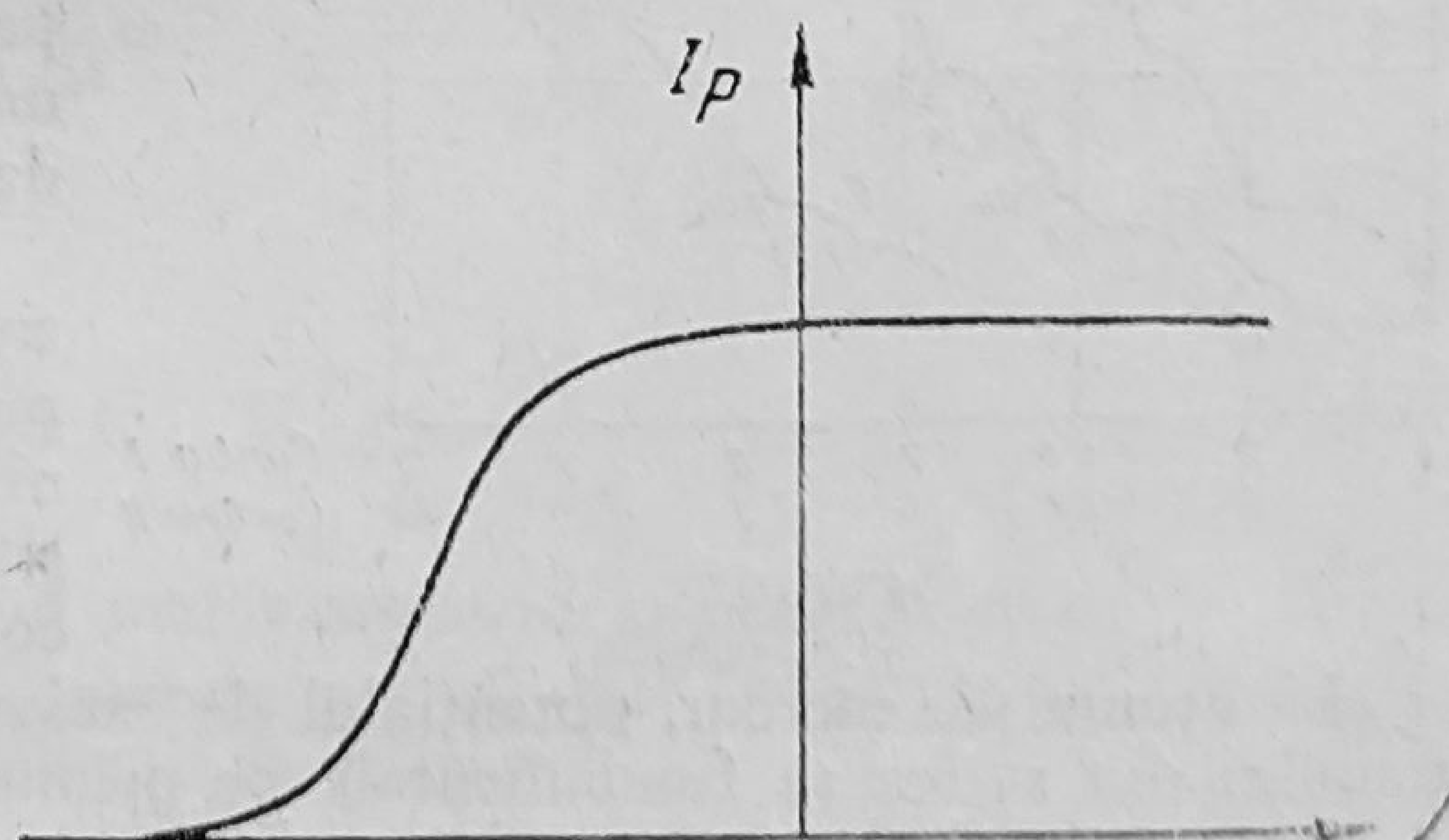


Fig. 373.

vapori de mercur, la o presiune scăzută, atunci în aceleaşi condiţii experimentale se obţine curba cu maximele distanţate la 4,9 V cu aspectul din figura 374. Explicaţia apariţiei acestor maxime, precum şi a celor din figura 375 obţinute cu dispozitive mai complicate, se reazemă pe fenomenele care apar cînd electronul accelerat se ciocneşte cu atomul de mercur. La energii mici, ciocnirile sînt elastice şi energia pierdută de către electron este neglijabilă, astfel că el poate să ajungă la *G* cu o energie suficient de mare pentru a putea învinge cîmpul electric slab dintre sita *G* şi placa *P*; galvanometrul *A* înregistrează curentul I_p ca în cazul curbei din figura 373. Cînd electronul capătă energia critică corespunzătoare nivelului energetic de 4,9 electron-volţi, atunci atomul acumulează această energie trecînd de la nivelul energetic fundamental W_1 la nivelul energetic de excitare W_2. Electronul pierde această energie egală cu $W_2—W_1$ şi nu mai poate străbate spaţiul cu cîmpul contrar dintre *G* şi *P*, iar curentul I_p scade.

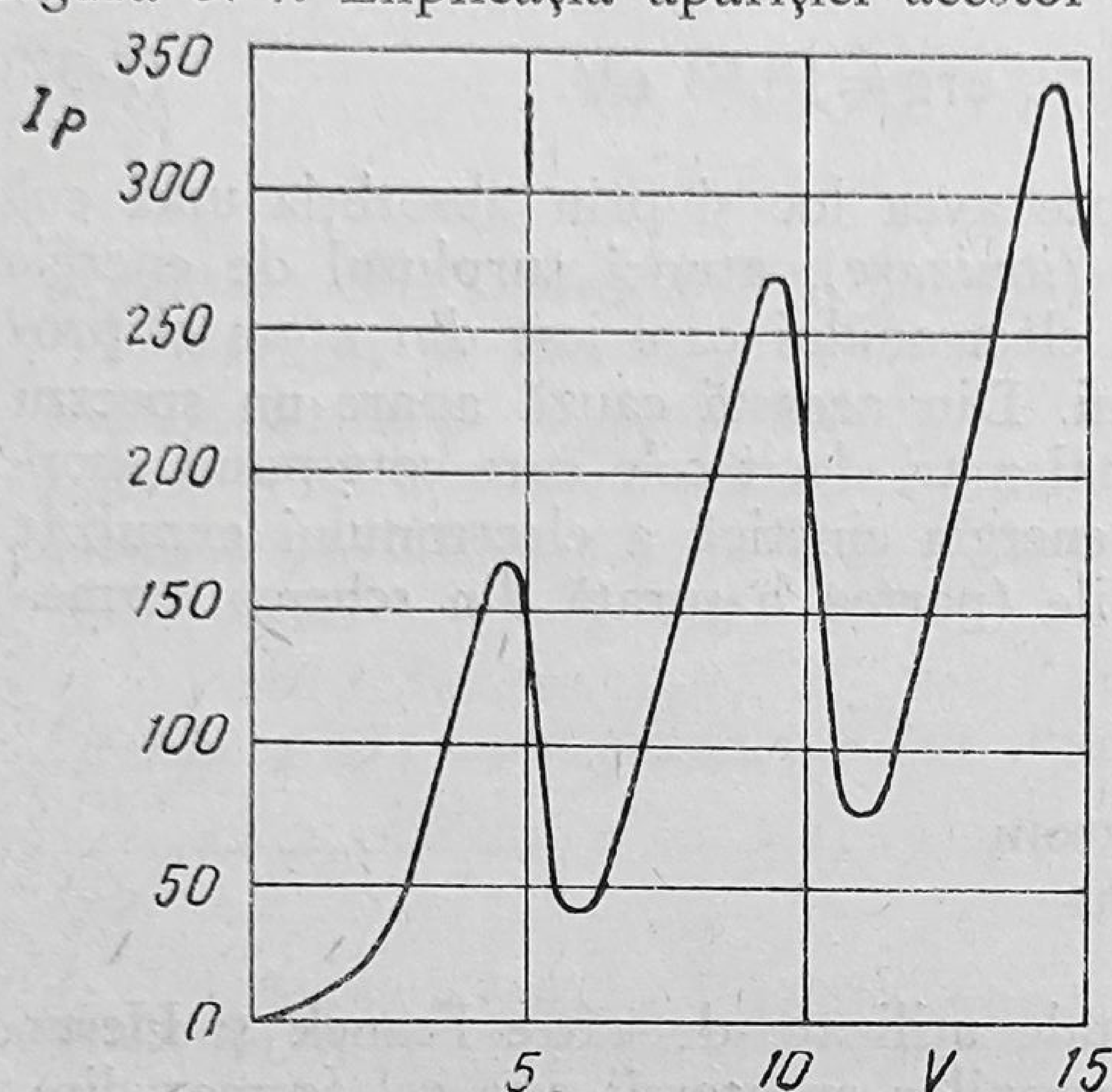


Fig. 374.

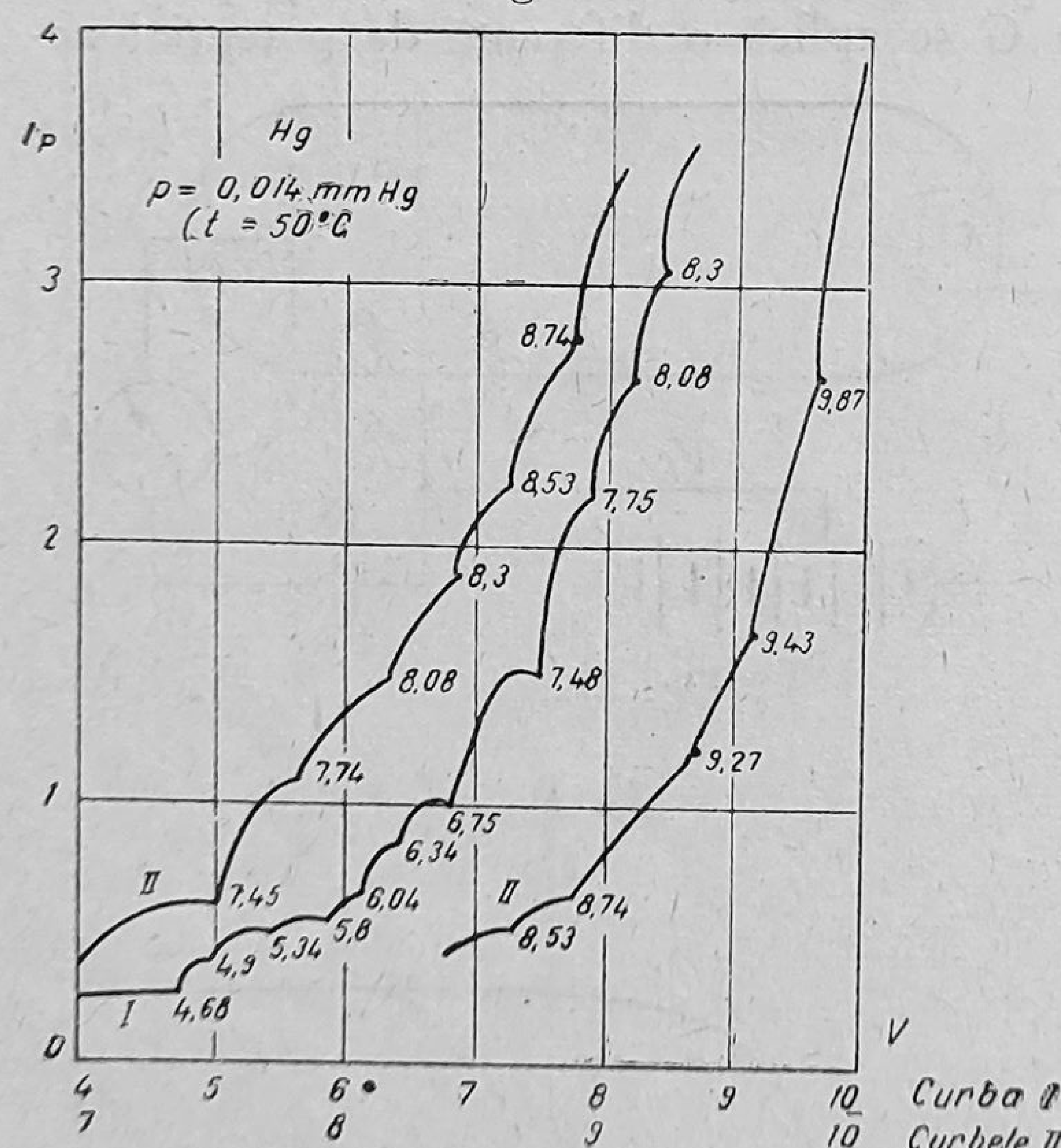


Fig. 375.

În stare de excitare, atomul nu poate rămîne decît timpul scurt de aproximativ 10^{-8} s, după care prin emisie spontană trece pe nivelul fundamental W_1 şi emite un foton cu frecvenţa ν_{2-1} dată de: $W_2—W_1=h\nu_{2-1}$.

Prin experienţe cu dispozitive de tip Franck şi Hertz au putut fi puse în evidenţă şi alte nivele energetice discrete în atom şi de asemenea emisia radiaţiilor corespunzătoare.

La atomul de mercur, potenţialul de excitare de 4,9 V corespunde trecerii atomului din starea sa fundamentală pe primul său nivel energetic.

Această radiaţie este numită *radiaţia de rezonanţă* şi are lungimea de undă de 2 536,5 Å şi se găseşte deci în ultraviolet.

7.6. Orbite eliptice. Atomul lui Sommerfeld

În atomul lui Bohr s-a presupus că electronul se mişcă pe o orbită circulară. Ori, A. Sommerfeld (1915) a ţinut seama că în general electronul se mişcă pe o orbită eliptică de tip Kepler, deoarece se mişcă într-un cîmp coulombian. În acest caz a aplicat principiile mecanicii acestei mişcări de tip Kepler. Deoarece mişcarea pe o orbită eliptică plană este redată prin coordonatele polare r şi φ (fig. 376), atunci condiţiile pentru obţinerea elipselor staţionare vor fi date în funcţie de momentul cantităţii de mişcare p sub forma:

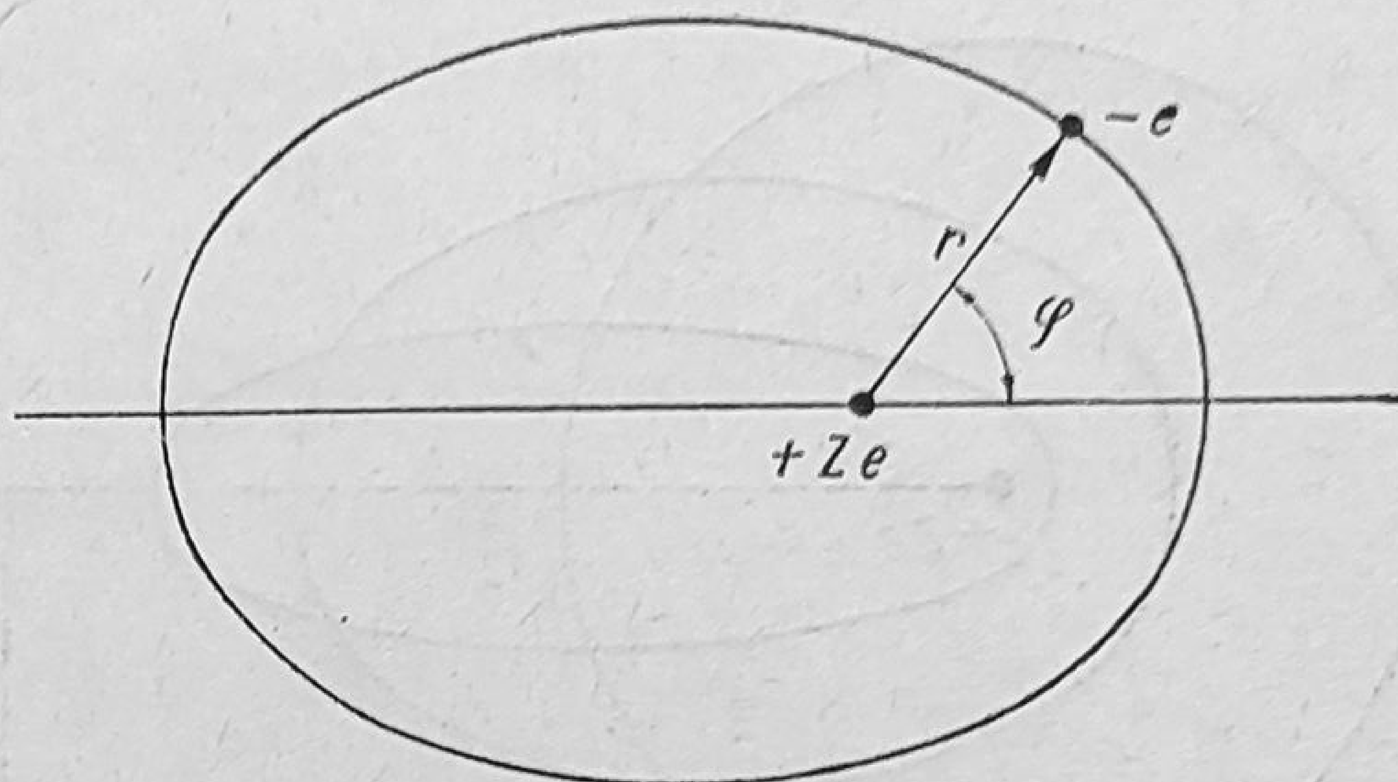


Fig. 376.

$$\int_0^{2\pi} p_\varphi \, d\varphi = n_\varphi h \quad \text{şi} \quad \oint p_r \, dr = n_r h, \tag{7-39}$$

unde numerele întregi n_φ şi n_r iau numirea de *numerele cuantice azimutal şi radial.* Deoarece la o mişcare tip Kepler, momentul unghiular al cantităţii de mişcare este constant, adică $p_\varphi = p = ct$ urmează că:

$$p = n_\varphi \frac{h}{2\pi}. \tag{7-40}$$

A doua condiţie de cuantificare duce la relaţia stabilită de Sommerfeld că excentricitatea ε a elipsei este legată de numerele cuantice n_r şi n_φ prin relaţia:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} = \frac{n_r + n_\varphi}{n_\varphi} \tag{7-41}$$

sau sub forma:

$$1 - \varepsilon^2 = \frac{n_\varphi^2}{n^2}, \tag{7-42}$$

dacă se pune: $n_r + n_\varphi = n$, n fiind numit *numărul cuantic principal.*

În continuare, Sommerfeld demonstrează că energia totală W este dată în funcţie de semiaxa mare a a elipsei de relaţia:

$$W = -\frac{Z e^2}{2a} \tag{7-43}$$

$\left(\text{care în cazul cercului devine } W = -\frac{Ze^2}{2r}\right)$, unde semiaxa mare a este dată de:

$$a = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 me^2 Z}, \tag{7-44}$$

n fiind numărul cuantic principal. Cum semiaxa mică $b = a\sqrt{1-\varepsilon^2}$ atunci:

$$\frac{b}{a} = \frac{n_\varphi}{n}. \tag{7-45}$$

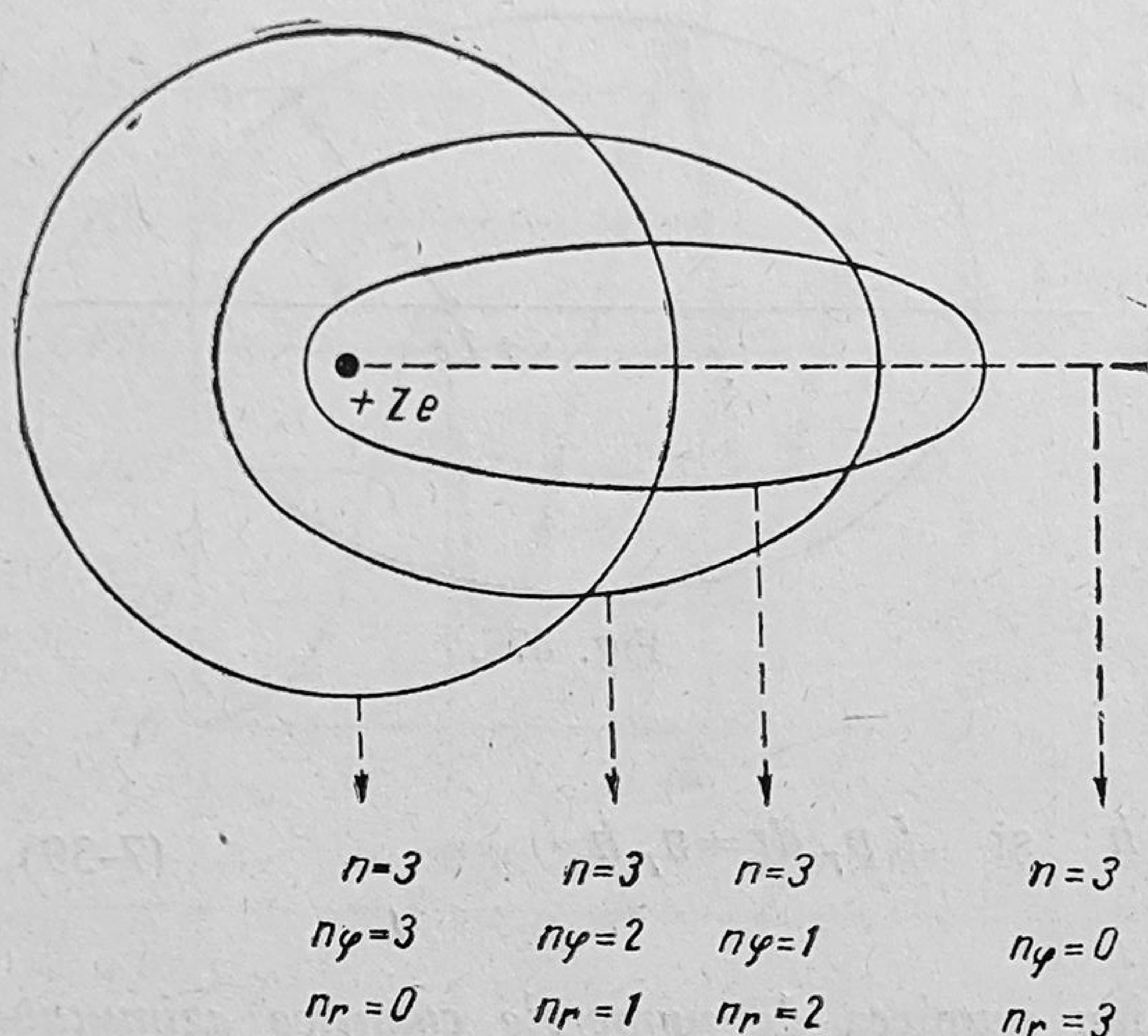


Fig. 377.

În felul acesta, rezultatele obţinute de Bohr apar ca un caz particular, cel al mişcării circulare. Se obţine ca rezultat important că excentricitatea orbitei nu influenţează valoarea energiilor staţionare. Pentru o anumită valoare a numărului cuantic principal n, valorile posibile ale lui n_φ şi n_r sînt:

$$n_\varphi = 1, 2, \cdots, n;$$

$$n_r = (n-1), (n-2), \cdots, 0,$$

care duc la existenţa a n orbite diferite, ce corespund la aceeaşi energie totală staţionară W, exculzîndu-se cazul $n_\varphi = 0$ cînd elipsa a degenerat într-o dreaptă ce trece prin nucleu.

În figura 377 se indică diferitele orbite plane eliptice pe care se poate mişca electronul în cazul cînd numărul cuantic principal $n = 3$.

7.7. Cuantificarea în spaţiu

Sub influenţa unui cîmp magnetic exterior se produc perturbări în mersul iniţial al electronului. În cazul unui cîmp magnetic slab, perturbarea orbitei este mică: ea rămîne tot plană, însă se schimbă planul elipsei. Cum putem reprezenta momentul cantităţii de mişcare p ca un vector situat normal pe planul orbitei, atunci numai acele poziţii ale planului orbitei sînt posibile pentru care proiecţia $p \cos\alpha$ a vectorului $p = n_\varphi \frac{h}{2\pi}$ pe direcţia cîmpului magnetic exterior poate satisface condiţia de cuantificare dată de relaţia:

$$p \cos\alpha = n_\varphi \frac{h}{2\pi} \cos\alpha = m \frac{h}{2\pi}, \tag{7-46}$$

adică:

$$\cos\alpha = \frac{m}{n_\varphi}, \qquad (7\text{-}47)$$

unde numărul întreg m numit şi *numărul cuantic magnetic* poate lua valorile:

$$m = n_\varphi,\ (n_\varphi - 1), \cdots, 0, \cdots, -n_\varphi .$$

În figura 378 sînt date poziţiile posibile ale vectorului p faţă de direcţia privilegiată pentru cazurile cînd

$$p = 1\frac{h}{2\pi},\ 2\frac{h}{2\pi} \text{ şi } 3\frac{h}{2\pi}.$$

Conform electrodinamicii clasice un electron în mişcarea sa echivalează cu un curent electric şi dă naştere unui cîmp magnetic. În cazul de faţă, momentul magnetic μ va fi dat în funcţie de suprafaţa A a elipsei şi de perioada t de rotire adică:

$$\mu = \frac{1}{c}\cdot\frac{e}{t}A = \frac{1}{c}\frac{e}{t}\int_0^{2\pi}\frac{r^2}{2}d\varphi =$$

$$= \frac{1}{c}\frac{e}{t}\int_0^t \frac{p}{2m}dt = \frac{e}{ct}\frac{t}{2m}p =$$

$$= \frac{e}{2mc}p, \qquad (7\text{-}48)$$

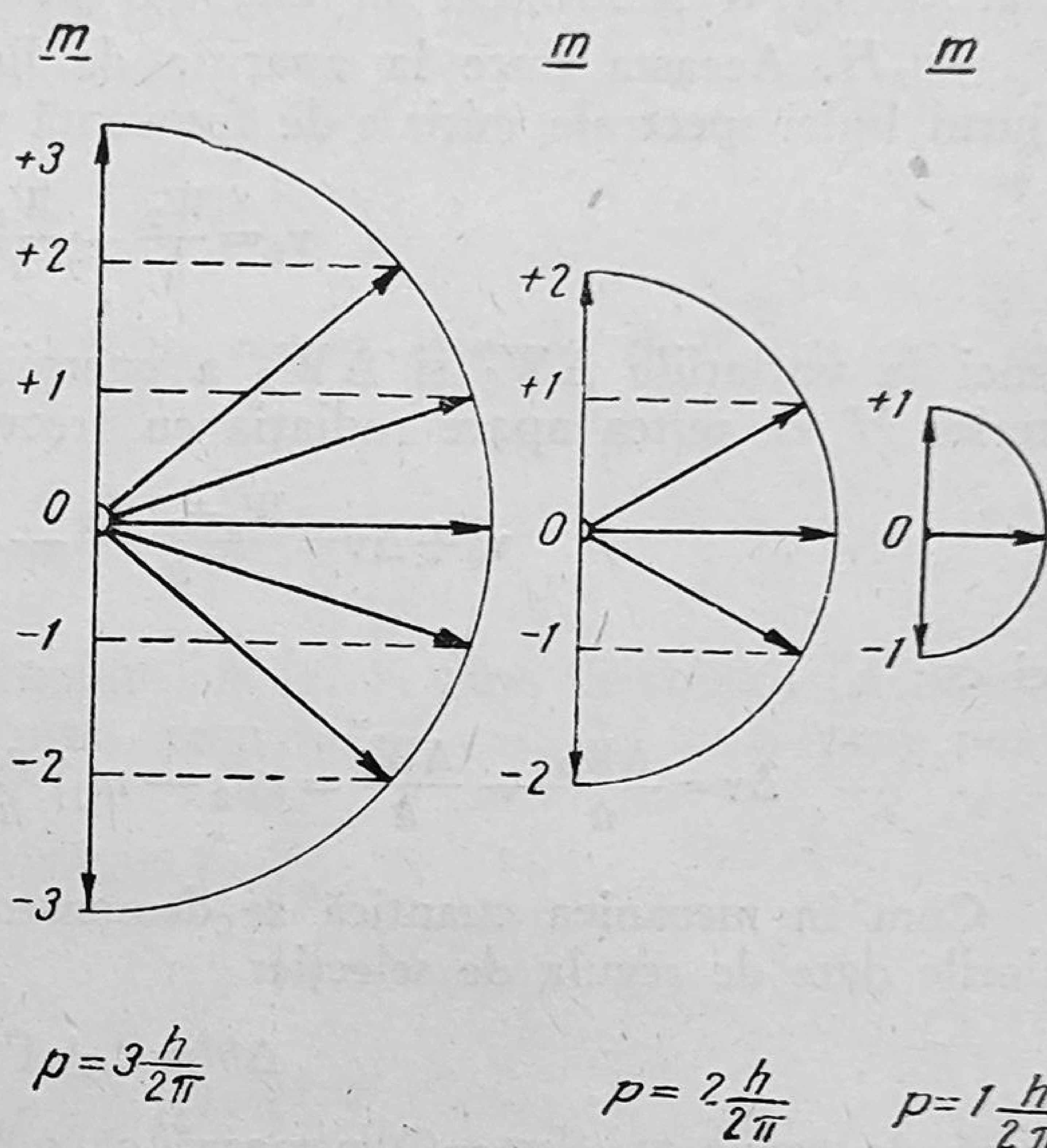


Fig. 378.

astfel că vectorul momentului magnetic μ coincide ca direcţie cu vectorul momentului cantităţii de mişcare p. Cum $p = n_\varphi \frac{h}{2\pi}$ vom avea:

$$\mu = \frac{e}{2mc}p = \frac{e}{2mc}n_\varphi\frac{h}{2\pi} = n_\varphi\frac{h}{4\pi c}\frac{e}{m} = n_\varphi\mu_0, \qquad (7\text{-}49)$$

unde:

$$\mu_0 = \frac{h}{4\pi c}\frac{e}{m} \qquad (7\text{-}50)$$

este o mărime constantă, care ia numirea de *magnetonul lui Procopiu (1912) şi Bohr* şi are valoarea $\mu_0 = 0{,}918\cdot 10^{-20}$ erg/gauss.

Se ajunge astfel la rezultatul că în cîmpurile magnetice exterioare momentul magnetic μ se orientează faţă de direcţia privilegiată astfel ca unghiul α pe care îl face cu această direcţie să satisfacă la condiţia:

$$\cos\alpha = \frac{m}{n_\varphi}, \qquad (7\text{-}50)$$

unde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm n_\varphi$ este numărul cuantic magnetic.

Din cauza cîmpului magnetic exterior H, la energia staţionară W ce revine sistemului nucleu-electron, se va adăuga o energie suplimentară ΔW care va fi egală cu:

$$\Delta W = -\mu H \cos\alpha = n_\varphi \mu_0 H \frac{m}{n_\varphi} = m \mu_0 H \tag{7-51}$$

şi cum m ia $2n_\varphi + 1$ valori diferite, înseamnă că fiecare nivel energetic iniţial W va fi subdivizat în $2n_\varphi + 1$ subnivele multiple ale unui subnivel $\Delta W_0 = \mu_0 H$. Aceasta duce la apariţia de linii spectrale componente dispuse în jurul liniei spectrale iniţiale de frecvenţă ν_0. Cum ν_0 este dat de:

$$\nu_0 = \frac{W_2}{h} - \frac{W_1}{h}, \tag{7-52}$$

atunci la variaţiile ΔW_1 şi ΔW_2 a energiilor produse de cîmpul magnetic exterior H va putea apare radiaţia cu frecvenţa:

$$\nu_0 + \Delta\nu = \frac{W_2 + \Delta W_2}{h} - \frac{W_1 + \Delta W_1}{h} \tag{7-53}$$

deci cu:

$$\Delta\nu = \frac{\Delta W_2}{h} - \frac{\Delta W_1}{h} = (m_2 - m_1)\frac{\mu_0}{h} H = \Delta m \frac{1}{4\pi c}\frac{e}{m} H. \tag{7-54}$$

Cum în mecanica cuantică se demonstrează că Δm nu poate lua decît valorile date de regula de selecţie:

$$\Delta m = 0, \pm 1 \tag{7-55}$$

(afară de cazul $m_1 = m_2 = 0$) urmează că o linie spectrală se desface în trei componente în cîmpul magnetic exterior H. Acest fenomen a fost observat mai de mult de către Zeeman, în 1895, şi a luat numele de efect Zeeman normal. El a fost obţinut în cîmpurile magnetice slabe (v. pag. 263).

7.8. Spinul electronului

Cercetarea mai amănunţită a spectrelor atomice şi a proprietăţilor magnetice ale atomilor au dus la unele greutăţi de interpretare a acestor rezultate prin teoria lui Bohr.

Astfel prin teoria lui Bohr nu se poate explica apariţia liniilor spectrale duble, adică dubleţii, la metalele alcaline, apariţia de tripleţi la atomii metalelor acaline pămîntoase, sau multipleţii complicaţi ai altor elemente.

Rezultatele experimentale ne conduc la concluzia că în cazul metalelor alcaline termenii S sînt simpli, iar termenii P, D, F etc. sînt dubli.

Datele experimentale cu privire la momentele magnetice ale atomilor arată de asemenea că momentele magnetice ale unor atomi nu sînt multipli întregi ai magnetonului lui Bohr (experienţele lui Stern şi Gerlach, referitoare la devierea fasciculelor atomice într-un cîmp magnetic neomogen).

Pentru înlăturarea acestor dificultăți s-a introdus ipoteza (Goudsmit și Uhlenbeck, 1925) că fiecare electron, care se caracterizează prin masa sa m și sarcina electrică e are și o mișcare de rotație proprie, continuă, în jurul unei axe ce trece prin el, rotație caracterizată prin momentul mecanic al cantității de mișcare, numit și *spin* și notat p_s, constant și egal numericește cu $\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$ și de care este de asemenea legat și un moment magnetic μ constant și egal cu magnetonul lui Bohr μ_0.

Raportul valorilor numerice ale lui p și μ în cazul rotirii electronului pe orbită în jurul nucleului are valoarea:

$$\frac{\mu}{p}=\frac{1}{2c}\frac{e}{m}, \tag{7-55}$$

însă în cazul spinului valoarea acestui raport este de două ori mai mare adică:

$$\frac{\mu_0}{p_s}=\frac{1}{c}\frac{e}{m}. \tag{7-56}$$

În aceste condiții, valorile absolute ale lui p, care, în atomul lui Sommerfeld erau date de numărul cuantic azimutal $n_\varphi=1, 2, \ldots, n$ prin relația:

$$p=p_\varphi=n_\varphi\frac{h}{2\pi}, \tag{7-57}$$

vor fi date acum de relația:

$$p=p_l=\sqrt{l(l+1)}\frac{h}{2\pi}, \tag{7-58}$$

unde noul număr cuantic l, care înlocuiește pe n_φ, va avea valorile

$$l=0, 1, 2, \ldots, (n-1),$$

n fiind numărul cuantic principal de la atomul lui Bohr.

Momentul de spin p_s are valoarea:

$$p_s=\sqrt{s(s+1)}\frac{h}{2\pi} \text{ cu } s=\frac{1}{2}, \tag{7-59}$$

iar în cazul unei direcții privilegiate z, proiecția p_{sz} a lui p_s va fi dată de:

$$p_{sz}=m_s\frac{h}{2\pi} \text{ cu } m_s=\pm\frac{1}{2}. \tag{7-60}$$

Aceasta arată că spinul electronului va putea avea numai două poziții de orientare, paralelă și antiparalelă, față de direcția privilegiată, față de direcția lui p_l. Cele două posibilități de orientare duc la variația ΔW a energiei sistemului (atomului) și deci la o dedublare a termenilor spectrali.

Pentru termeni S, $l=0$, adică $p_l=0$ şi deci nu mai există posibilităţi de orientare diferită a lui p_s, ceea ce are ca efect că $\Delta W=0$ şi astfel termenii S rămîn simpli.

În spectroscopie se întrebuinţează pentru desemnarea stării electronului în atom pe lîngă numărul cuantic principal $n(=1, 2, 3, \ldots)$, numărul cuantic secundar l $(=0, 1, 2, \ldots (n-1)$ şi numărul cuantic j (în locul lui m_s). Pentru aceasta se introduce momentul total p_j al cantităţii de mişcare care rezultă din însumarea geometrică, vectorială, a momentelor p_l şi p_s adică:

$$\overline{p}_j=\overline{p}_l+\overline{p}_s$$

cu orientările posibile pentru p_l şi p_s unul faţă de altul astfel ca:

$$p_j=\sqrt{j(j+1)}\frac{h}{2\pi}, \tag{7-61}$$

unde

$$j=l\pm\frac{1}{2}, \text{ pentru } l\neq 0 \text{ şi } j=\frac{1}{2}, \text{ pentru } l=0.$$

În cazul unei direcţii z privilegiate, proiecţia p_{jz} este egală cu

$$p_{jz}=m_j\frac{h}{2\pi}, \tag{7-62}$$

unde

$$m_j=\pm j, \pm(j-1), \ldots, 0.$$

Deoarece în studiile spectroscopice de emisie a atomilor metalelor alcaline s-au introdus notaţiile convenţionale s, p, d, f, care corespund valorilor pe care le ia numărul cuantic secundar l, adică $l=0$ pentru starea s, $l=1$ pentru starea $p, \ldots$ atunci starea electronului va fi indicată de valorile pe care le iau cele trei numere cuantice n, l şi j. De exemplu, pentru starea $n=3$, $l=2$ şi $j=\frac{5}{2}$ avem notaţia 3 d 5/2.

Pentru termenii spectrali care se referă la starea atomului vom avea notaţia cu literele mari $S.$ $P.$ $D.$, Astfel termenul $3^2P_{3/2}$ indică starea care corespunde la $n=3$, $l=1$ (P), $j=3/2$, iar notaţia ^2P indică existenţa dubletului. Termenul $3^2P_{3/2}$ se citeşte: trei — dublet — P — trei pe doi. În figura 379 se dă schema nivelelor în cazul atomului de Na, unde se indică şi tranziţiile permise de regulile de tranziţie:

$$\Delta l=\pm 1 \text{ şi } \Delta j=0, \pm 1, \tag{7-63}$$

care duc la apariţia liniilor spectrale respective.

Spectrele atomilor care au doi sau mai mulţi electroni de valenţă sînt mai complicate. După modelul vectorial indicat mai înainte, va trebui să compunem vectorial momentele orbitale p_l şi cele de spin p_s a acestor elec-

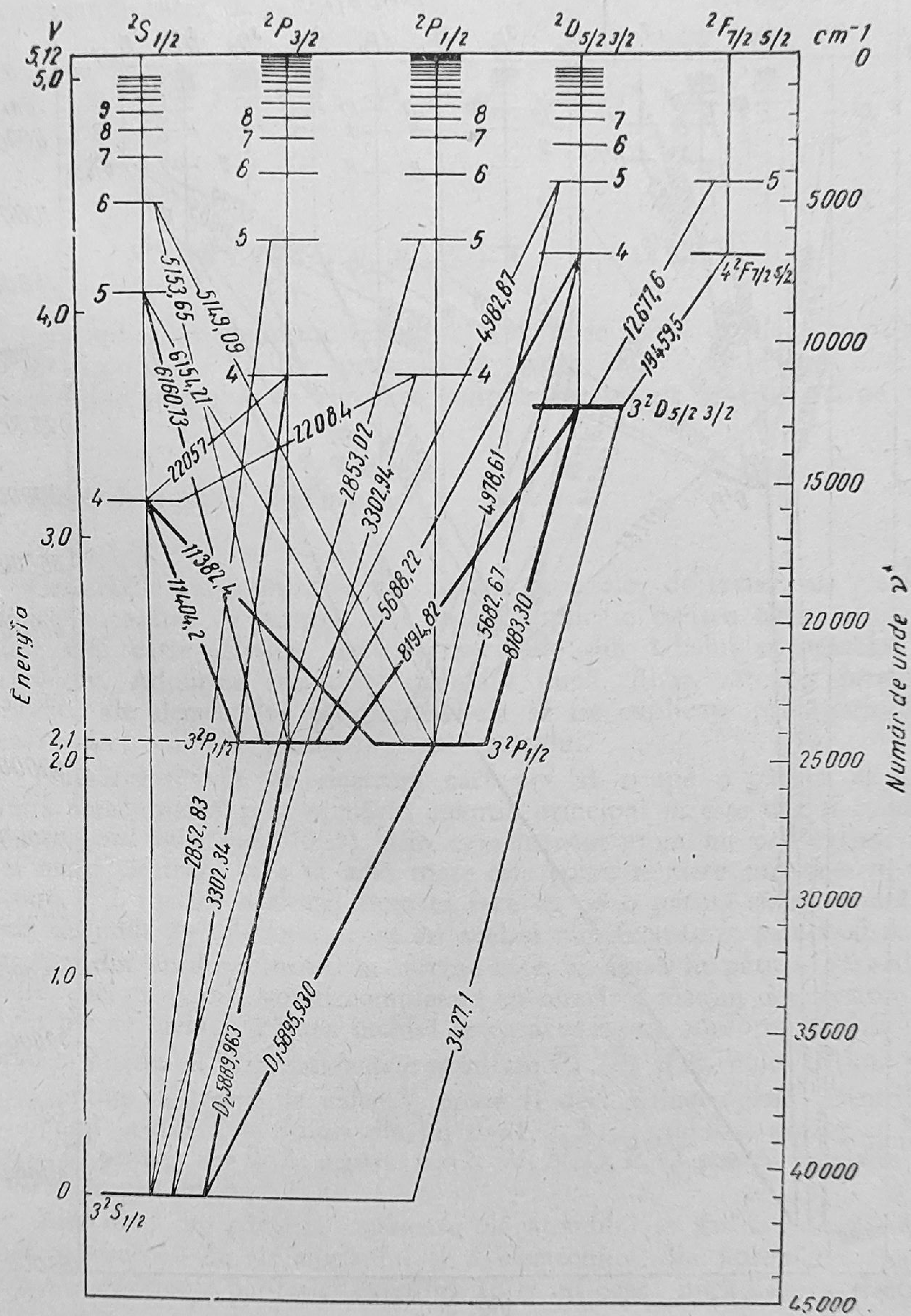

V
5,12
5,0
4,0
3,0
2,1
2,0
1,0
0
Energia
$^2S_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2D_{5/2\ 3/2}$
$^2F_{7/2\ 5/2}$
cm⁻¹
0
5000
10000
15000
20000
25000
30000
35000
40000
45000
Număr de unde ν'
$3^2S_{1/2}$
$3^2P_{1/2}$
$3^2P_{1/2}$
$3^2D_{5/2\ 3/2}$
$4^2F_{7/2\ 5/2}$
5153,65
5149,09
6154,21
6160,73
22057
22084
11382,4
11404,2
2853,02
3302,94
4982,87
4978,61
5688,22
5682,67
8194,82
8183,30
12677,6
18459,5
2852,83
3302,34
D_2 5889,963
D_1 5895,930
3427,1

Fig. 379.

Fig. 380.

troni astfel că energia totală a atomului, deci valorile termenilor spectrali, va depinde, pentru un număr mare de elemente, de valorile şi orientarea acestor rezultante adică de:

$$\overline{P}_L=\sum_1^i \overline{p}_{li} \quad \overline{P}_S=\sum_1^i \overline{p}_{si} \quad \overline{P}_J=\overline{P}_L+\overline{P}_S, \tag{7-64}$$

unde

$$J=L+S,\ L+S-1, \ldots, (L-S).$$

Prin aplicarea anumitor reguli de selecţie se poate explica apariţia structurii de multiplet a liniilor spectrale. În figura 380 se dă schema nivelelor şi a tranziţiilor atomului de Hg care conţine spectre de singuleţi şi de tripleţi.

7.9. Spectrele razelor X-Roentgen

Cercetările amănunţite făcute asupra spectrelor de emisie ale elementelor chimice au arătat că acestea sînt mai complicate pentru elementele care se găsesc mai către sfîrşitul aceleiaşi perioade din tabelul elementelor al lui Mendeleev. Admiţînd structura atomului după Bohr, atunci proprietăţile periodice ale elementelor chimice trebuie să fie explicate prin periodicitatea aşezării electronilor în pături în jurul nucleului.

Numărul maxim de electroni care pot să ocupe o pătură electronică, pătură caracterizată prin numărul cuantic principal n, este dat şi condiţionat de *principiul lui Pauli* (1925), prin care într-un atom nu pot exista doi sau mai mulţi electroni care să aibă toate cele patru numere cuantice: n, l, m şi m_s sau n, l, j şi m_j aceleaşi. Aceasta face ca pe o pătură să nu poată exista decît cel mult $2n^2$ electroni, care au acelaşi număr cuantic principal n. Cei Z electroni din jurul nucleului, cu sarcina $+Ze$, se aşază în pături. Păturile interioare, deci cu n mic, vor fi completate cu numărul maxim de electroni, adică devin pături închise. Pătura închisă se caracterizează conform modelului vectorial al atomului, prin momentele rezultate $\overline{P}_L$, $\overline{P}_S$ şi $\overline{P}_J$ nule. Ultima pătură, care conţine electronii de valenţă, poate fi deci şi incompletă. Păturile care corespund la diferitele valori ale lui $n=1, 2, 3\ldots$ au fost notate cu literele mari: K pentru $n=1$, L pentru $n=2$, M, N, O, P, Q pentru celelalte valori următoare ale lui n.

Electronii din păturile interioare ale atomului se găsesc numai sub acţiunea sarcinilor $+Ze$ ale nucleului şi a electronilor din apropierea nucleului, deoarece electronii periferici exteriori au o influenţă mică asupra electronilor interiori.

Razele X sau Roentgen se produc prin bombardarea unei ţinte cu un fascicul de electroni rapizi (raze catodice). Apare un spectru continuu rezultat

din frînarea electronilor şi care nu prezintă particularităţi caracteristice legate de materialul ţintei. Concomitent ia naştere şi un spectru de linii caracteristice fiecărui element care intră în compoziţia ţintei. Razele X au lungimi de undă foarte mici comparativ cu cele din vizibil, de ordinul a1 Å. Ele sînt produse prin trecerile electronilor pe păturile interioare ale atomului. Aceasta are loc printr-un mecanism deosebit de cel al producerii spectrelor optice. Electronul interior este smuls complet de pe pătura închisă a atomului şi atomul se ionizează. Locul liber poate fi ocupat de un electron de pe pătura învecinată sau mai îndepărtată şi locul nou rămas liber este ocupat de un alt electron exterior şi se produce o altă tranziţie. În felul acesta apare nu numai o singură radiaţie Roentgen, ci şi toate celelalte cu energie mai mică, datorită, nu numai unei singure tranziţii, ci tuturor tranziţiilor intermediare posibile (W. Kossel, 1916).

Energia unui electron de pe o pătură interioară este dată de:

$$W=-\frac{Rhc}{n^2}(Z-a)^2, \tag{7-65}$$

unde a este o corecţie mică faţă de valoarea lui Z, numită şi *constanta de ecranare* şi care este datorită influenţei celorlalţi electroni interiori asupra cîmpului nucleului. Tranziţia de pe o pătură interioară pe alta duce la apariţia radiaţiei X cu numărul de unde $\nu^*(\text{cm}^{-1})$ dat de:

$$\nu^*=\frac{W_2}{hc}-\frac{W_1}{hc}=\frac{R}{n_1^2}(Z-a_1)^2-\frac{R}{n_2^2}(Z-a_2)^2. \tag{7-66}$$

Cum la atomii grei avem aceeaşi configuraţie a păturilor interioare, constanta de ecranare a este aceeaşi şi practic nu depinde de Z ceea ce face ca şi spectrele de raze Roentgen diferitelor elemente să fie aceleaşi, fiind numai deplasate ca frecvenţă datorită valorilor diferite ale lui Z. Pentru termenii K, $a=1$, iar pentru termenii L, $a\approx 8$.

În spectroscopia razelor Roentgen, *Moseley* a stabilit legea exprimată prin relaţia:

$$\sqrt{\frac{T}{R}}=\frac{1}{n}(Z-a), \tag{7-67}$$

unde T este termenul spectral dat de:

$$T(n)=\frac{R}{n^2}(Z-a)^2, \tag{7-68}$$

adică rădăcinile pătrate ale termenilor Roentgen sînt funcţii liniare de numărul atomic Z.

În figura 381 sînt redate schemele nivelelor de raze Roentgen unde se indică şi tranziţiile permise de regulile de selecţie:

$$\Delta L = \pm 1 \quad \Delta J = 0, \pm 1 \tag{7-69}$$

şi care duc la apariţia structurii complexe a spectrelor acestor radiaţii.

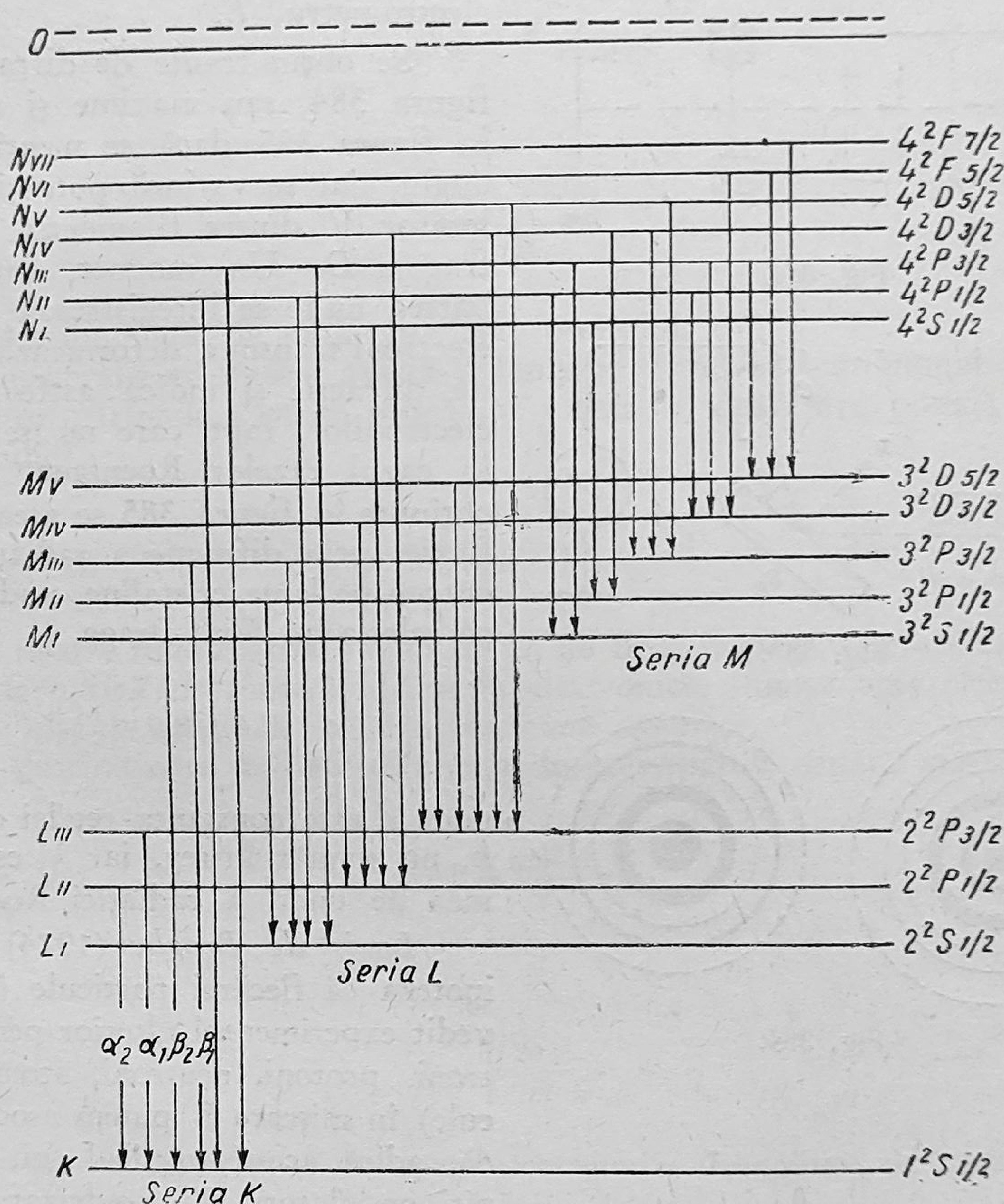


Fig. 381.

7.10. Proprietăţile ondulatorii ale particulelor în mişcare

Experienţele efectuate cu fascicule de electroni care lovesc suprafaţa cristalelor sau care trec prin foiţe subţiri metalice sau cristaline, au demonstrat că electronii în mişcare posedă proprietăţi ondulatorii, obţinîndu-se fenomene de interferenţă şi difracţie asemănătoare undelor luminoase şi în special foarte asemănătoare razelor Roentgen, de lungimea de undă mică comparativ cu radiaţiile vizibile.

Experienţele se pot face cu ajutorul unui tun electronic (fig. 382 şi 383) format dintr-un filament încălzit *F* şi diafragmele *D* din care electronii accelerați sînt trimişi sub forma unui fascicul îngust fie pe foiţa subţire *P*, fie pe faţa cristalului *Cr*. Apoi electronii lovesc placa fotografică *PF* sau sînt colectaţi în cuşca *C* şi înregistraţi de către electrometrul *E*.

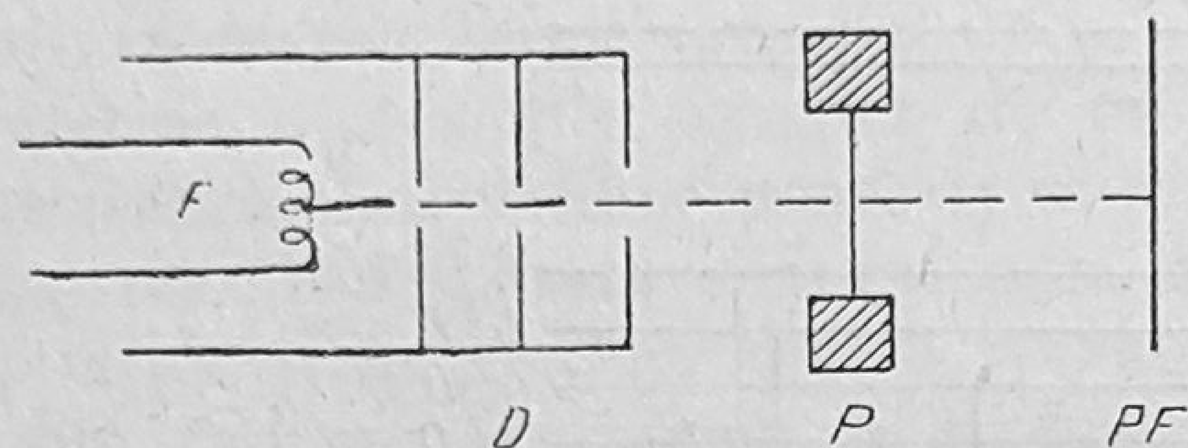


Fig. 382.

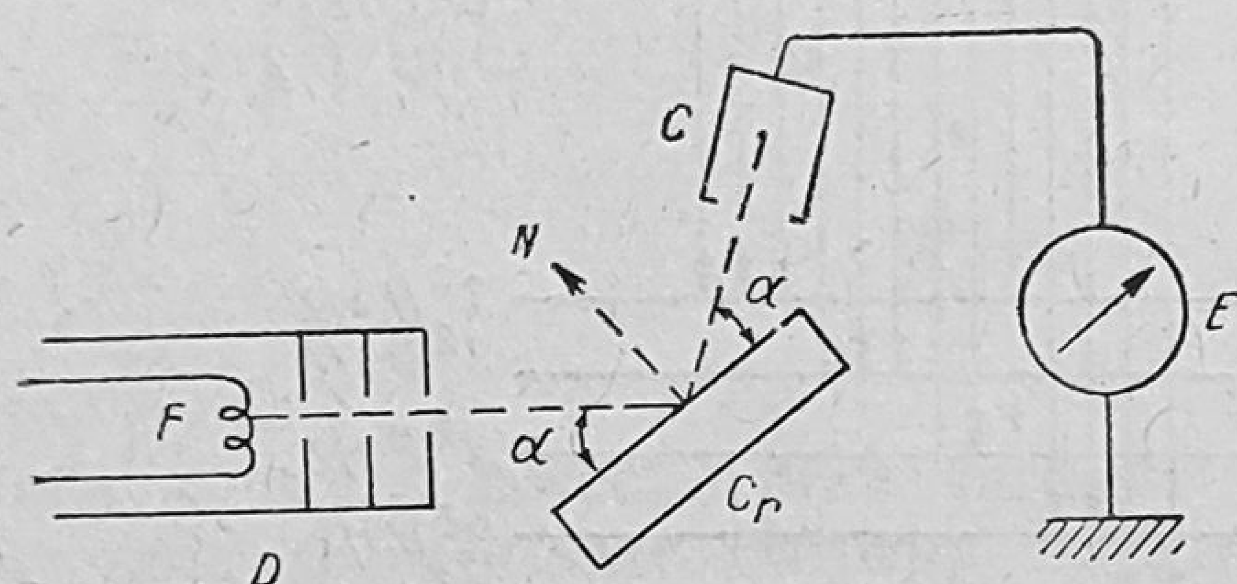
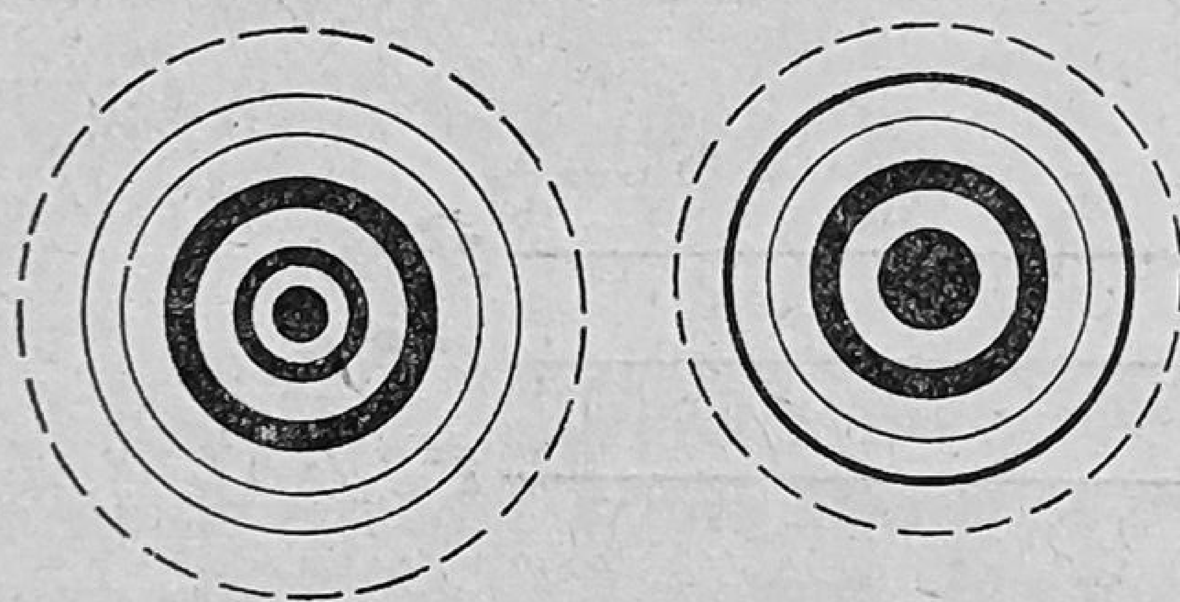


Fig. 383.


Fig. 384.

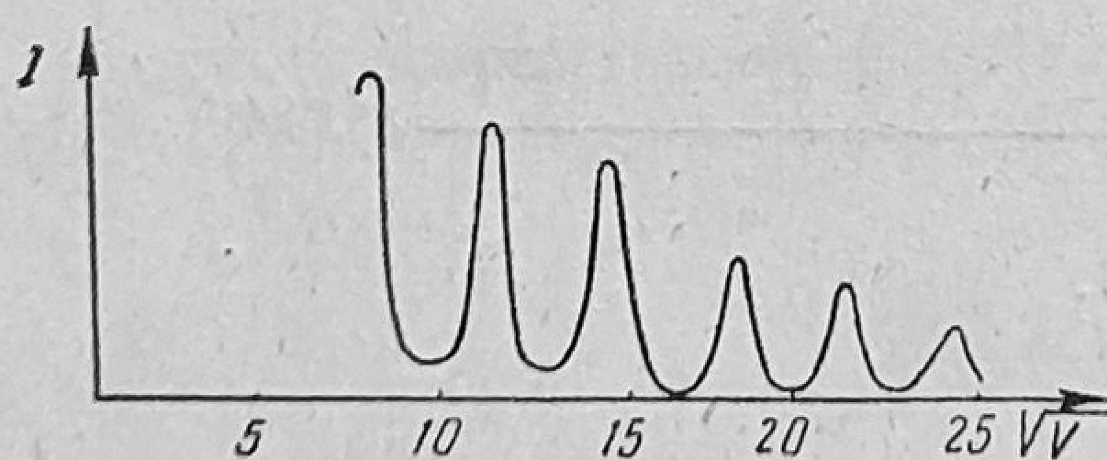


Fig. 385.

Se obţin franje de difracţie ca în figura 384, sau maxime şi minime ca în figura 385 dacă se menţine acelaşi unghi, dar se variază potenţialul accelerator *V* dintre filamentul *F* şi diafragma *D*. Un magnet, introdus în partea unde se înregistrează fluxul de electroni transmis, deformează imaginea de difracţie şi indică astfel existenţa electronilor, fapt care nu se întîmplă în cazul razelor Roentgen. Maximele obţinute în figura 385 se aseamănă reflexiei prin difracţie a radiaţiilor Roentgen pe lame cristaline, unde se aplică relaţia lui Wulf-Bragg.

$$2d\sin\alpha = k\lambda, \qquad (7\text{-}70)$$

unde *d* este constanta reţelei cristaline, *k*, un număr întreg, iar λ este lungimea de undă a radiaţiei Roentgen.

Louis de Broglie (1924) a făcut ipoteza că fiecărei particule (fapt dovedit experimental ulterior pentru electroni, protoni, neutroni, atomi, molecule) în mişcare îi putem asocia o undă, adică aceste particule au proprietăţi ondulatorii. El s-a bazat pe analogia dintre principiul lui Fermat din optică şi principiul minimului de acţiune din mecanică.

Putem ajunge la relaţia fundamentală dată de Broglie şi astfel:

Chiar în cazul luminii s-a arătat să sîntem nevoiţi a accepta atît proprietăţile ei ondulatorii ca undă cît şi cele corespunzătoare ca fotoni. Energia *W* a unui foton este dată de Planck:

$$W = h\nu, \qquad (7\text{-}71)$$

unde h este constanta lui Planck, iar ν frecvența radiației. După teoria relativității a lui Einstein energiei W îi corespunde o masă m dată de relația:

$$W = mc^2, \tag{7-72}$$

unde c este viteza luminii în vid. Legînd cele două relații între ele obținem:

$$W = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = mc^2, \tag{7-73}$$

de unde:

$$\lambda = \frac{h}{mc}, \tag{7-74}$$

unde λ este lungimea de undă asociată fotonului.

Prin generalizare putem asocia o lungime de undă λ nu numai fotonului, dar și altor particule care se mișcă cu viteza v, deci care posedă impulsul $p = mv$, adică:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}, \tag{7-75}$$

care este relația fundamentală dată de L. de Broglie și care se aplică în fenomenele de *optică electronică* (difracția electronică, microscopia electronică și ionică) și este de asemenea la baza *mecanicii cuantice*.

Un electron care străbate diferența de potențial V capătă viteza v, după relația:

$$eV = \frac{mv^2}{2}, \tag{7-76}$$

adică:

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}, \tag{7-77}$$

unde e=sarcina electrică și m=masa electronului. Lungimea de undă asociată λ va fi dată de:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m}\sqrt{\frac{m}{2eV}} = h\sqrt{\frac{1}{2me}} \cdot \frac{1}{\sqrt{V}} \tag{7-78}$$

sau, după înlocuirea constantelor cu valorile lor obținem:

$$\lambda(\text{Å}) = 12,25\, V^{-\frac{1}{2}}\, (\text{volți}). \tag{7-79}$$

Electronul care a străbătut o diferență de potențial de un volt, are o undă asociată de 12,25 Å, adică are proprietățile razelor Roentgen respective.

7.11. Mecanica cuantică. Ecuaţia lui Schrödinger (1925)

Teoria lui Bohr cu privire la emisia şi absorbţia luminii a putut explica cu succes aceste fenomene în special la atomul de hidrogen şi ionii hidrogenoizi, însă au apărut dificultăţi la sistemele mai complicate cum e atomul de heliu şi ceilalţi atomi. Alte particularităţi ale emisiei luminii, cum este de exemplu intensitatea liniilor spectrale, polarizarea şi coerenţa lor, fenomenul de dispersie, nu au putut fi explicate prin această teorie.

Dovedirea proprietăţilor ondulatorii ale particulelor în mişcare a făcut posibilă crearea unei mecanici noi, *mecanica cuantică* şi stabilirea unei ecuaţii generale, *ecuaţia lui Schrödinger*, cu aplicabilitate mult mai generală şi din care rezultatele obţinute din teoria lui Bohr apar ca soluţii normale ale acestei ecuaţii a lui Schrödinger.

Din teoria propagării undelor se obţine ecuaţia diferenţială pentru mărimea S care se propagă sub forma de undă (de exemplu, deformarea mecanică elastică) sub forma:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = v^2 \Delta S, \qquad (7\text{-}80)$$

unde:

$$\Delta S = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}, \qquad (7\text{-}81)$$

iar v este viteza (de fază) de propagare a mărimii S.

În cazul cînd avem o propagare sub formă de unde sinusoidale, atunci mărimea S este dată de expresia:

$$S = \psi \sin \varphi = \psi \sin \omega t = \psi \sin \frac{2\pi}{T} t = \psi \sin 2\pi \nu t. \qquad (7\text{-}82)$$

În aceste condiţii vom avea:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = \psi \frac{\partial^2 (\sin 2\pi \nu t)}{\partial t^2} = -4\pi^2 \nu^2 \psi \sin 2\pi \nu t \qquad (7\text{-}83)$$

şi

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 (\psi \sin 2\pi \nu t)}{\partial x^2} = \sin 2\pi \nu t . \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2\, ;}{\partial y^2} = \qquad = \sin 2\pi \nu t . \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \qquad (7\text{-}84)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = \qquad = \sin 2\pi t \nu . \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

adică:

$$-4\pi^2 \nu^2 \psi \sin 2\pi \nu t = v^2 \sin 2\pi \nu t \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right]; \qquad (7\text{-}85)$$

deci

$$\Delta\psi + 4\pi^2 \frac{\nu^2}{v^2}\psi = 0. \qquad (7\text{-}86)$$

Deoarece particulele în mişcare au proprietăţi ondulatorii, atunci s-a făcut ipoteza că aceeaşi ecuaţie a undelor, scrisă anterior poate fi aplicată şi în cazul undelor asociate ale lui Broglie unde avem:

$$\frac{v}{\nu} = \lambda = \frac{h}{mv}, \qquad (7\text{-}87)$$

deci ecuaţia precedentă devine:

$$\Delta\psi + 4\pi^2 \frac{m^2 v^2}{h^2}\psi = 0. \qquad (7\text{-}88)$$

Deoarece

$$E_{cin} = \frac{mv^2}{2} = W - E_{pot}, \qquad (7\text{-}89)$$

unde E_{cin}, E_{pot} şi W sînt energia cinetică, energia potenţială şi energia totală referitoare la particula în mişcare se obţine ecuaţia diferenţială:

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W - E_{pot})\psi = 0, \qquad (7\text{-}90)$$

care este *ecuaţia lui Schrödinger*, ecuaţia fundamentală a mecanicii cuantice. Ea este utilizată în foarte multe cazuri.

Pentru atomul de hidrogen vom avea energia potenţială dată de expresia

$$E_{pot} = -\frac{e^2}{r}, \qquad (7\text{-}91)$$

unde e este sarcina electrică elementară, r distanţa electronului faţă de nucleu (proton) socotit fix. Ecuaţia lui Schrödinger devine:

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[W + \frac{e^2}{r}\right]\psi = 0 \qquad (7\text{-}92)$$

şi rezolvarea ei duce la concluzia că pentru $W < 0$, ea are soluţii cu sens fizic dacă se introduc valorile discrete ale energiei date de

$$W = -\frac{2\pi^2 m e^4}{h^2 n^2}, \text{ unde } n = 1, 2, 3, \cdots, \qquad (7\text{-}93)$$

adică tocmai valorile energiilor stărilor staţionare găsite de către Bohr.

De asemenea se arată din studiul amănunţit al ecuaţiei lui Schrödinger că rezolvarea ecuaţiei este posibilă şi pentru un domeniu continuu de valori pozitive ale lui W, ceea ce duce la obţinerea acelui spectru continuu care se observă dincolo de energia potenţialului de ionizare al atomului.

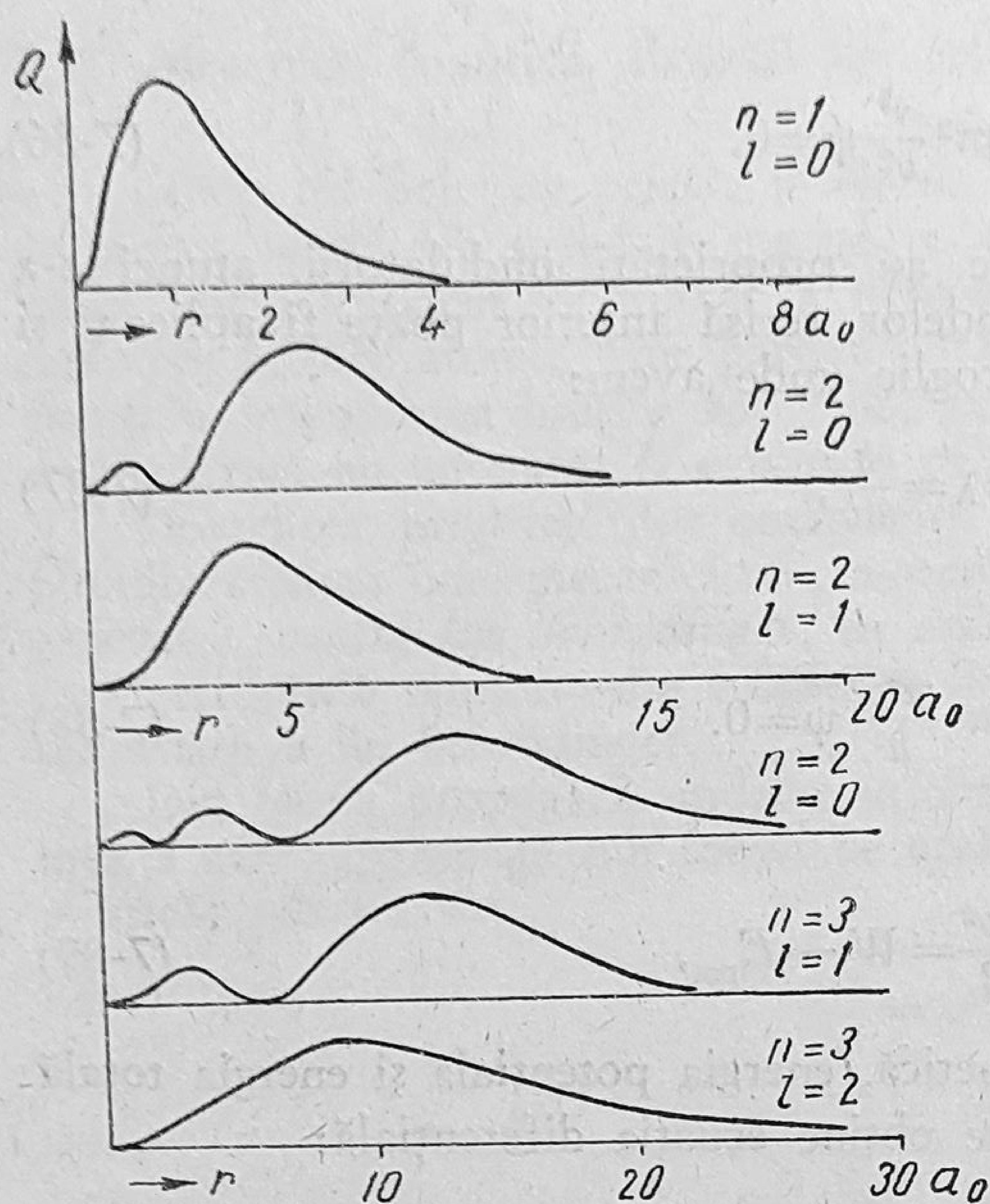


Fig. 386.

Schrödinger şi Born au arătat că mărimea ψ care apare ca o amplitudine a mărimii S este legată de densitatea de sarcină electrică în locul din spaţiul cercetat, şi anume pătratul acestei amplitudini, adică ψ^2, mai precis produsul dintre ψ şi mărimea complexă conjugată ψ^*, deci $\psi\psi^*$ este o măsură a acestei densităţi de electricitate, probabilitatea ca un electron să se găsească în elementul de volum dv, fiind dată de $\psi\psi^* dv$. Cum această densitate nu se schimbă în timp, menţinîndu-se în spaţiu cu o valoare constantă în cazul stărilor staţionare ale oscilatorului, urmează de asemenea că nu va exista nici o emisie de unde electromagnetice cît timp oscilatorul se va găsi într-o astfel de stare energetică staţionară. În figura 386 este redată repartiţia sarcinii electrice $Q=4\,\pi r^2\psi^2$ în atomul de hidrogen pentru diferitele stări ale acestuia, caracterizate prin numerele cuantice n şi l ($a_0=0{,}53.10^{-8}$ cm fiind raza atomului în starea fundamentală, adică pentru $n=1$ şi $l=0$).

7.12. Spectrele moleculare

Spectrele moleculare sînt mult mai complicate decît spectrele atomilor. Cum aceste spectre sînt datorite, conform teoriei lui Bohr, precum şi a perfecţionărilor şi a generalizărilor aduse de mecanica cuantică, trecerilor dintr-o stare energetică a moleculei într-o altă stare, complexitatea spectrelor nu poate fi explicată decît prin structura mult mai complicată a moleculelor. Să luăm cazul cel mai simplu de moleculă, cel al moleculei biatomice. Forţele care leagă cei doi atomi se datoresc electronilor de valenţă ai atomilor şi nu electronilor din interiorul atomilor. La moleculele formate din acelaşi fel de atomi, cum sînt moleculele de H_2, N_2, O_2, apare o *legătură atomică*, realizată prin mişcarea unora din electronii de valenţă în jurul ambilor atomi. La *legătura ionică*, care apare de exemplu la moleculele de NaCl, NaBr, electronii de valenţă se redistribuie pe cei doi atomi formîndu-se ioni cu un surplus de electroni şi ioni cu un deficit de electroni şi apare o legătură stabilă prin atracţia acestor ioni.

Ţinînd seama de proprietăţile de mişcare a părţilor componente ale moleculei putem distinge *energia de rotaţie* W_r a moleculei întregi, *energia de*

vibrație W_v ce revine vibrației nucleelor atomilor din moleculă față de poziția lor de echilibru și *energia păturii electronice* W_e a moleculei. Aproximativ se poate scrie că energia totală W a moleculei este dată de relația simplă:

$$W = W_e + W_v + W_r, \quad (7\text{-}94)$$

O variație a uneia dintre aceste feluri de energie conduce la apariția unei radiații cu frecvența ν care este dată de:

$$\nu = \frac{\Delta W}{h} = \frac{\Delta W_e}{h} + \frac{\Delta W_v}{h} + \frac{\Delta W_r}{h}. \quad (7\text{-}95)$$

Spectrele moleculare sînt foarte complicate fiind formate din linii spectrale multe, separate și nete, însă grupate sub forma de *bande* și de *grupuri de bande*, datorită faptului că în general $\Delta W_e > \Delta W_v > \Delta W_r$ și molecula prezintă foarte multe nivele energetice de vibrație și de rotație.

Vom lua în considerare la început numai vibrația moleculei. În cazul unei molecule biatomice, cele două nuclee, care se găsesc la distanța r_0 unul de altul vor vibra în jurul acestei poziții de echilibru. Pentru deplasări mici apare o forță f cuasielastică dată de:

$$f = -k(r - r_0). \quad (7\text{-}96)$$

La o astfel de forță corespunde o energie potențială E_p a sistemului care vibrează a cărei valoare reprezentată în funcție de poziția de deplasare $r - r_0$ furnizează o parabolă, curba punctată din figura 387, luîndu-se prin convenție energia potențială minimă pentru r_0 egală cu zero. Curba reală, cea plină, ne redă faptul că în cazul apropierii mai mari între nuclee apar forțe de respingere mai mari, iar în cazul depărtării nucleelor, forța de atracție scade către zero și curba potențială tinde asimptotic către valoarea E_{po}.

Mecanica cuantică furnizează pentru energia de vibrație W_v relația aproximativă:

$$W_v = \left(n + \frac{1}{2}\right) a - \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 b, \quad (7\text{-}97)$$

unde a și b sînt niște constante pozitive, cu $b < a$ și unde primul termen se poate utiliza singur în cazul existenței forței cuasielastice, deci în jurul punctului r_0. $n = 0, 1, 2, \ldots$ este un număr întreg și se numește *număr cuantic de*

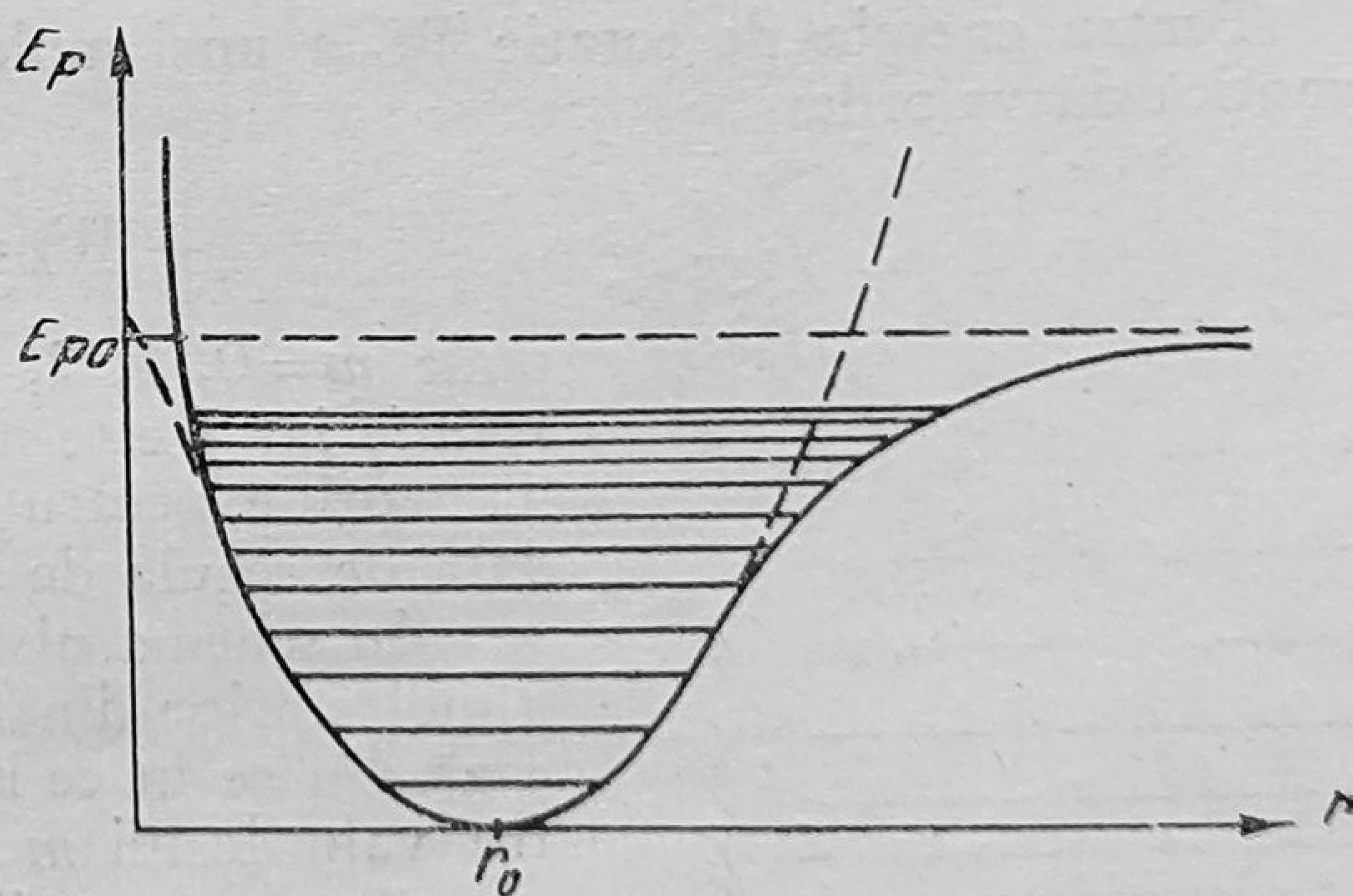


Fig. 387.

vibrație. Relația ne arată că în cazul cînd $n=0$, $W_v = \frac{1}{2}\ a$, adică nivelul minim de energie nu este nul. Prin urmare nucleele moleculei se găsesc continuu în vibrație, dar cu amplitudini diferite. De asemenea, relația respectivă arată că în cazul vibrațiilor mici, cînd se poate neglija termenul care conține pe b, nivelele de energie sînt echidistante, pentru ca atunci cînd forța de interacție nu mai este cvasielastică acestea să se îndesească, așa cum se vede reprezentat și în figura 387.

Tranzițiile posibile pentru absorbția și emisia luminii sînt date de regula de selecție: $\Delta n = \pm 1$ pentru primul caz, al vibrațiilor cu amplitudini mici, iar în al doilea caz pot apărea și tranzițiile $\Delta n = \pm 2, \pm 3, \ldots$ ceea ce face ca pe lîngă frecvența fundamentală ν_0 a moleculei biatomice să apară și frecvențele cu valorile aproximativ egale cu $2\nu_0$, $3\nu_0 \ldots$

Frecvențele radiațiilor emise sînt de același ordin de mărime cu frecvența de vibrație proprie ν_0 a moleculei și se găsesc în infraroșu. În cazul vibrațiilor mici și deci pentru $\Delta n = -1$, frecvența ν_v a radiației emise este dată de:

$$\nu_v = \frac{\Delta W_v}{h} = \frac{a}{h} = \frac{1}{h}\frac{h}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}}} = \nu_0 \tag{7-98}$$

deoarece a este dat de:

$$a = \frac{h}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}}, \tag{7-99}$$

iar M este masa redusă a moleculei, m_1 și m_2 fiind masele nucleelor atomice din moleculă. În cazul moleculelor cu nuclee formate din izotopi, aceasta se pune în evidență în spectrele de vibrație prin efectul de deplasare izotopică a frecvențelor radiațiilor emise.

Pentru energia de rotație W_r a unei molecule biatomice rigide, mecanica cuantică dă valorile:

$$W_r = \frac{h^2}{8\pi^2 J}\, m(m+1), \tag{7-100}$$

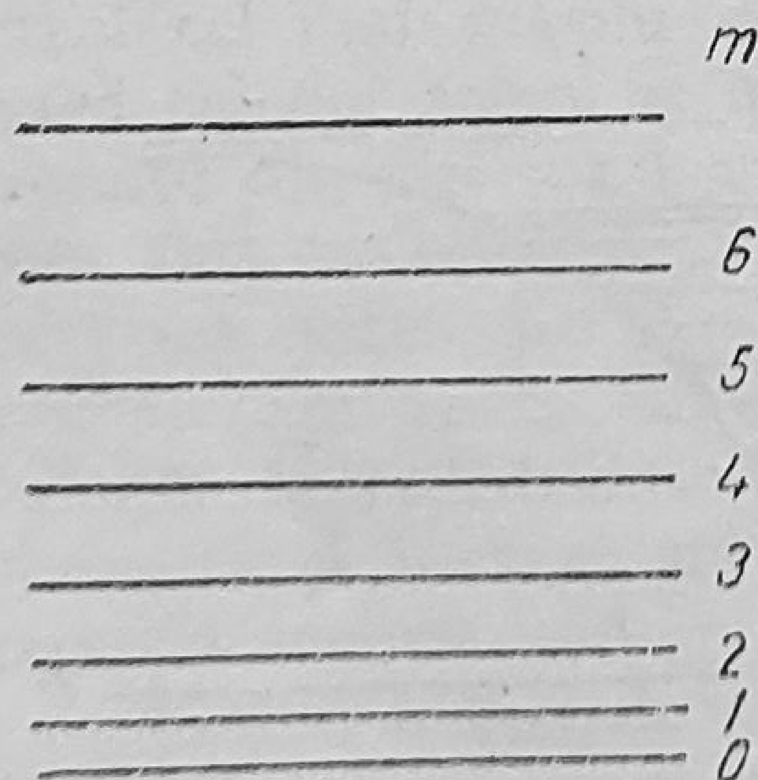


Fig. 388.

unde $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$ este *numărul cuantic de rotație* iar J este momentul de inerție al moleculei. Tranzițiile pentru absorbția și emisia luminii sînt date de regula de selecție $\Delta m = \pm 1$.

În schema nivelelor de energie de rotație pură a moleculelor din figura 388, aceste nivele se situează din ce în ce mai departe unele de altele pentru valorile lui m crescătoare.

Frecvența radiației emise în cazul unei tranziții de la m la $m-1$ este dată în numărul de

unde ν_r^* :

$$\nu_r^* = \frac{\Delta W r}{hc} = \frac{1}{hc}\frac{h^2}{8\pi^2 J}\left\{m(m+1) - [(m-1)(m-1+1)]\right\} =$$

$$= \frac{h}{8\pi^2 Jc} 2m = 2Bm, \qquad (7\text{-}101)$$

dacă notăm cu B expresia constantă $B = \frac{h}{8\pi^2 Jc}$ și unde m ia valorile posibile $m = 1, 2, 3, \ldots$ Se vede imediat că se formează o serie de linii spectrale echidistante în frecvență și care se găsesc în infraroșul foarte îndepărtat. Este de observat că din acest spectru se poate obține valoarea constantei B și deci valoarea momentului de inerție J și deci și a distanței r_0, dacă se cunosc masele m_1 și m_2 a nucleelor.

Și prin aceste spectre se poate pune în evidență efectul izotopic.

În cele expuse mai înainte am luat în considerație numai spectrele de vibrație pură și rotație pură. Vom lua acum în seamă și influența păturii electronice asupra absorbției și emisiei luminii, concomitent cu stările de vibrație și rotație a moleculei biatomice.

Astfel molecula se poate găsi, prin pătura electronică, în două stări diferite, care corespund la numerele cuantice n_1 și n_2 (fig. 389, *a*). La fiecare din aceste configurații electronice îi corespunde cîte un grup de nivele de vibrație (fig. 389, *b*). Frecvența radiației emisă prin trecerea de pe un nivel de vibrație dintr-un grup de nivele pe alt nivel de vibrație situat în alt grup de nivele

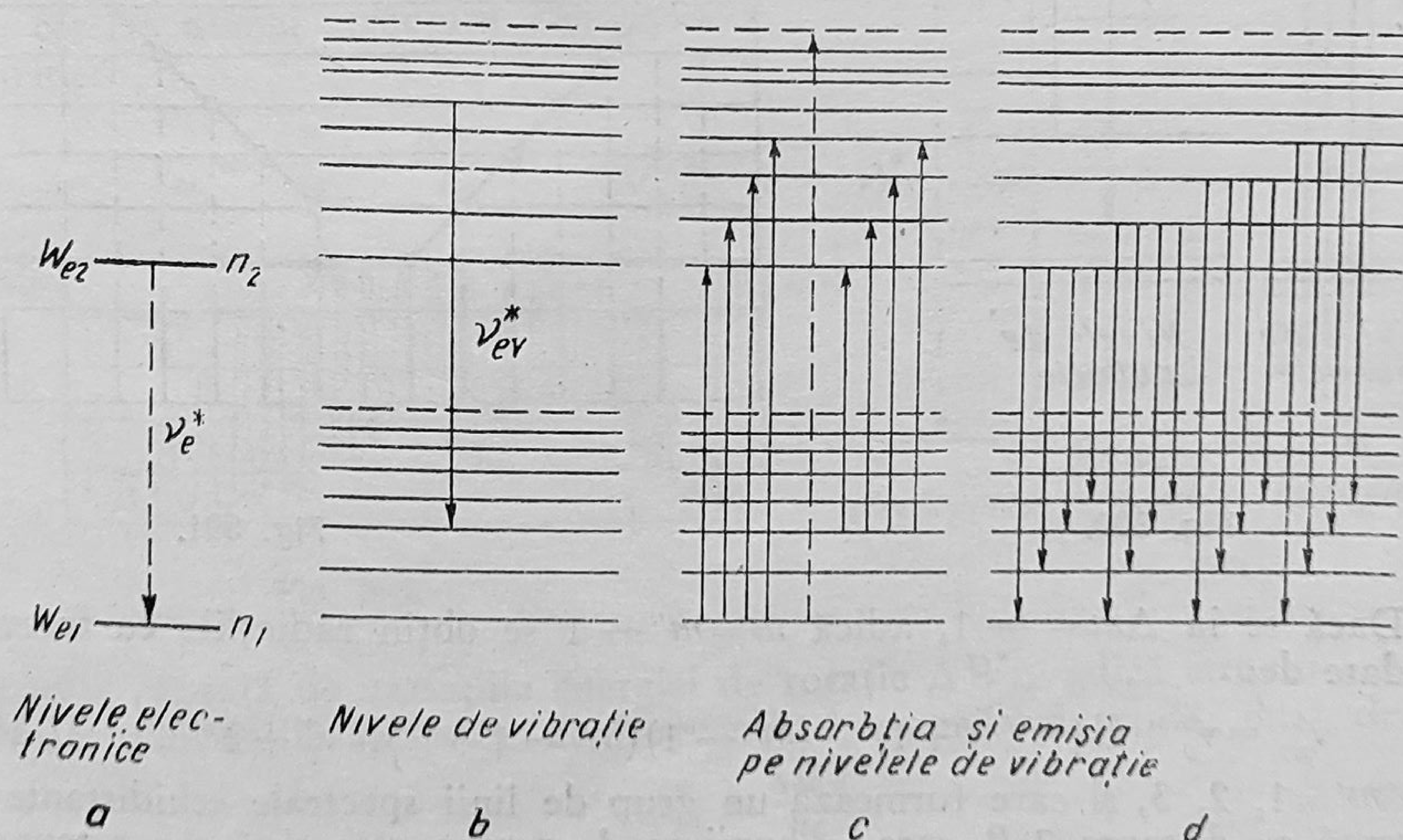


Fig. 389.

va fi dată în număr de unde de:

$$\nu^*_{ev} = \frac{W_{e2}+W_{v2}}{hc} - \frac{W_{e1}+W_{v1}}{hc} = \frac{W_{e2}-W_{e1}}{hc} + \frac{W_{v2}-W_{v1}}{hc} =$$
$$= \nu^*_e + \frac{W_{v2}-W_{v1}}{hc}, \qquad (7\text{-}102)$$

unde prin ν^*_e am notat frecvenţa în număr de unde obţinută în cazul tranziţiei numai între stările energetice electronice. ν^*_e este însă mare şi se găseşte în regiunea vizibilului. Cum la această frecvenţă se adaugă frecvenţele mai mici de vibraţie ale moleculei, se obţine un grup de radiaţii ale moleculei respective (fig. 389, *d*) situat în general, după cum am arătat, în vizibil.

Fiecare nivel de vibraţie la rîndul său se poate desface într-un grup de nivele de rotaţie ca în figura 390, *a* şi *b*.

Frecvenţa radiaţiei emisă prin tranziţia de pe un nivel dintr-un grup de nivele pe alt nivel din celălalt grup de nivele va fi dată, în număr de unde, de:

$$\nu^*_{vr} = \frac{\Delta W_v}{hc} + \frac{\Delta W_r}{hc} = \nu^*_v + B\left\{m'(m'+1) - m(m+1)\right\}, \qquad (7\text{-}103)$$

tranziţiile permise fiind date de $\Delta m = m - m' = \pm 1$.

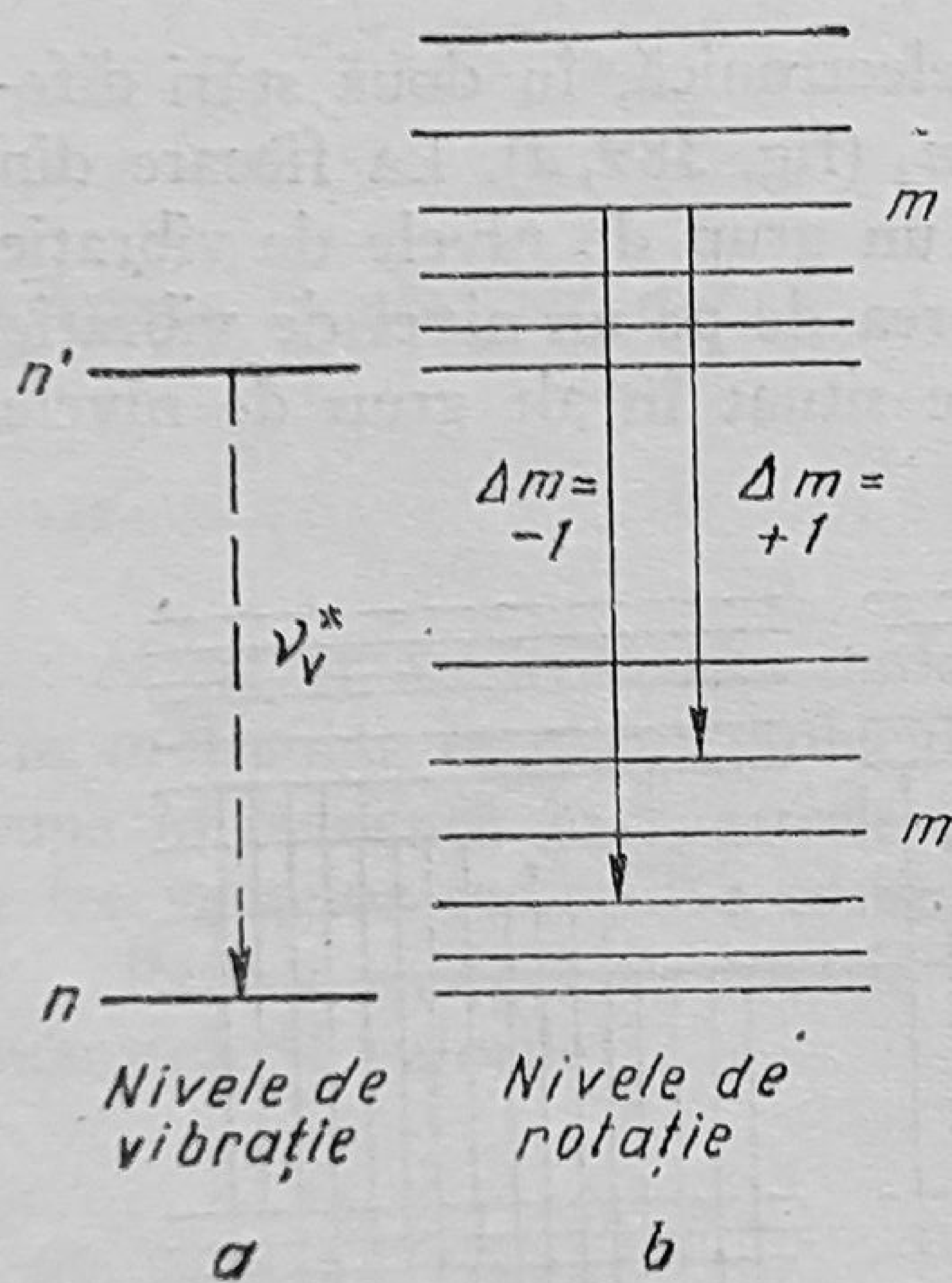


Fig. 390.

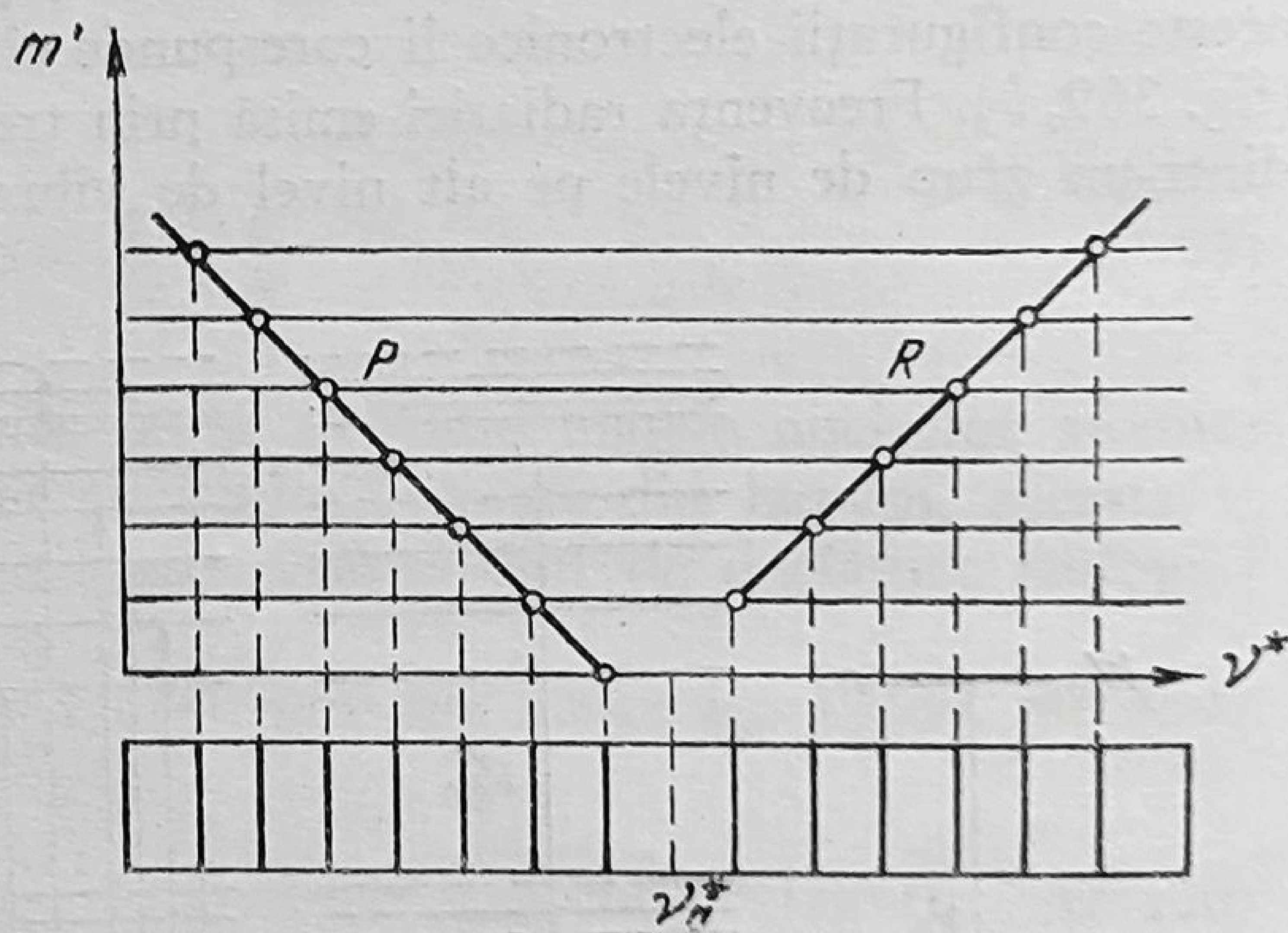


Fig. 391.

Dacă se ia $\Delta m = -1$, adică $m = m' - 1$ se obţin radiaţiile cu frecvenţele date de:

$$\nu^*_{vr} = \nu^*_v + B\{m'(m'+1) - (m'-1)(m'-1+1)\} = \nu^*_v + 2Bm', \qquad (7\text{-}104)$$

unde $m' = 1, 2, 3,$ şi care formează un grup de linii spectrale echidistante în frecvenţă cu distanţa $2B$, care ia numirea de *ramura negativă sau ramura* R (fig. 391, diagrama lui Fortrat).

Dacă $\Delta m = +1$, adică $m = m' + 1$ atunci:

$$\nu^*_{vr} = \nu^*_v + B\{m'(m'+1) - (m'+1)(m'+1+1)\} =$$
$$= \nu^*_v - 2B(m'+1), \qquad (7\text{-}105)$$

unde m'=0, 1, 2, ... și grupul de radiații echidistante, cu distanța $2B$, formează *ramura pozitivă sau ramura P*. Cele două ramuri alcătuiesc împreună o bandă. Ele sînt situate simetric față de poziția frecvenței ν^*_v (care de altfel lipsește din spectru, deoarece ea corespunde la tranziția interzisă $\Delta m = 0$), cu ramura R spre frecvențele mai mari și cu ramura P spre frecvențele mai mici și toate deplasate cu frecvența ν^*_v în regiunea infraroșului cu lungimea de undă de ordinul micronului. Aceste spectre se numesc *spectre de vibrație — rotație*. În figura 392 este dat un astfel de spectru de absorbție al moleculei HC1.

Dacă vom lua acum cazul general cînd variază concomitent toate cele trei feluri de energii: electronică, de vibrație și de rotație, atunci, conform celor indicate mai înainte, frecvența în număr de unde a radiației emise la tranziția între două nivele energetice va fi dată de relația generală:

$$\nu^* = \frac{\Delta W_e}{hc} + \frac{\Delta W_v}{hc} + \frac{\Delta W_r}{hc}. \qquad (7\text{-}106)$$

Se obține astfel un spectru mult mai complicat format din bande. Se poate însă studia separat una din aceste bande dacă vom cerceta numai structura complexă a tranziției:

$$\nu^*_{ev} = \frac{\Delta W_e}{hc} + \frac{\Delta W_v}{hc}, \qquad (7\text{-}107)$$

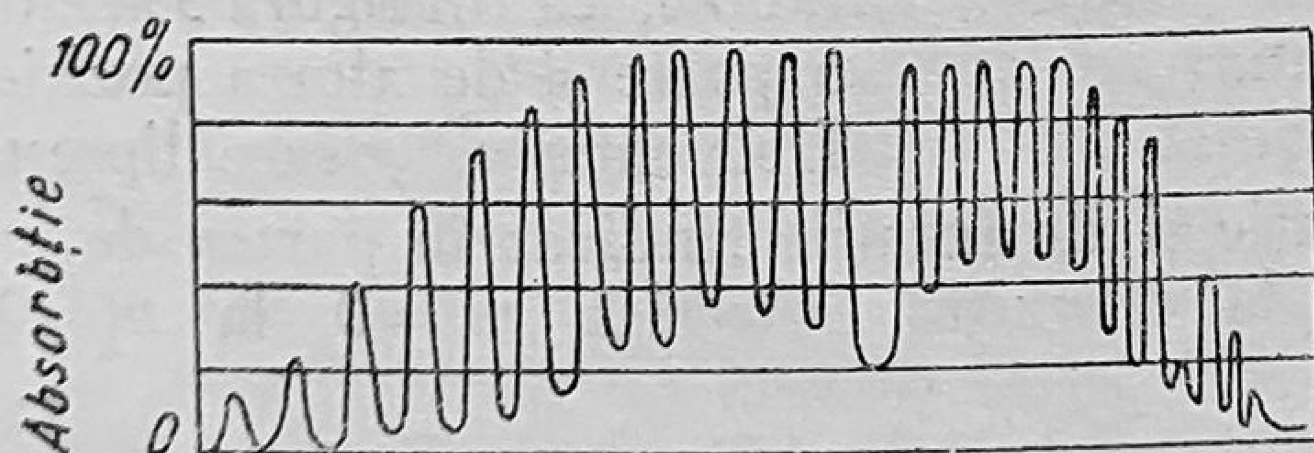


Fig. 392.

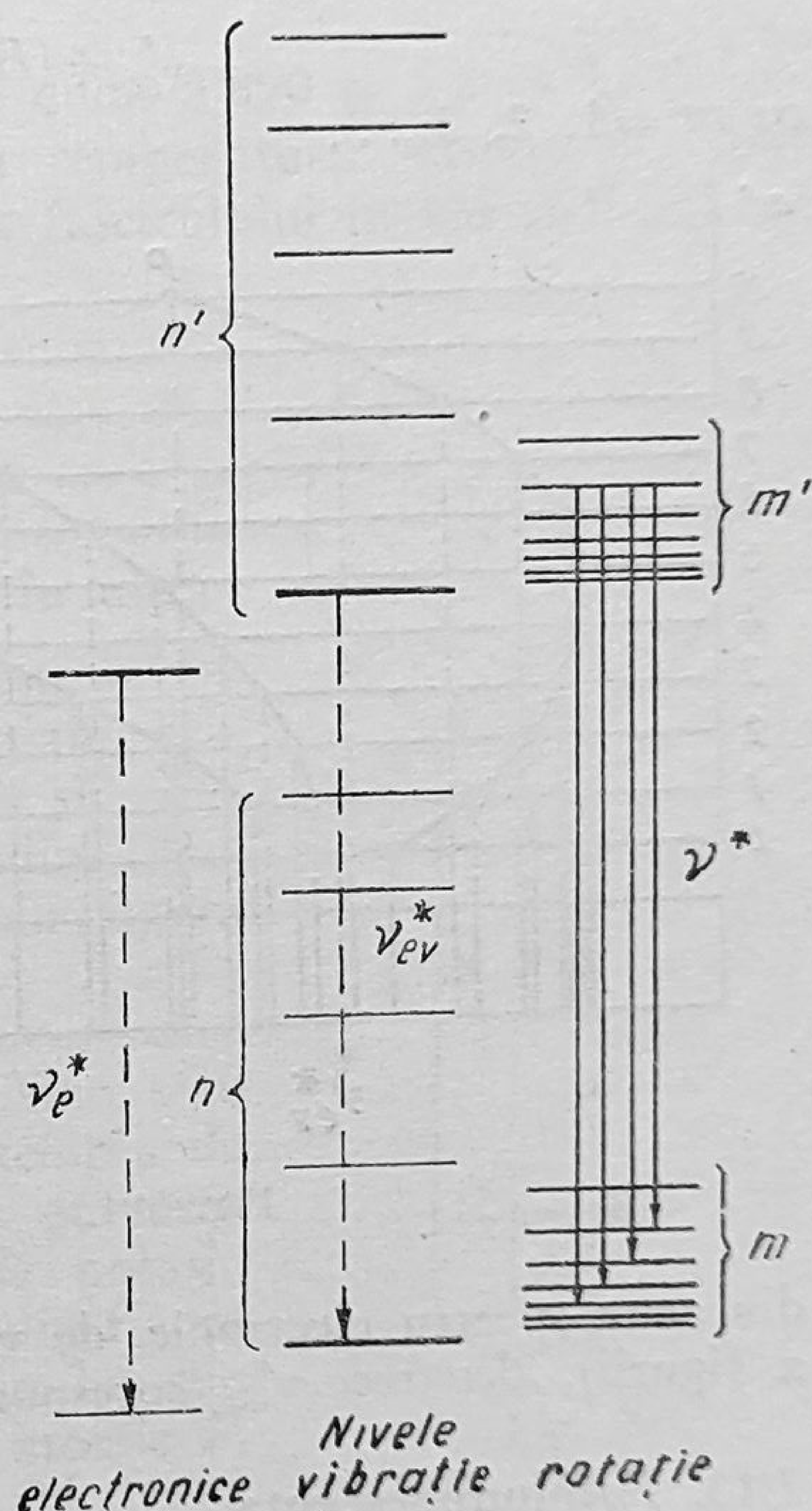


Fig. 393.

structură cauzată de variațiile energiei de rotație ΔW_r, adică structura bandei formată din liniile spectrale de frecvență, în număr de undă, dată de:

$$\nu^* = \nu^*_{ev} + \frac{\Delta W_r}{hc}, \qquad (7\text{-}108)$$

așa cum este indicat schematic în figura 393.

Vom avea deci în general expresia:

$$\nu^* = \nu^*_{ev} + B'm'(m'+1) - Bm(m+1), \qquad (7\text{-}109)$$

unde $B' \neq B$, cu trei reguli de selecție $\Delta m = 0$ și ± 1, adică cazurile:

a) $\Delta m = m - m' = +1$ deci $m = m' + 1$,

cînd se obține *ramura P* dată de radiațiile cu frecvențele:

$$\nu^* = \nu^*_{ev} + B'm'(m'+1) - B(m'+1)(m'+2) =$$

$$= \nu^*_{ev} + (B' - B)(m'+1)^2 - (B' + B)(m'+1) \qquad (7\text{-}110)$$

cu $m' = 0, 1, 2, 3, \ldots$

b) $\Delta m = m - m' = 0$, deci $m = m'$,

cînd apare *ramura Q sau ramura zero* compusă din radiațiile cu frecvențele:

$$\nu^* = \nu^*_{ev} + B'm'(m'+1) - Bm'(m'+1) =$$

$$= \nu^*_{ev} + (B' - B)m'^2 + (B' - B)m', \qquad (7\text{-}111)$$

cu $m' = 1, 2, 3, \ldots$

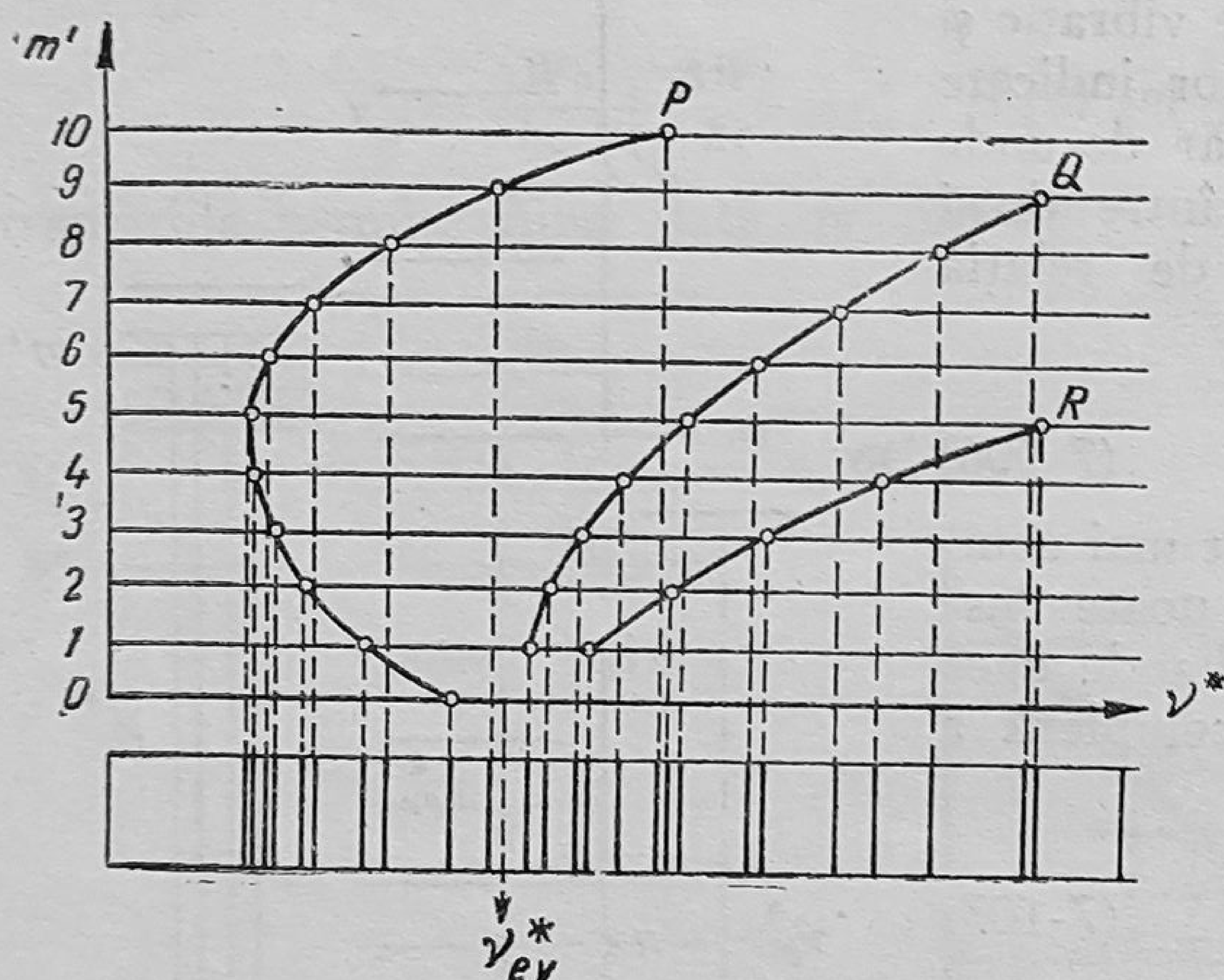


Fig. 394.

c) $\Delta m = m - m' = -1$, adică $m = m' - 1$, care dă naștere la *ramura R* formată din radiațiile cu frecvențele:

$$\nu^* = \nu^*_{ev} + B'm'(m'+1) - B(m'-1)(m'-1+1) = \nu^*_{ev} + (B' - B)m'^2 + (B' + B)m' \qquad (7\text{-}112)$$

cu $m' = 1, 2, 3, \ldots$

Curbele reprezentative m' în funcție de ν^* (diagramele Fortrat) ne dau parabole, ca în figura 394, de o parte și de alta a poziției frecvenței ν^*_{ev}, care lipsește din acest spectru electronic, de vibrație și de rotație (indicat în partea de jos a figurii), deoarece ν^*_{ev} corespunde la tranziția interzisă $m' = 0$ la $m = 0$.

7.13. Fotoluminescența

Prin fotoluminescență se înțeleg fenomenele de luminescență, adică cele de emisia luminii, provocate prin iradierea corpurilor cu radiații electromagnetice. Fotoluminescența se caracterizează, după S. I. Vavilov, prin apariția, în genere a altei radiații emise decît cea incidentă, spre deosebire de reflexia și difuzia Rayleigh, prin aceea că necesită un timp de stingere finit, iar strălucirea de emisie luminescentă este mai mare decît strălucirea corpului negru la aceeași temperatură, nefiind o emisie de echilibru.

a) **Rezonanța optică.** Experiența lui Wood cu vaporii de sodiu se realizează astfel: lumina galbenă a flăcării impurificate cu clorură de sodiu este trecută cu ajutorul lentilei L prin vasul încălzit V care conține vapori de sodiu (fig. 395). Vaporii de sodiu din V emit în toate direcțiile radiațiile

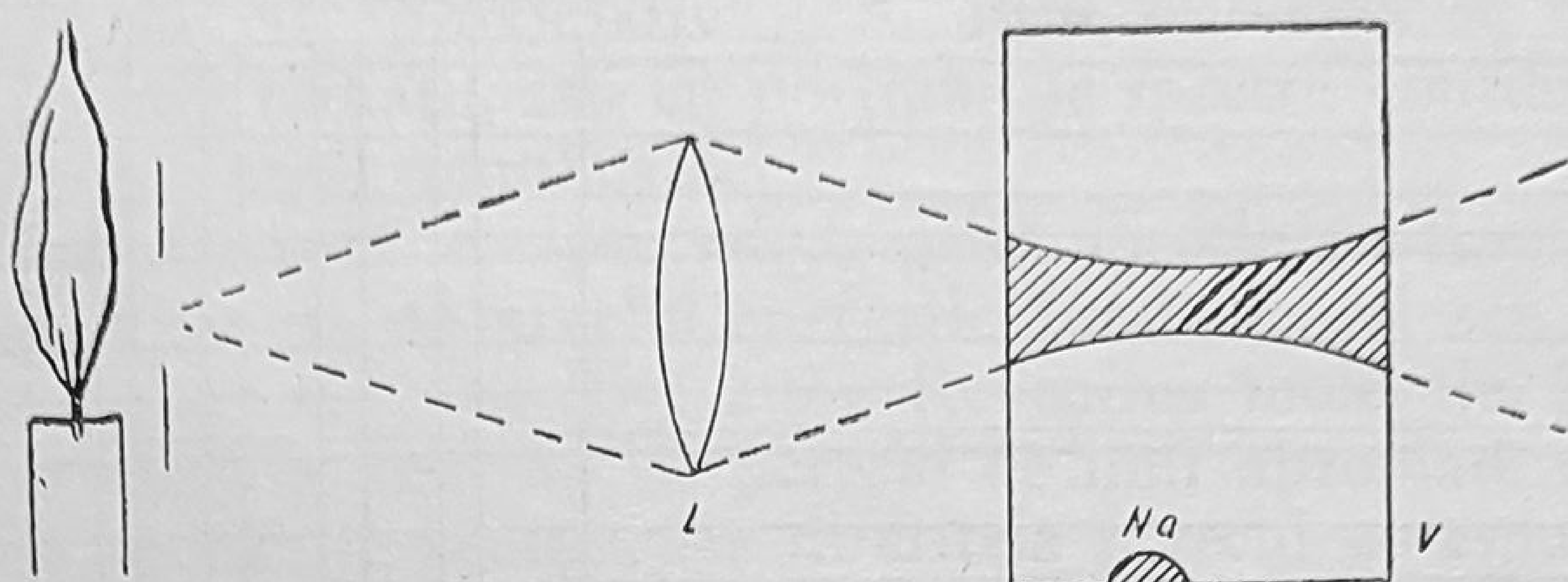


Fig. 395.

monocromatice ale sodiului cu lungimile de undă 5 890 și 5 896 Å, emise de flacăra cu clorură de sodiu. Prin ridicarea temperaturii vasului V, spațiul emisiv se strînge către locul de pătrundere a fasciculului în vas și liniile spectrale se lărgesc.

Explicația acestui fenomen constă în fenomenul numit *rezonanța optică:* radiația absorbită este tocmai radiația emisă și fiind tocmai radiația care se excită mai ușor, ia numirea *de radiație de rezonanță.* La atomul de mercur, această radiație este în ultraviolet $\lambda = 2\,537$ Å și corespunde așa cum am arătat la experiențele lui Franck și Hertz la potențialul critic, de rezonanță, de 4,9 V (să se cerceteze și schemele nivelelor energetice ale atomului de sodiu, figura 379 pag. 343 și pentru atomul de mercur figura 380 pag. 344).

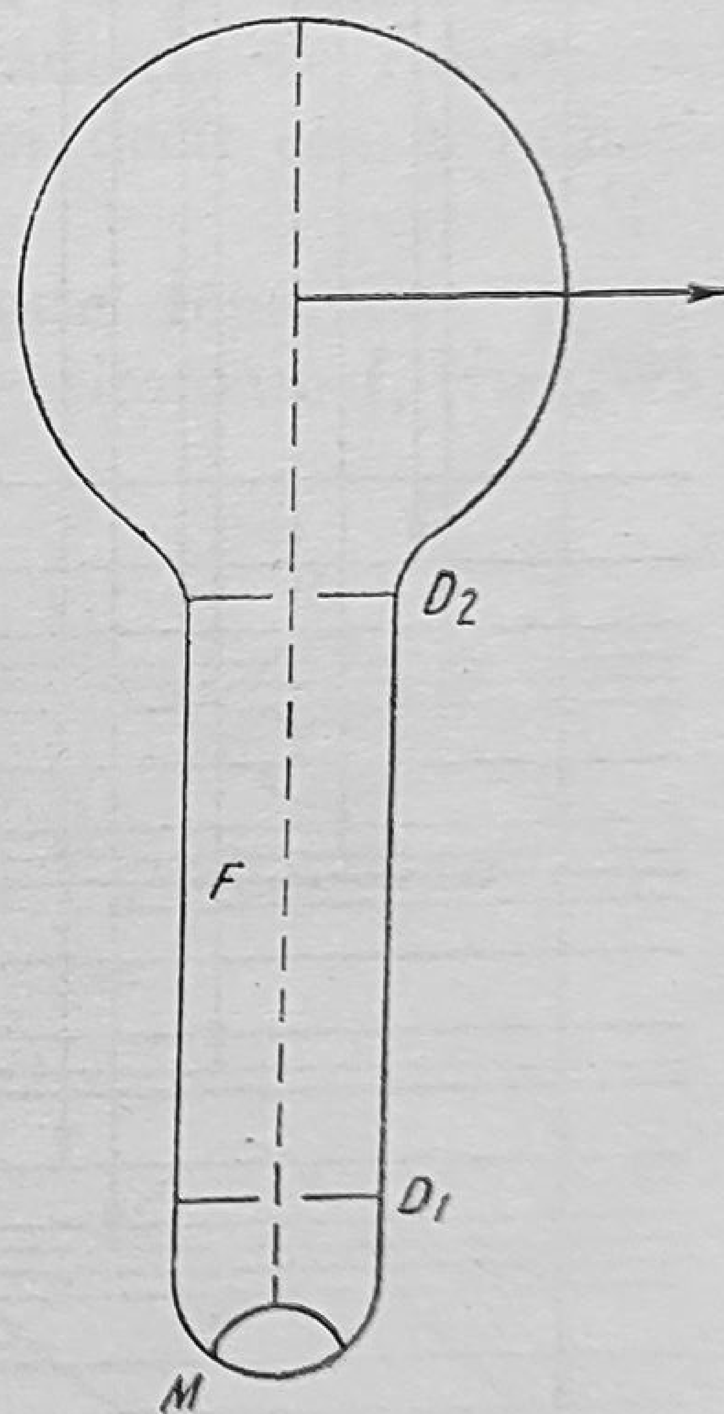


Fig. 396.

b) *Lampa pentru spectroscopie cu fascicule atomice.* Pentru obținerea de linii spectrale fine s-au construit lămpi cu fascicule atomice, de exemplu de sodiu excitat prin fluorescență cu radiația de rezonanță (Dobrețov și Terenin) sau lămpi de potasiu (Jackson și Kuhn). Lampa are forma celei din figura 396 sau chiar un simplu tub cilindric. Metalul din M prin încălzire dă naștere la un fascicul atomic F, prin trecerea vaporilor prin diafragmele D_1 și D_2. Acest fascicul este iradiat cu lumina monocromatică de la o lampă de descărcare în vaporii metalici respectivi. Prin rezonanța optică, se obține radiația corespunzătoare, care este recepționată după direcția V, normală pe fasciculul F, evitîndu-se astfel efectul de lărgire al liniei spectrale prin efectul Doppler-Fizeau.

c) **Fluorescența moleculelor.** Experiența clasică a lui Wood constă în iradierea vaporilor de iod care se prezintă sub forma de moleculă biatomică

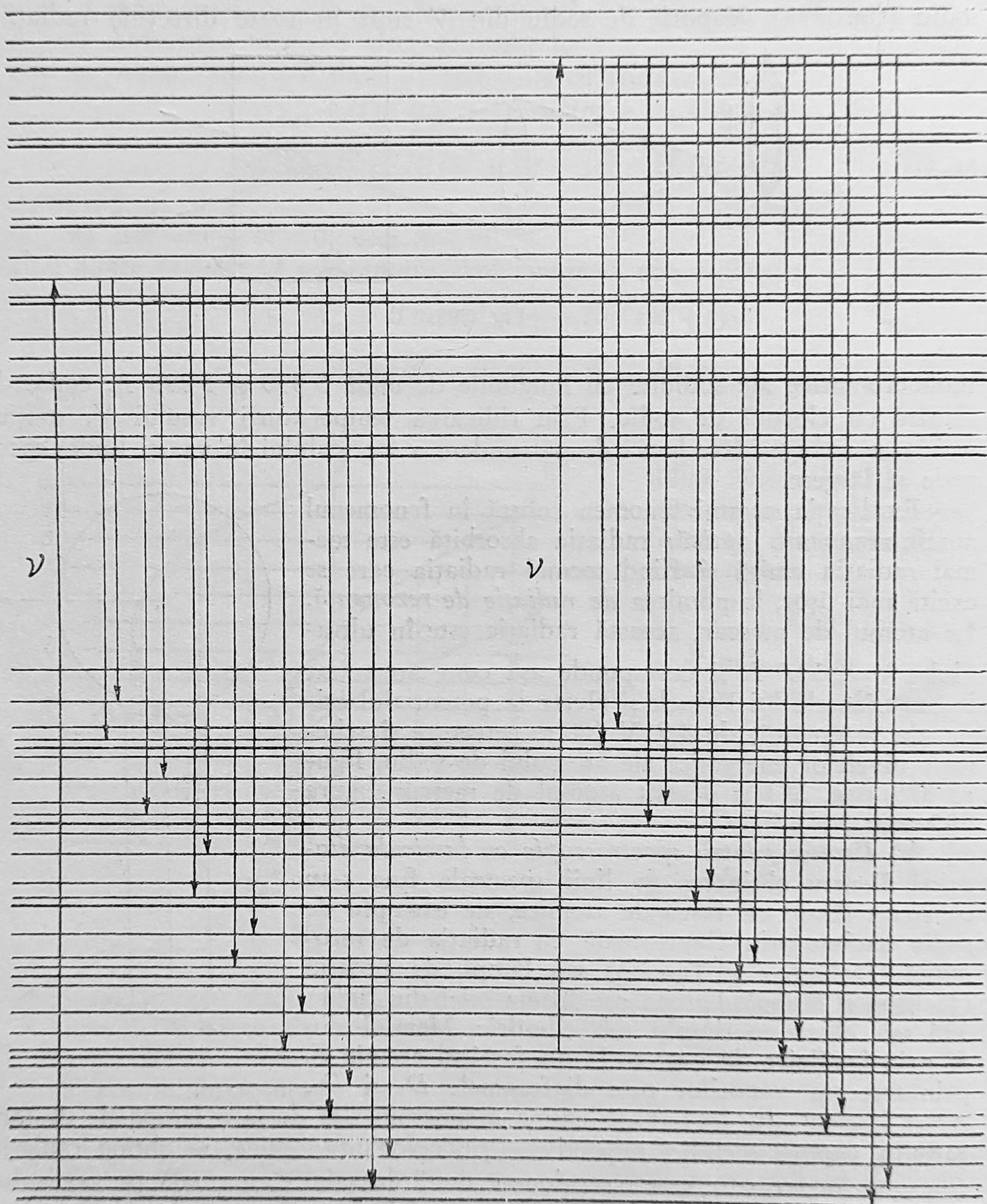


Fig. 397.

J_2, cu radiația fină verde a mercurului $\lambda = 5\,461$ Å. Radiațiile emise de către moleculele de iod, fenomen numit *fluorescență moleculară*, sînt foarte numeroase, asemănătoare sistemului de benzi, format din perechi de linii izolate, îndepărtate între ele cu aproximativ 2 Å. Prin iradierea cu aceeași radiație mai largă sau cu alte radiații, sau cu porțiuni de spectru continuu, radiația de fluorescență devenea mai complicată.

După teoria cuantică a spectrelor, prin absorbția fotonului incident, molecula de iod trece de pe nivelul energetic fundamental sau excitat, pe un nivel energetic excitat superior (fig. 397). Revenirea moleculei în stările energetice inferioare duce la apariția de perechi de linii apropiate care corespund trecerii pe două nivele de rotație, iar diferitele perechi corespund tranzițiilor spre stări de vibrație diferite, aplicîndu-li-se regulile de selecție din teoria spectrelor.

În cazul *a* din figura 397, absorbția cuantei $h\nu$ se face de către molecula care se găsește în starea fundamentală de vibrație, astfel că radiațiile de fluorescență au frecvențele $\nu' < \nu$, adică lungimi de undă mai mari decît a radiației incidente. Aceasta este *regula lui Stokes (1852)*.

În cazul *(b)* din figura 397, molecula se găsește deja într-o stare de excitație la absorbția cuantei $h\nu$. ceea ce face ca în radiația de fluorescență să se găsească și radiații cu lungimi de undă mai mici decît cea a radiației incidente, radiații numite *radiații antistokes*.

d) **Fotoluminescența lichidelor și solidelor.** Aceste fenomene se pot studia cu un dispozitiv format din izvorul de lumină excitatoare *I*, (fig. 398), corpul fotoluminescent *C* și filtrele F_1 și F_2 care servesc la separarea regiunilor spectrale de excitare și luminescență (metoda celor două filtre), în scopul observării și cercetării lor spectroscopice.

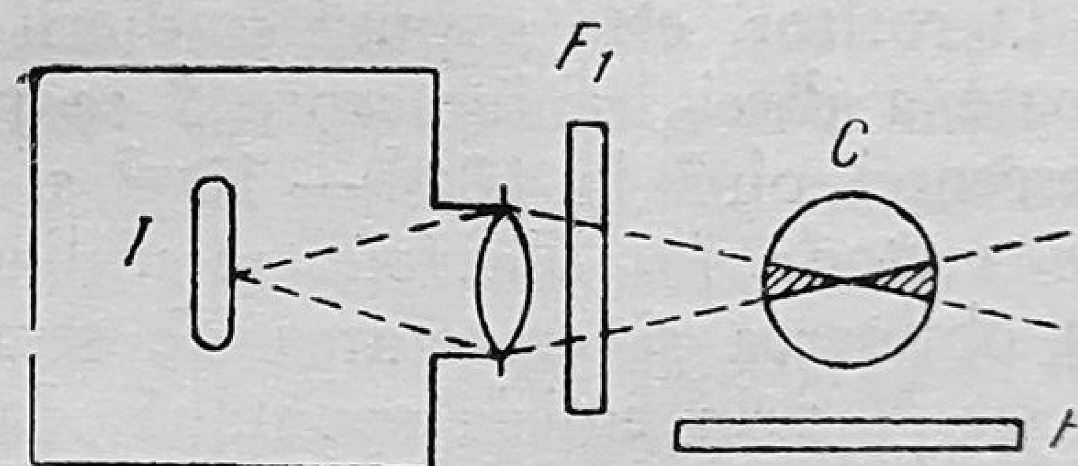


Fig. 398.

Lumina care produce luminescența trebuie să fie situată în interiorul *benzii de absorbție A*, pentru a putea fi absorbită de corpul cercetat (fig. 399 și 400). Lumina emisă este formată dintr-o serie de benzi continue. *Banda de emisie sau de luminescență* este deplasată spre lungimile de undă mai mari față de banda de absorbție (regula lui Stokes), putînd să se suprapună în parte, ceea ce poate duce și la apariția de radiații antistokes, cum e cazul din figura 400 regiunea hașurată *h*.

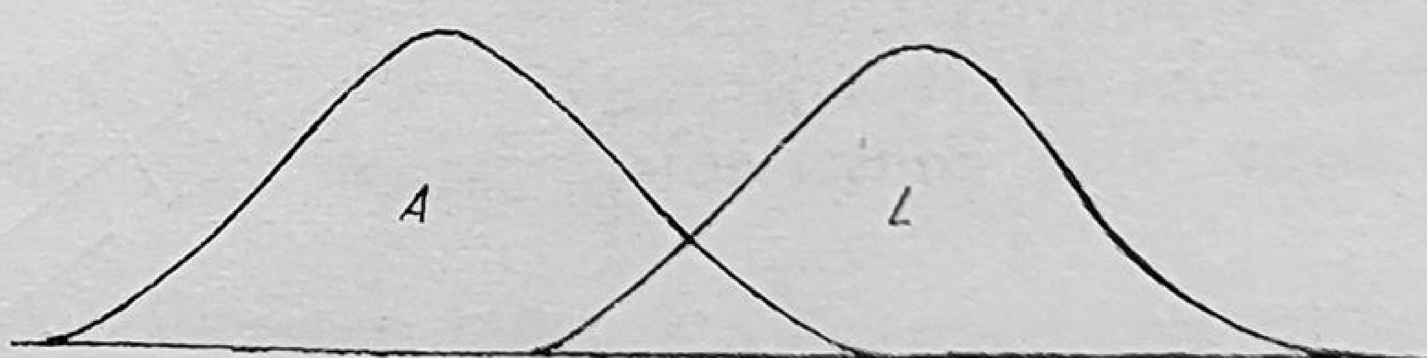


Fig. 399.

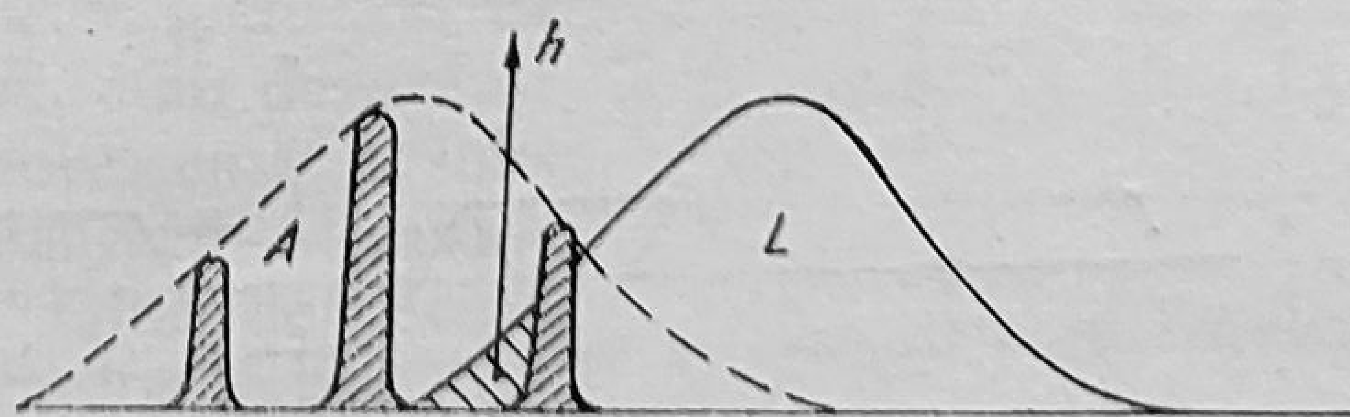


Fig. 400.

Spectrul de luminescență este caracteristic corpului luminescent.

e) **Durata fotoluminescenței.** Aparatele care servesc la măsurarea duratei emisiei fotoluminescenței se numesc fosforoscoape, fluoroscoape, flourometre.

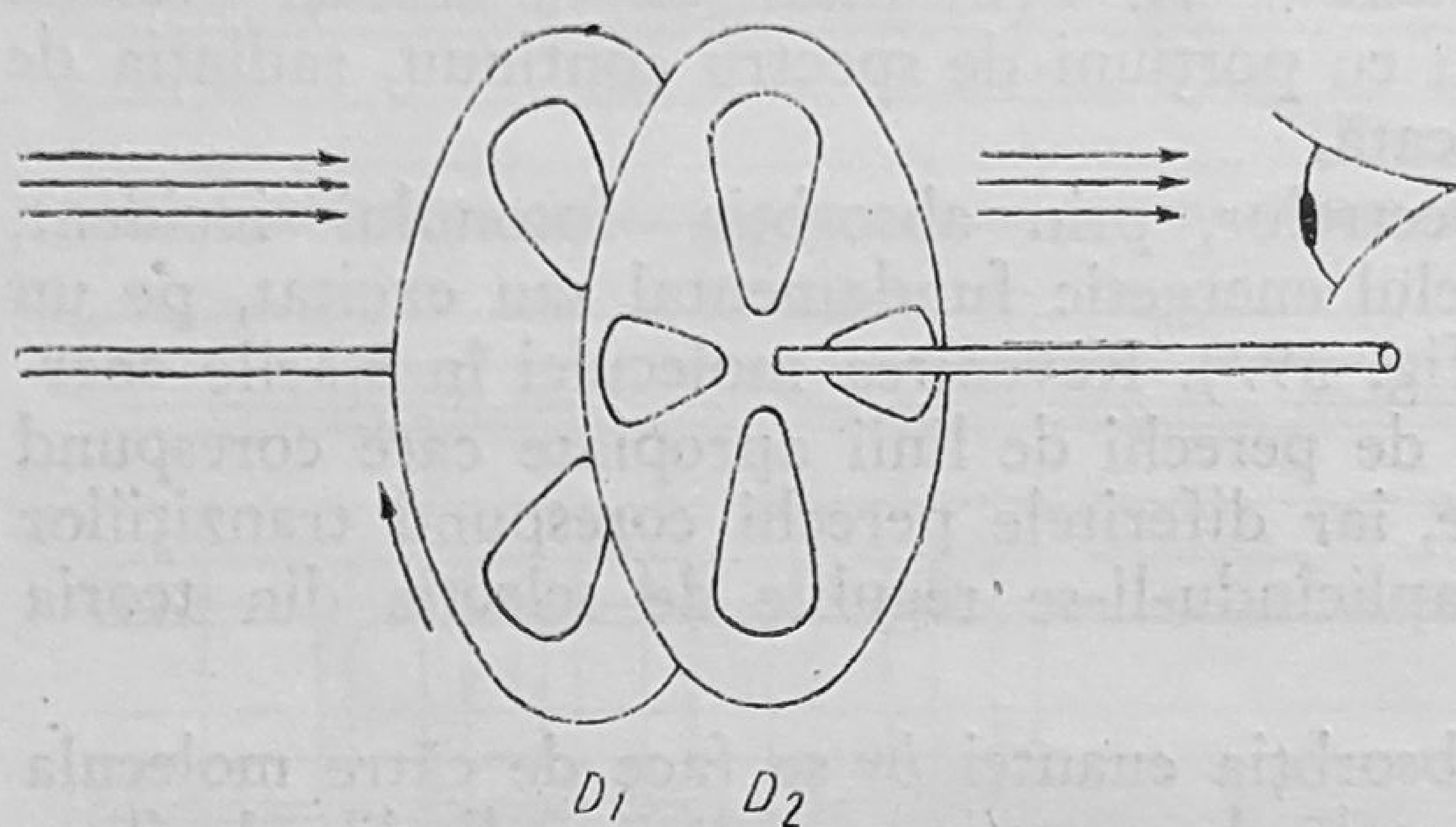


Fig. 401.

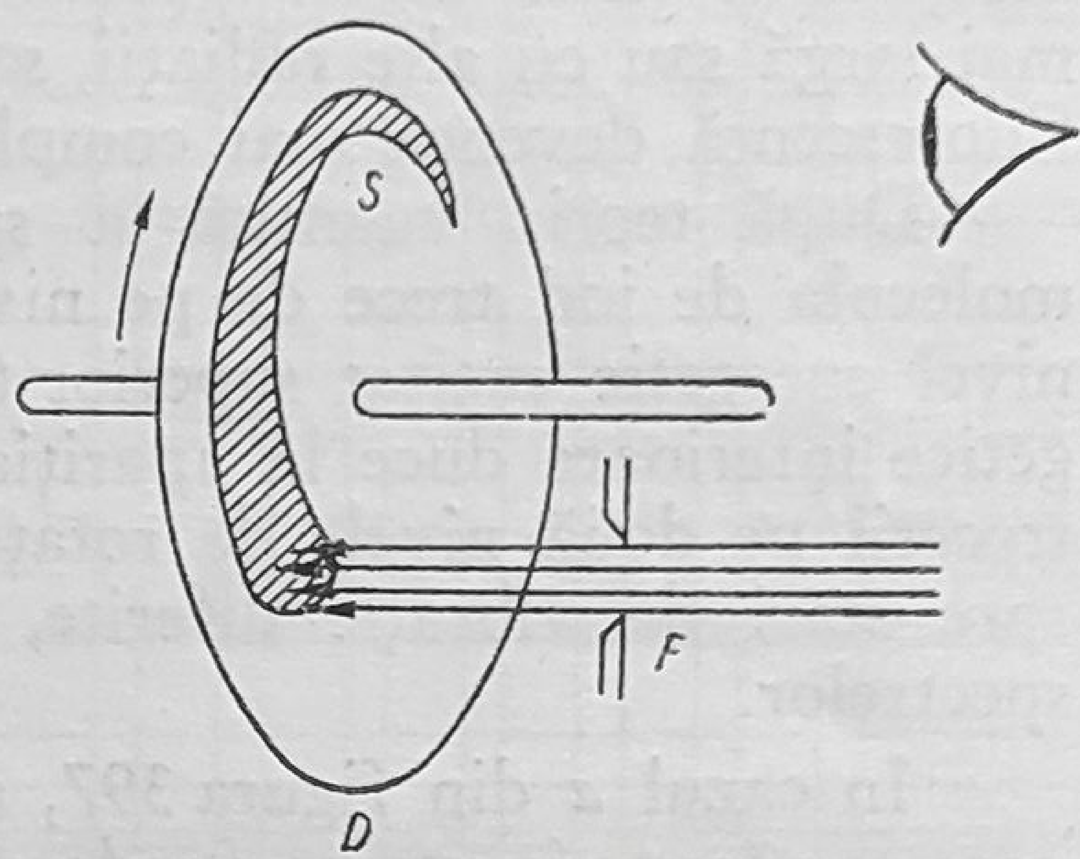


Fig. 402.

În fosforoscopul lui Becquerel cu două discuri se introduce corpul de studiat între discurile D_1 și D_2, montate pe același ax rotitor și prevăzute cu același număr de deschideri care nu coincid. În felul ace.ta, corpul nu este iradiat de către izvor și observat de către cercetător în același timp, ceea ce face posibilă măsurarea timpului de emisie întîrziată prin variația vitezei de rotire și a deplasării reciproce a deschiderilor, ducînd la o precizie de 10^{-4}s.

La fosforoscopul Wood (cu un disc) substanța de cercetat, depusă pe discul D rotitor, este expusă iradierii fasciculului F și din slăbirea strălucirii luminoase a dîrei luminescente S se poate ajunge la măsurarea duratei fotoluminescenței pînă la 10^{-5} — 10^{-6} s.

În metoda lui Gaviola se utilizează avantajele oferite de celula Kerr pentru obținerea și cercetarea de semnale luminoase scurte (10^{-6} — 10^{-7} s). reveni pe N prin emisia spontană, dar cei care ajung pe b (prin tranziția 2

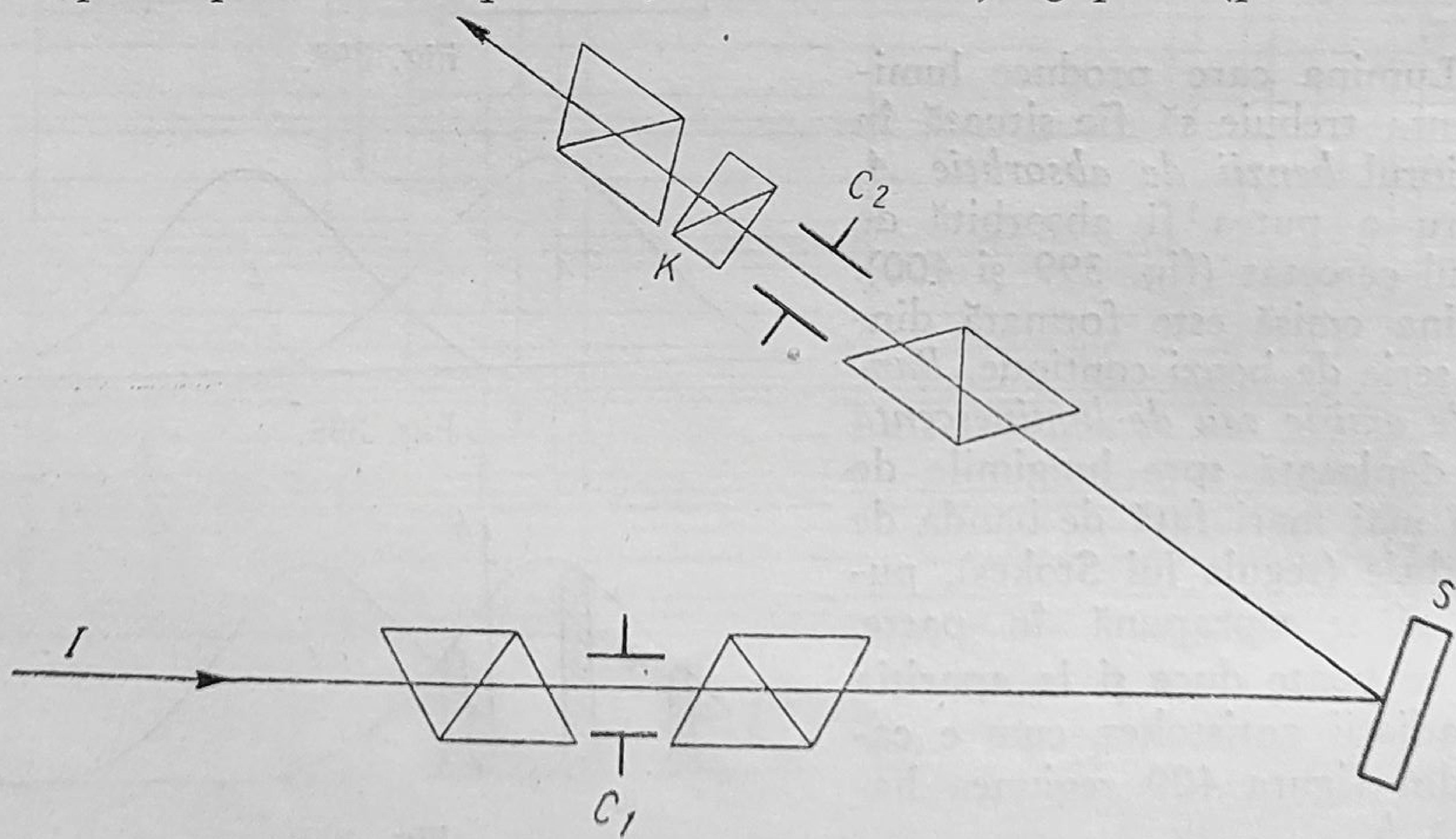


Fig. 403.

Lumina care a trecut prin celula C_1 cade pe substanța fotoluminescentă S și radiația de luminescență este analizată cu ajutorul celulei C_2 (legată în paralel cu C_1) atît din punctul de vedere al intensității cît și al altor caracteristici (diferența de fază între cele două componente ale luminii în celula Kerr, măsurată cu ajutorul compensatorului K) și astfel să se obțină date cu privire la durata fotoluminescenței.

Fenomenele de fotoluminescență au arătat că după ce corpul respectiv a fost iradiat, ceea ce a dus la apariția unei stări de excitare a acestuia are loc apoi fenomenul independent de emisie a luminii, care se poate face, pentru corpul luat ca un tot întreg, într-un timp mai scurt sau mai lung, durata emisiei (sau de întîrziere sau timpul de stingere) fiind foarte variabilă. Astfel avem *emisia spontană*, cazul emisiei de rezonanță a vaporilor monoatomici, cu durata de 10^{-9} — 10^{-8} s, fenomen căruia i s-a dat și numele de fluorescență.

În alte cazuri apar stările de excitare metastabilă (cînd se emit radiațiile forțate) sau de ionizare a atomului sau moleculei (care dau naștere radiațiilor de recombinare) și care fac ca durata emisiei să crească mult și să fie dependente de temperatura corpului, timpul de stingere micșorîndu-se o dată cu ridicarea temperaturii, deoarece agitația termică ajută proceselor de revenire a moleculelor la starea fundamentală.

Sînt însă substanțe numite *fosfore* (ale lui Lenard) în genere corpuri cristaline, care conțin un metal străin activitor ca impuritate (10^{-2} — 10^{-4}%), care prezintă un timp de stingere mare, chiar de zile, ceea ce a dus la denumirea lor de *substanțe fosforescente* (cum este sulfura de zinc ZnS cu impurități de Mn, Cr etc.). Explicarea fenomenului de fosforescență prin existența zonelor permise pentru electroni într-un cristal a fost dată de către *P. I. Blohințev* în 1934. Dacă în cristalul pur care este neluminescent și care conține cele două zone energetice permise, zona normală N sau de valență cu electroni și zona C de conductibilitate, fără electroni, se introduce un activator, atunci apar nivelele a și nivelele metastabile b, astfel că electronii care au trecut în zona C prin absorbția luminii de către cristal, vor din fig. 404) vor putea rămîne mai multă vreme aici, pînă cînd prin fluctuațiile energiei de agitație termică vor reintra în zona C (tranziția *3*) după care prin emisia spontană vor reveni în zona N (tranziția *4*). În felul acesta se explică și fenomenul de grăbire al stingerii fosforescenței prin ridicarea temperaturii.

f) **Aplicațiile fotoluminescenței**. Datorită faptului că fotoluminescența caracteristică substanțelor apare observabilă chiar la cantități extrem de mici ale substanței, chiar la 10^{-10} g/cm³, și că substanța analizată nu este distrusă, s-au dezvoltat numeroase metode de analiză fluorescentă a substanțelor iradiindu-le cu raze Roentgen, ultraviolete și din vizibil. Astfel se fac analize de petrol, uleiuri, sorturi de sticlă, substanțe biologice, etc. materiale tehnico-industriale, analize criminalistice etc.

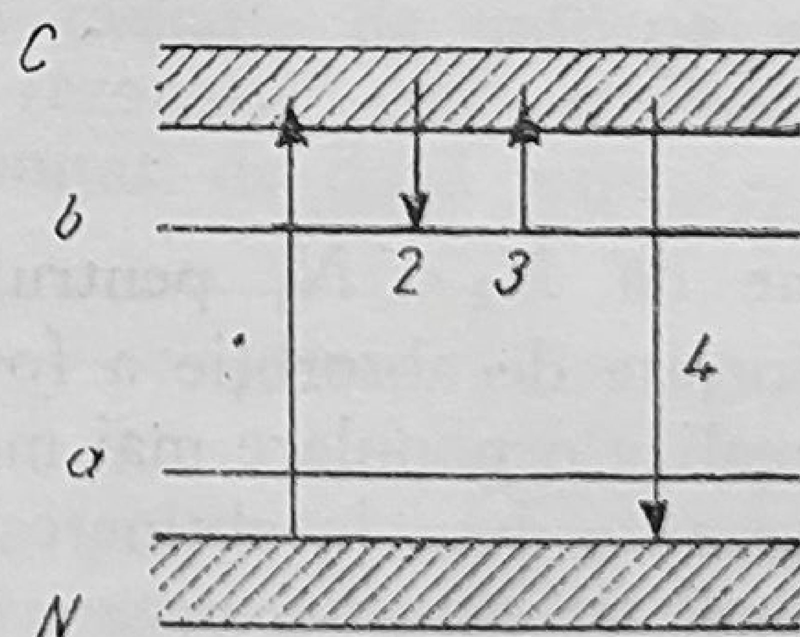


Fig. 404.

7.14. Emisia stimulată a luminii

Fenomenele de absorbţie şi emisie a luminii de către molecule şi atomi, condiţionate de cuantificarea stărilor energetice, au dus la deosebirea între emisia spontană şi emisia stimulată, preconizată de către *Einstein* în 1917. Dacă admitem că într-o incintă se găsesc molecule care prezintă numai nivelele energetice de tranziţie W_1 şi W_2 ocupate de către N_1 respectiv N_2 electroni, atunci, la echilibrul termodinamic la temperatura T, se poate scrie relaţia lui Boltzmann, care leagă pe N_1 şi N_2 între ele, sub forma:

$$N_2 = N_1 e^{-\frac{W_2 - W_1}{kT}} = N_1 e^{-\frac{h\nu}{kT}}, \qquad (7\text{-}113)$$

unde $k = 1{,}38 \cdot 10^{-16}$ erg/grad (constanta lui Boltzmann), $h\nu = W_2 - W_1$, ν fiind frecvenţa radiaţiei absorbite sau emisă la tranziţiile dintre nivelele W_1 şi W_2, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ erg.s fiind constanta lui Planck.

Numărul total de electroni care trec de pe nivelul W_1 pe nivelul W_2 va fi egal cu numărul de electroni care trec de pe nivelul W_2 pe nivelul W_1 atît prin emisia spontană cît şi prin emisia stimulată. Emisia spontană nu depinde de condiţiile exterioare, fiind însă proporţională cu numărul N_2. Astfel de emisie spontană am găsit la fenomenul de rezonanţă optică. Dacă molecula primeşte un semnal, adică un foton de frecvenţă ν, atunci poate să apară şi emisia stimulată sau indusă, adică un electron de pe nivelul superior W_2 absoarbe energia semnalului şi trece pe nivelul inferior W_1, eliberîndu-se atît energia semnalului cît şi energia de tranziţie, obţinîndu-se efectul de generare şi amplificare a oscilaţiilor.

Emisia stimulată este funcţie de produsul dintre numărul N_2 şi densitatea fotonilor semnal (de frecvenţă ν).

Trebuie să observăm că în condiţiile echilibrului termodinamic, legea lui Boltzmann din care obţinem pe T:

$$T = -\frac{W_2 - W_1}{k \log\left[\frac{N_2}{N_1}\right]}, \qquad (7\text{-}114)$$

ne dă $N_2 < N_1$ pentru $W_2 - W_1 > 0$, şi deci $T > 0$. Însă prin procesele forţate de absorbţie a fotonilor de către moleculă (sau pompaj optic), putem realiza o populare mai mare a nivelului superior W_2, adică să avem $N_2 > N_1$, ceea ce duce la obţinerea unei valori negative pentru $T < 0$, deci la apariţia unei *temperaturi negative*. Pentru obţinerea unei emisii stimulate intense trebuie ca N_2 să fie cît mai mare. În acest scop s-au dezvoltat o serie de metode de *inversie a populării* nivelelor energetice din moleculă, care au dus

la dispozitive numite *generatoare cuantice*. Ele mai poartă și alte denumiri prescurtate ca: *Maser*, de la inițialele cuvintelor în engleză: „Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation" care lucrează în regiunea microundelor electromagnetice, *Iraser*, de la „Infrared Amplification by Stimulated Emission of Radiation", pentru radiațiile infraroșu, *Laser* de la „Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation" în domeniul vizibilului. S-a mai propus și denumirea generală de *Maser* de la „Molecular Amplification by Stimulated Emission of Radiation" pentru toate domeniile de unde: „maseri hertzieni", „maseri în infraroșu" și „maseri optici".

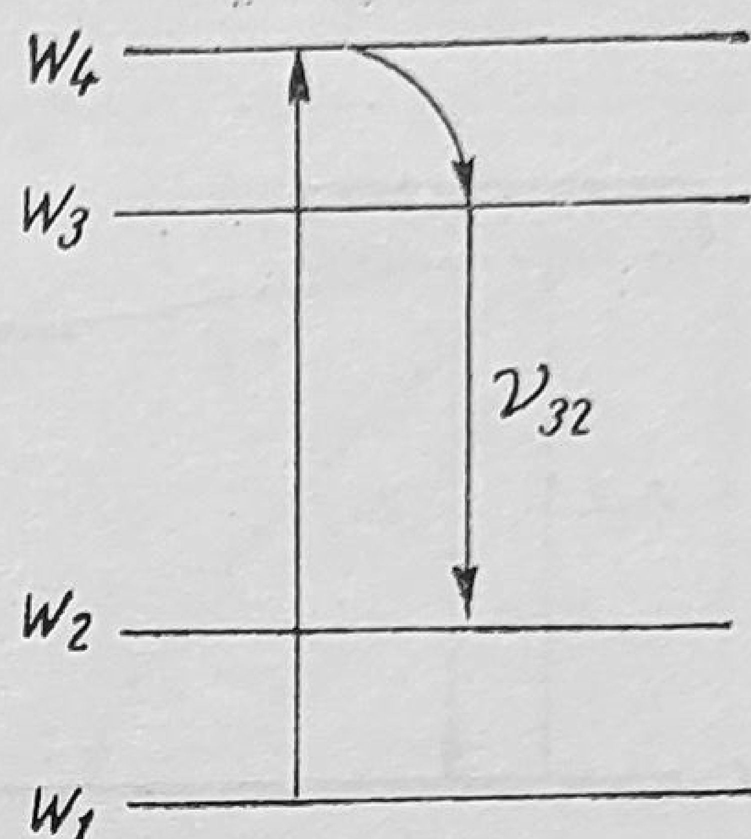


Fig. 405.

În dispozitivele de laseri s-a căutat să se obțină inversarea populării nivelor prin utilizarea nivelor metastabile existente în atom, moleculă sau solid. În figura 405 se indică o schemă energetică utilizată în acest proces. Prin absorbția fotonului de energie $h\nu_{1\text{-}4}$ (pompaj optic), sistemul optic trece de la starea energetică W_1 la cea superioară W_4. De pe acest nivel electronul trece prin tranziție spontană pe nivelul apropiat W_3, care este un *nivel metastabil*. Deoarece stările metastabile în atom sînt acelea de pe care electronul nu poate trece (în mod spontan) pe un alt nivel energetic inferior lor, fapt precizat în teoria spectrelor prin existența unor tranziții nepermise (nesatisfăcînd regulilor de selecție), atunci electronul va zăbovi pe acest nivel pînă cînd o undă electromagnetică semnal de frecvență $\nu_{3\text{-}2}$ va pătrunde în mediul respectiv și prin inducție electronul va putea trece pe nivelul W_2, emițînd fotonul cu aceeași frecvență $\nu_{3\text{-}2}$. Această radiație este radiația stimulată produsă și amplificată de către laser.

Radiația stimulată produsă este în fază cu radiația semnal și ea la rîndu-i poate servi ca radiație semnal pentru alte molecule. Natural că apar și alte radiații prin trecerile spontane între alte nivele, cu emisia radiațiilor respective, și care constituie fondul de „zgomot", care se caută să fie cît mai mic față de radiația stimulată.

Pentru utilizarea a însăși radiației laserului ca radiație de inducție se utilizează metoda *rezonatorului*. Cel mai utilizat rezonator este etalonul Fabry-Pérot. Maserul M, solid sau gazos, este delimitat de două suprafețe plane paralele S_1 și S_2, (fig. 406), cu strate cu coeficient de reflexie mare permițînd reflexia multiplă a razelor între aceste fețe și obținerea unui fascicul F îngust, paralel, de mare putere, monocromatic și în fază. Acest fascicul poate fi concentrat și în focarul unei lentile.

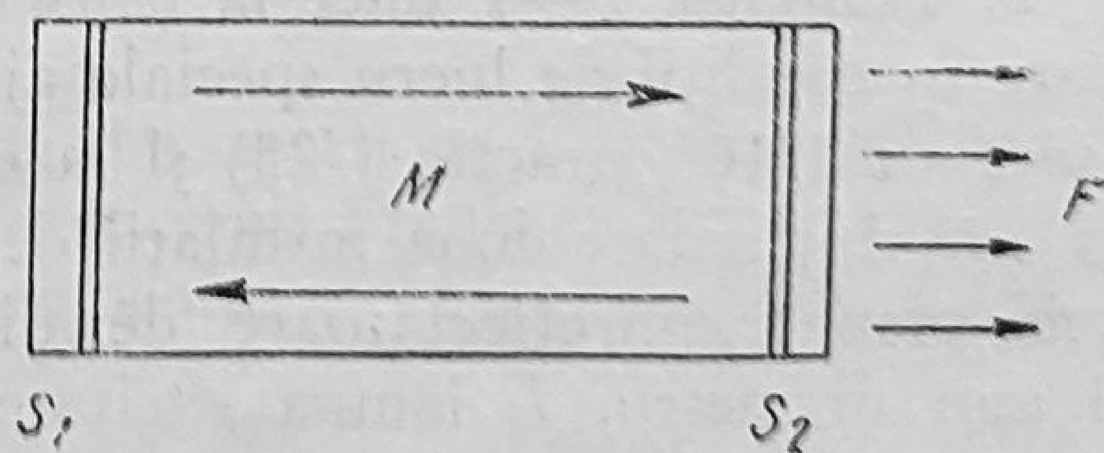


Fig. 406.

Laserul gazos, propus şi realizat de către Javan (1959—1961), Sanders (1959) şi alţii, conţine ca mediu activ, de exemplu, un amestec de 1 Torr He şi 0,1 Torr Ne şi este alimentat fie prin curenţi de înaltă frecvenţă din exteriorul cavităţii rezonante, fie printr-o descărcare în curent continuu prin cavitate (Allglas-Laser tip Bueren, Haisma şi Lang — 1962). Prin fenomenele de descărcare electrică prin gaze, la ciocnirile dintre electroni cu atomii şi a atomilor excitaţi şi atomii neexcitaţi între ei apar stări metastabile ale neonului care servesc la obţinerea radiaţiei stimulate respective. Cu substanţa activă de mai sus se obţin radiaţii în infraroşu (11 180, 11 530, 11 600, 11 090, 12 070 Å), în special radiaţia 11 530 Å. Acest laser poate lucra continuu. La o putere de 50 W consumaţi se obţine o putere de emisie de 15 mW.

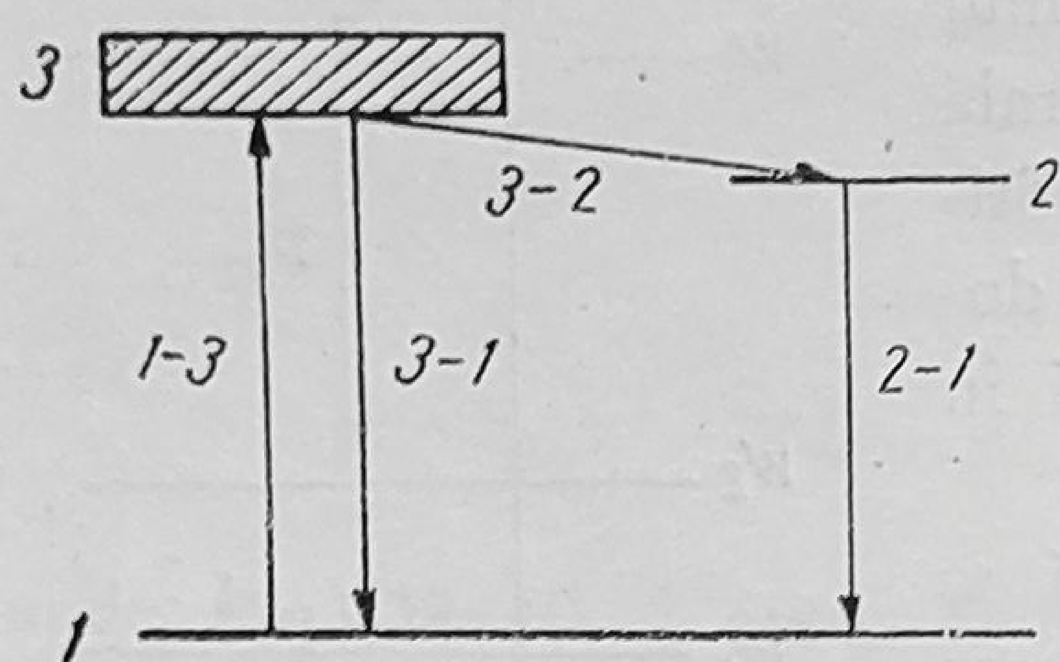


Fig. 407.

Laserul cu rubin este laserul care are în momentul de faţă o mai mare răspîndire. El are ca mediu activ cristalul de rubin sintetic roz impurificat cu crom ($Al_2O_3 + 0{,}05\,\%$ Cr) realizat de către Maiman (1960) în acest scop. În cristalul de rubin, cromul se găseşte sub forma de ion tripluionizat, Cr^{+++}. În figura 407 se dau nivelele energetice 1,2 (care de fapt este format din două subnivele foarte apropiate) şi 3 (banda) care sînt teoretice posibile în această situaţie a Cr^{+++}. Prin iradierea cristalului de rubin cu crom cu radiaţia 5 600 Å, se obţine tranziţia 1—3, realizîndu-se pompajul optic. Din această stare avem tranziţia spontană 3—1, mai rară, precum şi tranziţia mult mai probabilă

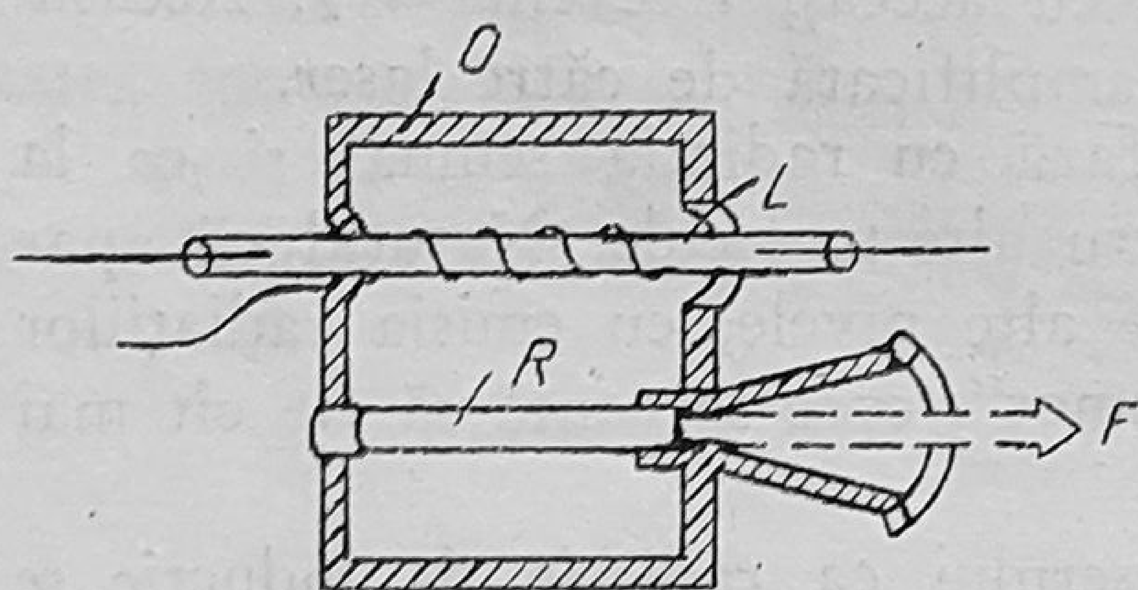


Fig. 408.

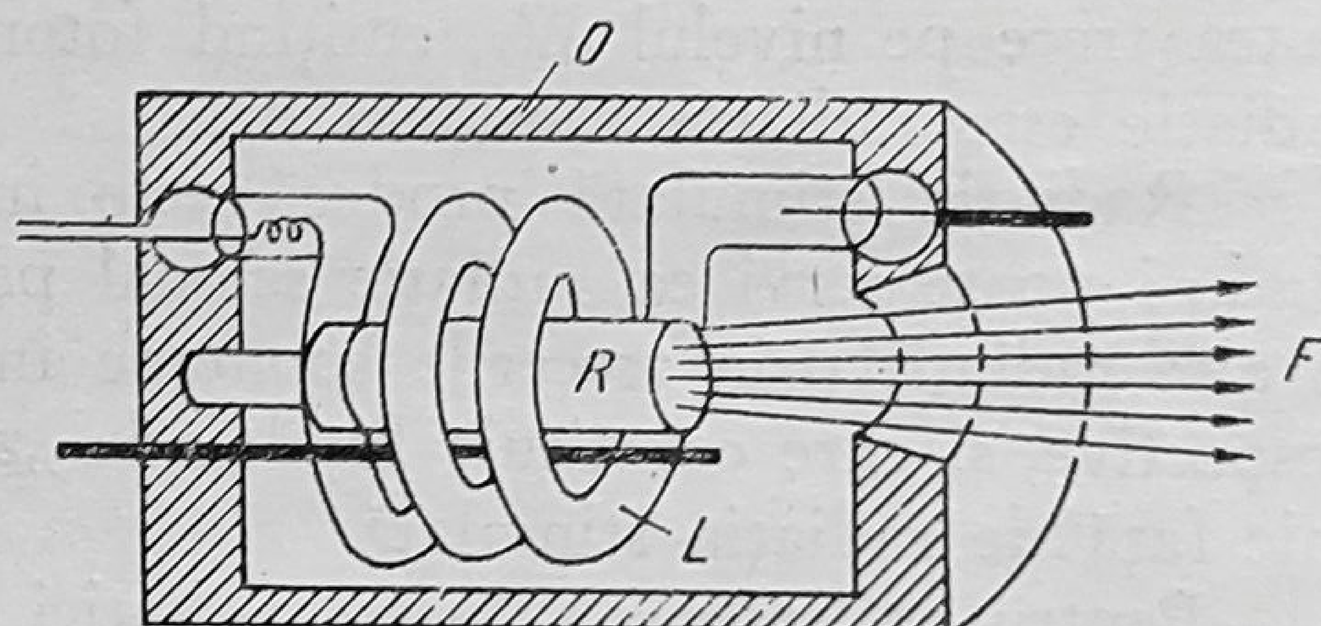


Fig. 409.

3—2. Tranziţia 2—1 duce la emisia de lumină de lungimea de undă 6 943 Å, care în condiţii de lucru speciale ajunge la un mare grad de monocromaticitate (teoretic $1/10^8$, practic 1/25) şi la o mare amplificare, de 10^{15}. În figurile 408 şi 409 sînt redate două instalaţii de rubin unde: *R* este bara de rubin cu capetele plane semireflectătoare de dimensiuni de exemplu 50 mm lungime şi 4 mm diametru, *L* lampa excitatoare de pompaj optic, o lampă electronică de impulsuri în xenon, O este o învelitoare, o oglindă reflectătoare eliptică

sau cilindrică pentru concentrarea luminii excitatoare în bara de rubin, F fasciculul de lumină stimulată. Aceste dispozitive lucrează deocamdată în impulsuri (de aprox. 10^{-2} s) care constau la rîndul lor din alte impulsuri (de circa 1 μ s). Randamentul acestor laseri este în continuă îmbunătățire, în figura 410 fiind date rezultatele actuale obținute.

Aplicații sînt și se întrevăd a fi foarte numeroase, atît pentru cercetările științifice cît și în practică, datorită monocromaticității, amplificării, coerenței, directivității, stabilității frecvenței, posibilității concentrării fascicului pe suprafețe foarte mici și a atingerii de puteri foarte mari pentru un timp scurt, obținîndu-se astfel străluciri spectrale de milioane de ori strălucirea soarelui, temperaturi foarte înalte etc.

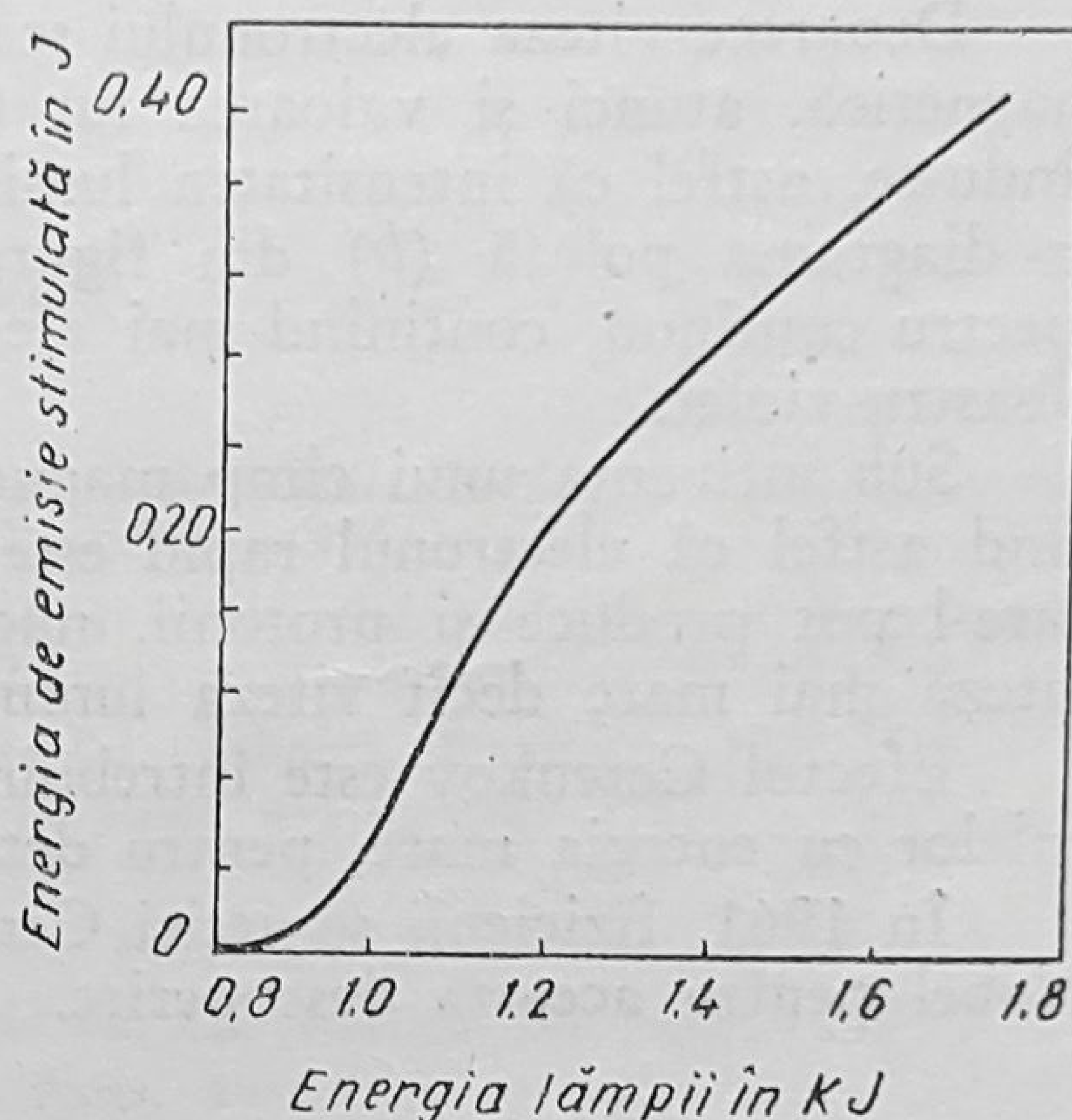


Fig410

Se găsesc astfel aplicații în:

— verificarea experimentală a teoriei relativității,

— cercetarea cîmpului gravific,

— cercetarea și indentificarea moleculelor, în spectroscopia moleculară,

— în radiolocație, radioastronomie și în comunicațiile cosmice,

— în mașinile optice de calculat,

— în metrologie, ca standarde de frecvență și timp,

— în medicină,

— la tăierea și prelucrarea materialelor tehnice,

— în fotografia de mare rezoluție etc.

7.15. Efectul Cerenkov

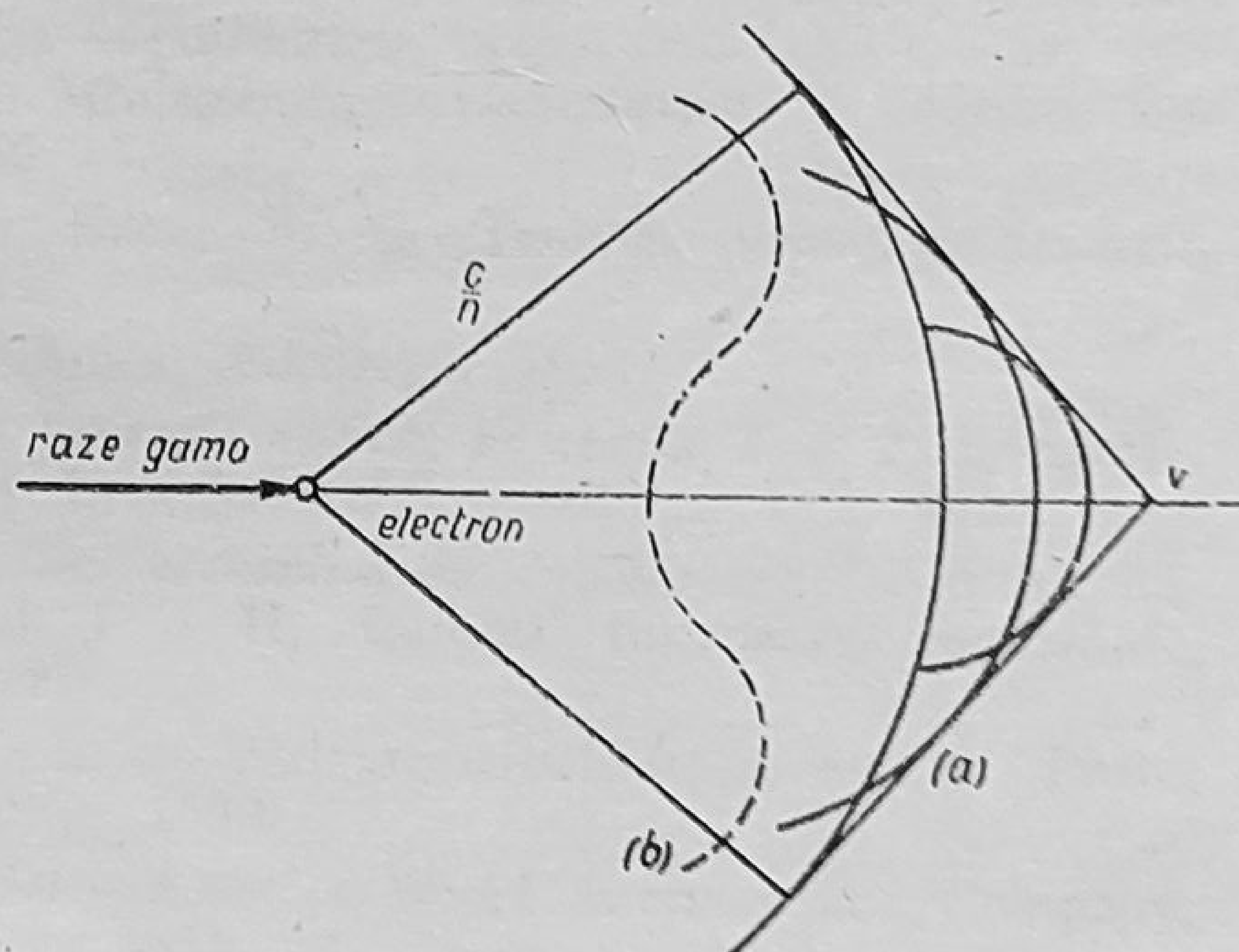


Fig. 411.

Diferite substanțe curate, iradiate cu raze gama, emit o lumină albastră-violet, care încetează imediat după terminarea iradierii și care sînt emise în direcția razelor gama incidente. Acest fenomen descoperit de Cerenkov (1934), studiat de Vavilov și Cerenkov și de către teoreticienii Frank și Tamm (1937), este datorită electronilor liberi produși prin ciocnire de către radiația gama (efect Campton).

Electronul eliberat produce polarizarea electrică a substanței prin care trece și trecînd mai departe prin substanță cu o viteză v mai mare decît viteza

luminii prin acel mediu, produce unde elementare electromagnetice cauzate de variaţa rapidă a polarizării substanţei. Se formează un con luminos, datorită acestor unde elementare, con luminos cu unghiul 2θ dat de

$$\cos\theta = \frac{c}{nv} \tag{7-115}$$

Deoarece viteza electronului scade continuu căci se emite energie electromagnetică, atunci şi valoarea lui θ scade şi ea, deschiderea conului micşorîndu-se, astfel că intensitatea luminoasă în con variază aşa cum este arătat în diagrama polară (*b*) din figura 411. Radiaţia luminoasă emisă are un spectru continuu, conţinînd mai ales radiaţiile cu lungimi de undă mai mici, albastru-violet.

Sub influenţa unui cîmp magnetic, conul de lumină se deplasează, dovedind astfel că electronul rapid este cel care produce fenomenul, fenomen pe care-l pot produce şi protonii, nucleele atomice şi alte particule care au o viteză mai mare decît viteza luminii în acea substanţă.

Efectul Cerenkov este întrebuinţat în studiile de fizică nucleară, a particulelor cu energia mare, pentru determinarea vitezei lor.

În 1961, fizicienii sovietici Cerenkov, Tamm şi Frank au primit premiul Nobel pentru această descoperire.

BIBLIOGRAFIE

1. Agîrbiceanu I., *Lumina polarizată şi aplicaţiile ei în ştiinţă şi tehnică*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1956.
2. Bărbulescu, N., *Elemente de fizică generală*, Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1962.
3. Bianu V. V., *Optica geometrică*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1962.
4. Bianu V. V., *Studiul radiaţiei corpului negru*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1958.
5. Born and Wolf, E., *Principles of Optics*, Pergamon Press, London, 1959.
6. Brătescu G. G., *Interferometria aplicată*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1963.
7. Bruhat, G., *Optique*, Masson, Paris, 1959.
8. Flügge, J., *Leitfaden der geometrischen Optik und des Optikrechnens*, Göttingen-Vandenhoeck & Ruprecht, 1956.
9. Friş şi Timoreva, *Curs de fizică generală-optică*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1957.
10. Grigorovici R., *Curs de optică generală*, Partea I — Optică geometrică, Partea a II-a — Fotometrie, optică ondulatorie, Curs litografiat, Ed. Ministerului Învăţămîntului şi Culturii, Bucureşti, 1960.
11. Grimsehl Lehrbuch der Physik: *Optik*, Dritter Band, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1955.
12. Landsberg, S. G., *Optica*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1958.
13. Mihul, C., *Curs de fizică generală-optică*, Fascicula 1 şi 2, Litografia Ministerului Învăţămîntului, Unitatea Iaşi, 1956.
14. Sălceanu, C., *Optica şi structura atomului*, cu colaborarea lector M. Zăgănescu, vol. I şi II, Editura Institutului politehnic, Timişoara, 1954.
15. Sommerfeld, A., *Optik*, Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K. G., Leipzig, 1959.
16. Strong, J., *Concepts of Classical optics*, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1958.
17. Handbuch der Physik, Band 24, Grundlagen der Optik, Herausgegeben von S. Flüge, Springer Verlag, Berlin — Göttingen — Heidelberg, 1956.

6.5. Profunzimea şi acomodarea ochiului 86
6.6. Cîmpul vizual al ochiului 88
6.7. Defectele ochiului 88
6.8. Persistenţa imaginilor pe retină 89
6.9. Vederea stereoscopică 89

6-B. Caracteristicile generale ale instrumentelor optice 90

6.10. Mărirea 90
6.11. Grosismentul şi puterea optică 91
6.12. Diafragmarea fasciculelor şi cîmpului instrumentului optic 92
6.13. Luminozitatea instrumentelor optice 95

6-C. Instrumente cu imagini reale 101

I. *Aparatul de fotografiat* 101

6.14. Generalităţi 101
6.15. Mărirea 102
6.16. Micşorarea aberaţiunilor 102
6.17. Profunzimea cîmpului 103
6.18. Luminozitatea 104
6.19. Teleobiectivul 105

II. *Aparatele de proiecţie* 105

6-D. Instrumente oculare 106

I. *Lupa. Ocularul* 106

6.20. Formarea imaginii 106
6.21. Puterea lupei 108
6.22. Pupila de intrare şi ieşire. Diafragma de cîmp 107
6.23. Puterea separatoare liniară 108
6.24. Diferite tipuri de lupe 109
6.25. Ocularul 109

II. *Microscopul compus* 110

6.26. Formarea imaginilor prin microscop 111
6.27. Obiectivele şi ocularele de microscop 111
6.28. Mărimi caracteristice 112

III. *Luneta şi telescopul* 116

6.29. Formarea imaginii 116
6.30. Grosismentul şi luminozitatea lunetei 117
6.31. Luneta astronomică şi luneta terestră 118
6.32. Telescopul 118

6-E. Aparate spectrale cu prismă 119

6.33. Descrierea şi funcţionarea spectrografului 119
6.34. Monocromatorul 120

Capitolul 7

FOTOMETRIA

7.1. Fundamentele fotometriei 121
7.2. Mărimile fotometrice energetice şi luminoase 122
7.3. Fotometrele 125
7.4. Tehnica iluminatului. Izvoare de lumină 127

BIBLIOGRAFIE

1. Agîrbiceanu I., *Lumina polarizată și aplicațiile ei în știință și tehnică*, Ed. Tehnică, București, 1956.
2. Bărbulescu, N., *Elemente de fizică generală*, Ed. didactică și pedagogică, București, 1962.
3. Bianu V. V., *Optica geometrică*, Ed. Tehnică, București, 1962.
4. Bianu V. V., *Studiul radiației corpului negru*, Ed. Tehnică, București, 1958.
5. Born and Wolf, E., *Principles of Optics*, Pergamon Press, London, 1959.
6. Brătescu G. G., *Interferometria aplicată*, Ed. Tehnică, București, 1963.
7. Bruhat, G., *Optique*, Masson, Paris, 1959.
8. Flügge, J., *Leitfaden der geometrischen Optik und des Optikrechnens*, Göttingen-Vandenhoeck & Ruprecht, 1956.
9. Friș și Timoreva, *Curs de fizică generală-optică*, Ed. Tehnică, București, 1957.
10. Grigorovici R., *Curs de optică generală*, Partea I — Optică geometrică, Partea a II-a — Fotometrie, optică ondulatorie, Curs litografiat, Ed. Ministerului Învățămîntului și Culturii, București, 1960.
11. Grimsehl Lehrbuch der Physik: *Optik*, Dritter Band, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1955.
12. Landsberg, S. G., *Optica*, Ed. Tehnică, București, 1958.
13. Mihul, C., *Curs de fizică generală-optică*, Fascicula 1 și 2, Litografia Ministerului Învățămîntului, Unitatea Iași, 1956.
14. Sălceanu, C., *Optica și structura atomului*, cu colaborarea lector M. Zăgănescu, vol. I și II, Editura Institutului politehnic, Timișoara, 1954.
15. Sommerfeld, A., *Optik*, Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K. G., Leipzig, 1959.
16. Strong, J., *Concepts of Classical optics*, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1958.
17. Handbuch der Physik, Band 24, Grundlagen der Optik, Herausgegeben von S. Flüge, Springer Verlag, Berlin — Göttingen — Heidelberg, 1956.

6.5. Profunzimea şi acomodarea ochiului 86
6.6. Cîmpul vizual al ochiului 88
6.7. Defectele ochiului 88
6.8. Persistenţa imaginilor pe retină 89
6.9. Vederea stereoscopică 89

6-B. Caracteristicile generale ale instrumentelor optice 90

6.10. Mărirea 90
6.11. Grosismentul şi puterea optică 91
6.12. Diafragmarea fasciculelor şi cîmpului instrumentului optic 92
6.13. Luminozitatea instrumentelor optice 95

6-C. Instrumente cu imagini reale 101

I. *Aparatul de fotografiat* 101

6.14. Generalităţi 101
6.15. Mărirea 102
6.16. Micşorarea aberaţiunilor 102
6.17. Profunzimea cîmpului 103
6.18. Luminozitatea 104
6.19. Teleobiectivul 105

II. *Aparatele de proiecţie* 105

6-D. Instrumente oculare 106

I. *Lupa. Ocularul* 106

6.20. Formarea imaginii 106
6.21. Puterea lupei 108
6.22. Pupila de intrare şi ieşire. Diafragma de cîmp 107
6.23. Puterea separatoare liniară 108
6.24. Diferite tipuri de lupe 109
6.25. Ocularul 109

II. *Microscopul compus* 110

6.26. Formarea imaginilor prin microscop 111
6.27. Obiectivele şi ocularele de microscop 111
6.28. Mărimi caracteristice 112

III. *Luneta şi telescopul* 116

6.29. Formarea imaginii 116
6.30. Grosismentul şi luminozitatea lunetei 117
6.31. Luneta astronomică şi luneta terestră 118
6.32. Telescopul 118

6-E. Aparate spectrale cu prismă 119

6.33. Descrierea şi funcţionarea spectrografului 119
6.34. Monocromatorul 120

Capitolul 7

FOTOMETRIA

7.1. Fundamentele fotometriei 121
7.2. Mărimile fotometrice energetice şi luminoase 122
7.3. Fotometrele 125
7.4. Tehnica iluminatului. Izvoare de lumină 127

Partea a doua

OPTICA ONDULATORIE

Capitolul 1

VITEZA LUMINII. EFECTUL DOPPLER — FIZEAU

1.1. Introducere . . . 131
1.2. Ipoteza corpusculară . . . 132
1.3. Ipoteza ondulatorie . . . 132
1.4. Determinarea vitezei luminii . . . 134
1.5. Viteza de grup . . . 138
1.6. Efectul Doppler — Fizeau . . . 141

Capitolul 2

GENERALITĂŢI ASUPRA INTERFERENŢEI UNDELOR

2.1. Ecuaţia undelor şi saltul de fază . . . 143
2.2. Interferenţa undelor . . . 145
2.3. Construcţia grafică a lui Fresnel . . . 148
2.4. Undele staţionare . . . 148
2.5. Undele staţionare prin reflexie . . . 151

Capitolul 3

INTERFERENŢA LUMINII

3-A. Coerenţa . . . 152

3-B. Franje nelocalizate. Dispozitive interferenţiale. Aplicaţii . . . 153

3.1. Dispozitivul lui Young . . . 153
3.2. Interferometrul Fraunhofer . . . 153
3.3. Interferometrul stelar . . . 154
3.4. Localizarea franjelor . . . 155
3.5. Oglinzile lui Fresnel . . . 158
3.6. Biprisma Fresnel . . . 159
3.7. Bilentilele lui Billet . . . 159
3.8. Oglinda lui Lloyd . . . 160
3.9. Dispozitivul Linnik . . . 160
3.10. Interferenţa în lumina compusă sau albă . . . 160

3-C. Franjele de interferenţă localizate. Aplicaţii . . . 162

3.11. Generalităţi . . . 162
3.12. Franjele localizate la infinit. Franjele lui Haidinger . . . 164
3.13. Franjele de egală grosime . . . 166
3.14. Inelele lui Newton . . . 168
3.15. Dilatometria interferenţială . . . 169
3.16. Optica albastră . . . 170

3-D. Undele staţionare produse cu lumină . . . 174

3.17. Experienţa lui Wiener . . . 174
3.18. Fotografia în culori . . . 174

3.5. Consecinţe ale teoriei relativităţii 276
3.6. Efectul Doppler-Fizeau 278
3.7. Mecanica relativistă 283

Capitolul 4

TRECEREA LUMINII PRIN MEDII IZOTROPE

4.1. Absorbţia luminii 285
4.2. Reflexia şi refracţia luminii la suprafaţa de separare a două medii izotrope transparente 286
4.3. Reflexia luminii pe suprafeţele metalice 291
4.4. Dispersia luminii 295
4.5. Difuzia luminii 303

Capitolul 5

RADIAŢIA TERMICĂ

5.1. Generalităţi 307
5.2. Legea lui Kirchhoff 307
5.3. Legea lui Stefan-Boltzmann 310
5.4. Legea deplasării lui Wien 311
5.5. Formula radiaţiei a lui Planck 312
5.6. Pirometria optică 313

Capitolul 6

FOTONUL

6.1. Efectul fotoelectric 316
6.2. Alte dovezi asupra proprietăţilor corpusculare ale luminii . . . 319
6.3. Difuzia combinată a luminii 321
6.4. Efectul Compton 322
6.5. Presiunea luminii 323

Capitolul 7

LUMINESCENŢA

7.1. Spectrele 325
7.2. Seriile spectrale 326
7.3. Structura nucleară a atomului 329
7.4. Atomul lui Bohr 330
7.5. Nivelele energetice discrete în atom şi experienţele lui Franck şi Hertz 335
7.6. Orbite eliptice. Atomul lui Sommerfeld 337
7.7. Cuantificarea în spaţiu 338
7.8. Spinul electronului 340
7.9. Spectrele razelor X—Röentgen 345
7.10. Proprietăţile ondulatorii ale particulelor în mişcare 347
7.11. Mecanica cuantică. Ecuaţia lui Schrödinger 350
7.12. Spectrele moleculare 352
7.13. Fotoluminescenţa 358
7.14. Emisia stimulată a luminii 364
7.15. Efectul Cerenkov 367

Bibliografie 369
Cuprins 370

Partea a doua

OPTICA ONDULATORIE

Capitolul 1

VITEZA LUMINII. EFECTUL DOPPLER — FIZEAU

1.1. Introducere 131
1.2. Ipoteza corpusculară 132
1.3. Ipoteza ondulatorie 132
1.4. Determinarea vitezei luminii 134
1.5. Viteza de grup 138
1.6. Efectul Doppler — Fizeau 141

Capitolul 2

GENERALITĂŢI ASUPRA INTERFERENŢEI UNDELOR

2.1. Ecuaţia undelor şi saltul de fază 143
2.2. Interferenţa undelor 145
2.3. Construcţia grafică a lui Fresnel 148
2.4. Undele staţionare 148
2.5. Undele staţionare prin reflexie 151

Capitolul 3

INTERFERENŢA LUMINII

3-A. Coerenţa 152

3-B. Franje nelocalizate. Dispozitive interferenţiale. Aplicaţii 153

3.1. Dispozitivul lui Young 153
3.2. Interferometrul Fraunhofer 153
3.3. Interferometrul stelar 154
3.4. Localizarea franjelor 155
3.5. Oglinzile lui Fresnel 158
3.6. Biprisma Fresnel 159
3.7. Bilentilele lui Billet 159
3.8. Oglinda lui Lloyd 160
3.9. Dispozitivul Linnik 160
3.10. Interferenţa în lumina compusă sau albă 160

3-C. Franjele de interferenţă localizate. Aplicaţii 162

3.11. Generalităţi 162
3.12. Franjele localizate la infinit. Franjele lui Haidinger . . . 164
3.13. Franjele de egală grosime 166
3.14. Inelele lui Newton 168
3.15. Dilatometria interferenţială 169
3.16. Optica albastră 170

3-D. Undele staţionare produse cu lumină 174

3.17. Experienţa lui Wiener 174
3.18. Fotografia în culori 174

3.5. Consecinţe ale teoriei relativităţii 276
3.6. Efectul Doppler-Fizeau 278
3.7. Mecanica relativistă 283

Capitolul 4

TRECEREA LUMINII PRIN MEDII IZOTROPE

4.1. Absorbţia luminii 285
4.2. Reflexia şi refracţia luminii la suprafaţa de separare a două medii izotrope transparente 286
4.3. Reflexia luminii pe suprafeţele metalice 291
4.4. Dispersia luminii 295
4.5. Difuzia luminii 303

Capitolul 5

RADIAŢIA TERMICA

5.1. Generalităţi 307
5.2. Legea lui Kirchhoff 307
5.3. Legea lui Stefan-Boltzmann 310
5.4. Legea deplasării lui Wien 311
5.5. Formula radiaţiei a lui Planck 312
5.6. Pirometria optică 313

Capitolul 6

FOTONUL

6.1. Efectul fotoelectric 316
6.2. Alte dovezi asupra proprietăţilor corpusculare ale luminii 319
6.3. Difuzia combinată a luminii 321
6.4. Efectul Compton 322
6.5. Presiunea luminii 323

Capitolul 7

LUMINESCENŢA

7.1. Spectrele 325
7.2. Seriile spectrale 326
7.3. Structura nucleară a atomului 329
7.4. Atomul lui Bohr 330
7.5. Nivelele energetice discrete în atom şi experienţele lui Franck şi Hertz 335
7.6. Orbite eliptice. Atomul lui Sommerfeld 337
7.7. Cuantificarea în spaţiu 338
7.8. Spinul electronului 340
7.9. Spectrele razelor X—Röentgen 345
7.10. Proprietăţile ondulatorii ale particulelor în mişcare 347
7.11. Mecanica cuantică. Ecuaţia lui Schrödinger 350
7.12. Spectrele moleculare 352
7.13. Fotoluminescenţa 358
7.14. Emisia stimulată a luminii 364
7.15. Efectul Cerenkov 367
Bibliografie 369
Cuprins 370

EDITURA DIDACTICĂ ŞI PEDAGOGICĂ — BUCUREŞTI, 1965

Lei
13.90